SITZUNGSBERICHTE

DER KÖNIGL. BÖHMISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

JAHRGANG 1885.

Mit 18 Tafeln.

PRAG.

VERLAG DER KÖNIGL. BÖHM. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

1886.



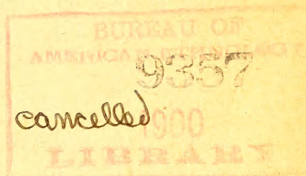
ZPRÁVY O ZASEDÁNÍ

KRÁLOVSKÉ

ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.

TŘÍDA MATHEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

ROČNÍK 1885.



S 18 tabulkami.

V PRAZE.
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.
1886.

Verzeichniss der Vorträge,

welche in den Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe

im Jahre 1885 abgehalten wurden.



Am 16. Januar.

Lad. Čelakovský: Über die Resultate der botanischen Durchforschung von Böhmen im J. 1884.

Ant. Frič: Über einen Menschenschädel aus dem Ziegellehm von Vinařic bei Kladno.

J. Kafka: Krit. Übersicht der Schalenkrebse aus der böhm. Kreideformation.

Fr. Štolba: Über neue chem. Arbeiten im Laboratorium der böhm. techn. Hochschule.

J. Palacký: Über die Verbreitung der fossilen Vögel in Europa.

Am 30. Januar.

Ot. Ježek: Über ein Functionalgleichungs-System.

K. Bobek: Über hyperelliptische Curven.

Fr. Štolba: Über neue chemische Arbeiten. Fortsetzung.

Fr. Sitenský: Über die botanische Analyse böhmischer Torfe.

Č. Zahálka: Über ein ausgezeichnetes Exemplar von Thecosiphonia ternata aus dem Pläner von Raudnitz.

Am 13. Februar.

Th. Erben: Über neue chemische Analysen einiger böhm. Minerale.

Č. Zahálka: Über eine fossile Spongie aus der Kreideformation (Amphithelion miliare Reuss).

Seznam přednášek

v zasedáních třídy mathematicko-přírodovědecké

roku 1885 konaných.



Dne 16. ledna.

Lad. Čelakovský: O výsledcích botanického výzkumu Čech r. 1884.
Ant. Frič: O lebce lidské z hliniště u Vinařic blíže Kladna.
J. Kafka: Krit. přehled raků skořepatých z českého útvaru křidového.
Fr. Štolba: O nových pracech chemických v laboratoři české vys. školy technické.
J. Palacký: O skamenělých ptácích v útvarech evropských.

Dne 30. ledna.

Ot. Ježek: O soustavě funkcionalních rovnic.
K. Bobek: O hyperelliptických křivkách.
Fr. Štolba: O nových chemických pracech. Pokračování.
Fr. Sitenský: O analysi botanické rašelin českých.
Č. Zahálka: O znamenitém exempláři houby mořské „Thecosiphonia ternata“ z opuk u Roudnice.

Dne 13. února.

B. Erben: O nových chemických analysech některých mineralů českých.
Č. Zahálka: O zkamenělé houbě z křídového útvaru (Amphithelion miliare Reuss).

Am 27. Februar.

L. Čelakovský: Über einige verkannte orientalische Carthamus-Arten.
J. S. & M. N. Vaněček: Über Curven der vierten Ordnung mit drei Doppelpunkten.

Am 13. März.

Aug. Seydler: Über die Hauptarten der Bewegung.
J. Šolín: Über die Construction von Axen einer Kegelfläche zweiten Grades.
M. Lerch: Beiträge zur Theorie unendlicher Reihen.
J. S. & M. N. Vaněček: Neue Erzeugungsweisen von Kegelschnitts-Büscheln.
J. Krejčí: Über gleichkantige Polyëder vom krystallographischen Standpunkte.

Am 27. März.

Fr. Štolba: Über neue chem. Arbeiten im Laboratorium der böhm. technischen Hochschule.
L. Zykán: Über Analysen einiger Sorten käuflichen Zinkes, sowie über eine vortheilhafte Reinigung desselben.
J. S. Vaněček: Über Curven vierter Ordnung mit drei Doppelpunkten.

Am 17. April.

J. Krejčí: Über neue Zwillingsgestalten des Staurolithes aus Ostindien.

Am 1. Mai.

Ot. Novák: Über das Genus Aristozoë aus dem böhm. Silur.

Am 15. Mai.

J. Palacký: Über die Wallace'sche Regionentheorie vom ornitholog. Standpunkte.

Am 29. Mai.

J. Palacký: Über Baumgrenzen in Böhmen.
J. Stoklasa: Geochemische Studien.
Fr. Bayer: Über die Coracoiden der Vögel.

Am 12. Juni.

J. Krejčí: Über die geotektonische Bedeutung der Thalbildung im böhm. Silur.

Dne 27. února.

Lad. Čelakovský: O některých nepoznaných orientalních Karthamech.
J. S. & M. N. Vaněček: O křivkách čtvrtého řádu se třemi dvojnými body. (Pokračování).

Dne 13. března.

Aug. Seydler: O hlavních druzích pohybu.
Jos. Šolín: O konstrukci os plochy kuželové druhého stupně.
M. Lerch: Příspěvky k theorii řad nekonečných.
J. S. & M. N. Vaněček: Nové vytvořování svazků kuželoseček.
J. Krejčí: O stejnohranných tvarech ze stanoviska krystallografického.

Dne 27. března.

Fr. Štolba: O nových pracech v laboratorium české vysoké školy technické.
L. Zykán: O chemickém rozboru několika druhů prodejného zinku a o jeho výhodném čistění.
J. S. Vaněček: O křivkách čtvrtého řádu se třemi dvojnými body.

Dne 17. dubna.

J. Krejčí: O nových dvojčatných tvarech Staurolithu z Východní Indie.

Dne 1. května.

Ot. Novák: O rodu Aristozoë z českého Siluru.

Dne 15. května.

J. Palacký: O živočních okresích Wallace-ových ze stanoviska ornithologického.

Dne 29. května.

J. Palacký: O rozšíření některých stromů v Čechách.
J. Stoklasa: Geochemické studie.
Fr. Bayer: O korakoidech ptáků.

Dne 12. června.

J. Krejčí: O geotektonickém významu údolí v českém Siluru.

Am 26. Juni.

A. Seydler: Über das Drei- und Vierkörper-Problem.

A. Stolz: Anatomisch-histologische Studien über Dero digitata.

Fr. Petr: Über Spongilla fragilis in Böhmen.

Fr. Vejdovský: Beitrag zur Kenntniss von Aeolosoma variegatum.

M. Pelíšek: Über den Ort der Axen bei Schraubenbewegungen, wodurch man die Länge *ab* in eine beliebige Position a_1 b_1 im Raume übertragen kann.

Am 10. Juli.

P. K. Anschütz: Über drei von ihm entdeckte, bisher unbekannte Briefe Keplers.

A. Seydler: Über das Drei- und Vierkörper-Problem. Fortsetzung.

J. Palacký: Über Bakers Theorie der Einheit der tropischen Flora.

Fr. Sitenský: Über neue Beobachtungen betreffend die Wirkungen von Hagelschlag auf die Pflanzen.

Am 16. Oktober.

Ot. Novák: Über ein neues Phyllopodengenus aus dem Silur von Koněprus.

F. Štolba: Über seine neuen chem. Arbeiten.

F. Machovec: Über die Krümmungsmittelpunkte parabolischer und hyperbolischer Curven höherer Ordnung.

Č. Zahálku: Über den geologischen Bau der Anhöhe von Rohatec bei Raudnitz a. E.

M. Lerch: Ein Satz aus der Functionentheorie.

Am 30. Oktober.

M. Lerch: Ein neuer Beitrag zur Functionentheorie.

J. Palacký: Über die Verbreitung der Farren.

Am 13. November.

A. Seydler: Über die Aequivalenzen der Bewegung.

M. Lerch: Analytischer Ausdruck des grössten gemeinschaftlichen Divisors zweier ganzen Zahlen.

Am 27. November.

Ot. Novák: Über das neue Trilobitengenus „Phillipsinella" aus dem böhm. Silur.

Dne 29. června.

A. Seydler: O problemu tří a čtyr těles.
A. Stolz: Anatomicko-histologické studie o červu Dero digitata.
F. Petr: Spongilla fragilis v Čechách.
Fr. Vejdovský: Příspěvek ku poznání červa, Aeolosoma variegatum.
M. Pelíšek: O místě os pohybův šroubových, jimiž lze délku *ab* do libovolné polohy a_1 b_1 v prostoru převésti.

Dne 10. července.

P. K. Anschütz: O třech od něho nalezených dosud neznámých listech Keplerových.
A. Seydler: O problemu tří a čtyr těles. (Pokračování).
J. Palacký: O theorii Bakerově v příčině jednoty tropické Flory.
Fr. Sitenský: O nových pozorováních, jak působí krupobití na byliny.

Dne 16. října.

Ot. Novák: O novém silurském rodu Phyllopodů od Koněprus.
F. Štolba: O svých nových chemických pracech.
Fr. Machovec: O středu křivosti parabolí a hyperbolí vyšších stupňů.
Č. Zahálka: O geologii výšiny Rohatecké u Roudnice n. L.
M. Lerch: Jedna věta z nauky o funkcích.

Dne 30. října.

M. Lerch: Nový příspěvek k theorii funkcí.
J. Palacký: O rozšíření kapradin.

Dne 13. listopadu.

A. Seydler: O aequivalencích základních druhů pohybu.
M. Lerch: Analytický výraz největšího společného dělitele dvou celistvých čísel.

Dne 27. listopadu.

Ot. Novák: O novém rodu trilobitů „Phillipsinella“ z českého Siluru

J. Kušta: Über neue fossile Arthropoden aus der Steinkohlenformation bei Rakonitz.

M. Lerch: Bestimmung der Anzahl merkwürdiger Gruppen einer allgemeinen Involution n-ter Ordnung k-ter Stufe.

F. Počta: Über zwei neue Spongien aus der böhm. Kreideformation.

J. Kafka: Beitrag zur Kenntnis der Cirrhipeden aus der böhm. Kreideformation.

Am 11. December.

A. Seydler: Über die Gesetze der allgemeinen Bewegung.

F. Vejdovský: Über die Gordiaceen der Umgebung von Prag mit Anmerkungen über ihre Morphologie.

A. Stolz: Übersicht der böhm. Tubificiden.

J. Krejčí: Über die geotektonischen Verhältnisse der Umgebung von Skrej.

K. Pelz: Zur wissenschaftlichen Behandlung der orthogonalen Axonometrie.

J. Kušta: O nových zkamenělých arthropodech z útvaru kamenouhelného u Rakovníka.
M. Lerch: Stanovení počtu hlavních skupin obecné involuce n-tého stupně k-tého řádu.
F. Počta: O dvou nových spongiích z českého útvaru křidového.
J. Kafka: Příspěvek ku poznání Cirrhipedů z českého útvaru křidového.

Dne 11. prosince.

A. Seydler: O zákonech všeobecného pohybu.
Fr. Vejdovský: O Gordiaceích okolí Pražského s poznámkami o jich morfologii.
A. Stolz: Přehled českých Tubificidů.
J. Krejčí: O geotektonických poměrech okolí Skrej.
K. Pelz: O vědecké methodě v orthogonalní axonometrii.

VORTRÄGE

IN DEN SITZUNGEN

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE.

PŘEDNÁŠKY

V SEZENÍCH TŘÍDY

MATHEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÉ.

Nákladem král. české spol. nauk. — Tiskem dra. Edv. Grégra v Praze 1885.

1.

Resultate der botanischen Durchforschung Boehmens im Jahre 1884.

Vorgetragen von Prof. Dr. **Lad. Čelakovský**, am 16. Januar 1885.

Beiträge zu dem nachfolgenden Verzeichniss lieferten die folgenden Herren: Bílek (B) in Schlan, Ciboch (Ci), Hörer der böhm. Universität (botan. um Písek), Conrath (C), bot. im nördl. Böhmen, Čelakovský Ladisl. (Č. fil.), Hörer der böhm. Universität, bot. um Chudenic, Dvořák Josef (D), Bürgerschuldirektor in Chotěboř, bot. daselbst, Freyn (F), P. Häusler (Hs), Hora Paul (Ha), vormals Universitätsassistent, Jahn Jaroslav, Hörer der böhm. Universität, Jirsák (J), Kabát, Direktor der Zuckerfabrik von Welwarn, Kafka Josef, Lehramtskandidat in Prag, Khek Eugen, Hörer der Pharmacie, Klapálek (Kl), Křížek (Kř), Gymnasialprofessor in Budweis, Polák (P), botan. im Riesengebirge und im Elbthal, Purkyně Cyril (C. P.), Hörer der böhm. Technik, bot. im Riesengebirge, Rundensteiner Anton (Rs), pens. Geistlicher in Neuhaus, Řezáč Friedr. (Ř), Mediciner, bot. bei Zbirow, Schiffner Viktor (Sch), Assistent der Botanik an der deutschen Universität, Sitenský (S), bot. um Tábor, Topitz (T), Lehrer in Sonnberg bei Gratzen, Uzel, Gymnasialschüler in Königingrätz, Vandas (Vs), bot. bei Peruc, Smečno, Bilichau, im Riesengebirge, Velenovský (V), bot. um Laun, im Elbthal, Weidmann (W), bot. bei Lomnic, Žára (Ž), Cand. der Theologie, bot. um Hochlieben.

Ihnen allen sei hiemit bestens gedankt.

Nachdem die Zahl der für Böhmen neuen Arten, Abarten und Bastarde im verflossenen Sommer eine ungewöhnlich grosse war, so habe ich es vorgezogen, dieselben in einem eigenen Abschnitt aufzuzählen und kritisch zu besprechen.

Auch heuer war H. R. von Uechtritz so gütig, verschiedene kritische Hieracien, hauptsächlich aus dem Riesengebirge, zu begutachten, wofür ich demselben hiemit öffentlich meinen Dank ausspreche.

Erwähnen will ich noch, dass H. Prof. Bílek im verflossenen Jahre im Schulprogramm des Schlaner Gymnasiums eine Aufzählung der um Schlan beobachteten Gefässpflanzen und ihrer Standorte publicirt hat.

Für Böhmen neue Arten, Abarten und Hybride.

Stipa Tirsa Steven. Bei Prag: auf einem grasigen Hügel bei Motol in Menge, aber wenig blühend (Velenovský)! Um Laun auf den Basaltbergen und zwar: am südl. Abhang des Hoblík in Menge, dann am Hügel von Černodol (derselbe)!

S. hierüber: Über einige Stipen in Oesterr. Bot. Ztschr. 1884. Blüht bedeutend später als S. pennata Joannis und S. Grafiana, nämlich Ende Juli, und noch im August, wenn erstere bereits abgefruchtet haben. Die in den „Resultaten“ des vor. Jahres angegebenen Standorte gehören nicht zur echten S. Tirsa, sondern zur S. Joannis, indem ich diese beiden damals nicht unterschied (ebenso wie Nyman im Consp. und Boissier in Fl. Orient.).

Cladium mariscus R. Br. (C. germanicum Schrad. Schoenus mariscus L.). Torfe bei Lissa und zwar: am Torfmoor Hrabanov zahlreich, ferner am Wege über die Moorwiesen auf das sog. Zákoutí hinter Benátská Vrutice, dort weniger zahlreich (Polák)!

Die Torfe bei Lissa waren schon dem Tausch bekannt und mehrere von ihm dort gesammelte, jetzt auch wieder gefundene Arten (z. B. Carex Hornschuchiana und Buxbaumii, Juncus obtusiflorus) wurden von ihm im Herb. bohem. ausgegeben. Die Neueren glaubten in Folge einer falschen Angabe, dass diese Torfe durch die Cultur bereits vernichtet seien, bis sie heuer H. Polák zuerst wieder auffand. Auffallend ist es, dass Tausch das Cladium nicht gefunden hat.

⨯ Schoenus intermedius m. (S. ferrugineus × nigricans). Stengelblätter ungefähr $1/3$ so lang als der Halm; Spreite $1 1/2$—3″ lang, oberseits bis gegen die Spitze etwas rinnig. Ährchen 3—5 im Büschel, dessen unteres Deckblatt etwas länger als der Büschel, mit einem Scheidentheil, der weniger breit als bei S. nigricans, doch breiter als bei S. ferrugineus; dessen oberes Deckblatt kürzer, aber mit deutlicher Spreitenspitze. Deckspelzen am Kiele etwas rauh, sonst glatt. Hypogyne Borsten meist halb so lang als der regelmässig verkümmernde Stempel, einzelne ebenso lang.

Ist in allen Theilen intermediär, denn beim S. nigricans sind die Stengelblätter halb so lang als der Halm, ihre kräftigere Spreite

oberseits bis zur Spitze tiefer rinnig, Ahrchen 5—10 im Büschel, dessen Deckblatt deutlicher seitlich abstehend, beträchtlich länger als der Büschel, Deckspelzen auch auf den Flächen rauh-punktirt, hypogyne Borsten ganz verkümmert. Beim S. ferrugineus die Stengelblätter sehr dünn und kurz, nur am Grunde rinnig, zur Spitze walzlich oder flach, Ährchen nur 2—3 im Büschel, dessen Deckblatt nur so lang als der Büschel, steif aufrecht, Spelzen ganz glatt, hypogyne Borsten länger als der Fruchtknoten.

Wenn S. ferrugin. und nigricans gute Arten sind, was allgemein anerkannt wird, so kann die ausgezeichnete Mittelform, die auch immer unfruchtbar zu sein scheint, nur ein Bastard sein, obschon ein solcher bisher unbekannt war (fehlt auch in Focke's Pflanzenmischlingen).

Unter beiden Stammarten auf den Torfen bei Lissa, in Mehrzahl (Hora)!

J u n c u s f i l i f o r m i s L. var. s u b t i l i s m. Rhizom dichtrasig Stengelblätter 1—2 mit ziemlich (bis 2″) langer fädlicher Spreite. Spirrendeckblatt nur $^1/_2$—1″ lang, 4mal und darüber kürzer als der feine, nur 3—4″ hohe Stengel. Blüthen sehr klein, nur so gross wie bei J. tenageja.

Stein bei Eger (Jaksch nach Hora, in 3 wesentlich gleichen Expl. vorliegend)! und auch sonst auf Torfwiesen um Eger und Franzensbad (nach Jaksch).

Die Var. ist habituell so abweichend, dass ich anfangs eine besondere Art in ihr vermuthete, bis ich Mittelformen fand, und zwar im Herb. Opiz eine Form (wahrscheinlich aus Böhmen, von Baběnic bei Čáslau, wie auf dem Umschlagbogen steht) mit demselben rasigen Wuchs (etwa wie bei Scirpus ovatus!), auch mit kürzerem, aber doch nicht gar so kurzem Deckblatt, sowie mit Blüthen, die zwischen der normalen Form und der var. subtilis die Mitte halten, mit nur scheidigen Stengelblättern. Die spreitigen Stengelblätter sind übrigens auch bei der var. foliosa Koch bekannt. Die Vereinigung so vieler abweichenden Merkmale bei var. subtilis ist merkwürdig.

V e r a t r u m n i g r u m L. Bei Bilichau hinter Schlan, unweit Jungfer-Teinitz in dem engen Gebirgsthälchen auf der Lehne gegenüber dem grossen Forsthause (vulgo Smradovna), an mehreren Stellen im Buchenwalde, in humosem feuchten Kalk-Lehmboden, auf der Thalsohle am Waldpfade mehrfach mit Blüthenschäften, höher hinauf aber, in diesem Jahre wenigstens, steril! (zuerst von Vandas aufgefunden).

Die interessante Localität, wo so viele schöne Pflanzen des böhmischen Mittelgebirges (auch Pleurospermum austriacum) wachsen, wurde zuerst 1883 von Jar. Paul, dann von Prof. Bílek in Schlan, heuer von Vandas und zuletzt von mir besucht (s. auch Resultate für 1883 pag. 17 unter Adenophora).

Unter den vielen interessanten Funden dieses Jahres ist dieser am meisten überraschend, weil am wenigsten zu erwarten gewesen; es ist das der nordwestlichste sehr isolirte Verbreitungspunkt dieser Art, da dieselbe in ähnlicher nördl. Breite nur im östlichen Galizien und weiter in Südrussland wieder auftritt. In Deutschland fehlt sie ganz; im österreich. Staate fehlt sie selbst in Mähren, findet sich erst in N. Oesterreich und den Alpenländern, sonst im Süden (Italien) und im Südosten Europas, von Dalmatien bis Dobrudscha und Südrussland, westlichstes Vorkommen in der südlichen Schweiz.

Triglochin maritima L. Auf feuchten Wiesen um Welwarn: so unter der Zuckerfabrik am Červený potok (Rother Bach) und zwar am häufigsten zu beiden Seiten der Bahn, die aus der Station Welwarn zur Fabrik führt, mit Triglochin palustris und Erythraea ramosissima, dann auf Wiesen am Bache Vrana von Unter-Kamenic gegen Černuc, an manchen Stellen in Menge, mit denselben Begleitpflanzen (Zuckerfabriksdirector Josef Kabát)! Eigentliche Halophyten wurden dort nicht bemerkt.

In Pohl's Tentamen Fl. Bohem. ist diese, von uns Neueren so lange vergeblich gesuchte Art, die doch fast in allen Nachbarländern vorkommt, bereits aufgenommen, mit den Standorten: Kelle, Obřiství, Kummern, Saidschitz, Poděbrad, Křinec (Haenke). Obwohl einige dieser Localitäten, durch Salzboden ausgezeichnet, für die Art geeignet wären, ist sie später auf keiner derselben wieder gefunden worden, daher es scheint, dass der in seinen böhmischen Angaben sehr unzuverlässige Haenke nur per analogiam auf jene Standorte gerathen hat. Die weitere Angabe des Tentamen: bei Dobříš im Walde (Mikan) ist völlig unwahrscheinlich. Desshalb hat Presl's Fl. čech., Opiz's Seznam und mein Prodromus die Art auf solche Angaben hin mit Recht nicht aufgenommen.

Gladiolus paluster Gaud. Bei Všetat im Elbthale auf der Wiese mit Gymnadenia odoratissima, nur in 2 blühenden Exempl. (leg. Kafka 1884)! Wurde von mir auch schon 1872 bei Rožďalovic, „auf hochgrasiger Waldprärie hinter dem Forsthause Nutzhorn gegen Kopidlno zu“ (Prodr. Nachträge unter G. imbricatus) und zwar in Frucht in Menge aufgefunden, aber damals nicht näher untersucht

und unter dem Einflusse des Vorurtheils, dass in Böhmen nur der Gl. imbricatus wachse, als solcher verzeichnet. (Auch Pospíchal hat ihn als solchen in seiner Flora des Flussgebiets der Cidlina und Mrlina aufgeführt). Die Revision des böhm. Herbariums ergab weiter, dass auch die, sehr mangelhaft, ohne Knolle und Frucht, gesammelte Pflanze von „Waldwiesen bei Holic“ (Čeněk!) zu Glad. paluster gehört.

Gl. paluster wird schon von Koch in Synopsis B. II (1844) in Böhmen angegeben, aber ohne näheren Standort, danach auch in Reichb. Iconogr. germ. IX, in Maly's Enumerat. und Nymans Conspectus. Die böhm. Floristen kannten ihn für Böhmen aber nicht, z. Th. weil sie ihn (wie Čeněk und Opiz) für Gl. imbricatus hielten, daher beziehen sich vielleicht noch andere Angaben des Gl. imbric. im Elbgebiet, so „Herrschaft Poděbrad“ (Opiz), „Pardubic“ (Nekut) auf Gl. paluster. Diesen verzeichnet zwar Opiz im Seznam, aber nur auf Koch's Gewähr hin, ohne einen speciellen Standort zu kennen, da er in einem seiner Manuscripte bei dieser Art nur „Böhmen (Koch)“ angemerkt hat. Koch dürfte aber den Gl. paluster bereits von Jemandem aus Böhmen zugeschickt erhalten haben.

Zum richtigen Gl. imbricatus L. gehören aber mit Sicherheit die Standorte: bei Volešna (Mörk)! Jaroměř und Josefstadt: Chraster Flur (Knaf)! und Fasanerie (Hähnel)! Wald bei Chlumec (Hohbach)! Nickl bei Leitomyschl (Čel.)!

Hieracium tatrense Peter (H. cernuum Uechtr. in Fiek Fl. Schles. vix Fries teste Peter). Nächstverwandt dem H. flagellare Willd. (H. stoloniflorum Aut. siles.), durch folgendes unterschieden: in allen Theilen feiner und kleiner, Stengel niedriger, nur $\frac{1}{2}$—1′ hoch, gabelspaltig, 2—3köpfig. Blätter häufig schmal verkehrt-lanzettlich, fein zugespitzt, oder verkehrt-länglich, deren Zottenbekleidung feiner, spärlicher, weiss. Köpfe kleiner, häufig anfangs nickend, Hüllen dunkel grün.

Nach A. Peter eine Unterart des H. flagellare W. und vom scandinavischen H. cernuum Fr. verschieden. Man könnte auch dem Ansehen nach ein H. flagellare × auricula vermuthen, wenn das Consortium dem entspräche.

Im Riesengebirge: auf Wiesen bei den Grenzbauden (Schneider! Ficinus!).

Hieracium glaucellum Lindebg. (teste Uechtritz). Sehr ähnlich dem H. atratum Fr. (dem die Form wohl untergeordnet werden könnte), auffällig durch die hellgrünen, glaucescenten, leicht

gelblich werdenden Laubblätter. Lindeberg hat es in „Norges Hieracier“ in Blytt's Norges Flora als Subsp. von H. vulgatum aufgefasst.

Über dem Pantschefall in einer grossen auffälligen Gruppe (Vs)! Nach Uechtritz ferner am Kiesberg und (von Freyn als atratum ges.) am Krkonoš.

Hieracium Purkyněi n. sp. Stengel am Grunde mit mehrzähliger Blattrosette, sonst nur 2blättrig, schlank, spärlich behaart, mit reichlicher 8—12köpfiger Doldentraube; deren Äste bogig aufsteigend, wie die Köpfchenstiele dicht weissflockig und drüsenhaarig. Blätter licht graulich-grün, getrocknet leicht gelb werdend, beiderseits, besonders aber unterseits, am Rande und Blattstiel mit langen, weichen, weisslichen Haaren bekleidet, fein drüsig-gezähnelt; die Grundblätter oval oder elliptisch, ziemlich kurz gestielt; das untere Stengelblatt kleiner, in den ganz kurzen geflügelten Stiel verschmälert, das obere sehr klein, hochblattartig, sitzend. Köpfe mittelgross, am Grunde schmal, Hüllblätter am Grunde flockig, sonst zerstreut drüsenhaarig und mit reichlichen feinen, weisslichen, am Grunde schwärzlichen Haaren bekleidet. Ligulae dottergelb, fast orange, deren Zähne gewimpert. Griffel rauchgrau.

Steht zunächst dem H. Wimmeri, aber durch die dichte weiche Behaarung der Blätter, die weisshaarigen Hüllkelche, den reichlicher dichter verzweigten Blüthenstand, das Colorit der Blätter und die Blüthenfarbe, die bei H. Wimmeri hellgelb ist, verschieden. H. von Uechtritz hat die Pflanze auch für muthmasslich neu und dem H. Wimmeri verwandt, obwohl mit ihm nicht vereinbar anerkannt. Den Namen gab ich theils nach dem Finder, theils zum Andenken seines Onkels, meines unvergesslichen Freundes Emanuel P. und seines berühmten Grossvaters des Physiologen Joh. Ev. Purkyně.

Am Kahlenberg nächst der Kesselkoppe (Aug. 1884 Cyr. Purk.!), in 2 gleichen Exempl. gesammelt.

Hieracium pseudalbinum Uechtr. in lit. (H. albinum Autt. p. pte). Steht dem H. albinum nahe, aber der Stengel reichlicher beblättert (4—6blättrig), Blätter oval, in der Mitte am breitesten, die unteren in den Blattstiel verschmälert, die oberen mit minder umfassendem Blattstiel, die Hüllen stärker grauflockig. Sieht im vegetativen Theil dem H. bohemicum etwas ähnlich, während H. albinum durch die am Grunde gerundeten Grundblätter und den armblättrigen (meist 3blätrigen) Stengel dem H. murorum ähnlicher sieht.

Am Kiesberg im Riesengeb. (Vs! und früher schon Andere, auch K. Knaf!).

Anmerk. Ich gebe hier die ausführlichere Auseinandersetzung der Unterschiede des H. pseudalbinum vom H. albinum nach Aufzeichnungen von Uechtritz. „Grundaxe zarter, nicht so stark verdickt, Stengel zarter, dabei minder fistulos, stärker flexuos, reicher beblättert (4—6blättrig), Blätter im Durchschnitt kleiner, freudiger grün, etwas derber, die untersten nicht so deutlich abgesetzt, sondern in den Stiel mehr oder weniger kenntlich verschmälert; die grösste Breite fällt etwa in die Mitte, nicht gegen die Basis; die Blattstiele kaum oder wenigstens nur sehr schwach geflügelt, die des Stengels aufrecht, am Grunde nicht so breit umfassend. Kopfstiele und Hüllen namentlich in der Jugend stärker grauflockig. Reife Achenen hellrothbraun (bei albinum dunkler, zuletzt fast schwarzbraun)."

Picris hieracioides L. var. paleacea (P. paleacea Vest, P. umbellata Nees). Blätter hellgrün, weich, wie der Stengel feinborstig-kurzhaarig, stumpflich, oft nach vorn breiter, alle nur ausgerandet-gezähnelt. Köpfe wenige, kurz gestielt, oft doldentraubig, Hüllblätter dunkelgrün, fast schwärzlich, in der Mittellinie feinborstig und sternflockig.

Auf Wiesen im Thal bei Vyšensko nächst Chudenic, also schon im Vorgebirge des Böhmerwaldes, in Folge des Abmähens in einer forma putata, wohl mit Grassamen eingeführt, weil P. hieracioides in dortiger Gegend wie überhaupt im ganzen südlichen Böhmen nicht vorkommt (oder vielleicht aus Baiern angeflogen?).

Anmerk. Die beste Charakteristik dieser dem Ansehen nach sehr eigenthümlichen Varietät findet sich, auf unsere Pflanze ganz passend, in Reichenbachs Fl. germ. excurs. pag. 253: foliis amplexicaulibus lanceolatis obtusis, repando-denticulatis, hirtis (nec hispidis), capitulis umbellato-cymosis, anthodio atro-virente. Auf Berg- und Voralpenwiesen: Baiern, Thüringen.

⨯ Inula hirta × salicina (I. rigida Döll, I. spuria Kerner). Rhizom dünn, mehr weniger lang kriechend. Stengel und Blätter mehr oder weniger rauhhaarig und letztere kleindrüsig. Blätter länglich oder länglich-lanzettlich, mit schwach herzförmigem Grunde etwas stengelumfassend. Hüllblätter etwa zur Hälfte knorpelig, blass, mit grünem, lanzettlichen, am Rand und Mittelnerv lang und steif gewimperten, sonst kahlen Spreitenanhang, die äusseren fast oder doch zu $^2/_3$ so lang als die inneren.

Ist gut intermediär, wiewohl bald der I. hirta bald der salicina näher stehend. Die Hüllblätter der I. hirta sind nur am Grunde kurz knorpelig, ihren grössten Theil bildet der verlängerte, lanzettliche, dicht rauhhaarige und drüsige Spreitenanhang; bei I. salicina sind die meisten Hüllschuppen zum weit grössten Theile hinauf knorpelig, ihr Spreitenanhang kurz, dreieckig-lanzettlich, am Rande feingewimpert, sonst ziemlich kahl.

Mit den Eltern am Berge Homole bei Tuháň bei Smečno in beiden Annäherungsformen (Vandas, Juli 1884)! Wurde auch schon früher zweimal gesammelt, in den der I. salicina habituell ähnlicheren Formen, die ich im Prodr. Fl. Böhm. als (behaarte Form der) I. salicina aufgeführt habe, während die Sammler sie beide als I. hirta bestimmten; nämlich: am Mileschauer Berge (Malinský 1855)! dann von Zwol bei Jaroměř (Čeněk)! Diese letztere besonders der I. salicina ähnlich, spärlich behaart, jedoch der Hüllkelch der des Bastards und die Ligulae breiter und deutlicher nervig gebändert, hierin auf I. hirta hinweisend. Es bleibt aber noch von beiden Standorten das Vorkommen der beiden Stammarten zu konstatiren; für den Mileschauer, der im Verbreitungsbezirke beider Arten liegt, ist es a priori nicht zweifelhaft; für das nordöstliche Jaroměř ist aber I. hirta mehr auffällig, deren östlichster Punkt in Böhmen bisher Dymokur war.

Centaurea nigra L. Bei Eger auf einer Wiese bei Siechenhaus (Jaksch von 1854 an)! nach gefälliger Auskunft des Finders nicht häufig und in der neuesten Zeit, vielleicht in Folge des Abmähens, nicht mehr bemerkt. Wurde daselbst schon von Dalla Torre als C. austriaca W. angegeben, was ich schon früher bezweifelt habe (s. Prodr. Nach. S. 809). Wenn nicht etwa eine zufällige Einschleppung stattfand, so wäre ein spontanes Hospitiren von Baiern her anzunehmen.

⪤ Carduus crispus × acanthoides. Gut intermediär. Stacheln der Blattränder und der mit der Spitze zurückgebogenen Hüllkelchblätter derber als bei C. crispus, aber feiner als bei C. acanthoides, Blätter unterseits sehr dünn spinnwebig-filzig. Kopfstiele weissfilzig. Köpfe auf den Ästen 2—5, kurzgestielt.

Bei Rokycan an der Strasse nach Miröschau (Hora)! Zu bemerken ist, dass H. Hora die eine muthmassliche Stammart C. crispus dort, vielleicht nur zufällig, nicht gesehen hat.

⪤ Cirsium lanceolatum × acaule. Habitus beider Eltern. Stengel 1köpfig oder mit mehreren 1köpfigen Ästen. Blätter oberseits ohne Stachelchen (zum Unterschiede von anderwärts gefun-

denen Individuen dieser Combination; nur an einem Blatte bemerkte ich einen Stachel auf der Oberseite), die oberen kurz herablaufend, die unteren gestielt, nicht herablaufend. Endstachel der Hüllblättchen kräftiger als bei C. acaule, abstehend.

Mit den Eltern auf einem Grasplatze beim Dorfe Imling bei Laun (Velenovský)!

Echinospermum lappula Lehm. f. procumbens. Stengel von Grund aus viel- und langästig, ausgebreitet niederliegend.

So auf Brachfeldern bei Laun am Wege nach Malnic, zahlreich!

Von auffälligem Habitus, da sonst der Stengel aufrecht, oberwärts erst ästig ist (die Äste dafür kürzer), was manche Floristen (Reichenbach, Neilreich, Ascherson) in der Artdiagnose anführen.

Verbascum versiflorum Schrad. (V. thapsus × phoeniceum?). Bei Malnic nächst Laun, auf grasigem Abhang, unter Verb. phoeniceum (Velenovský)! Die vorliegende Pflanze ist sicher hybrid zwischen V. phoeniceum und einer Art der Thapsus-Gruppe. Zu ihr passt auch in der Hauptsache die Beschreibung des Verb. versiflorum Schrad. bei Koch und Pfund, welches Koch und neuestens Focke (Pflanzen-Mischlinge) für V. thapsus × phoeniceum erklären. Auf V. phoeniceum weisen ausser dem Consortium die grossen, breit elliptisch-länglichen, kurzgestielten, ungleich grob gekerbten Grundblätter und die viel kleineren und nach oben immer kleiner werdenden Stengelblätter, die armblüthigen Blüthenbüschel der durch mehrere Seitentrauben bereicherten Endtraube, die zwar gelben aber stellenweis rothbraun gefärbten, am Grunde violetten Corollen, die violette, oberwärts gelblichweisse Staubfadenwolle, die nierenförmigen Staubkolben. Schwieriger ist es, die zweite Stammart aus der Thapsusgruppe, auf welche die graue dünnfilzige Behaarung, die lange schweifartige Endtraube aus Blüthenbüscheln und die, wenn auch nur sehr schwach, herablaufenden länglichen mittleren Stengelblätter hinweisen, zu bestimmen, um so mehr, als fataler Weise eine zweite Stammart in der Nähe des Bastards von Velenovský nicht bemerkt wurde. Die Blüthen sprechen aber für V. thapsus. Die Corollen halten in der Grösse die Mitte zwischen beiden, sind am Grunde etwas vertieft, die Staubfäden, von denen 2 etwas länger, oberwärts kahl, mit grösseren Beuteln, haben nicht herablaufende Staubbeutel, und der oberwärts keulig verdickte Griffel hat eine kopfige, nicht herablaufende Narbe. (In der Beschreibung, die Ascherson von V. thapsiforme × phoeniceum gibt, wird die Narbe „am Griffel herablaufend" angegeben und dasselbe sollte man von V. phlomoides

× phoeniceum erwarten). Die Blüthenbüschel (die Koch und Pfund bei der Tausch-Schraderschen Pflanze in der primären Traube als 3—4blüthig, seltener sogar auch 5blüthig angeben) sind selbst in der kräftigeren Endtraube meist nur 2blüthig, nur die untersten 3blüthig, die der schwächeren Seitentrauben aber 2—1blüthig, die Blüthenstiele etwa 2mal, später 3mal länger als der Kelch.

Auffällig ist mir nur für den Abkömmling von V. thapsus das so gar schwach angedeutete Herablaufen der mittleren Blätter, man sollte sie deutlicher herablaufend erwarten. Vielleicht war aber V. thapsus var. semidecurrens m. (V. montanum Autt. bohem.) im Spiele. Dieses Zweifels wegen habe ich das Fragezeichen oben beigesetzt.

V. versiflorum ist bisher nur einmal von Tausch bei Tauschim [Toušeň] in Böhmen vor mehr als 60 Jahren wild gefunden worden, welche Pflanze ich nicht gesehen habe; deshalb habe ich die Pflanze von Laun hier quasi als Neuigkeit besprochen.

Orobanche procera Koch var. dentifera m. Kelchblättchen vorn meist mit einem kurzen, abgerundet-ovalen, gewöhnlich fast ganz abgetrennten Zahne.

Am Fusse des Berges Hoblík bei Laun (Velenovský)! Der Sammler konnte die Wurzel der Nährpflanze nicht mit herausbekommen; doch wird die Art wie anderwärts wohl auf Cirsium (arvense?) schmarotzt haben. Die ganze Pflanze war (nach Velen.) gelblich, so auch die geruchlose, in der Rückenmitte gekrümmte, weite und kurze Corolle; die Narbe braungelb. Das zahnförmige Läppchen vorn am Grunde des Kelchblattes ist manchmal nur als ein wenig abgesetzter Vorsprung des schief eiförmig-lanzettlichen Kelchblattes angedeutet, den ich auch an anderweitigen Exemplaren der O. procera finde, daher die Pflanze von Laun sicher nur eine eigenthümliche Varietät dieser Art darstellt.

Stachys silvatica L. f. abnormalis virescens. Im Waldschlage am Berge Bělč bei Chudenic in einer Gruppe. Diese vergrünte Form sieht sehr zierlich aus, die Traube verlängert, die Corolle stark verkleinert, beide Lippen verkürzt, grünlich, mehr oder weniger breit schmutzig-purpurn umsäumt, die Kronröhre ebenfalls trüb purpurn. Staubgef. fast normal, Fruchtknoten länglich, äusserlich ungetheilt, oder oben 4lappig, mit terminalem Griffel und mit 2 am Grunde verwachsenen, 2eiigen Wandplacenten. Wenn mich das Gedächtniss nicht trügt, hat dieselbe oder eine ähnliche Virescenz dieser Art Peyritsch beobachtet und in der Festschrift über das Ovulum abgebildet.

L a m i u m g a l e o b d o l o n Crantz var. m o n t a n u m (Galeobdolon vulgare β montanum Pers.). Obere Blätter länglich bis lanzettlich, lang zugespitzt, schärfer und tiefer (fast eingeschnitten) gesägt, das oberste Blattpaar klein, steril. Griffel roth.

In Gebirgsgegenden. Bei Tetschen: um den Sperlingstein allgemein (nur diese var.)! am Schneeberge! B. Kamnitz! Böhm. Schweiz! Riesengebirge: bei Schatzlar (Pax). Bei Winterberg am Böhmerwalde (Claudi)! und wohl viel verbreitet.

(Die var. vulgaris hat die Blätter eiförmig, obere eiförmiglänglich, oft (doch keineswegs immer) auch die obersten Blüthen stützend. Griffel blass. So allgemein bei Prag.)

M a r r u b i u m p e r e g r i n u m L. (M. creticum Mill., M. pauciflorum Wallr.). Im Dorfe Malnic bei Laun, an Strassen, Wegen und auf Schuttplätzen, nur im oberen Theile des Dorfes stellenweise in grosser Menge, sowie in der nächsten Umgebung auf Kalkboden (Kreideformation); sonst aber nirgends in der ganzen Gegend! (zuerst von Velenovský aufgefunden).

M a r r u b i u m r e m o t u m Kit. (M. peregrinum × vulgare, M. pannonicum Reichb.). Mit dem vorigen an gleichen Orten, zahlreich, etwa $^1/_3$ oder $^1/_4$ von der Individuenzahl des M. peregrinum, häufiger als M. vulgare, welches auch in der Nähe wächst! (zuerst Velenovský).

Der Standort der beiden Marrubien in dem einzigen Dorfe (nicht aber auch auf freien Plätzen in der sonstigen Gegend) weist auf Einschleppung hin, jedoch sind beide bereits vollkommen und offenbar seit längerer Zeit in Menge eingebürgert, weil auf einer ziemlich grossen Area dort verbreitet. Auch in Mitteldeutschland (Halle u. a.) sind diese östlichen, zunächst im südlicheren Mähren und Nieder-Österreich einheimischen Marrubien nur als eingebürgert zu betrachten.

Das Marrub. remotum Kit. ist auch nach meiner Überzeugung ein Bastard, nach allen Merkmalen intermediär, auch fand ich ihn in Malnic nach Untersuchung vieler Exemplare unfruchtbar, indem die Kelche bald nach dem Abblühen vertrocknen und die Fruchtknoten schrumpfen. In Ungarn freilich erzeugt er nach Kerner keimfähigen Samen, daher ihn Kerner als einen „zur Art gewordenen" Bastard betrachtet. Die ungewöhnliche Häufigkeit des bei uns sterilen Bastards verliert ihre Befremdlichkeit, wenn man alle drei Marrubien von zahlreichen Hummeln unermüdlich besucht sieht.

In Betreff der Nomenclatur schliesse ich mich nach eigener Verfolgung der älteren Literatur durchaus Kerner an (s. Vegeta-

tionsverh. 1874, Österr. Bot. Ztschr. N. 11.), nur habe ich noch folgendes hinzuzusetzen. Dass Clusius unter seinem Marr. alterum pannonicum das Marrub. peregrinum L. nach obiger Auffassung, nämlich M. pauciflorum Wallr., verstanden hat, ergiebt sich aus seinen Angaben zur Genüge, nur die Abbildung scheint nicht gut zu passen, indessen passt sie ebensowenig zum M. remotum. Die Aufklärung des Räthsels fand ich in De l' Obel's Plantarum seu stirpium historia pag. 278, wo dieselbe Figur, wie sie Clusius hat, als Marr. candidum alterum hispanicum bezeichnet ist. Hiernach stellt die Figur offenbar das M. candidissimum L. dar (wohl nicht M. supinum L., welches rundliche Blätter hat). Clusius hielt dieses irrig für seine österreichische Pflanze und entlehnte die Lobel'sche Abbildung, die daher natürlich das M. peregrinum L. nicht gut darstellen kann. Bauhin hat dann, diesem Irrthum des Clusius folgend, die Lobel'sche und die Clusius'sche Art für identisch gehalten und sie M. album latifolium peregrinum genannt. Linné, der die Lobel'sche Art als M. candidissimum aufstellte, kann mithin unter M. peregrinum nur die Clusius'sche Art verstanden haben. Von den Standorten, die Linné angiebt, ist aber nur Austria richtig, auf Sicilien und Creta wächst weder M. peregrinum noch M. candidissimum.

Was das Marr. peregrinum var. β Linné's, nämlich das M. album angustifolium peregrinum Bauh. betrifft, so ist dies den Synonymen nach ein mixtum compositum. Bauhin citirt z. B. M. creticum Dodon. und M. creticum angustiore folio Pena et Lob. Advers. Dodonaeus versteht darunter (l. c. pag. 88) das österreichische M. peregrinum selbst („in Pannonia superiore haud infrequens"). Die Pflanze von Pena und Lobel (l. c. pag. 222) ist der freilich sehr schlechten (bei Dalechamps, den Linné zu seiner var. β citirt, bloss copirten) Figur nach einem Marrubium, insbesondere dem peregrinum, sehr wenig ähnlich, eher einer Sideritis; daher diese Synonyme am besten ganz zu ignoriren sind.

Marrub. creticum Mill. ist aber einmal jünger als M. peregrinum L., einmal auch darum nicht annehmbar, weil die Art auf Creta gar nicht wächst.

Für den Bastard ist aber der älteste sichere Name M. remotum Kit., denn M. paniculatum Desr. ist zweifelhaft, überdies für die in Rede stehende Pflanze sehr unpassend. In den Reliquiae Kitaibelianae (edid. Kanitz) wurden für M. remotum noch die Namen M. deficiens vel intermedium publicirt. Dazu bemerke ich, dass das M. remotum aus dem Herbar des Grafen Waldstein im böhm. Museum

mit der eigenhändigen Waldstein'schen Scheda: „Marrub. distans oder intermedium N. Sp. Waldstein — Ungarn“ vorliegt. Es scheint also, dass Kitaibel aus dem Waldstein'schen distans ein remotum gemacht hat und dass das posthum veröffentlichte sinnlose M. deficiens aus distans corrumpirt ist.

† Bunias orientalis L. Auf Wiesen um Bužehrad an der Eger bei Laun, zahlreich (Velenovský)! Jedenfalls eingeschleppt oder verwildert. Woher mag Nyman im Conspectus die Angabe „Bohemia“ haben?

Dianthus Carthusianorum L. var. asperulus Vandas. Untere Stengelglieder und äusserer häutiger Rand der unteren Blätter sehr fein kurzhaarig-rauh.

So bei Pürglitz (Gintl! Vandas!).

† Silene dichotoma Ehrh. Im Kleefeld zwischen Rodowitz und Haida (Conrath)!

Linum austriacum L. Am grasigen Südabhang des Berges Kožov bei Laun, in grossen Stöcken, aber nicht zahlreich, neben massenhaftem Andropogon (Velenovský)!

NB. Die Blätter sind durchscheinend punktirt (bei L. perenne nicht so), die Blüthenstiele bläulich und deutlich gegliedert.

Aegopodium podagraria L. var. cordatum m. Grundblätter sehr gross, unvollkommen doppelt gedreit, d. h. die unteren primären Blättchen nur 2theilig, mit nur einem, unteren, Seitenblättchen 2. Grades; dieses wie die Seitenblättchen des endständigen gedreiten Blatttheils sehr kurz gestielt bis fast sitzend; alle Blättchen am Grunde tief herzförmig, die benachbarten mit den herzförmigen Basen einander deckend. Blattstiele und Blattunterseite ungewöhnlich dicht flaumig.

So im Böhmerwalde bei Eleonorenhain: im Bergwalde an der Strasse bei Guthausen 1881, zahlreich, jedoch nur steril von mir gefunden!

† Cnidium apioides Spreng.

Am Abhange der Hasenburg in Prag, im Walde über der Restauration, unterhalb der Festungsmauern! Velenovský fand und erkannte dort diese südlichere Art 1883, früher schon, 1868, sammelte sie an derselben Stelle Freyn, ohne sie zu bestimmen. Ihr ursprüngliches Vorkommen ist wohl nicht anzunehmen, wahrscheinlich wurde sie dort etwa zur selben Zeit eingebürgert, als die Caucalis orientalis bei Kuchelbad angesiedelt wurde; doch ist sie jetzt ziemlich häufig an der angezeigten Localität, wenigstens in Grundblättern,

obwohl sie, wahrscheinlich des tiefen Baumschattens wegen, nur selten an freieren Stellen blüht und Früchte reift.

† Trifolium pratense L. var. hirsutum m. Sehr kräftig, mastig, an 3′ hoch, in den oberen Theilen, besonders auf Stengel und Ästen, Blattstielen und Kelchen abstehend rauhhaarig.

Bei Vyšensko nächst Chudenic 1884 auf Feldern gebaut. Mir wurde gesagt, diese Abart stamme aus amerikanischen Kleesamen; in der That zeigt ein Exemplar von Trif. pratense aus Nordamerika, von Chicago (leg. Scammon!), dieselbe Behaarung der oberen Stengeltheile. In Torrey and Gray „Flora of North-America" geschieht aber einer solchen Varietät keine Erwähnung.

Neue Pflanzenstandorte.

Cryptogamae vasculares.

Ophioglossum vulgatum L. Feuchte Wiese beim Dorfe Počátek unweit Chotěboř (D)!

Botrychium Lunaria Sw. Pardubic: Fasanerie, auch hinter dem Bahnhof (Jahn)! Hutweide am Steinschönauer Berge (C)! Steinbruch auf der Lehne zwischen Kačice und Čelechovice, ziemlich zahlreich (Vs)! Abhang des Strasseneinschnitts zwischen Lomnic und Wittingau (W)! Chotěboř: Wiese hinter den Wällen und hie und da sonst in Wäldern und auf Dämmen (D)!

Botrychium matricariaefolium A. Br. Chotěboř: Wald „na Břevnici" (1880 D)! auch im Walde zum Perný, an beiden Orten ziemlich sparsam (D).

Botrychium ternatum Sw. Mit voriger an beiden Orten bei Chotěboř, aber häufiger (D)!

Blechnum spicant Roth. Chotěboř: im Stadtwalde hinter dem Hegerhaus unweit des Bahnwächters (D)!

Struthiopteris germanica Willd. Schlucht „obere Schleusse" bei Hinter-Dittersbach, reichlich fruchtend; auf böhm. Seite sehr zahlreich, auf sächsischer wenig; auch noch ausserhalb der „Schleusse" am Kirnitsch-Bache gegen Hinter-Dittersbach, aber sporadisch (Sch)!

Pteris aquilina L. In den Wäldern von Smečno selten, nur im Waldthale „v Němcích" (Vs)!

Asplenium germanicum Weiss. Chotěboř: auf Felsen „v Obolcích" (D)!

Athyrium filix femina Roth var. fallax Čel. Adler-Kostelec: Lehne unweit der Kapelle, unter der Normalform (Hs)!

Aspidium aculeatum a) lobatum (Sw.). „Na Podhůře" bei Chrudim; Pardubic: im Walde bei Spojil (Jahn)!

Aspidium lonchitis Sw. Chotěboř: Lehne gegenüber dem Hegerhaus „v Obolcích" (D)! In Wäldern bei Kardaš-Řečic bei Neuhaus vereinzelt (nach P. Rundensteiner).

Aspidium thelypteris Sw. Um Pardubic häufiger: bei Černá, Studánka, Čivic, Spojil (Jahn)! Wassergräben zwischen Lissa und Vrutic, steril und klein, mit Cladium mariscus (C)! Sumpf beim Liticer Bahnhof bei Pilsen (Ha)!

Polypodium Robertianum Hoffm. Brandeis a. Adler (Jahn)! Turnau: Farářství, Berg Kozákov (Bělohlávek nach Jahn)! Peruc (Vs)! Bilichov bei Jungfer-Teinitz (Vs)! Steinige Abhänge vor Zeměchy bei Laun (V). Felsen des Beraunflusses bei Kalinoves, Umkreis von Zbirov (Ř)!

Woodsia ilvensis R. Br. Fels bei Strašic (Dr. Jahn).

Equisetum arvense L. var. nemorosum. Waldlehne beim Forsthause Bilichov!

Equisetum hiemale L. Kiefernwald bei Čečelic im Elbthale (V). Bei Sebusein und am Wege von da nach Aussig am linken Elbufer häufig (Vs)!

Lycopodium selago L. Im Schlossrevier bei Wittingau mit Lycop. clavatum und annotinum (Kř)! Chotěboř: feuchte Waldstrecke „v Obolcích" (D)! Turnau (Bělohlávek nach Jahn)!

Lycopodium inundatum L. Chotěboř: feuchte Wiesen bei Střízov (D 1881)! Niedermühl bei Neuhaus (Rs).

Lycopodium annotinum L. Zwischen Liška und Melchiorhütte bei Čihaná (Ha)! Chotěboř (D)!

Lycopodium complanatum L. (genuinum). Mit vorigem bei Číhaná (Ha)! Srbic bei Stankau (Lehrer Holub)! Heinrichschlag bei Neuhaus (Rs). Turnau (Bělohlávek). Chotěboř: im Walde hinter Zálabí (D)! Berg Žďár bei Rokycan (Prof. Zdenko Jahn)!

Monocotyledoneae.

Lemna trisulca L. Wiesenebene der Eger bei Laun (V).

Lemna gibba L. Teich bei Zárybničná Lhota bei Tábor (S).

Potamogeton pectinatus L. Bach bei Lenešic bei Laun (V).

Potamogeton trichoides Cham. Lomnic bei Wittingau: Teichel „v Kolencích", (W)!

Potamogeton lucens L. An der Eger bei Laun, Bach bei Lenešic (V).

Potamogeton gramineus L. β. heterophyllus. Torfgräben bei Vápensko bei Lissa (P).

Potamogeton rufescens Schrad. Siemandl-Teich bei Steinschönau (C)!

Potamogeton plantagineus Ducr. Torfgräben am „Hrabanov" bei Lissa (V)!

Calla palustris L. Tábor: Torfige Wiese bei Husí Hrádek (S).

Sparganium minimum Fr. Torfe bei Lissa am sog. „Hrabanov" und bei Vrutic (f. natans, P)!

Typha latifolia L. Am Bach bei Lenešic b. Laun, mit T. angustif. (V). Thiergarten bei Neuhaus (Rs).

Andropogon ischaemum L. Bei Klobouk am Wege gegen Kl. Horešovic! Um Laun häufig! Um Hoch-Lieben, Řepín, Krpy häufig (Ž)!

† Setaria italica P. B. Gebaut bei Merklín! Wittingau: Graben bei der Dreifaltigkeitskapelle (W)!

Setaria verticillata L. Bei der Barbara-Kirche in Kuttenberg (F).

Stipa Grafiana Stev. Dvorce bei Prag (Č f.)! Veliká hora bei Karlstein (V)! Basalthügel bei Laun: am Rannayer in Menge und in grossen Rasen, sowie am Hoblík (V)! Hügel bei Bilin (Winkler 1853, als S. pennata)! — Var. hirsuta Velen. Blattscheiden rauhhaarig. So am Hoblík mit der Normalform (V)!

Stipa Joannis Čel. (S. pennata b. Joannis). Rannayer Berg bei Laun (V)! Auf der „dürren Spitze" bei Topkowitz nächst Aussig, in der Gegend „Steinflachs" genannt!

Stipa Tirsa Stev. s. oben.

Stipa capillata L. Bei Peruc (Vs)! Um Laun häufig (V), z. B. am Kreuzberg auf Kieselschotter!

Coleanthus subtilis Seidl. Am Teich Dvořiště bei Lomnic 1884 zahlreich (W)!

Calamagrostis lanceolata Roth. Teich zwischen Kreibitz und Georgenthal, mit Drosera rotundif. und Comarum (Vs)!

Calamagrostis Halleriana DC. Moldauufer oberhalb Klingenberg (V)!

Phleum Boehmeri Wib. Lehnen des Thales Klokoty bei Tábor (S).

Sesleria coerulea Ard. Auf feuchten Heidewiesen am westlichen Rande des Waldes Doubice bei Poříčan in Menge! Launer Berge: am Rannayer, am Berge bei Černodol (V).

Ventenata avenacea Koel. Bei Švihau auf dem licht bewaldeten Abhang über der Bahn!

Avena pratensis L. Wald Doubice bei Poříčan! Peruc (Vs)!

Avena pubescens Huds. Waldrand der Doubice bei Poříčan!

† Avena orientalis Schreb. Bei Klattau nächst Lub mit Wicke gemischt gebaut (1884)!

Anmerk. Dürfte doch von Av. sativa L. zu trennen sein, da sie sich ausser durch den hohen üppigen Wuchs (Höhe bis 5′), die breiteren Blätter, die grösseren Spelzen, den zusammengezogenen, einseitigen langen Blüthenstand mit zahlreicheren Ährchen auch durch eine am Grunde ungedrehte Granne (die bei A. sativa gedreht ist) unterscheidet.

Aira caryophyllea L. Sandiger Kieferbestand in der Doubice bei Poříčan! Bei Lána am Wege von Tuchlovic nach Žilina (Vs)! Lomnic: Sandflur am Walde „na Dvořišti“ (W)!

Koeleria gracilis Pers. Lipenec, Malnic bei Laun (V).

Koeleria glauca DC. Sandiger Kiefernwald bei Poříčan, spärlich!

Melica picta C. Koch. In Prag auf der Hasenburg (Č. f.)! (Im unteren Elbthal um den Sperlingstein sah ich sie nicht, sondern nur M. nutans).

Melica transsilvanica Schur (M. ciliata L. a. transsilv.). Hřešice bei Srbeč unweit Schlan (Vs)! Bei Laun am Hoblík (V)! Am Göltsch (C)! Reichenau bei Senftenberg (Hs)!

Sclerochloa dura Scop. Um Laun häufig (V).

Poa palustris L. (Roth). Im Röhricht des Merklíner Teiches sehr viel! Bei Písek auch am Egerufer unter dem Martínek reichlich (Ci)!

Molinia coerulea Mönch β. silvestris Schlecht. Waldlehne beim Forsthaus Bilichov, besonders im oberen Theil, schön!

Festuca myurus L. Jungferbřežan: an einer Mauer (J)! Am Wege von Tuchlovic nach Žilina bei Lána (Vs)! Bei Srbic bei Stankau (Lehrer Holub)!

Festuca duriuscula Host. Lhotka bei Reichenau nächst Adler-Kostelec (Hs)!

Festuca silvatica Vill. Im Buchenwald am Fuss der Lehne gegenüber der Försterei Bilichov, mit Veratrum nigrum, nicht blühend!

Brachypodium silvaticum R. et Sch. Im Walde bei Postelberg und bei Lenešic, und im Walde bei Obora nächst Laun häufig (V). Bei Leitomyšl hinter St. Antonius auch die Var. mit rauhhaarigen Deckspelzen (Kl)!

Brachypodium pennatum P. B. Forsthaus bei Bilichov!

Bromus racemosus L. Bei Kl. Horešovic nächst Jungfer-Teinitz im Kleefelde!

Bromus commutatus Schrad. Bei Malnic, Priesen, Veltěž bei Laun (V)! Lub bei Klattau: im Kleefelde!

Bromus patulus M. K. Malnic, Priesen bei Laun (V).

Bromus asper Murr. Bilichauer Lehne!

Bromus erectus Huds. Um Laun häufig (V). Bei Tábor zerstreut und vereinzelt, so auf Abhängen gegen Alt-Tábor (S).

Bromus inermis Leyss. Um Laun häufig (V). Adler-Kostelec: bei Čestic am Bachufer (Hs)!

Triticum glaucum Desf. Auf den Basaltbergen bei Laun, z. B. am Hoblík, verbreitet (V)!

Triticum caninum L. Obora bei Laun, Wald hinter Lenešic und bei Postelberg (V).

† Lolium multiflorum Lamk. An der Kuttenberger Localbahn nach Sedlec sehr viel (F). Sonnberg bei Gratzen, unter steierischem Rothklee nicht selten (T)! Tábor: auf neu angelegten Wiesen hie und da (S).

Carex teretiuscula Good. Torfe bei Vápensko bei Lissa (P). Teich bei Žehrovic bei Neu-Strašic (Vs)!

Carex paradoxa Willd. Torfwiesen bei Vápensko mit voriger (P)!

Carex elongata L. Lomnic: Teichufer „v Dubovcích“ (W)!

Carex remota L. Vítkovic bei Rochlitz am Riesengebirge (C. P.)! Chlum bei Rakonitz (Vs). Prag: Schlucht zwischen Modřan und Cholupic (Ř)!

Carex cyperoides L. Chudenic: am Bělč im Waldschlage als Anflug! bei Srbic (Holub)!

Carex brizoides L. (genuina.) Wiesen bei Bužehrad bei Laun (V).

Carex Schreberi Schrank. Um Laun verbreitet (V).

Carex disticha Huds. Lissa: am Hrabanov und bei Vápensko. (P). In der Wiesenniederung an der Eger bei Laun häufig (V) Miesufer bei Pilsen!

Carex Buekii Wimm. Weidengebüsch im Egerthal zwischen Priesen und Laun (V)! Budweis: rechtes Moldauufer vor der Mühle

„u Suchomela“ (Křížek)! Teichrand bei Rosenmühl bei Deutschbrod (Felix Schwarzel! als C. stricta).

Anmerk. Auch ohne Halme kenntlich an den sehr langen, steifen, sattgrünen Blättern (V).

Carex stricta L. Auf Torfwiesen bei Lissa gegen Vrutic und bis Vápensko sehr häufig (P). Wiesenmoore am Westrande der Doubice bei Velenka nächst Sadská in Menge! Teiche bei Sonnberg bei Gratzen (T)!

Carex caespitosa L. Waldbach in der Doubice bei Sadská! Kolín: am Wege nach Konarovic (P). Srnčí rybník [Rehteich] im Oborský Revier bei Smečno, auch auf Wiesen bei Kačic und Mšec, häufig (Vs)!

Carex digitata L. Lehne bei der Försterei Bilichov!

Carex humilis Leyss. Felsige Lehnen beim „panský višnovec“ be Hoch-Lieben (Ž)! Lehne gegenüber der Bilichauer Försterei, im oberen Theile, einzeln!

Carex montana L. Waldrücken oberhalb Hřivic bei Jungferteinitz, mit C. pilulifera (V).

Carex umbrosa Host. Bei Steinkirchen zwischen Budweis und Krumau (Křížek)!

Carex tomentosa L. Peruc (Vs)!

Carex Buxbaumii Wahl. Im Walde Doubice bei Sadská an mehreren Stellen! Auf den Torfen bei Lissa gegen Vrutic, nämlich „na Hrabanově“ und bei Vápensko (P.; vor Zeiten schon Tausch).

Carex supina Wahl. Kieferwald bei Čečelic (V)! Am Hoblík und Rannayer Berg bei Laun (V)?

Carex flacca Schreb. Um Laun häufig (V).

Carex pendula Huds. Waldtümpel zwischen Preschkau und Hillemühl bei B. Kamnitz (C)!

Carex Hornschuchiana Hoppe. Wald Doubice bei Sadská: auf der moorigen Waldwiese mit Thesium ebracteatum und in grösster Menge auf den Wiesen westlich vom Walde bei Velenka und beim Pořičaner Hegerhause! Torfwiesen bei Lissa: „na Hrabanově“ und von da gegen Vrutic und bis Vápensko in Menge (Polák, vormals schon Tausch).

Anmerk. Die Exemplare aus dem Doubicer-Walde zeigen häufig eine starke hechtblaue Bereifung besonders der unteren Blätter, eine Erscheinung, die in den Floren nicht erwähnt wird.

Carex distans L. Auf Wiesen des Doubice-Waldes nicht so häufig wie vorige! Bei Laun fast auf allen Sumpfwiesen (V).
Carex Michelii Host. Prag: Wäldchen „V Míchu“ bei Klíčan (J).
Carex riparia Curt. Nasse Waldstelle bei Obora bei Laun (V).
Carex filiformis L. Torfe bei Lissa: na Hrabanově und bei Vápensko (P)!
Cladium mariscus R. Br. s. oben.
Scirpus compressus Pers. Chlum bei Rakonitz, mit Carex remota, zahlreich (Vs)!
Scirpus Tabernaemontani Gmel. Auf Torfen bei Lissa gegen Vrutic häufig (P). Auf Sumpfwiesen bei Laun häufig (V).
Scirpus setaceus L. Němčic bei Neugedein!
Scirpus pauciflorus Lightf. Auf den Torfen bei Lissa häufig (P).
Scirpus uniglumis Link. Auf Sumpfstellen bei Laun häufig (V).
Scirpus acicularis L. var. fluitans. Wittingau: Teichel bei den städtischen Fischbehältern (Kř)!
Eriophorum alpinum L. Torfwiesen und Gräben bei Sonnberg bei Gratzen, zerstreut (T)! Moosinger Teich bei Neuhaus und Gestüthof mit E. vaginatum L. (Rs).
Schoenus nigricans L. Auf dem Torfe „na Hrabanově“ bei Lissa in Menge (P)! Eigentlich der erste neuerer Zeit sichergestellte Fundort; denn bei Hirschberg ist die Art seit Tausch nicht wiedergefunden, der Standort von J. Hackel bei Kly und Obříství ist aber höchst wahrscheinlich mit den nahegelegenen Liblicer „Kyselky“, die jetzt leider zu Feld geworden, identisch, gehörte also zu Schoenus ferrugineus.
Schoenus ferrugineus L. Auf den Torfen bei Lissa vom Hrabanov bis gegen Vápensko in Menge verbreitet (P)!
*Schoenus intermedius Čel. s. oben.
Juncus filiformis L. var. subtilis Čel. s. oben.
Juncus obtusiflorus Ehrh. Bei Lissa am Hrabanov und gegen Vrutic auf den Torfen häufig (Polák, und schon Tausch).
Juncus fuscoater Schreb. Teich Potěšil bei Lomnic (W)! Um Sonnberg bei Gratzen verbreitet (T)!
Juncus squarrosus L. Hrdlořezer Revier zwischen Suchenthal und Georgenthal bei Gratzen (A. Heimerl).
Juncus sphaerocarpus Nees. Stein bei Eger (Jaksch nach Hora)! Zweiter böhmischer Standort.
Tulipa silvestris L. Prag: im Zeughausgarten auf der Kleinseite (Studnička nach Freyn)!

Ornithogalum umbellatum L. Prag: im Haine Cibulka (Ř)! Doubravic bei Budweis (Křížek)! Neuhaus: bei der Papiermühle auf einer Weise, wohl ursprünglich angepflanzt (Rs).

Ornithogalum tenuifolium Guss. Überall um Tichlowic unter dem Sperlingstein bei Aussig! Peruc (Vs)!

Allium ursinum L. Adler-Kostelec: Lehne unterhalb Sudslav [Cuclau] bei Potenstein (Director Holoubek nach Häusler)! Im Walde bei St. Petrus nächst Zbirow in Menge, die Waldparthie heisst dort „v česneku" (im Lauch) (Ř)!

Allium montanum Schm. Zwischen Žilina und Bratronic bei Lána, auf Basaltfelsen, auch im Klíčavathal beim Heger (Vs)! Biliner Bořen (Ř)!

Allium schoenoprasum L. Nach J. Hackel am Göltsch und Kleis. Da am letzteren Berge die var. sibiricum wirklich gefunden wurde, so dürfte sich auch der erstere Standort für dieselbe Varietät bestätigen.

Allium vineale L. Felder bei Sonnberg bei Gratzen, mit A. oleraceum (T)!

Muscari comosum Mill. Unter Sommerhafer bei den Dörfern Trautmanns und Sacherles bei Gratzen, im Lehmboden, vereinzelt (T)!

Muscari tenuiflorum Tausch. Peruc (Vs)! Am Hoblík und Kožov bei Laun (V).

Anthericum liliago L. Prag: Fels oberhalb Košíř (Č. f.)! Laun: Abhänge bei Opočno mit Anth. ramosum, Abhänge oberhalb Bužehrad, Berg Hoblík (V).

Anthericum ramosum L. Grossdorf bei Korycan (f. simplex, J)! Lehne im Radouner Walde bei Hoch-Lieben (Ž) ! Lehne gegenüber dem Forsthause bei Bilichov, in Menge! Bergrücken oberhalb Slavětín, Lehnen östlich von Opočno bei Laun, in Menge (V).

Asparagus officinalis L. Um Laun häufig (V).

Polygonatum officinale All. Wald Doubice bei Poříčan, mit P. multiflorum!

Polygonatum multiflorum All. Bilichower Lehne! Bei Peruc (Vs)! Wald bei Postelberg (V).

Anmerk. Polyg. latifolium Jacq. ist zur Zeit aus der böhm. Flora zu streichen. Herr Vandas sah an dem vom Dechant Daneš bestimmt angegebenen Standort, wo P. latif. häufig sein sollte, „u pěkné vyhlídky", nur P. multiflorum. Wahrscheinlich fand also

im Herbar des H. Dechants, welches auch niederösterreichische Pflanzen enthielt, eine zufällige Verwechselung von Exemplaren statt.

Paris quadrifolia L. Wald Doubice bei Poříčan!

Colchicum autumnale L. Auf Wiesen beim Walde Doubice gemein (auch 1 Expl. mit Blättern und mit Blüthe im Mai)! Bei Neuhaus gegen Poliken (Rs.).

Veratrum nigrum L. s. oben.

Tofieldia calyculata Wahl. Auf den Hrabanov-Wiesen bei Lissa (P).

Triglochin palustris L. Sumpfwiesen zwischen Lissa und Vrutic (C)! Nasse Wiese nahe dem Bilichauer Forsthause! Bei Laun im Egerthal (V).

Triglochin maritima L. s. oben.

Sagittaria sagittaefolia L. Teich bei Lhota Zárybničná bei Tábor häufig (S).

† Elodea canadensis Rich. In Pilsen selbst in der Mies bei dem Eisenstege!

Galanthus nivalis L. Bei Puchers mit Petasites albus (von einem Schüler Prof. Křížek's)!

Gladiolus paluster Gaud. s. oben.

Iris sibirica L. Waldwiese beim Forsthaus Zakopaný bei Lána (Vs)!

Orchis ustulata L. Auf Bergwiesen des Sperlingsteins bei Aussig, mit O. morio, häufig! (Ein Bastard beider vergeblich gesucht.)

Orchis mascula L. Bei Herrnskretschen (Khek)!

Orchis palustris Jacq. (O. laxiflora Lamk. var.). Torfe bei Lissa gegen Vrutic (P).

Orchis maculata L. Häusles bei Gratzen (T)!

Gymnadenia conopea R. Br. Moorige Waldwiese beim Bilichover Försterhaus (Vs)!

Platanthera solstitialis Bönn. Bilichover Lehne! Humusreiche Kieferwäldchen bei Sonnberg und Häusles bei Gratzen (T)!

Platanthera chlorantha Cust. Wald Doubice bei Poříčan, mit P. solstit. (V)! Im Walde Bukov bei Zbirow (Ř)!

Cephalanthera pallens Rich. Lehne beim Bilichover Forsthause! Peruc (Vs)!

Cephalanthera rubra Rich. Mit voriger beim Bilichover Forsthause!

Epipactis palustris Crantz. Torfsümpfe „Hrabanov“ bei Lissa (P).

Neottia nidus avis Rich. Doubicer Wald bei Pořičan, spärlich! Waldlehne bei Bilichau! Kolenecer Thiergarten bei Lomnic (W)!

Listera cordata R. Br. Todtenwürgberg bei Neuwelt (Kafka).

Listera ovata R. Br. Waldrand am Sperlingstein bei Aussig, mit Convallaria majalis! Wald Doubice bei Pořičan! Chudenicer Fasanerie, spärlich (Č. f.).

Goodyera repens R. Br. Feuchte Torfstelle im Schlossrevier (Hrádeček) bei Wittingau, nicht zahlreich (Kř)!

Coralliorhiza innata R. Br. Riesengebirge: Hüttenbachfall unter dem Kessel (C. Purk.)!

Dicotyledoneae.

1. *Apetalae.*

Ceratophyllum demersum L. Bach bei Lenešic (V). Neuhof bei Neuhaus (Rs).

Hippuris vulgaris L. Wassergräben bei Vrutic nächst Lissa (V).

Callitriche stagnalis Scop. Schwora bei Leipa: in ausgetrockneter schlammiger Pfütze (Sch)!

Euphorbia falcata L. Bei Laun auch: um Obora, Radonic, Slavětín, bei Zeměch, Touchovic und Jimlín (Imling) (V). Feld mit Schwarzboden bei Hochlieben und bei Nepřeváz am Chlumek bei Jungbunzlau (Ž)!

Euphorbia palustris L. Am westlicheu Waldrand der Doubice bei Velenka zahlreich!

Euphorbia lucida W. K. Am Pořičaner Doubice-Wald nächst Velenka nicht häufig!

Mercurialis annua L. Laun: am Wege nach Malnic! In Lub bei Klattau auf einem Anger!

Betula pubescens Ehrh. Schönlinde: Stefan Otto's Wald (Sch)!

Alnus incana DC. Beim Forsthause am Merkliner Teich mehrere fruchttragende Bäume, gepflanzt! Um Tábor häufig („bílá olše") (S).

Alnus viridis DC. Häufig bei Brünnl, Sonnberg bei Gratzen (T)!

Salix repens L. b) rosmarinifolia. Waldwiesen bei der Doubice bei Pořičan! Um Sonnberg bei Gratzen ziemlich verbreitet (T)!

≍ Salix silesiaca × phylicaefolia. Im Schneegraben des Riesengrundes, mit den Eltern (Freyn, Fiek, Pax!). (Siehe Uechtritz Bericht der schles. Ges. für 1883.)

⨯ Salix aurita × repens. Sumpfwiesen südlich von Schwora bei Leipa (Sch)!

Parietaria officinalis L. Verwildert im landwirthschaftl. bot. Garten von Tábor und im benachbarten Gesträuch (S).

Atriplex nitens Schk. Um Laun häufig!

Schizotheca hastata Čel. Zäune in Nieder-Politz (Sch)! Adler-Kostelec, Synkow, Slemeno (Hs)!

Schizotheca tatarica Čel. (Atriplex laciniata Presl, Koch). Um Laun häufig! auch bei Klobuk!

Chenopodium murale L. Um Laun in den Dörfern häufig, so in Zeměch, Touchovic, Jimlín, Konětop (V).

Polycnemum arvense L. a) minus. Kardaš-Řečic bei Neuhaus (Rs). — b) majus (A. Br.) Weinberg am Wege von Hochlieben nach Řepín (Ž)!

Polygonum bistorta L. Sonnberg bei Gratzen (T)!

Rumex maritimus L. *a)* aureus (With.). Bei Hochlieben und Byšic (Ž)! — *b)* limosus (Thuill.) hält Prof. Hausknecht für eine dem R. maritimus (aureus) näherstehende Form des Bastards maritimus × conglomeratus, was ich nach dem mir bekannten Vorkommen nicht glaube, während mein von R. limosus bedeutend verschiedener R. Knafii sicher hybrid ist.

Rumex sanguineus L. Waldthal unterhalb Sct. Georg bei Smečno (Vs)!

Rumex hydrolapathum Huds. Gräben am Klutscherteiche und am Birkenweiher in Schwora bei B. Leipa (Sch)!

Rumex aquaticus L. An der Eger bei Postelberg (V).

Rumex acetosa L. *b)* crispus Roth (R. acetosa var. auriculatus Wallr. Koch, R. intermedius Sturm D. Fl. nec DC., R. thyrsiflorus Fingerh., R. thyrsoides Hartm. nec Desf.). Wurzel dick, ziemlich tief eindringend, oben verholzend. Stengel dicker, härter als bei *a)* hastatus, 2—3′ hoch. Mittlere Blätter oft gekraust, dicklicher, oft mit horizontal abstehenden Öhrchen. Thyrsus reichlicher mit doppelt kleineren Fruchthüllen und Achenen, erstere sammt Fruchtstielen grünlich (nicht purpurn angelaufen).

Hausknecht (in Schriften des Botan. Vereins für Gesammtthüringen 1884 S. 58) hält die Form für eine gute Art. Ich finde jedoch nach Herbarsexemplaren die Merkmale nicht so konstant und verschiedene Übergänge, daher ich die Form vorläufig nur allenfalls als Rasse betrachten kann, eine weitere Beobachtung der lebenden Pflanze mir vorbehaltend.

Im böhm. Herbar z. Zeit nur bei Prag (Tausch! Ruda!), speciell bei Záběhlic (Opiz)! Blüht nach Hausknecht erst vom Juli, bis September fruchtend (*a.* hastatus vom Mai bis Juli blühend und fruchtend) und liebt mehr freie, trockenere Standorte (*a.* fette, feuchtere, auch schattige Wiesen).

Thymelaea arvensis Lamk. Grossdorf bei Korycan: Rübenfeld „na skalách“ (J)! Feld „na Šafránku“ bei Hoch-Lieben; auch am grasigen Wegrain von Hoch-Lieben gegen Zahájí (Ž)!

Daphne cneorum L. Kieferwäldchen am Wege zwischen Hostin und Mělnická Vrutice ziemlich zahlreich (Ž)!

Daphne mezereum L. Waldiger Bergrücken über Hřivic im Ročower Thale (V).

Thesium pratense Ehrh. Wittingau: nächst der St. Georgskirche (W)!

Thesium intermedium Ehrh. Am Hoblík bei Laun (V)!

Thesium montanum Ehrh. Peruc (Vs)! Waldige Lehne gegenüber dem Bilichover Forsthause, im oberen Theile!

Aristolochia clematitis L. Bei Sebusein an der Elbe zahlreich (Khek)!

2. *Sympetalae.*

Bryonia alba L. Um Postelberg häufig (V).

† Sicyos angulatus L. In Třešovic bei Nechanic im Zaune (Uzel).

Phyteuma nigrum Schm. Bei Herrnskretschen mit Orchis mascula, sehr zahlreich (Khek)!

Campanula cervicaria L. Řepíner Laubwälder bei Hoch-Lieben (Ž)! Berg Strobnitz bei Osseg (Ř)!

Campanula glomerata L. Řepíner Wälder mit vorig. (Ž)! Písek: auch bei Vrcovic (Ciboch)!

Xanthium strumarium L. Klein-Horešovic bei Klobuk!

Xanthium spinosum L. Prag: Hügel um Hrdlořez (C)!

Arnoseris pusilla Gärtn. Sonnberg bei Gratzen zerstreut (T)!

Crepis rhoeadifolia MB. Bei Všetat an der Bahn!

† Crepis setosa Hall. f. Wiese am Egerufer bei Loun, unweit der Bunias orientalis (V)!

† Crepis nicaeensis Balb. Wiese am Egerufer bei Laun mit voriger (V)!

Crepis praemorsa Tausch. Wiesen im Walde Doubice bei Poříčan und am westlichen Waldrande ebendaselbst, ziemlich zahl-

reich! Wiese bei Všetat mit Linum perenne (C)! Torfwiesen bei Lissa gegen Vrutic (P).

Crepis paludosa Mönch β. brachyotus Čel. Bei Königgrätz mit C. succisaef. und mit ihr vermengt (Hansgirg)! Reinwiese in der sog. böhm. Schweiz (Vs)! Nasse Wiesen unter dem Spitzberg bei Gottesgab, mit C. succisaef. zusammen! Wiesen am Pilský-Teiche (Vs)! Blatna: Wiese am Podoler Teiche bei Mačkov (V)! (in den „Resultaten" für 1882 irrig als C. succisaef. aufgeführt).

Wird meist als C. succisaefolia gesammelt, besonders wenn Früchte und Pappus noch nicht entwickelt sind, ist aber auch durch die spitzen, wenn auch kleinen Öhrchen der Stengelblätter, die schrottsägeförmigen Grundblätter und die viel längeren schwarzen Drüsenhaare des sonst kahlen Anthodiums zu unterscheiden.

Hieracium tatrense Peter s. oben.

Hieracium floribundum (iseranum) × pilosella. Um die Grenzbauden im östlichen Riesengebirge (Pax). Iserwiese (Uechtr.). — Mir unbekannt.

Hieracium cymosum × pilosella (H. acuminatum Čel. Prodr. květ. česk. IV.) Auf dem bewaldeten Hügel bei Hlubočep neben zahlreichem H. cymosum und sparsamen H. pilosella (Freyn, Velen.)!

Hieracium pratense Tausch. Waldschlag in der Doubice bei Sadská, nahe der Waldstrasse! Adler-Kostelec (Hs)! Wittingau, auf der Wiese bei St. Aegidius (W)!

Hieracium aurantiacum L. bildet nach Schneider in lit. im Riesengebirge bei den Grenzbauden Bastarde mit H. suecicum, pilosella, auricula, flagellare.

Hieracium collinum Gochn. Tausch. Fels oberhalb Košíř bei Prag (Č. fil.). Klíčavathal bei Laun: Lehne beim Hegerhaus (Vs)!

Hieracium subhyperboreum A. Peter (Flora 1883). Nach Peter selbst eine Subspec. des H. hyperboreum Fr. (dem H. florentinum All. und praealtum Vill. nächst verwandt). Im Riesengebirge um die Grenzbauden (A. Peter). — Mir unbekannt.

Hieracium cymosum L. Bei Peruc (Vs)!

Hieracium alpinum L. subsp. eximium Fiek (H. eximium Backh., H. calendulaeflorum Backh.). Stengel 2—6blättrig, einköpfig oder durch axilläre Seitenäste 2—3köpfig. Blätter länglich bis länglich-lanzettlich, die grundständigen in den langen breitgeflügelten Blattstiel verschmälert, meistens grob- und spitz- abstehend-gezähnt, seltener gezähnelt oder ganz-

randig. Köpfe sehr gross (wie bei alpinum var. melanocephalum Tausch sp.), nicht so langzottig. Zähne der Corolle spärlicher gewimpert.

Riesengebirge: am Gehänge unter der Kleinen Koppe (Schneider)! Am Glazer Schneeberg (Fiek Fl. Schles.).

Hieracium tortuosum Tausch (H. glanduloso-dentatum Uechtr.). Riesengebirge: auch am Kl. Teich (P)!

Hicracium nigritum Uechtr. Auch am Ziegenrücken des Riesengebirges (Vs)!

Hieracium glaucellum Lindeb. s. oben.

Hieracium Purkyněi n. sp. s. oben.

Hieracium albinum Fries. Die echte Pflanze nur in der Kl. Schneegrube (Knaf)! am Kessel (Tausch)! Kl. Koppe (Pax)! und im Elbgrund (ders., Uechtr.).

Hieracium pseudalbinum Uechtr. s. oben.

Hieracium asperulum Freyn (H. juranum β elongatum Čel. Prodr. IV.). Riesengeb.: auch am Kessel (C. P.)!

Hieracium erythropodum Uechtr. Riesengeb.: Felsen am Westabhang des Rosenberges gegen den Riesengrund über der Bergschmiede, zahlreich (Schneider)! Wiese bei Hollmann's Baude auf der Kl. Sturmhaube (K. Knaf)!

Anmerk. Diese Form, die ich nach Freyns Vorgang irrig zu H. albinum Fr. gestellt habe, von der ich aber jetzt mehr Exempl. gesehen habe, ist vielmehr dem H. vulgatum näher stehend, von dem sie sich namentlich durch schwachgezähnte bis fast ganzrandige, stumpfliche, bespitzte Blätter, deren oberes Stengelblatt in den kurzen Stiel flügelig verschmälert ist, und durch schwärzliche, schwarzdrüsige Köpfe unterschieden.

Hieracium Schmidtii Tausch. Riesengeb.: auch am Kessel (C. P.)! Pantschefall (Vs)! Prebischthor in der böhm. sächs. Schweiz (Vs)! Bei Kalinoves im Beraunthale unweit Skrej (Ř)! (eine der Pflanze vom Sperlingstein, die in den „Resultaten“ für 1883 pag. 18 erwähnt worden, sehr ähnliche, gleich jener noch weiter zu beobachtende und vielleicht vom echten H. Schmidtii zu trennende Form.)

Hieracium caesium Fr. var. alpestre Lindebg. Riesengeb.: Kesselkoppe, Pantschefall, Kiesberg (Pk)! Elbwiese (Vs)!

Hieracium laevigatum Willd. var. phyllopodum Uechtritz (H. silesiacum Čel. Prodr. kv. české II. nec Krause). Sammelte

auf der Kesselkoppe neuerdings Polák, in deutlichen Übergängen zu H. laevigatum gothicum (Fr.)!

Prenanthes purpurea L. Bilichover Lehne! Chudenic: nur auf der Doubrava selten (Č. f.)! Vrcovicer Wälder bei Písek, häufig (Cíboch)!

Chondrilla juncea L. Am Berge Kožov bei Laun, dann um Postelberg häufig (V). Herrschaftliches Brachfeld bei Neuhaus, mit Centaurea solstitialis, wohl eingeführt (Rs).

Taraxacum palustre DC. Nasse Wiesen am Doubice-Walde bei Poříčan!

Hypochoeris glabra L. Priesen bei Laun (V). — β. Balbisii (Lois.) Sandfluren südlich von Lissa (P).

Leontodon autumnalis L. β. trichocephalus Neilr. Bei Merklin, am Waldrande beim Teiche!

Picris hieracioides L. var. s. oben.

† Helminthia echioides Gärtn. An der Kuttenberger Localbahn zwischen Sedlec und Kuttenberg sparsam (F).

Scorzonera hispanica L. Thonige Anhöhe oberhalb Bužehrad bei Laun (V).

Scorzonera humilis L. Waldwiesen der Doubice bei Poříčan! Rakonitzer Wiesen bei Tábor (S).

Scorzonera laciniata L. Bei Laun auch gegen Malnic!

Aster linosyris Bernh. Auf der Homole bei Tuháň bei Smečno, mit A. amellus, aber seltener (Vs)! Laun: am Rannayer Berge, auch vor Postelberg (V).

Aster amellus L. Auf der Homole bei Tuháň sehr häufig (Vs)!

† Aster salicifolius Scholl. Im Klattauer Park, im Bachgestrüppe in Mehrzahl!

† Aster novi Belgii L. Lichte Remise bei Nedošín bei Leitomyšl (Kl)!

† Aster laevis L. Am Bache bei Hasel nächst B. Kamnitz (C)!

† Stenactis annua Nees. Wittingau: im Wiesengebüsch bei St. Aegid (W)!

† Solidago canadensis L. Weidengebüsche an der Nežárka bei Neuhaus (Rs).

Inula germanica L. Auf den Lehnen oberhalb Bužehrad bei Laun (Kreideformation) häufig (V)!

Inula hirta L. Peruc (Vs)! Am Deblík bei Sebusein (Khek)!

Inula salicina L. Auf den ehemaligen Torfwiesen Kyselky bei Všetat-Liblic früher in Menge! Bilichover Lehne! Matčina hora bei Zbirow (Ř)!

≍ Inula hirta × salicina s. oben.

Inula helenium L. Unter dem Sperlingstein in Bauerngärtchen noch jetzt gebaut!

† Galinsoga parviflora Cav. Bei Chlumec nächst Wittingau auch neuerdings in Feldern häufig! heisst dort beim Volke „ricinus“ (Šavel nach Křížek)!

Achillea setacea W. K. Bei Laun auch am Rannayer u. Hoblík (V).

Anthemis tinctoria L. Wald Habřina oberhalb Nepasice bei Hohenbruck (Uzel). Häusles bei Gratzen (T)!

† Matricaria discoidea DC. Bei Leipa auch neuestens nordwärts am neuen Wege zum Spitzberg zahlreich (Sch)!

Chrysanthemum corymbosum L. Řepíner Wälder bei Hoch-Lieben (Ž)!

Artemisia pontica L. Peruc (Vs)! Um Laun und Postelberg häufig (V).

Artemisia campestris L. *α*) macrocephala. Bei Adler-Kostelec nur hinter Čestic (Hs)!

β) microcephala. Auf Basaltfelsen des Berges Kožov bei Laun (V)!

Artemisia scoparia W. K. Písek: Lehne an der Otava „nad Martinkem“ nur an einer Stelle (Ciboch)! (somit Velenovský's Pflanze, Prodr. IV. pag. 805, wohl auch diese Art).

Filago germanica L. Babí rokle bei Hoch-Lieben (Ž)! mit F. minima Fr. Zbirow (Ř)! var. lutescens.

Gnaphalium luteo-album L. Thiergarten bei Neuhaus (Rs).

Gnaphalium arenarium L. Hochlieben, Řepín (Ž)! Veselí, Gestüthof (Rs).

Doronicum austriacum Jacq. Stengel bisweilen aus den Laubblättern verzweigt, und dann selbst 12—20köpfig. So am Fallbaum bei Eisenstein!

Senecio Jacobaea L. var. microcephala. Köpfchen fast 2mal kleiner als gewöhnlich. Haidewäldchen bei Sonnberg bei Gratzen (T)!

Senecio barbareaefolius Krock. Wiese unter dem Teiche Svět bei Wittingau (Kř)! Krischau bei Neuhaus (Rs).

Senecio campestris DC. *γ*. discoideus (Cineraria capitata Wahl.). Perucer Lehne (Vs)!

Petasites albus Gärtn. Puchers (Kř). (Die Standorte bei Chudenic sind zu streichen.)

Eupatorium cannabinum L. Byšicer Bach bei Byšic, dann unterhalb Kokořín (Ž)!

Serratula tinctoria L. Vrcovic bei Písek, spärlich (Ciboch)!

Centaurea jacea L. *b*) decipiens und *c*) pratensis. Auf Wiesen der Adler bei Adler-Kostelec häufig (Hs)!

Centaurea nigra L. s. oben.

Centaurea axillaris Willd. Bei Laun: Abhänge vor Zeměchy [Semich] (V)! Bei Písek am Otavaufer unterhalb Držov spärlich (Ciboch)! also noch südlicher von Klingenberg.

Centaurea solstitialis L. Strassengraben vor Postelberg, von Laun her (V)! Brachfeld bei Neuhaus (Rs).

Carduus crispus L. Laun: hinter Lenešic, und im Walde bei Obora (V).

Carduus crispus × acanthoides s. oben.

Cirsium eriophorum L. Um die Basaltberge bei Laun (V).

Cirsium pannonicum Gaud. Lehne über dem Bilichover Forsthause (Vs)!

≍ Cirsium lanceolatum × eriophorum. Waldschläge des Koselberges bei B. Leipa ziemlich zahlreich, nicht weit von den Eltern (Sch)!

≍ Cirsium lanceolatum × acaule s. oben.

≍ Cirsium oleraceum × acaule (C. rigens Wallr.). Hofberg bei Sandau (C)! Bilichover Lehne (eine f. superacaulis)!

≍ Cirsium oleraceum × palustre (C. hybridum Koch). Červený Dolík im Hlinský Revier bei Smečno (Vs)! Wiesen „u Slovanky“ bei Lana (Vs)!

≍ Cirsium canum × oleraceum (C. tataricum Wimm.). Bei Leipa auch die röthlich blühende Form, doch viel seltener als die weissblühende (Sch). Erstere auch anderwärts beobachtet.

≍ Cirsium pannonicum × acaule (C. Freyerianum (Koch), Lehne über dem Bilichover Forsthause, mit den Eltern (Vs)!

≍ Cirsium canum × acaule (C. Winklerianum Čel.). Waldwiese bei Hradečno nächst Smečno (Vs)!

≍ Cirsium canum × palustre var. palustriforme. Červený dolík im Hlinský Revier bei Smečno (Vs)!

≍ Cirsium heterophyllum × palustre var. indivisa (foliis omnibus lanceolatis, integris, dupplicato-serratis). Am Wege von Polaun nach Neuwelt, mit den Eltern (Vs)!

Carlina acaulis L. Um Tábor häufig (S). Eine f. subcaulescens mit sehr kurzem Stengel bei Sonnberg bei Gratzen (T)!

Xeranthemum annuum L. Der ergiebige Standort bei Troja (Prodr. p. 814) ist seit etwa 10 Jahren durch Anlage eines Weingartens grösstentheils zerstört und kommt die Art oberhalb des Weinberges nur noch in spärlicher Anzahl vor.

Scabiosa columbaria L. Auf Diluvium bei Postelberg (V).

Scabiosa ochroleuca L. Um Klobuk häufig! Bei Krischau nächst Neuhaus (Rs).

Scabiosa suaveolens Desf. Bilichover Lehne, auf der Höhe! In der Launer Gegend überhaupt häufig: so am Kreuzberg bei Priesen! bei Malnic, Zeměch [Semich], Konětop, am Hoblík, Kožov, auch bel Slavětín reichlich (V).

Valeriana officinalis L. var. angustifolia (Tausch). Schlossberg bei Zbirow (Ř)!

Valerianella auricula DC. Chudenic: im Felde bei Chocomyšl einzeln!

Asperula tinctoria L. Wald oberhalb Hřivic südl. von Postelberg (V).

Asperula galioides M. Bieb. Peruc (Vs)! Lehnen oberhalb Opočno bei Laun (V).

Galium spurium L. Laun! Klattau: gegen Luby! Leitomyšl: Felder bei der Bahnstation (Kl)!

Galium tricorne With. Laun: am Wege nach Malnic! unter den Bužehrader Lehnen (V).

Lonicera caprifolium L. Lehnen bei Peruc (Vs)!

Lonicera nigra L. Pintovka bei Tábor (S). Holnauer Teichdamm und Fasangarten bei Neuhaus, einzeln (Rs).

Sambucus ebulus L. Feld „ve Žlábkách" bei Mcel (Ž)!

Viburnum lantana L. Lehne des Bilichover Reviers! Peruc (Vs)! Bei Laun auch am Hoblík (V).

Gentiana pneumonanthe L. Liblic (J)! Sonnberg bei Gratzen (T)!

Gentiana ciliata L. Hoch-Lieben: sandige Lehne beim panský višňovec, am Chlomek, ziemlich viel, u. a. (Ž)! Bilichover Lehne! Laun: oberhalb Bužehrad; Wälder oberhalb Hřivic (V).

Gentiana amarella L. (genuina). Hoch-Lieben; „v Černavě" (Ž)!

Gentiana germanica Willd. Bilichover Lehne, auf der Höhe, mit Scab. suaveolens! Häusles bei Gratzen (T)!

Gentiana campestris L. Krausebauden im Riesengebirge (C. Purk.)!

Erythraea linariaefolia Pers. Lissa: auch auf den Torfen „na Hrabanově" (P).

Echinospermum lappula Lehm. Am Chlomek bei Melnik (Ž)! β procumbens s. oben.

Myosotis caespitosa Schultz. Lodenicer Bach bei Mšec (Vs)! mit Limosella. Strassengraben zwischen Semín und Kladrub (P).

Myosotis alpestris Schm. Am Basaltberge Hoblík bei Laun mit M. silvatica L. genuina (V)!

Myosotis versicolor Sm. Rand des sandigen Kieferwaldes bei Poříčan, spärlich!

Lithospermum purpureo-coeruleum L. Bilichov (Vs)! Wäldchen „v Míchu" bei Klíčan (J).

Pulmonaria officinalis L. var. maculosa Hayne. Um den Sperlingstein bei Tetschen kommt nur diese Form vor; der Vergleich der lebenden Pflanze mit der var. obscura ergab ausser der Geflecktheit kein constantes wesentliches Merkmal weiter; zumal die Blattform und Länge des Blattstieles variirt oft an derselben Pflanze.

Nonnea pulla DC. Um Hoch-Lieben und Řepín häufig (Ž)! Peruc (Vs)!

Symphytum officinale L. β. albiflorum (S. bohemicum Schm.). Am Poříčaner Hain Doubice bei Velenka nicht zahlreich! Wiese bei Kačic nächst Schlan, nicht häufig (Vs)!

Polemonium coeruleum L. In einer Steinmauer im Dorfe Němčic bei Neugedein, nur 1 Expl., offenbar verwildert!

Convolvulus arvensis L. β. auriculatus Desr. Rübenfeld beim Launer Bahnhof (V)!

Physalis alkekengi L. In Gartenzäunen in Chlomek bei Melník (Ž)!

† Nicandra physaloides Gärtn. Schutt in Malšovic bei Königingrätz 1883 (Uzel). Erdaufschüttung bei Neuhaus (Rs).

Datura stramonium L. Laun, Klobuk häufig!

Hyoscyamus niger L. Laun, Klobuk häufig! Chudenic: in Přetín! Klattau: in Lub spärlich!

Verbascum phoeniceum L. Laun: auch am Hoblík, bei Malnic und Postelberg (V).

⨯ Verbascum thapsus × phoeniceum? s. oben.

Scrofularia alata Gil. b. Neesii Wirtg. Am Brodec-Bächlein im Stadtwald von Adler-Kostelec, und am Mühlgraben vor Dlouhá louka zwischen Kostelec und Týniště (Hs)!

Limosella aquatica L. Schwora bei Leipa (Sch)!

† Mimulus luteus L. Am Bache zwischen Brüx und Tschausch in Menge (Ř)!

† Linaria cymbalaria Mill. Gartenmauer in Kuttenberg (Fr). Mauer im Schieshausgarten bei Neuhaus, ganz damit bedeckt (Rs). Frauenberg: Mauer unweit dem Friedhofe (Rs).

Linaria spuria Mill. Bei Loučeň am Wege von Chudíř nach Rejšic (Ž)!

Linaria arvensis Mill. Sandiges Brachfeld bei Hodkovičky bei Prag (Ha)! Bei Grazen, sehr selten (T).

Digitalis ambigua Murr. Im Wald bei Poříčan nicht häufig!

† Digitalis purpurea L. Verwildert am Bache bei Niedergrund bei Bodenbach (Vs)! Im Waldschlage nächst dem „Bade“ bei Chudenic, einige Expl. roth- und weissblühend!

Veronica montana L. Bei Potenstein im Walde am Fahrwege gegen Prorub (Hs)!

Veronica prostrata L. Bei Poříčan! Laun: bei Lipenz, Malnic (V).

Veronica praecox All. Felder bei Malnic, Semich, Lipenz, Jimlin häufig (V).

Veronica opaca Fr. In Dobroměřic bei Laun, an einer Mauer (V)!

Veronica agrestris L. Fr. Chudenic: bei Šepadl im Kartoffelfelde (Č. f.). Sonnberg bei Grazen (T)!

Euphrasia lutea L. Sehr häufig auf Lehnen beim „panský višňovec“, am Chlomek bei Hoch-Lieben und am Fussweg von Hoch-Lieben nach Zahájí (Ž)!

Melampyrum cristatum L. Wäldchen hinter Cholupic bei Prag (Ř)! Lehne bei Hřešic bei Schlan (Vs)! Am Hoblík bei Laun, Postelberg (V).

Orobanche caryophyllacea Sm. Lehne gegenüber dem Bilichover Forsthause (Vs)! Sonnige Waldblösse hinter Lenešic gegen Postelberg zu (V)!

Orobanche procera Koch var. dentifera s. oben.

Orobanche picridis F. Schultz. Am Ziegenberg bei Gross-Priesen, mit Gentiana cruciata (Khek)! Eisenbahndamm in Bilin, bei der Brücke (Ř)! nach der Meinung des Sammlers, dem es aber nicht gelang die Nährpflanze im Zusammenhange mit auszugraben, auf Medicago, was nicht richtig sein kann, da die Art O. picridis ist und nicht etwa O. rubens Wallr.

Orobanche coerulescens Steph. Bei Sebusein auch am Grossen Deblík (Khek)!

Orobanche arenaria Borkh. Am Deblík mit voriger (Khek)!

† Mentha rotundifolia L. Lissa: auf nasser Wiese bei Milevsko gegen Vápensko nicht viel (P)! Bauerngärtchen in Slemeno und Olešnic bei Adlerkostelec (Hs)!

Mentha aquatica L. b. subspicata. Adlerkostelec: gegen Doudleby oberhalb dem Pohorní mlýn (Hs)!

Salvia verticillata L. Um Laun verbreitet! Neuhaus: bei der neuen Kaserne viel (Rs).

Salvia silvestris L. Hochlieben: bei Střednic selten (Ž)! Um Laun verbreitet! Klein Hořešovic bei Klobuk! Zbečno (Vs)!

Salvia pratensis L. Rudolfsthal bei Budweis (Kř)!

⪤ Salvia pratensis × silvestris (S. ambigua Čel.). Auf Rainen bei Slavětín unter den Eltern (V)!

Nepeta nuda L. (N. pannonica Jacq.). Choltic bei Heřmanměstec (Jos. Hackel).

Melittis melissophyllum L. Wald Doubice bei Poříčan, diesseits der Strasse häufig! Bilichover Lehne!

Stachys germanica L. Dorfplatz in Krpy bei Hoch-Lieben (Ž)! Černodoler Berg bei Laun (V).

Stachys alpina L. Brandeis a. Adler (Jahn)!

Stachys annua L. Prager Elbgebiet: auch bei Všetat-Liblic! Feld bei Chlomek nächst Hoch-Lieben (Ž)!

Lamium galeobdolon Crantz var. montanum s. oben.

Marrubium vulgare L. Krpy, Řepín, Liblic (Ž)! Bachufer bei Zbečno (Vs)!

Marrubium peregrinum L. s. oben.

⪤ Marrubium peregrinum × vulgare (M. remotum Kit.) s. oben.

Scutellaria hastaefolia L. Sumpfstellen der thonigen Anhöhe oberhalb Bužehrad bei Laun, mit Scorzonera hispanica (V)!

Prunella laciniata L. (P. alba Pall.). Lehne hinter Výrava bei Smiřic, zahlreich (Uzel). Laun: Lehnen unter den Bergen Hoblík und Kožov (V).

Prunella grandiflora Jacq. Um Hoch-Lieben häufig (Ž)!

Ajuga chamaepitys L. Hochlieben: beim „panský višňovec“ seltener (Ž)! Um Laun überhaupt verbreitet.

Teucrium scorodonia L. Im Walde des Zbirower Parks zahlreich (Ř)!

Teucrium scordium L. Bei Všetat auf den ehemaligen Wiesen „Kyselky“ an zwei Stellen (1877)! ob noch?

Teucrium chamaedrys L. Hochlieben, Byšicer Wälder, Chlomek bei Melník (Ž)! Häufig auf den Basaltbergen bei Laun: Rannayer, Hoblík u. a., bei Touchovic, Slavětín (V). Peruc (Vs)! Beim Biliner Bořen (Ř)!

Plantago arenaria W. K. „Na vinici“ zwischen Hoch-Lieben und Řepín (Ž)!

Litorella juncea Berg. Im Záblat-Teich bei Lomnic, häufig (W)!

Pinguicula vulgaris L. Torfwiesen bei Lissa gegen Vrutic (P)!

Utricularia vulgaris L. Wassergräben bei Vrutic bei Lissa häufig (P. V.). Gräben auf der Stradina bei Adler-Kostelec blühend (Hs)!

Utricularia neglecta Lehm. Wassergraben an der Eger bei Laun (V)! Teichel auf der Wiese zwischen Dux und Osseg (Ř)! Bei Zbirow (und Klein Oujezd) in mehreren Teicheln und Tümpeln (Ř)! Sonnberg bei Gratzen: Sohorser Teich und Tümpel häufig, blühend (T)!

Utricularia minor L. Torfe bei Lissa: am Hrabanov, bei Vápensko, in Menge blühend (P)!

Glaux maritima L. Feuchte Wiese bei Všetat, unweit des Linum perenne (C)! Wiesenebene der Eger bei Laun, so bei der Brücke nächst der Stadt, dann auf den Lehnen oberhalb Bužehrad (V)!

Anagallis arvensis L. β coerulea. Adler-Kostelec „na štěpnici“ mit var. phoenicea (Hs)!

Soldanella montana Mik. Lomnic: Waldsümpfe bei Přeseka (W)! Zwischen Georgenthal und dem Rothen Moos bei Gratzen (Heimerl).

Armeria vulgaris L. Liblic (Ž)! Diluvium bei Postelberg, nicht bei Laun (V).

Monotropa hypopitys L. Řepíner Wälder (Ž)! Bilichover Lehne!

Pirola rotundifolia L. Kieferwäldchen „Schöppelholz“ bei Glasern bei Gratzen (T)!

Pirola chlorantha Sw. Lomnic: bei Kolenec auf der sog. „Čertova šlápota“ (Teufelstritt) mit Cardamine impatiens (W)!

3. Choripetalae.

Clematis recta L. Bilichover Lehne! Lehne oberhalb Hřešic bei Schlan (Vs)!

† Clematis vitalba L. In Hrádek bei Nechanic im Zaune (Uzel).

Thalictrum minus L. Prag: oberhalb Dvorce, Skalka oberhalb Košíř (Č. f.). Peruc (Vs)! Semich bei Laun (V).

Pulsatilla vernalis Mill. Veselí: im Walde „na Rudě“ (W)! Kolenec bei Lomnic (Kř)!

Pulsatilla pratensis Mill. Hochlieben, Wald bei Radoun (Ž)! Hoblík bei Laun (V).

Pulsatilla patens Mill. Jungbunzlau: bei Josefsthal (Herz)!

Adonis vernalis L. Laun: auch am Hoblík und umliegenden Hügeln, auch bei Malnic häufig, dann auf Anhöhen oberhalb Slavětín (V).

Adonis aestivalis L. β. citrinus. „Na Šafránku“ bei Hoch-Lieben, sparsam (Ž)!

Adonis flammeus Jacq. Feld bei Lipenz (V).

Ranunculus paucistamineus Tausch*). Wassergraben am Walde Doubice bei Poříčan!

var. tripartitus. Zahlreiche obere Blätter laubig, deren untere 3schnittig, mit gestielten, 2—3spaltigen und vorn eingeschnitten-gezähnten, keilförmig verkehrteiförmigen Blättchen.

So im Wiesengraben an der Eger bei Priesen nächst Laun, mit der gewöhnlichen Var. trichophyllus (V)!

Ranunculus Petiveri Koch. Wiesengräben unter dem Hügel Hlavňov bei Nedošín (var. vaginis densius pilosis, sed achaeniis glabris) (Kl)!

Ranunculus circinatus Sibth. Tümpel an der Eger bei Laun; Bach bei Lenešic (V).

Ranunculus lingua L. Pilský-Teich bei Mšec [Kornhaus] (Vs)!

† Ranunculus Steveni Andrz. Schlosspark von Frauenberg, im Grase, 2 Expl. (Kř)!

Nigella arvensis L. Bei Hoch-Lieben: „na pískách“, „na obci“ und „na Šafránku“ (Ž)! Všetat!

Aquilegia vulgaris L. Bilichover Lehne!

Aconitum lycoctonum L. Bei Neuhaus hinter Krieschau (Rs).

Aconitum variegatum L. Bilichover Lehne!

Paeonia sp. (officinalis Retz?). Wurde nach Mittheilung H. Schiffners von Dr. Patzelt am Schladniger [Zlatníker] Berg bei Bilín gefunden. Besass ziemlich kleine, einfache Blüthen.

---

*) Man gebraucht neuester Zeit zumeist den Namen trichophyllus Chaix, der bei Villars ohne Diagnose erwähnt ist. Seit wann hat ein solcher die Priorität?

Nuphar pumilum Sm. Teich bei Neuhaus (Rs).
Corydalis fabacea Pers. Beim Červený dvůr bei Tábor (S).
Teesdalea nudicaulis R. Br. Bei Kolín, Konárovic, Elbeteinitz häufig (P).
Thlaspi alpestre L. Wiese im Prager Baumgarten (V).
Thlaspi perfoliatum L. Hochlieben, Řepín (Ž)!
Isatis tinctoria L. Im Elbthal bei Aussig und bis zum Sperlingstein sehr gemein!
Lepidium campestre R. Br. Felder bei Wittingau (Kř)!
† Lepidium perfoliatum L. Bahnhof bei Wittingau (Šavel)!
Lepidium ruderale L. Früher nicht bei Leipa; 1882 auf Schutt beim Bahnhofe mehrere Expl., jetzt an mehreren Stellen, so am neuen Spitzbergwege, gemein (Sch)!
Cardaria draba Desv. Um Laun häufig (V). Budweis: bei der Mühle Suchomel's (Kř)!
Lunaria rediviva L. Buchenwald auf der „Hora" oberhalb Zalč bei Neugedein (Č. f.)!
Cardamine enneaphylla R. Br. Am Kleis, Rollberg (Sch)! Waldlehnen der Pintovka bei Tabor, häufig (S).
Cardamine amara L. Kaiserwiese bei Prag: nächst d. Tümpel (Ř)!
Cardamine impatiens L. Lomnic: bei Kolenec (W)!
Arabis brassicaeformis Wallr. Peruc (Vs)!
Arabis sagittata DC. Adler-Kostelec (Hs)!
Arabis petraea Lamk. Basalthügel nächst Žilina bei Lána (Vs)!
Arabis Halleri L. Wittingau (Šavel)! Doubravic bei Budweis (Křížek! und schon Krejč).
Barbarea stricta Andrz. Elbufer bei Topkovic unter dem Sperlingstein! Ufer der Lužnice bei Lomnic (W)!
Roripa amphibia Bess. Am Brodec-Bach im Stadtwalde von Adler-Kostelec (Hs)!
Erysimum repandum L. Prag: Hügel bei Hrdlořez (C). Laun! Postelberg (V).
Erysimum crepidifolium Rchb. Laun: auch am Hoblík und Kožov (V).
Conringia orientalis Andrz. Hochlieben, Mcel (Ž)!
Sinapis alba L. Im Getreide bei Lenešic bei Laun sehr verbreitet (V)!
Rapistrum perenne All. Eisenbahndamm bei Chlum nächst Rakonitz (Vs)!

Reseda lutea L. Hochlieben (Ž)! Budweis: an der Eisenbahn beim Černý dvůr (Kř)! offenbar eingeschleppt.

Reseda luteola L. Lehnen „v Krpech“ bei Hochlieben (Ž)! Klein-Horešovic bei Klobuk!

Parnassia palustris L. Wiese beim Bilichover Revier!

Viola mirabilis L. Peruc (Vs)!

Viola arenaria DC. Prag: Cibulka (Opiz)! Kuchelbad (F).

Viola stagnina Kit. Wiesen mit Schwarzboden bei Vrutic b. Lissa (V)! (forma macrostipula F. Schultz teste Uechtritz, nämlich die Nebenblätter gross, die der mittleren und oberen, auch ungewöhnlich tief herzförmigen Blätter theilweise fast so lang als der Blattstiel.)

Viola pratensis M. K. Wiesen und Gräben am Westrande der Doubice bei Poříčan, mit V. canina! Wiesen bei Liblic (V).

Viola biflora L. Sandsteinfelsen am Kirnitschbache zwischen Hinter-Dittersbach und der Oberen Schleusse c. 260 M., mit Circaea alpina (C)!

Portulaca oleracea L. Priesen bei Laun (V).

Montia rivularis Gmel. Tábor: beim Pulvermagazin (S).

Montia minor Gmel. Lomnic: auch auf einem Felde bei Frahelč reichlich (W)!

Spergula Morisonii Bor. Prag: Hügel bei Hrdlořez mit Gagea bohemica (C)! Sandige Waldränder bei Srbeč (Vs)! Srbic bei Stankau (Holub)!

Sagina Linnaei Presl. Abhänge zwischen Heilbrunn und Langstrobnitz bei Gratzen (Heimerl).

Alsine tenuifolia Wahl. (A. viscosa Schreb.). Všetat: Sandbrache am Kiefernwalde!

Alsine setacea W. K. Am Ziegenberg bei Gross-Priesen mit Saxifraga aizoon (Khek)!

Cerastium brachypetalum Desp. Lehne oberhalb Topkovic gegenüber dem Sperlingstein!

Cerastium glomeratum Thuill. Im Doubice-Walde bei Poříčan, im Waldschlag jenseits der Strasse, in Menge! Srbic bei Stankau (Holub)!

Cerastium semidecandrum L. var. abortivum Coss. Waldheide hinter Přestavlk bei Adler-Kostelec (Hs)!

Stellaria Frieseana Ser. Lomnic: Wald beim Kolenecer Thiergarten (W)!

Vaccaria parviflora Mnch. Laun: bei Priesen, Lenešic, Slavětín, Veltěž (V). Bei Neuhaus nur eingeschleppt (Rs).

Kohlrauschia prolifera Kunth. Auf Diluvium bei Postelberg (nicht bei Laun) (Vs).

Dianthus silvaticus Hoppe. An der Strasse von Třtic nach Neu-Strašic (Vs)! Bei Steinkirchen zwischen Budweis und Krumau (Kř)!

Dianthus superbus L. Řepíner Wald bei Hochlieben (Ž)!

† Silene armeria L. Holzschläge im Hrdlořezer Revier bei Suchenthal unweit Gratzen (Heimerl).

Silene dichotoma Ehrh. s. oben.

Silene otites L. Hochlieben (Ž)!

Melandryum noctiflorum Fr. Um Laun, Klobuk!

Malva pusilla Sm. Klobuk! Lužná bei Rakonitz (Vs)!

Malva alcea L. Klíčavathal (Vs)!

Lavatera thuringiaca L. Am Hoblík und Kožov bei Laun (V).

Tilia platyphylla Scop. Chudenic: am Řičej wild (Č. f.)!

Tilia ulmifolia Scop. Ein riesiger alter Stamm auf Bužehrad bei Laun (V).

Hypericum humifusum L. Chrast bei Schwarzkostelec (J)! Sonnberg bei Gratzen (T)!

Hypericum tetrapterum Fr. Obora bei Laun (V).

Hypericum hirsutum L. Wald bei Obora bei Laun (V).

Elatine alsinastrum L. Reisiger Stadtteich bei Eger (von den Wellen ausgeworfenes Expl. 1858 Jaksch)! Im Teiche Lhoták bei Nechanic (Uzel).

Oxalis stricta L. Řepín bei Hochlieben, mehrfach (Ž)!

Impatiens parviflora DC. Kaiserwiese bei Prag (Ř)! Peruc (Vs)!

Geranium dissectum L. Černodol bei Laun (V). Bei Smiřic hinter Černilov (Uzel).

Geranium molle L. Vrutice bei Lissa (V)! St. Ivan am Bache (V)!

Anmerk. Bei G. pusillum L. sind die Blumenblattnägel nicht immer ganz kahl, oft nur an einem Rande mit einigen spärlichen kurzen Wimpern, bei G. molle sind diese Wimpern weit länger.

Geranium pyrenaicum L. Prag: am Teichel am Wege nach der Cibulka (Ř)!

Geranium sanguineum L. Lehne über dem Bilichover Forsthause (Vs)!

Geranium phaeum L. Strauchige Wiesen im Theresienthale bei Gratzen beim Landhause „Blaues Haus“ selten (T)! ob ursprünglich?

Linum tenuifolium L. Thonige Lehnen über Bužehrad bei Laun (V)! Grasige Abhänge oberhalb Slavětín (V).

Linum austriacum L. s. oben.

Polygala amara L. *b)* austriaca (Crantz). Auf allen Torfwiesen nördlich von Lissa, bei Vrutic (P).

Chamaebuxus alpestris Spach. Lehne bei Bilichov! Waldiger Bergrücken oberhalb Hřivic reichlich (V).

Rhamnus cathartica L. Bei Mcel „na Táboře" (Ž)! Lehne zwischen Račic und Čelichov (Vs)!

Epilobium hirsutum L. Um Laun (nebst E. parviflorum) verbreitet (V).

Epilobium Lamyi F. Schultz. Adler-Kostelec: unterhalb der Lipová stráň in der Nähe des Sejkora'schen Lohplatzes (Hs)!

Epilobium obscurum Schreb. Adler-Kostelec (Hs)!

Epilobium nutans Tausch. Riesengebirge: am Blechkamm (C. Purk.)!

⪤ Epilobium roseum × montanum (E. glanduligerum Knaf). Wüste Stellen in Suchenthal (Heimerl).

⪤ Epilobium trigonum × virgatum Pax (E. Uechtritzianum Pax). Am Rehhorn bei Schatzlar unter den Eltern (Pax). (S. Bot. Centralbl. 1883. N. 34).

Circaea lutetiana L. Im Spitalgarten bei Neuhaus reichlich verwildert (Rs).

Circaea intermedia Ehrh. Klíčavathal beim Heger (Vs)! Baumgarten und Heinrichschlag bei Neuhaus (Rs).

Circaea alpina L. Sandsteinfelsen bei Hinter-Dittersbach mit Viola biflora (C)!

Myriophyllum verticillatum L. Eger bei Laun, Bach bei Lenešic (V).

Sanicula europaea L. Řepíner Wälder bei Hochlieben (Ž)! Bilichover Lehne!

Astrantia major L. Laubwälder bei Řepín mit voriger (Ž)! Bilichover Lehne, häufig, mit Bupleurum longifolium, Veratrum nigrum u. a.!

Cicuta virosa L. Sohors bei Gratzen (T)!

Berula angustifolia Koch. Im Bach bei Lenešic nächst Laun (V).

Aegopodium podagraria L. var. cordatum s. oben.

Pimpinella magna L. Auf der Bilichover Waldlehne häufig!

var. montana m. Grundblätter sehr gross, deren Blättchen sitzend, am Grunde fiederschnittig, mit schiefherzförmiger Basis die

Blattspindel umfassend und deckend. — So bei Vítkovic bei Rochlitz am Riesengebirge (C. Purk.)!

Bupleurum falcatum L. Prager Elbgebiet: auf den ehemaligen Wiesen Kyselky bei Všetat! Zahájí bei Hochlieben; Kokořiner Thal, Mceler Lehnen (Ž)! Höhe der Lehne gegenüber dem Bilichover Forsthause!

Seseli hippomarathrum L. Um Laun verbreitet: auch am Kožov, Hoblík, bei Slavětín, Vobora, Radonic, Touchovic, Hřivic, Jimling, Semich (V). Ziegenberg bei Gross-Priesen (Khek)!

Seseli coloratum Ehrh. Hochlieben (Ž)! Grasiger Rain bei Touchovic bei Laun (V).

Cnidium apioides Spreng. s. oben.

Pastinaca opaca Bernh. Bei Pürglitz auch im Klíčavathale (Vs)!

Peucedanum cervaria Cuss. Bilichover Lehne im oberen Theile! Thonige Abhänge oberhalb Bužehrad bei Laun (V).

Peucedanum oreoselinum Mönch. Auf Diluvium bei Postelberg (V).

Peucedanum palustre Mönch. Pilský-Teich bei Kornhaus (Vs)!

Laserpitium latifolium L. Am Gögelberg nächst Levin bei Auscha (C). Bilichover Lehne (β. asperum)! Peruc (Vs)! Am Hoblík bei Laun (V).

Laserpitium prutenicum L. Grottau (α. hirtum Vs)! Perstenhof bei Gratzen (T)! Wiese bei Suchenthal (Suchdol) bei Wittingau (Kř)!

Caucalis daucoides L. Um Hochlieben verbreitet (Ž)!

Torilis helvetica Gmel. Pürglitz: auch im Klíčavathale bei Zbečno häufig (Vs)!

Scandix pecten Veneris L. Felder bei Rannay bei Laun (V).

Corefolium sativum Bess. leiospermum. Wittingau: bei den Scheuern (W)!

Cerefolium nitidum Čel. Rochlitz im Riesengebirge (C. Purk.)

Chaerophyllum aromaticum L. Touchovic bei Laun (V).

Pleurospermum austriacum Hoffm. Auf der Lehne gegenüber dem Bilichover Forsthause, nur in Blättern gef.!

Conium maculatum L. Kornhaus (Vs)! Am Wege von Laun nach Malnic!

Ribes alpinum L. Bilichover Lehne beim Forsthause (Vs)!

Ribes rubrum L. Im Walde Kapounství bei Krňovic nächst Hohenbruck, völlig wild (Uzel).

Ribes nigrum L. Am Goldbach auch in den Přeseker Wäldern bei Lomnic (W)!

Chrysosplenium alternifolium L. Mceler Wälder, spärlich (Ž)!
Chrysosplenium oppositifolium L. Am Hüttenbachfall unter dem Kessel im Riesengebirge, mit vorigem (C. Purk.)!
† Sedum spurium M. B. Schlosswälle von Zbirow (Ř)!
Sedum villosum L. Abzugsgraben beim Dorfe Glasern bei Gratzen, sehr selten (T)!
Sempervivum tectorum L. Mauern und Dächer in Hochlieben, Krpy, Byšic (Ž)!
Sempervivum soboliferum Sims. In Plotiště und Slatina bei Königingrätz, in Černikov und Výrava, Sadová, in Ober-Polanka bei Hohenbruck, auf dem Kuněticer Berge b. Pardubic (Uzel). Schloss Zbirow, blühend (Ř)!
Cotoneaster vulgaris Lindl. Lehne beim Bilichover Forsthause (Vs)! Peruc (Vs)! Am Hoblík bei Laun (V).
† Mespilus germanica L. Felsen bei Vanov im Elbthal unweit Aussig (Khek)!
Pirus aria Ehrh. Am Hoblík bei Laun (V).
Pirus torminalis Ehrh. Wie vorige (V).
† Cydonia vulgaris Pers. Am Hoblík (V).
Rosa pimpinellaefolia L. Teichdamm bei Muttaschlag bei Neuhaus (Rs); wohl gepflanzt.
Rosa gallica L. Vrutice bei Lissa (V).
Rosa trachyphylla Rau (*α.* glabra). Lehne über dem Bilichover Forsthause (Vs)! Kalkmergelabhänge oberhalb Bužehrad bei Laun (V)!
Rosa cinnamomea L. Peruc: auf der Höhe „u pěkné vyhlídky“ wild, mit einfacher Blüthe, ziemlich zahlreich (Vs)!
Rosa glauca Vill. Am Sperlingstein und unter ihm!
Rosa coriifolia Fr. Bahnhof bei Gratzen (Heimerl).
Rosa tomentosa Sm. (*α.* vulgaris). Revier Hanná bei Rakonic (Vs)! Hlinský Revier bei Smečno (Vs)!
Geum rivale L. Neuhaus: u Rychlého (Rs).
Potentilla procumbens Sibth. Jägerhaus in der Obora bei Smečno (Vs)! Waldrücken oberhalb Hřivic südwestlich von Laun (V)!
Potentilla mixta Nolte. Waldrücken oberhalb Hřivic, mit P. procumbens und reptans, reichlich (V)! (Durch langgestielte Blätter und vorherrschend 5zählige Blüthen der P. reptans näher stehend, Verzweigung und Blattform mehr von P. procumbens).

Potentilla cinerea Chaix. Laun: auch am Hoblík, Kožov; bei Malnic, Lipenz (V).

Potentilla alba L. Hügel zwischen Žilina und Bratronic bei Lana (Vs)! Bilichover Revier!

Potentilla Güntheri *β.* virescens Čel. hat Zimmeter für P. silesiaca Uechtr. erklärt. Das ist unrichtig; letztere ist, obzwar meiner Ansicht nach auch nur eine Form der Güntheri, doch eine andere Form, was auch Uechtritz, der *β.* virescens gesehen hat, mit Bestimmtheit brieflich bestätigt hat.

Potentilla canescens Bess. Bukovec bei Pilsen (Ha).

Potentilla recta L. Nieder-Prim bei Nechanic (Uzel).

Potentilla rupestris L. Geltsch (C)! Im Walde von Všenor nach Jiloviště (P).

Potentilla norvegica L. In Spalten der Steine der östlichen Böschung des Sohorser Teiches bei der Brücke nächst Svareschau bei Gratzen (T)!

Rubus saxatilis L. Bilichover Lehne!

† Rubus odoratus L. In der „Stráňka" in Častolovic, einst angepflanzt (Hs)!

Rubus suberectus Anders. Bilichover Lehne!

Rubus villicaulis Köhl. Wälder bei Hřivic (V).

Rubus amoenus Port. var. bifrons (Vest sp.). Haláczy in Kerner's Fl. exsicc. austr. hung. betont mir gegenüber die specif. Verschiedenheit des südlichen (z. B. istrischen) R. amoenus und des R. bifrons. Das ist Ansichtssache, so wie überhaupt meine Artauffassung eine andere ist. Es ist hier nicht der Ort, meine Ansicht ausführlich zu begründen, nur das sei bemerkt, dass das von Em. Purkyně im Blanskerwalde gesammelte Expl. wirklich kurze (griffellange) Staubgef. besitzt, während die viel später von mir bei Chudenic gesammelten Pflanzen längere Staubgef. besitzen, woraus eben der geringere Werth dieses Merkmals hervorgeht.

Rubus tomentosus Borkh. Rhonburg bei Drum (C).

Spiraea ulmaria L. *α.* discolor. Bei Všetat!

† Keria japonica DC. In Gärtchen unter dem Sperlingstein nebst Dicentra spectabilis Bernh. öfter gepflanzt.

Prunus chamaecerasus Jacq. Am Hoblík bei Laun (V).

Cytisus capitatus Jacq. *b)* prostratus. Wald Doubice bei Poříčan!

Cytisus biflorus l'Her. Mit voriger!

Genista germanica L. Řepíner Wälder bei Hochlieben (Ž)! Sonnberg bei Gratzen (T)! Pintovka bei Tábor (S).

Medicago minima Desr. Prag: Skalka oberhalb Košíř, dann am Tábor bei Hrdlořez (Č. f.)! Sandiges Stoppelfeld am Kiefernwaldrande bei Liblic mit Alsine viscosa! Tuháňer Revier bei Smečno (Vs)!

Melilotus dentatus Pers. Unter den thonigen Hängen bei Obora bei Laun sehr zahlreich (V)! Unter den Kalkmergellehnen bei Podsedlic ebenfalls zahlreich (V).

Trifolium spadiceum L. Adler-Kostelec: nur am Stadtwald (Hs)!

Trifolium fragiferum L. An der Strasse von Kačic nach Lana (Vs)!

Trifolium striatum L. Vinařicer Berg bei Schlan (Vs)! Lehne bei Bezděkau nächst Kladno (Vs)! Bei Laun auf den Abhängen gegen Postelberg in Menge (V).

† Trifolium incarnatum L. Gebaut bei Hochlieben, Krpy, auch bei Mcel (Ž)! Ebenso um Sonnberg bei Gratzen (T)! Zbirow (Ř)!

Trifolium alpestre L. Hain bei Všetat!

Trifolium rubens L. Auf den ehemaligen torfigen grasigen Wiesen bei Všetat (1877)! jetzt wohl schon ausgerottet. Waldlehne bei Jenikovic unfern Hohenbruck (Uzel). Am Deblík bei Sebusein (Khek)!

Trifolium ochroleucum Huds. Červený Dolík im Hlinský Revier bei Smečno (Vs)!

Anthyllis vulneraria L. Um Všetat häufig (nur β)! Hochlieben, Řepín, am Radouner Wald (Ž)! Laun: am Hoblík (V)! dann bei Radonic, häufiger um Semich und Opočno (V).

Tetragonolobus siliquosus Roth. Byšicer Wälder, nicht häufig (Ž)! Um Laun häufig (V).

Galega officinalis L. Am Graben in Blešno bei Königingrätz und in der Schlesischen Vorstadt von Königingrätz an der Bahn (Uzel).

Oxytropis pilosa DC. Laun: am Hoblík in Menge, auch am Rannayer Berge (V).

Astragalus exscapus L. Bei Laun auch am Hoblík und Kožov (V).

Astragalus cicer L. „Panská zahrada“ bei Hochlieben, selten (Ž)! Laun: bei Semich, Opočno, Touchovic (V).

Astragalus danicus Retz. Am Hoblík und Kožov bei Laun, bei Postelberg (V).

Astragalus austriacus L. Am Hoblík und Kožov, bei Postelberg reichlich (V).

Coronilla vaginalis Lamk. Bergrücken oberhalb Slavětín (V). Lehne über dem Bilichover Forsthause (Vs)!

Vicia lathyroides L. Prag: auf der Kaiserinsel gegenüber Troja auf sandigem Alluvium in Menge!

Vicia pisiformis L. Stadtwald bei Adler-Kostelec, steril (Hs)! Tábor: im Lužnicethal bei Bredow's Mühle (S).

Vicia silvatica L. Kolenecer Thiergarten bei Lomnic (W)!

Vicia villosa Roth. Prag: am Tábor bei Hrdlořez im Felde unweit vom Astragalus danicus (Č. f.)!

Vicia monanthos Desf. Bei Jiloviště hinter Königsaal, häufig mit 2blüthigen Trauben (P)!

Lathyrus tuberosus L. Um Laun häufig (V).

Lathyrus montanus Bernh. Am Sperlingstein bei Tetschen sehr reichlich!

Lathyrus niger L. Peruc (Vs)!

2.

Ueber die Auffindung eines Menschenschädels im diluvialen Lehm von Střebichovic bei Schlan.

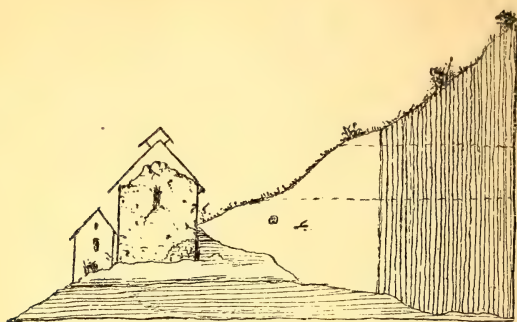
Mitgetheilt von Dr. **Ant. Fritsch** am 16. Jänner 1885.

Die Auffindung eines Menschenschädels im Diluviallehm von Podbaba*) erregte allgemeines Interesse und die Besprechung dieses Fundes in der Zeitschrift „Vesmír" führte zur Entdeckung eines ähnlichen Fundes in der Gegend von Schlan.

Ein eifriger Antiquitätensammler der Grundbesitzer Herr Fr. Duras in Jemník erinnerte sich, dass in seiner Nähe vor 5 Jahren auch ein Menschenschädel im Ziegellehm gefunden wurde und zwar vom verstorbenen Müller Landa, welcher als eifriger Archaeolog seine Ziegelbrenner genau informirt hatte. Es gelang ihm den Schädel noch zu eruiren nebst dem grossen Knochen eines Rhinoceros, der in unmittelbarer Nähe des Schädels gefunden wurde.

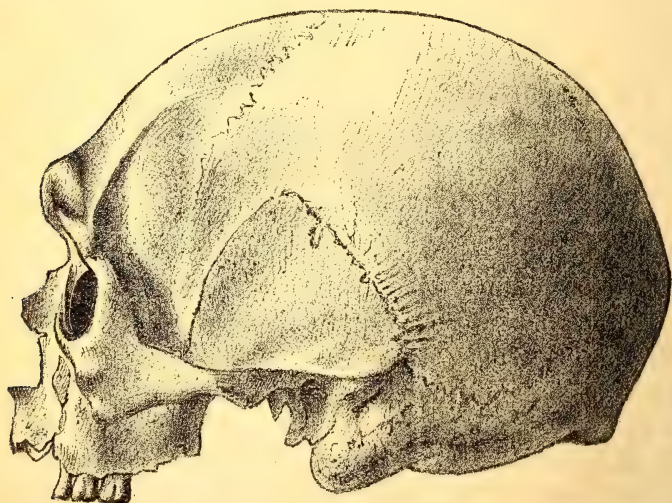
*) Sitzungsberichte 1884 pag. 152.

Herr Duras war so gütig den kostbaren Fund unserem Museum zu schenken und mir auch Näheres über den Fundort mitzutheilen. Ich fand, dass der Schädel im Bau der Stirne eine grosse Ähnlichkeit mit demjenigen von Podbaba hat, und sandte denselben an Prof.



Schaafhausen nach Bonn zur Untersuchung, welcher meine Vermuthung bestätigte.

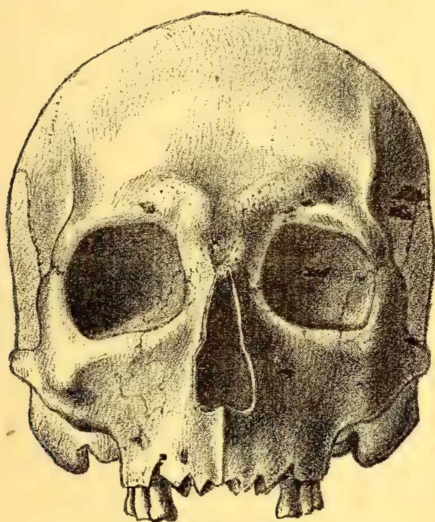
Den Fundort betreffend konnte folgendes eruirt werden: Beim Anlegen der Ziegelei unweit Střebichovic (etwa 2 Stunden süd-



lich von Schlan, am Fusse des Vinařicer Basaltberges) am Libušiner Bache, an einem Grundstücke des Mühlenbesitzers Fr. Suk wurde der Schädel in einer Tiefe von 2 Metern im gelben Ziegellehm gefunden.

Da aber beim Anfang der Grabung bei der Abschüssigkeit der Thallehne die tiefsten Schichten der mächtigen Lössablagerungen entblösst wurden, so ist die Lagerstelle des Schädels als viel tiefer unter der Ackerkrume aufzufassen, wie aus der beigegebenen Skitze deutlich zu ersehen ist.

Das Aussehen des Schädels macht nicht einen so entschieden fossilen Eindruck, und man würde daher dem Funde vielleicht keine so grosse Wichtigkeit beilegen, wenn derselbe nicht mit dem früheren Funde von Podbaba übereinstimmen würde. Der niedere Gesichtswinkel, die wulstige vorspringende Brauenwulst machen denselben Eindruck wie der Podbaba-Schädel. Die grosse Breite der Nasenwurzel erinnert an den Buschmannschädel, wie ich ihn in der Zool. Universitätssammlung zu Wien gesehen habe.



Prof. Schaafhausen besprach den Schädel in der Herbstversammlung des Naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande und Westphalens (Kölnische Zeitung 1884 Nr. 286).

Er bestätigt, dass der Schädel von Střebichovic derselben Race angehört, wie der von Podbaba, bestimmt das Alter des Individuums auf 60 Jahre und schätzt die Körpergrösse auf 6 Fuss. Ferner bemerkt er über den Schädel folgendes: „Derselbe ist mit einem Index von 76,2 mesocephal und gehört derselben Race wie der von Podbaba an, mit dem er den vorspringenden Brauenwulst, Grösse und Richtung der Zitzenfortsätze, Länge des Stirnbeins und der Pfeilnaht gemeinsam hat. Er zeigt in einer Reihe von Merkmalen eine nie-

dere Bildung, doch ist sein Prognathismus geringer als der der rohesten Negerstämme und seine Schädelnähte sind besser entwickelt; auch die Nasenöffnung. Stellt man ihn auf die vereinbarte deutsche Horizontale, so ist die Ebene des Hinterhauptloches ebenfalls horizontal und das Gesicht nach abwärts gerichtet. Mit den Zeichen der Rohheit steht die Grösse des Schädelvolums, wie es scheint, im Widerspruch. Seine Capacität ist 1575 ccm, während nach Welcker die des deutschen Männerschädels im Mittel 1450 beträgt. Auch die Höhlenschädel von Cromagnon sind wegen ihrer Grösse aufgefallen, die von Steeten an der Lahn sind ihnen ähnlich. Broca wollte dies dadurch erklären, dass der Mensch der ältesten Vorzeit den Kampf ums Dasein nur mit Aufwendung hoher Geisteskräfte habe bestehen können. Diese Erklärung ist sicherlich falsch, es kann sich bei ihm nur um die Erhaltung seiner körperlichen Existenz gehandelt haben, die zunächst eine grosse Körperkraft voraussetzt, diese hat aber, wie wir an den Thieren sehen, auf die Grösse des Gehirns gar keinen Einfluss. Es ist die Gedankenarbeit des Culturmenschen, welche das Gehirn und also den Schädel grösser macht. Wenn sich grosse Schädel aber auch bei einer gewöhnlichen oder gar geringen geistigen Befähigung finden, so erkennen wir daraus, dass auch noch andere Ursachen als die Intelligenz das Schädelvolum vergrössern können. Die Patagonier haben besonders grosse Schädel, und merkwürdigerweise ist das auch eine Eigenschaft der heutigen Böhmen, deren Vorfahren der besprochene Schädel angehört. Auch die Körpergrösse hat einen Einfluss auf die Grösse des Schädels, doch genügt er nicht, um so auffallende Schädelvolumina zu erklären. Der Zustand der Erhaltung des Schädels ist der Annahme seines hohen Alters entsprechend. Doch wird erst die mikroskopische und chemische Untersuchung seines Knochengewebes und des der zugleich gefundenen quaternären Thiere den Beweis des gleichen Alters beider liefern."

Wenn auch die chemische Untersuchung auf ein jüngeres Alter als das der Rhinocerosknochen hindeuten sollte, so werden die beiden Schädel doch gewiss den ältesten Bewohnern Böhmens zugerechnet werden müssen, welche einen viel niedrigeren Grad der Ausbildung der geistigen Kräfte besessen haben als die späteren Zeitgenossen der Steinperiode, welche sich durch schön gewölbte Stirn und auffallend vorspringende Nasenbeine ausgezeichnet haben, wie ich an Funden aus den Gräbern von Kobylis*) nachgewiesen habe. Die

---

*) Vesmír V. ročník str. 29.

Physiognomie dieser Urmenschen musste einen äusserst wilden, mürrischen Ausdruck gehabt haben, der wohl die Folge der rauhen Verhältnisse war, in denen die damaligen Bewohner der Urwälder Böhmens im steten Kampfe mit wilden Thieren lebten.

Es ist zu hoffen, dass bei sorgfältiger Beachtung aller Funde, die im gelben Ziegellehm der weit verbreiteten diluvialen Ablagerungen Böhmens vorkommen, sich unsere Kenntnisse über die Urbewohner Böhmens bald vervollständigen werden.

3.

Kritisches Verzeichniss der Ostracoden der böhmischen Kreideformation.

Von J. Kafka. Vorgelegt von Dr. Ant. Frič am 16. Januar 1885.

Mit einer Tafel.

Die Ostracoden, welche sich bei uns besonders häufig in den Teplitzer Schichten bei Koschtitz, seltener auch in den Weissenberger und Priesener Schichten vorfinden, waren schon früher Gegenstand der Nachforschungen des Dr. A. E. Reuss, welcher die Resultate seiner Untersuchungen in seinem Werke „Die Versteinerungen der böhmischen Kreideformation" und eben auch in einer späteren Arbeit „Die Ostracoden des sächsischen Pläners", welche in „Geinitz. Das Elbthalgebirge in Sachsen II." veröffentlicht war, zusammentrug.

Reuss kannte zuerst 17 Arten, von denen 11 Arten bei Geinitz mit dem böhmischen Fundorte Koschtitz aufgeführt sind. Unter den übrigen 6 Arten haben als solche nur noch 2 ihre Geltung, während die anderen 4 nur als Synonymen oder Variationen von anderen Arten betrachtet werden.

Die zerstreuten Beiträge zur Kenntniss eines Theiles der Fauna der böhmischen Kreideformation zusammenzubringen und mit neueren Untersuchungen und Beobachtungen zu vervollständigen ist die Absicht dieser Arbeit. Ich führe da alle bis jetzt bekannten Arten von Ostracoden der böhmischen Kreideformation in einem kritisch-systematischen Verzeichnisse auf. Zu den älteren Arten reihen sich einige neue Species, so dass die Gesammtzahl die Höhe von 20 erreicht.

Die Ostracoden kommen in der böhmischen Kreideformation vor:

1. In den Weissenberger Schichten bei Dřinow, Semitz, Přerow und am Weissen Berge bei Prag.
2. In den Teplitzer Schichten sehr häufig auf den Koschtitzer Platten bei Koschtitz.
3. In den Priesener Schichten bei Leneschitz, Luschitz, Priesen und Brozan.

A. Ciproidea.

Diese Familie weist nur die einzige fossile Gattung **Bairdia** M. Coy. auf, von welcher in der böhmischen Kreideformation folgende Arten bekannt sind:

1. B. subdeltoidea v. Münst.

Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. I. p. 16. T. V. F. 38.
Reuss. Die Ostr. d. sächs. Pläners in „Geinitz. Das Elbthgb. in Sachsen.“ II. p. 140. T. 26. F. 5.

Eine der verbreitetsten und häufigsten Ostracodenspecien nicht nur in den Kreide- und Tertiaer-Formationen anderer Länder sondern auch in der Kreideformation Böhmens.

Fundorte: Semitz, Dřinow, Weisser Berg, Přerow, Koschtitz, Luschitz und Priesen. Recent um Italien, Korsika, England, St. Mauricius und Neu-Holland.

2. B. modesta Rss.

Reuss in „Geinitz Elbthgb.“ II. p. 142. T. 26. F. 10. 11.

Fundorte: Semitz, Koschtitz nicht selten.

B. arcuata var. faba Rss.

Cytherina faba Rss. Verst. d. böhm. Kreidef. T. 24. F. 13.
Reuss in „Geinitz Elbthg.“ II. p. 141. T. 26. F. 8.
Reuss. Ein Beitrag zur Kennt. der Kreidegebilde Meklenburgs. (Zeitschr. d. d. geol. Ges. 1885. p. 278. 18. T. X. F. 2.)

Fundorte: Semitz, Koschtitz, Priesen. Selten b. Luschitz.

4. B. depressa n. sp. Taf. I. Fig. 1. *a b.*

Die Form der Schale ist der von Cytherella Münsteri Röm. sp. ähnlich. Sie ist jedoch verhältnissmässig breiter und die Rücken-

ansicht zeigt einen noch grösseren Unterschied in der Wölbung, da die Schalen dieser Art sehr gleichmässig und flach gewölbt sind. Wie bei den übrigen Bairdien ist auch hier die Oberfläche der Schale glatt und glänzend

Diese Art kommt ziemlich oft bei Koschtitz vor.

B. Cytheridea.

I. Gattung **Cythere.** Müller.

5. C. concentrica Rss.

Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. II. p. 105. T. 24. F. 22.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. 144. T. 27. F. 1.

Fundorte: Selten bei Luschitz und Leneschitz.

6. C. Karsteni Rss.

Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. II. p. 104. T. 24. F. 19.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 145. T. 27. F. 2.

Fundorte: Selten bei Luschitz, Leneschitz und Brozan.

7. C. semiplicata Rss.

Reuss. Verst. d. b. Kreidef. II. p. 104. T. 24. F. 16.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 145. T. 27. F. 3.

Fundorte: Selten bei Luschitz und Priesen.

8. C. Geinitzi Rss.

Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 146. T. 27. F. 4.
Fundorte: Ziemlich häufig b. Koschtitz.

9. C. ornatissima Rss.

C. ciliata Reuss. Verst. d. b. Kreidef. II. p. 104. T. 24. F. 12. 18.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 146. T. 27. F. 5. 6.

Fundorte: Ziemlich häufig bei Koschtitz, seltener bei Kystra, Brozan, Luschitz und Leneschitz.

10. C. reticulata n. sp.

T. I. F. 2.

Diese Art ist eine der interessantesten Formen des Koschtitzer Fundortes. Die Schalen sind vierseitig, am vorderen Ende in einen Halbkreis auslaufend, am rückwärtigen Ende in einen spitzigen, dreiseitigen Lappen verlängert.

Der halbkreisförmige Rand, sowie die Schlossseite des rückwärtigen Lappens sind mit langen, dünnen Stacheln versehen. Das lappige Ende, so wie der vordere halbkreisförmige Theil sind mässig gewölbt und dieses ist concentrisch mit erhabenen Rippen gegittert. Der mittlere Theil der Schale ist unregelmässig gewölbt bald zum vorderen, bald zum rückwärtigen Ende sich neigend; ist aber immer mit erhabenen Rippen gegittert, die viele, unregelmässige, vielseitige Grübchen umgrenzen.

Bei Koschtitz nicht selten.

11. C. **gracilis** n. sp.

T. I. F. 5.

Die Schalen dieser Art haben eine verlängerte, vierseitige Form, deren vorderes Ende mit einem kleinen, stacheligen Bogen und das rückwärtige Ende mit einem kurzen, dreieckigen, auf der Schlossseite mit drei Stacheln, versehenen Lappen abgeschlossen ist. Die Stacheln sind ziemlich dünn und gewöhnlich abgebrochen.

Der rückwärtige Lappen ist sehr seicht, die Schaale jedoch erhebt sich unmittelbar hinter demselben senkrecht in die Höhe, neigt sich dann allmählich zum vorderen Ende und bildet in der Mitte ihrer Neigung eine Vertiefung, in welcher sich eine rundliche, glatte Erhöhung befindet.

Bei Koschtitz ziemlich häufig.

12. C. **cuneata** n. sp.

T. I. F. 4.

Die vierseitigen Schalen dieser Art bilden auf dem vorderen, breiteren Ende einen kreisförmigen gezähnten Bogen und jede verlängert sich auf dem hinteren Ende in eine keilförmige Spitze. Die mässig gewölbte Schale erhebt sich regelmässig von der Seite des Bogens bis zu der Spitze des Keiles, welche ziemlich weit über den Rand der Schale hervorragt.

Selten bei Koschtitz.

13. C. **nodifera** n. sp.

T. I. F. 3.

Die vierseitigen Schalen sind breiter als bei den vorigen Arten; das vordere Ende wird von einem einseitigen Bogen, das rückwärtige von einem dreiseitigen, gezähnten Lappen gebildet.

Die Längsseiten der Schale sind mässig gebogen. Ihre Oberfläche ist glatt und glänzend und trägt nur in der Mitte eine kleine, nabelförmige Erhöhung.

Selten bei Koschtitz.

14. C. **serrulata** Bosq.

Cgtherina cornuta Roem. Reuss. Verst. d. b. Kreidef. II. p. 105. T. 24. F. 20—21.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 148. T. 27. F. 8.

Nach Reuss in Priesener Schichten bei Luschitz, Brozan und Leneschitz. Ich habe sie auch bei Koschtitz selten gefunden. Sie variert sehr in Form und in der Ausbildung des Kieles.

15. C. **elongata** Rss.

Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 154. T. 28. F. 11.

Bisher nur aus dem unteren Pläner in Sachsen bekannt. Ich fand sie auch bei Koschtitz, wo sie selten ist.

II. Gattung **Cytheridea** Bosq.

16. C. **perforata** Röm. sp.

Cytherina Hilseana Röm. D. Verst. d. nordd. Kreidegb. p. 104. T. 16. F. 17.
Reuss. Verst. d. b. Kreidef. p. 16. T. 5. F. 39.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 149. T. 27. F. 9—10.

Nach Reuss bei Kröndorf und Priesen. Ich habe diese Art auch ziemlich oft bei Koschtitz gefunden.

III. Gattung **Cytherideis** Jones.

17. C. **laevigata** Röm. sp.

Cytherina attenuata Reuss. Verst. d. b. Kreidef. II. p. 104. T. 24. F. 15.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 150. T. 28. F. 1—3.

Nach Reuss bei Leneschitz, Luschitz, Brozan und Kystra. Sehr häufig bei Koschtitz.

C. Cytherellideae.

Gattung: **Cytherella** Bosq.

18. C. **ovata** Röm. sp.

Cytherina complanata Rss. Verst. d. b. Kreidef. I. p. 16. T. 5. F. 34. 35.
Roemer. Die Verst. d. nordd. Kreideg. T. 16. F. 21.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. p. 151. T. 28. F. 4. 5.

Eine der häufigsten Formen bei Kutschlin, Koschtitz, Priesen und Leneschitz.

19. **C. Muensteri** Röm. sp.

Cytherina paralella Rss. Verst. d. b. Kreidef. I. p. 16. T. V. F. 83.
Reuss in „Geinitz Elbthgb." II. 152. T. 28. F. 6. 7.

Cytherina solenoides Rss. ist eine Varietät dieser Art. Sie kommt nicht selten bei Koschtitz und Priesen vor.

20. **C. asperula** Rss.

Reuss. Verst. d. b. Kreidef. I. p. 16. T. V. F. 37.
Reuss. Geogn. Skizzen. II. p. 217.

Nach Reuss selten bei Koschtitz und Leneschitz.

21. **Cytherella** (?) sp.

Auf den Koschtitzer Platten kommen zahlreiche Schalenbruchstücke vor, welche sehr wahrscheinlich auch einer, nicht näher bekannten Ostracodenart angehören. Ich gebe auf der T. I. F. 6. eine Abbildung von einem solchen Bruchstücke, auf welchem der Schalenrand und die in Reihen geordneten Grübchen auf der sonst glatten Oberfläche der Schale zu sehen sind. Derselbe weist darauf hin, dass diese Ostracodenart im Verhältnisse zu den übrigen Kreideostracoden von einer sehr bedeutenden Grösse war.

Erklärung der Abbildungen.

1. Bairdia depressa n. sp. *a* Seitenansicht. *b* Rückenan sicht 50mal vergrössert.
2. Cythere reticulata n. sp. *a* Seitenansicht. *b* und *c* Rückenansichten von zwei verschiedenen Individuen. 50mal vergrössert.
3. Cythere nodifera n. sp. 50mal vergrössert.
4. Cythere cuneata n. sp. *a* Seitenansicht. *b* Rückenansicht. 50mal vergrössert.
5. Cythere gracilis n. sp. *a* Seitenansicht. *b* Rückenansicht. 50mal vergrössert.
6. Cytherella ? sp. Ein Schalenbruchstück 50mal vergrössert.

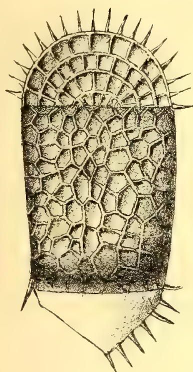



a b

1.



3.





a b c

2.



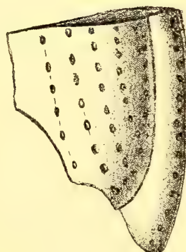

a b

4.




a b

5.



6.

Kafka ad nat. del.

Tabellarische Uibersicht
der in der böhmischen Kreideformation vorkommenden **Ostracoden.**

	Schichten		
	Weisen-berger	Teplitzer	Priesener
1. *Bairdia subdeltoidea* v. Münst.	+	+	+
2. „ *modesta* Rss.	+	+	+
3. „ *arcuata* var. *faba* Rss.	+	+	+
4. „ *depressa* n. sp.	.	+	.
5. *Cythere concentrica* Rss.	.	.	+
6. „ *Karsteni* Rss.	.	.	+
7. „ *semiplicata* Rss.	.	.	+
8. „ *Geinitzi* Rss.	.	+	.
9. „ *ornatissima* Rss.	.	+	+
10. „ *reticulata* n. sp.	.	+	.
11. „ *gracilis* n. sp.	.	+	.
12. „ *cuneata* n. sp.	.	+	.
13. „ *nodifera* n. sp.	.	+	.
14. „ *serrulata* Bosq.	.	.	+
15. „ *elongata* Rss.	.	+	.
16. *Cytheridea perforata* Röm. sp.	.	+	+
17. *Cytherideis laevigata* Röm. sp.	.	+	+
18. *Cytherella ovata* Röm. sp.	.	+	+
19. „ *Muensteri* Röm. sp.	.	+	+
20. „ *asperula* Rss.	.	+	+
	3	16	13

4.

Die Anwendbarkeit des dehnbaren Nickels in den chemischen Laboratorien.

Vorgetragen von Professor **Franz Štolba** am 30. Januar 1885.

Seitdem das dehnbare Nickel in Form von Blech und Draht verschiedener Stärken in den Handel gelangt, lag es nahe, Laboratoriumgeräthe aus diesem Materiale auf ihre Verwendbarkeit zu den

verschiedensten Zwecken zu untersuchen, nachdem ja bereits früher vernickelte Objekte vielfältige Anwendungen gefunden hatten.

Ich beschäftige mich mit der Sache seit dem Jahre 1882 und habe meine einschlägigen Erfahrungen im Jahre 1883 in einer kurzen Mittheilung in der Zeitschrift „Listy chemické, 1883“ niedergelegt. Seit jener Zeit hatte ich weitere Gelegenheit in derselben Sache Erfahrungen sammeln zu können, nachdem sich eine sehr grosse Anzahl der verschiedensten Gegenstände im Laboratorium der technischen Chemie an der hiesigen k. k. böhm. techn. Hochschule im fortwährenden Gebrauch befindet.

Es möge mir nun vergönnt sein, im folgenden die guten und schwachen Seiten jener Objekte aus dehnbarem Nickel besprechen zu können, bezüglich deren ich eine mehrjährige Erfahrung gesammelt habe.

a) Objekte aus Nickelblech.

1. Schalen aus Nickelblech. Dieselben sind ein vorzüglicher Ersatz von Eisen- und Kupferschalen, nachdem das Nickelmetall nicht rostet und auch bei Glühhitze sehr beständig ist. Bezüglich der Art und Weise des Erhitzens wäre insbesondere folgendes hervorzuheben.

Kommen diese Schalen in direkte Berührung mit glühender Holzkohle oder Coks, so werden sie brüchig (vielleicht durch Aufnahme von Kohlenstoff) namentlich, wenn die Einwirkung bei Glühhitze längere Zeit dauert. Dieser Umstand ist demnach sehr zu berücksichtigen, wenn man diese Objekte nicht unbrauchbar machen will. —

Die beste Art der Erhitzung ist jene mit der Gaslampe oder dem Gasofen, allein auch hiebei ergiebt sich ein eigenthümlicher Übelstand.

Selbst aus solchen Flammen, die nicht im geringsten russen und mit nichtleuchtender Flamme brennen, scheidet sich am Nickelmetall eine reichliche Russschicht ab, welche fortwährend an Stärke zunimmt und schliesslich abfällt.

Obgleich man etwas ähnliches auch bei anderen Metallen beobachten kann, findet dieses, soweit mir bekannt, bei keinem anderen in so auffallendem und unangenehmen Grade statt, und muss man, um den Übelstand auf ein Minimum zu reducieren, Flammen anwenden, denen man die grösste zulässige Luftmenge zuführt. Die

Nickelobjekte selbst leiden durch diese Russschichte nicht, nur dass sie dadurch an der unteren Seite verunreinigt werden und daselbst ihr schönes Ansehen einbüssen. Nach dem Gebrauch werden sie am besten zunächst mittelst einer Drahtbürste oder mittelst feiner Eisensiebe und schliesslich mit Seesand gereinigt. Die Nickelschalen eignen sich sehr gut zum Ausglühen und Veraschen mancher Stoffe, zur Behandlung anorganischer und organischer Praeparate mit Aetzlaugen und kohlensauren Laugen, insbesondere sehr gut zum Schmelzen mit salpetersauren Alkalien und Aetzalkalien, da sie hiebei nur sehr unbedeutend angegriffen werden, und zu demselben Zwecke mit bestem Erfolge sehr oft verwendet werden können. Sehr angenehm ist bei diesen Operationen der Umstand, dass das Nickel so schwer schmilzt, nämlich erst in starker Weissgluth, so dass man nicht so bald in die Lage kommen wird, eine Schmelzung der Schale befürchten zu müssen. Sehr bequem sind zu manchen Versuchen solche Nickelschalen, welche einen Rand oder Stiel von entsprechend breitem Nickelblech zum Halten besitzen.

Sollte man in die Lage kommen, eine Nickelschale im Holzkohlen- oder Coks-Feuer erhitzen zu müssen, so ist es durchaus nothwendig, dieselbe von der direkten Berührung mit der glühenden Kohle durch Einstellen in einen Thontiegel zu schützen.

2. Tiegel von Nickelblech. Dieselben eignen sich für manche Zwecke vorzüglich statt solcher aus anderen Metallen, namentlich für solche Operationen, wo man mit Aetzalkalien und Nitraten zu thun hat. Die Verwendung von Nickeltiegeln macht es möglich, zum Behufe der Aufschliessung Aetzalkalien und Nitrate in weit höherem Grade als bisher verwenden zu können, da man bisher kein Metall besass, welches sich gerade zu diesen Arbeiten so geeignet hätte, wie das Nickel.

Bezüglich der Widerstandsfähigkeit der Nickeltiegel will ich hier anführen, dass ich in einem Nickeltiegel 20mal hintereinander Zirron mit Aetznatron aufschliessen konnte, ohne dass der Tiegel dadurch unbrauchbar geworden wäre.

Es ist selbstverständlich, dass bezüglich der Art und Weise der Behandlung in der Glühhitze Alles das gilt, was ich bei den Nickelschalen angeführt habe.

2. Schutzbleche von Nickel. Diese zweckmässig gelochten Schutzbleche sind unverwüsstlich, nachdem sie nicht rosten und durchgebrannt werden. Bei der Anwendung ist nur der Umstand zu berücksichtigen, dass die Flamme möglichst wenig Russ absetzen möge,

da dieser ein sehr schlechter Wärmeleiter ist, und abfallend die Umgebung verunreinigt.

4. Muffeln von Nickelblech. Ich versuchte eine solche als Ersatz der sehr kostbaren Muffel von Platinblech für gewisse Veraschungen. Sie zeichnete sich durch eine bemerkenswerthe Haltbarkeit aus und erfüllte ihren Zweck ganz vollkommen. Da jedoch das Nickel viel wärmeleitender ist, wie Platin, mussten zur Erhitzung solche Gaslampen verwendet werden, welche es gestatten, die Muffel auf eine möglichst hohe Temperatur erhitzen zu können, und gleichzeitig keinen Russ absetzen, der hier besonders störend wirken würde. Aus diesem Grunde eignen sich die gewöhnlichen Gaslampen der Laboratorien zum Behitzen der Nickelblechmuffel nicht besonders.

5. Wasserbäder von Nickelblech. Ein solches, von dem ich seit längerer Zeit Gebrauch mache, zeichnet sich durch Haltbarkeit und Reinlichkeit aus und entspricht seinem Zwecke vollkommen.

Es muss jedoch bemerkt werden, dass ein etwas grösseres Wasserbad viel zu hoch kommt, und dass man in den Laboratorien Wasserbäder aus anderen Materialien verwendet, die dasselbe leisten und dabei ungleich billiger zu stehen kommen.

6. Spateln von Nickelblech. Diese sind für manche Zwecke sehr verwendbar, und bieten den Vortheil, dass sie nicht rosten.

Besonders gute Dienste leisten selbe bei Arbeiten, die in der Gluth vorgenommen werden, bei der Anwendung von Nitraten und Aetzalkalien bei Glühhitze, und bei Arbeiten mit aetzenden Laugen.

7. Pinzetten von Nickelblech. Diese sind bei ihrer Unveränderlichkeit sehr zu empfehlen, und habe ich die eisernen Pinzetten in vielen Fällen mit dem besten Erfolge durch dieselben ersetzt. Allein nicht bloss zu manchen chemischen Zwecken sind dieselben sehr geeignet, sondern namentlich zu manchen physikalischen, wie in der Microskopie u. dg.

8. Zangen. Zu kleinen Tiegelzangen oder einzelnen Theilen kleinerer und grösserer Zangen eignet sich das Nickel ganz vorzüglich, da es vom Feuer nicht leidet.

Sehr praktisch sind Zangen, welche, so weit sie aus anderem Materiale bestehen (wie Eisen oder Messing) vernickelt sind, um nicht zu rosten, wo jedoch die Enden, welche den Tiegel fassen, aus starkem Nickelbleche bestehen. Solche sind ein vollkommener Ersatz

für jene kostbaren Zangen, welche an den Enden mit Platinblech armirt sind.

9. Nickelblech als solches. Geeignete Abschnitzel eignen sich sehr gut als Unterlage für Platintiegel bei chemischen Arbeiten, z. B. in den Exiccatoren, bei gewissen Versuchen mit dem Löthrohre u. dg. mehr.

Bezüglich der Einwirkung verschiedener anderer Stoffe auf das Nickelblech wäre dieses hervorzuheben. Das Nickelblech wird von den meisten anorganischen und organischen Säuren auch bei starker Verdünnung derselben mehr oder weniger angegriffen, namentlich bei Luftzutritt und längerer Einwirkung. Dasselbe gilt auch von sauer reagirenden Salzlösungen z. B. von der Lösung des Alauns, Weinsteins etc. Hieraus folgt, dass man solche Stoffe von den Nickelgeräthen fern halten müsse.

Dagegen widersteht es in bemerkenswerthem Grade der Einwirkung der concentrirten Schwefelsäure, so dass man manche Zersetzungen von Mineralien etc. mittelst der genannten Säure ganz gut in Nickelgeräthen vornehmen kann.

Ich pflege z. B. in dieser Art der feinzertheilten Cerit mit Schwefelsäure in Nickelschalen zerlegen zu lassen und lasse schliesslich die überschüssige Schwefelsäure in demselben Geräth durch Hitze vertreiben.

Ich pflege selbst in Nickelschalen solche Arbeiten vorzunehmen, wo das betreffende Mineral mit einem Gemisch von concentrirter Schwefelsäure und Flussspath oder Kryolith in der Hitze behandelt werden muss, da auch hiebei erfahrungsgemäss keine auffallende Abnützung der Nickelgeräthe stattfindet.

Hienach würde es naheliegen, zu versuchen, in welchem Grade sich Apparate zur Darstellung von Flusssäure eignen würden, bei denen der untere Kessel von starkem Nickelblech besteht, demnach jener Theil, der zur Aufnahme des Gemisches von starker Schwefelsäure und Flussspath bestimmt ist.

Ich habe zwar einen solchen Apparat zusammenstellen lassen, habe ihn aber noch nicht prüfen können. Bemerkenswerth ist weiter, dass das Nickelblech auch bei Glühhitze weder von Blei noch vom Bleioxyd angegriffen wird, so dass man auf Grund dieser Erfahrung manche Arbeiten in Nickeltiegeln vornehmen kann, wo Bleioxyd oder Blei auftritt. So habe ich z. B. ein passendes Gemisch von Wulfenit, kohlensaurem Natrium und Kohle 15mal hintereinander bei Glüh-

hütze geschmolzen, bis die Zersetzung eine vollständige war. Der verwendete grosse Nickeltiegel litt bei dieser Operation gar nicht.

Nachdem man sich bei manchen Arbeiten des Salmiaks bedient, um gewisse Verbindungen in der Hitze zu zersetzen, stellte ich einige Versuche an, in wieferne solche Versuche in Nickelschalen oder Kesselchen angestellt werden können. Auch hiebei ergab es sich, dass das Nickel kaum angegriffen wird, so dnss man manche solche Arbeiten, die früher in Platin vorgenommen wurden, nunmehr in Nickelgeräthen wird anstellen können.

b) Objekte aus Nickeldrath.

1. Nickeltriangel. Bezüglich dieser, welche in neuerer Zeit sehr empfohlen werden, habe ich keine günstigen Erfahrungen gemacht. Werden dieselben nämlich, wie es ja gewöhnlich vorkommt, längere Zeit einem hohen Hitzegrade ausgesetzt, so leidet die ursprüngliche Festigkeit in einem höchst bedenklichen Grade. Sie brechen nunmehr unter einem Drucke, den sie früher mit Leichtigkeit ertrugen, ja es kam mir wiederholt vor, dass der betreffende Tiegel oder die Schale während der Arbeit den Triangel brach, wodurch mir mehrere Arbeiten verdorben wurden. Bei der Untersuchung der betreffenden Triangel wurde das Materiale derselben zunächst der Bruchstelle brüchig und krystallinisch befunden.

Die Anwendung von Nickeltriangeln dürfte daher nur auf jene Operationen zu beschränken sein, wo ganz leichte Objekte und nicht allzulange der Glühhitze ausgesetzt bleiben.

Ich selbst habe die Anwendung von Nickeltriangeln gänzlich aufgegeben, und arbeite wie früher mit Eisentriangeln, die an der Stelle. wo sie mit Platin in Berührung kommen, mit Platinblech umgeben sind. Diese entsprechen, auch was die Festigkeit betrifft, allen Anforderungen.

2. Dreifüsse ans Nickeldrath.

Solche empfehlen sich durch ihre Unveränderlichkeit und Beständigkeit, und sind daher in sehr vielen Fällen solchen von Eisen entschieden vorzuziehen.

3. Nickeldrathsiebe. Diese sind in sehr vielen Fällen ein vorzüglicher Ersatz solcher aus andern Metallen, wie Eisen und Messing. Bei manchen Arbeiten können sie selbst Platindrathsiebe mit Vortheil vertreten.

4. Nickeldrath als solcher. Dieser eignet sich besonders zum Mischen, Rühren u. d. g., bei allen Arbeiten, welche in den

Nickelgeräthen vorgenommen werden, insbesondere, wenn man mit Stoffen arbeitet, welche ein anderes Metall angreifen.

Er eignet sich weiter zu manchen Versuchen von dem Löthrohr, wo Platin ausgeschlossen ist, z. B. zur Behandlung bleihaltiger Mineralien etc. und ist überhaupt, nachdem er nicht rostet in vielen Fällen besser zu verwenden als Eisen und Kupferdrath.

Zum Schluss muss ich auch bemerken, dass sämmtliche hier angeführten Objekte aus Nickelblech oder Drath der rühmlichst bekannten Firma Fleitmann in Iserlohn durch Vermittelung des Materialenwaarengeschäftes Huněk, Všetečka's Nachfolger hier in Prag verfertigt wurden.

5.

Über die Auflösung eines Funktionalgleichungssystems.

Vorgetragen von **Ot. Ježek**, Assist. am k. k. böhmischen Polytechnikum
am 30. Januar 1885.

Es handelt sich um das System der Funktionalgleichungen:

$$\begin{aligned} f_1(x) f_1(y) &= f_2(x+y) \\ f_2(x) f_2(y) &= f_3(x+y) \\ &\cdots\cdots\cdots \\ f_k(x) f_k(y) &= f_{k+1}(x+y) \\ &\cdots\cdots\cdots \\ f_n(x) f_n(y) &= f_1(x+y). \end{aligned}$$

Unter der Voraussetzung, dass es überhaupt analytische Funktionen gibt, die als Auflösung des vorgelegten Funktionalgleichungssystems betrachtet werden können, ist es erlaubt jede der angeschriebenen Gleichungen nach ihren Argumenten partiell zu differentiiren.

Differentiiren wir somit die k-Gleichung zuerst nach x, dann nach y, so erhalten wir:

$$\text{(I)} \qquad \begin{aligned} \frac{d f_k(x)}{d x} f_k(y) &= \frac{\partial f_{k+1}(x+y)}{\partial x} \\ \frac{d f_k(y)}{d y} f_k(x) &= \frac{\partial f_{k+1}(x+y)}{\partial y}. \end{aligned}$$

Nun ist aber

$$\frac{\partial f_k(x+y)}{\partial x} = \frac{d f_{k+1}(x+y)}{d(x+y)} = \frac{\partial f_{k+1}(x+y)}{\partial y},$$

somit bekommt man durch Division der beiden Gleichungen

$$\text{(I)} \qquad \frac{d f_k(x)}{d x} f_k(y) : \frac{d f_k(y)}{d y} f_k(x) = 1$$

oder

$$\text{(II)} \qquad \frac{d f_k(x)}{d x} : f_k(x) = \frac{d f_k(y)}{d y} : f_k(y).$$

Da es jedoch unter der gleich anfangs stillschweigend gemachten Voraussetzung, dass x und y zwei willkürliche Argumente sind, keine Funktion geben kann, die der Funktionalgleichung (II) genügen würde, so ist

$$\text{(III)} \qquad \frac{d f_k(x)}{d x} : f_k(x) = \frac{d l f_k(x)}{d x} = c_k,$$

wobei c_k eine Constante bedeutet.

Durch Integration der Gleichung folgt

$$\text{(IV)} \qquad l f_k(x) = c_k x + a_k,$$

a_k als Integrationsconstante genommen. Aus (IV) bekommt man dann weiter

$$\text{(V)} \qquad f_k(x) = e^{c_k x + a_k}.$$

Es erübrigt nur noch die sämmtlichen Constanten c_k und a_k zu bestimmen. Setzen wir der Kürze halber

$$e^{a_k} = A_k,$$

so lässt sich mit Rücksicht auf (V) die k-Gleichung des Funktionalgleichungssystems in die Form bringen:

$$\text{(VI)} \qquad A_k^2 e^{c_k(x+y)} = A_{k+1} e^{c_{k+1}(x+y)}.$$

Diese Gleichung besteht auch für

$$x + y = 0;$$

man hat daher

$$\text{(VII)} \qquad A_k^2 = A_{k+1},$$

und weiter aus (VI) und (VII)

$$\text{(VIII)} \qquad e^{c_k(x+y)} = e^{c_{k+1}(x+y)}.$$

Da (VIII) für jeden Werth des Argumentes statthaben soll, muss

$$c_k \equiv c_{k+1}$$

sein, in Folge dessen wir alle c_k mit dem Buchstaben c bezeichnen werden. Setzen wir nun die sämmtlichen n in (VII) zusammengefassten Gleichungen an, so bekommen wir

$$\text{(IX)}\qquad \begin{aligned} A_1^2 &= A_2 \\ A_2^2 &= A_3 \\ \cdot\ \cdot\ &\cdot\ \cdot \\ A_n^2 &= A_1. \end{aligned}$$

Durch Elimination der Grössen $A_2, A_3, \ldots . A_n$ bekommt man

$$A_1^{2^n} = A_1$$

oder

$$\text{(X)}\qquad A_1\left(A_1^{2^n-1} - 1\right) = 0.$$

Diess gibt entweder

$$A_1 = 0,$$

und diese Lösung hat keinen Werth, oder aber

$$\text{(X}'\text{)}\qquad A_1^{2^n-1} - 1 = 0.$$

Die Lösungen A_1 dieser Gleichung sind aber

$$\text{(XI)}\qquad e^{\frac{2k\pi}{2^n-1}i}, \ [k = 0, 1, 2, \ldots (2^n - 2)].$$

Abgesehen von der speziellen Lösung der Gleichung (X)

$$e^0 = 1,$$

die man erhält, wenn man in (XI) $k = 0$ setzt, und die auch gleichzeitig das System der Gleichungen (IX) befriedigt, kann leicht eingesehen werden, dass von den übrigen $2^n - 2$ Lösungen der Gleichung (X) nur eine gewisse Anzahl als unter einander wesentlich verschiedene Lösungen der Gleichungen (IX), um deren Bestimmung es sich eigentlich handelt, betrachtet werden kann, weil die Angabe einer Wurzel des Gleichungssystems (IX) sogleich $(n-1)$ andere Wurzeln desselben bekannt gibt, die dann offenbar auch Wurzeln der abgeleiteten Gleichung (X′) sind.

Eine kurze Überlegung ergibt aber, dass die Bestimmung dieser Anzahl Lösungen mit der Erledigung folgender Frage im innigsten Zusammenhange steht:

„In wie viel Gruppen zu je n Zahlen lassen sich die Zahlen der natürlichen Zahlenreihe

$$1, 2, 3, \ldots . (2^n - 2)$$

unter den Festsetzungen ordnen, dass jede Zahl in jeder Gruppe congruent ist dem Doppelten der unmittelbar vorhergehenden Zahl nach dem Modul (2^n-1)

und dass die Zahlen je zweier solcher Gruppen durchwegs von einander verschieden sind?“

Vor Allem bemerkt man, dass die Annahme der Existenz von ν solchen Gruppen zur Folge hat, dass entweder

$$\nu n = 2^n - 2$$

ist, und in diesem Falle besteht jede der ν Gruppen aus lauter verschiedenen Zahlen, oder dass

$$\nu n > 2^n - 2$$

und dann müssen unter den ν Gruppen nothwendig solche vorhanden sein, in welchen gewisse Zahlen mehreremal vorkommen. Nehmen wir an, es sei

$$n = q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot q_m^{n_m},$$

wobei $q_1, q_2, \ldots q_m$ unter einander verschiedene Primzahlen bedeuten, so ist jeder Divisor dieser Zahl enthalten in der Form

$$n_{(k)_{1,2,\ldots m}} = q_1^{k_1} q_2^{k_2} \ldots q_m^{k_m},$$

und solcher Divisoren gibt es, falls wir die Einheit ausschliessen, dagegen die Zahl n mitrechnen

$$(n_1 + 1)(n_2 + 1) \ldots (n_m + 1) - 1.$$

Bezeichnen wir nun der Kürze halber mit $N_{(k)_{1,2,\ldots m}}$ die Zahl

$$\left(2^{n_{(k)_{1,2\ldots m}}} - \Sigma 2^{\frac{n_{(k)_{1,2\ldots m}}}{q_1}} + \Sigma 2^{\frac{n_{(k)_{1,2\ldots m}}}{q_1 q_2}} + \ldots\ldots \right.$$
$$\left. + (-1)^m 2^{\frac{n_{(k)_{1,2\ldots m}}}{q_1 \cdot q_2 \cdots q_m}}\right) : n_{(k)_{1,2\ldots m}},$$

so gibt uns dieselbe die Anzahl der Zahlen k an,*) die derart sind, dass die Zahlen

$$k,\ 2k,\ 2^2k, \ldots 2^{n_{(k)_{1,2\ldots m}}-1}k$$

von einander verschieden sind in Bezug auf den Modul

$$\left(2^{n_{(k)_{1,2\ldots m}}} - 1\right).$$

*) Diese Frage erledigte Herr Prof. Ed. Weyr in einer „O jisté větě číselné (Über einen zahlentheoretischen Satz)“ betitelten Abhandlung (Časopis pro pěstování mathem. a fysiky Bd. XI), welche einen von Herrn S. Kantor (Annali di Mat. pura ed appl., ser. IIa t. X) auf geometrischem Wege erwiesenen Satz behandelt.

Wir können somit behaupten:

„Die Zahlen der natürlichen Zahlenreihe

$$1, 2, 3, \ldots\ldots (2^n-2)$$

lassen sich unter den Festsetzungen, dass jede Zahl in jeder Gruppe congruent ist dem Doppelten der unmittelbar vorhergehenden Zahl nach dem Modul (2^n-1), und dass die Zahlen je zweier solcher Gruppen durchwegs von einander verschieden sind, in

$$N = \Sigma N_{(k)_{1,2\ldots m}}$$

Gruppen ordnen, wobei es im Allgemeinen vorkommen wird, dass in einer Gruppe dieselben Zahlen sich mehreremal wiederholen werden."

Das Summenzeichen hat dabei wie leicht einzusehen ist, die Bedeutung, dass man für die sämmtlichen

$$(n_1+1)(n_2+1)\ldots\ldots(n_m+1)-1$$

Divisoren der Zahl n, die zugehörigen Zahlen $N_{(k)_{1,2,\ldots m}}$ zu bestimmen und dann zu addiren hat.

Die Frage nach der Anzahl der von einander verschiedenen Lösungen des Funktionalgleichungssystems kann nun folgendermassen beantwortet werden:

„Das Funktionalgleichungssystem lässt

$$N+1$$

von einander wesentlich verschiedene Lösungen zu, die sämmtlich von der Form sind

$$e^{\frac{2\pi k}{2^n-1}i} + cx."$$

6.

Analyse některých českých mineralův.

Přednášel **Bohdan Erben** dne 14. února 1885.

Uhličitany vápenato-hořečnaté z Kolozruk*).

Uhličitany z obecného živcového čediče kolozruckého, vyznamenávající se podobou tak přerozmanitou, kolují pravidlem ve sbírkách jako miemity (dolomity).

Zabývaje se právě ve sbírce všeobecné musea král. českého rovnáním a určováním této skupiny mineralův, přesvědčil jsem se, že není správno všecky odrůdy kolozruckých uhličitanů k dolomitu čítati.

Již prof. Bořický na základě určení váhy specifické toto mínění vyslovil **).

Pátrav v literatuře seznal jsem, že jsou dosud jen dvě analyse uhličitanů těchto publikovány a to od Rammelsberga***) a od O. Kühna†), jež však valně od sebe se liší, a že material, kterýmž rozbory ty provedeny byly, dosti neurčitě jest popsán.

Hledě k tomu jal jsem se všecky typické odrůdy uhličitanů těch podrobiti analyse kvantitativné.

a.

(Č. 1258. všeob. sbírky mineralní musea král. českého.)

Drobné rhomboedry o značně vypouklých plochách, barvy světle žlutošedé, jednotlivě narostlé na kusovitém, nezřetelně paprskovitě vláknitém, šedozeleném dolomitickém vápenci, druzovitým křemenem pokrytém.

Spec. v. = 2·728.

Výsledek analyse kvantitativné:

CO_2	44·07%
CaO	53·15 „
MgO	0·89 „
FeO	1·91 „
nerozp. zbytek . . .	0·88 „
Součet .	100·90%

*) Kolozruky leží mezi Louny a Mostem, severozápadně od Hořence.

**) Petrografická studia čedičového horstva v Čechách. Archiv přírodovědeckého výzkumu Čech II. svaz., II. oddíl, II. díl str. 217.

***) Handwörterbuch des chemischen Theiles der Mineralogie I. p. 95.

†) Annalen der Chemie und Pharmacie LIX. p. 363.

Složení chemické jest tudíž toto:

$CaCO_3$	94·91%
$MgCO_3$	1·87 „
$FeCO_3$	3·07 „
nerozp. zbytek . . .	0·88 „
Součet .	100·73%

b.

(C. 1261. všeob. sbírky.)

Hladké, ledvinité aggregaty, slohu nezřetelně paprskovitě hrubovláknitého, barvy světlounce žlutošedé, prosvítavé, v tenounkých lupíncích průhledné, nárazem rozpadávající se v úlomky s hladkými plochami sferickými, jež jeví na plochách štěpných lesk perleťový.

Spec. v. = 2·732.

Rozbor kvantitativný:

CO_2	43·77%
CaO	52·96 „
MgO	0·83 „
FeO	2·14 „
nerozp. zbytek	sledy
Součet .	99·70%

Chemické složení:

$CaCO_3$	94·57%
$MgCO_3$	1·74 „
$FeCO_3$	3·44 „
nerozp. zbytek	sledy
Součet .	99·75%

Jak vidno, jsou aggregaty tyto téměř identického chemického složení jako ony krystallky s plochami convexními, i není pochyby, že povstaly shloučením jich v souvislou ledvinitou kůru, jak již též Zippe*) správně soudil.

*) Tvary tyto popsány byly poprve, tuším, od F. X. M. Zippa (Verhandlungen der Gesellschaft des vaterländischen Museums in Böhmen 1837) v prvním oddílu pojednání „Die Mineralien Böhmens“ nazvavém „Mineralien des Basaltgebirges“ na str. 61. a to jako „Braunspath, sogenannter Miemit“. Po té činí se o nich v literatuře ještě zmínka od Sillema („Bericht über eine Sammlung von Pseudomorphosen“, Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. 1852. p. 513), který je za pseudomorphosy dolomitu po kalcitu určil, což v brzku A. E. Reuss v pojednání „Über einige noch nicht beschriebene

Ledvinité tvary tyto jsou na kuse tomto narostlé na tenké vrstvě drobitelného, nažloutlého dolomitu, povrchu druzovitého, spec. váhy 2·817, chemického složení:

$CaCO_3$	76·07%
$MgCO_3$	19·50 „
$FeCO_3$	4·49 „ ,

pod kterouž uložen jest uhličitan prostoupený tenkými parallelními vrstvami prosvítavého, modravě šedobílého chalcedonu, povrchu bradavičnatého.

Zpodinu kusu toho tvoří kusovitý uhličitan, slohu nezřetelně paprskovitě vláknitého, barvy žlutavé, ke zpodu více šedozelené, spec. váhy 2·74.

Na jiných kusech (tak č. 227 české sbírky) narostlé jsou polokulovité tyto skupiny na druze pěkně vyvinutých rhomboedrů dolomitu, barvy bílé, pod kterouž uloženy jsou vrstvy v témž pořádku, jako na kuse dříve popsaném.

c.

Rhomboedry o plochách rovných, dokonale dle *R* štípatelné, poněkud průsvitné, na plochách štěpných perleťový lesk jevící, barvy bílé, tvořící úhlednou souvislou druzu. Rozpouštějí se jen zvolna v chladné kyselině chlorovodíkové.

Spec. v. = 2·83.

Výsledek analyse kvantitativné:

CO_2	47·18%
CaO	32·83 „
MgO	19·06 „
FeO	1·17 „
nerozp. zbytek	0·23 „
Součet	100·47%

Chem. složení:

$CaCO_3$	58·62%
$MgCO_3$	40.03 „
$FeCO_3$	1.88 „
nerozp. zbytek	0·23 „
Součet	100·76%

Pseudomorphosen" (Sitzungsberichte der math-naturw. Classe der k. Akad. d. Wiss. 1853. 10. Bd. p. 44) právem za mylný názor prohlásil, ale popisuje je také i on jako pravý dolomit.

Krystally tyto, po případě též sedlovitě zahnuté (tak č. 1256.), bývají též jednotlivě na druzovitém křemeni nad kusovitým dolomitickým vápencem narostlé.

d.

(Č. 1270. všeob. sbírky.)

Kusovitý, nezřetelně paprskovitě vláknitý, lesku mastného, barvy špinavě olejné, rázem svým tak zvanému tharanditu blízký, pokrytý druzou drobných krystallků křemene. V chladné kyselině chlorovodíkové snadno se rozpouští.

Spec. v. = 2·756.

Výsledek analyse kvantitativné:

CO_2	43·79%
CaO	48·10 „
MgO	3·47 „
FeO	3·67 „
nerozp. zbytek . . .	0·18 „
Součet .	99·21%

Chem. složení:

$CaCO_3$	85·90%
$MgCO_3$	7·29 „
$FeCO_3$	5·91 „
nerozp. zbytek . . .	0·18 „
Součet .	99·28%

Z rozborů těchto na jevo vychází, že jediné rhomboedry o plochách rovných, neb po případě sedlovitě zahnuté a druzovité kůry z nich složené k vlastnímu dolomitu čítati lze, kdežto krystallky s vypouklými plochami, ledvinité a polokulovité aggregaty shloučením jich povstalé za kalcit, nezřetelně vláknitý, kusovitý uhličitan barvy šedozelené, tvořící zpodinu všech těchto kusův, za dolomitický vápenec prohlásiti dlužno.

Že v určitém zákonitém pořádku mineraly tyto se vytvořily, pozoroval již A. E. Reuss,*) podrobně pak popsal E. Bořický.**)

Mineraly tyto uloženy jsou na sobě, počínajíc od vrstvy basaltickému tuffu nejbližší, takto:

---

*) Die Umgebungen von Teplitz und Bilin in Beziehung auf ihre geologische Verhältnisse. 1840. p. 172.

**) l. c.

α_1 Dolomitický vápenec nezřetelně paprskovitě vláknitý, lesku mastného, jen v tenkých lístcích prosvítavý, barvy na zpodu chřestové, v hořeních
α_2 partiích více zrnitý, barvy světle žlutohnědé.
β Bezbarvý, zrnitý křemen na povrchu druzovitý neb krystallovaný.
γ_1 Šedobílý neb namodralý, zřídka červenavý, prosvítavý chalcedon povrchu drobnozrnitého, krapníkovitého neb bradavičnatého po případě
γ_2 kacholongem povlečený.
δ_1 Zažloutlý, zrnitý, sypký neb bílý, krystallovaný, prosvítavý dolomit lesku perleťového,
δ_2 po případě křídově bílou vrstvičkou kacholongu pokrytý.
ε Žlutobílé, polokulovité neb ledvinité aggregaty kalcitu.
ζ Tenounká vrstvička hyalitu.*)

Síran hlinitý a železitý z Brzvan.)** (Webrschan).

a

Mikrokrystallický, slohu šupinkatě zrnitého, barvy sněhově bílé, místy nuance poněkud zažloutlé, slabého lesku hedvábného, nepatrné tvrdosti, as 1.

U vodě studené snadno se rozpouští. V uzavřené trubici skleněné žíhán jsa, nadýmaje se, nabývá barvy růžové a pouští vodu reakce kyselé. Solucí kobaltnatou navlhčen a opět vypálen byv, pěkně zmodrá.

Spec. váha určena byla pikrometrem v benzolu = 1·72.

Výsledek rozborů kvantitativných.

Průměrná čísla dvou souhlasných analys:

SO_3	38·88%
Al_2O_3	15·43 „
Fe_2O_3	1·75 „
FeO	0·25 „
CaO	sledy
MgO	0·35 „
H_2O	44·24 „
nerozp. zbytek	sledy
	100·90%

*) Jen na jediném kusu, vystaveném ve sbírce české tvoří nejvnitřnější vrstvu tenoučký povlak, bezbarvého, průhledného hyalitu.

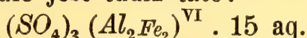
**) Brzvany vzdáleny jsou as hodinku severozápadně od Loun.

Odečteme-li přimíšené množství $FeSO_4$. 7 aq. a $MgSO_4$. 7 aq. a přepočteme opět na 100, jeví se chemické složení soli té takto:

		Quotienty:	
SO_3	38·75	0·4843	
Al_2O_3	15·78	0·1535	0·164
Fe_2O_3	1·79	0·0112	
H_2O	43·68	2·427	
Součet	100·00		

$$(R_2)^{VI}O_3 : SO_3 : H_2O = 1 : 3 : 15.$$

Vyplývající formule jest tudíž tato:



$$(SO_4)_3\ (Al_2Fe_2)^{VI}\ .\ 15\ \text{aq.}$$

Sůl tato blíží se, jak vidno, sloučenstvím svým alunogenu (keramohalitu), kterýž však 18 aq. obsahuje.

O soli téhož sloučenství $(SO_4)_3\ (Al_2Fe_2)$. 15 aq., tvořící krystallinické kusy barvy žlutobílé v rtuťnatých dolech Idrie v Krajině, činí zmínku též Fehling.*)

Taktéž keramohalit z Copiapa, dle analyse Rosseovy obsahuje menší množství vody než jakéž vyžaduje 18 molekul.**)

b

Celistvý, lomu zemitého, taktéž velice měkký, barvy sírově až citronově žluté, mdlý.

Na vzduchu vlhkém nabývá barvy ryšavé. V studené vodě dosti snadno se rozpouští, čímž liší se zejména od misy, jemuž habitem svým velice se podobá. Vodný roztok jeho jest barvy červenohnědé, delším stáním, neb zahřát jsa, okamžitě kalí se, vylučuje objemnou okrově žlutou sraženinu.

V uzavřené trubce žíhán jsa, nadýmaje se, pouští vodu a zanechává pěkně červený prášek kysličníku železitého.

Spec. váha ustanovená taktéž piknometrem v benzolu $= 2·038$.

Výsledek analyse kvantitativné:

SO_3	37·90%
Fe_2O_3, Al_2O_3	23·70 „
FeO	0·54 „
CaO	sledy „

*) Graham Otto. Ausführliches Lehrbuch der anorganischen Chemie II. Bd. p. 1131.

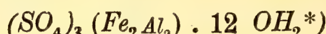
**) Pogg. Ann. XXVII. (1833) str. 317.
SO_3 36·97, Fe_2O_3 2·58, Al_2O_3 14·63, MgO 0·14, H_2O 44·64, SiO_2 1·37.
Z rozboru tohoto vyplývá formule $(SO_4)_3\ (Al_2Fe_2)$. 15½ aq.

MgO . . . . 1·16 „
H_2O . . . . 35·70 „
nerozp. zbytek . . . . 1·16 „
Součet . 100·16%

Odečteme-li přimíšené množství $FeSO_4$. 7 aq. a $MgSO_4$. 7 aq. a nerozp. látek a přepočteme opět na 100, jest chemické složení soli té následující:

SO_3 . . . . 38·96%
Fe_2O_3, Al_2O_3 . . . . 26·39 „
H_2O . . . . 34·65 „

Ono odpovídá přesně formule:



$(SO_4)_3\,(Fe_2Al_2)\;.\;12\;OH_2$ *)

Síran tento jest identického složení s **ihleitem**, který popsán byl r. 1877 od A. Schrauffa**) jako beztvarý, oranžový mineral spec. váhy 1·812, v studené vodě rozpustný, tvořící tenké povlaky na tuze z Mokré (Mugrau) v Čechách.

Oba tuto popsané sírany *a* i *b* tvoří společně nepravidelné porovité krušce, drobnoledvinitého povrchu.

Ony vykvétají společně z hlinitých vrstev zpodního útvaru křídového, nejspíše peruckých, pod vískou Brzvany a to na místě geologicky velmi zajímavém a již od A. E. Reusse popsaném.***)

Původně jsou tak měkky, že dají se snadno hnísti, na vzduchu teprve pozvolna tvrdnou.

Baryt ze Stříbra (Mies).

(Číslo 1942. všeob. sbírky.)

Hlíza hladkého, ledvinitého povrchu, jevící velmi zřetelně strukturu haematitu, to jest dvojí sloh, a to miskovitý a zároveň paprskovitě vláknitý.

Vlákénka soustředné miskovité vrstvy tvořící jsou velmi jemňoučká. Tvrdosti jest jen velmi skrovné, dá se snadno již nehtem rýpati, obnášíť as 1·5.

Na povrchu jest mdlý, barvy světle šedožluté, místy ryšavě zbarven, na lomu jest pěkného lesku hedvábného, barvy světlounce

---

*) Theoretické složení soli formule té jest toto:
SO_3 38·96, Fe_2O_3 25·96, H_2O 35·07.

**) Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie etc. 1877. p. 252.

***) Die Kreidegebilde des westlichen Böhmens 1844. p. 86.

hnědé, šedě koncentricky pruhován, jako dřevo husté roční kruhy patrně jevící.

Vryp má mdlý, špinavě bílý, poněkud nažloutlý.

Jest úplně neprůhledný.

Specifická váha jeho určena byla piknometrem = 4·19.

Zahřát jsa v uzavřené trubce skleněné, rozpadává se prudce v jemňoučký kyprý prášek, přičemž na objemu mu přibývá, šedne, po té téměř zčerná, pouštěje něco vody kyselé reakce, jež na chladnějších místech trubky jako rosa se sráží; vypálen byv zase zbělá.

Plamen Bunsenova kahanu *zbarvuje ihned intensivně žluto-zeleně* tak intensivně jako těkavá sůl barnatá. Příčina tohoto zvláštního zjevu dle mého mínění jest snadné rozprašování u vyšší teplotě.

Vyžíhán byv plamene více v té míře nezbarvuje.

Rozborem kvantitativným nalezeny vedlé obyčejných součástí barytu též i látky organické.

Výsledek rozborů kvantitativných:

Průměr dvou souhlasných analysí:

SO_3	31·93% *)
BaO	63·15 „
CaO	0·15 „
Fe_2O_3	0·58 „
SiO_2	neurč.
ztráta žíháním	1·89%

Všeobecná sbírka mineralní musea král. českého chová ještě několik kusů jemně vláknitého barytu ze Stříbra, popsanému podobných.**) Tak příkladem:

*) Nápadno jest, že v obou případech nalezeno menší množství kyseliny sírové, při první analysi 31·83%, při druhé 32·03%, než jakéž k nasycení kysličníku barnatého a vápenatého potřebno, onoť obnáší 33·22%.

Přijmeme-li toto theoretické množství kyseliny sírové do počtu, jeví se chemické složení zajímavého tohoto kusu takto:

$BaSO_4$	96·16%
$CaSO_4$	0·36 „
Fe_2O_3	0·58 „
látky organiké a voda	1·89 „
SiO_2	neurč.

**) Kusy téhož rázu známe též z Freiberga v Sasku. Ve Wernerově mineralní sbírce hornické akademie tamnější uložen odtamtud kus č. 4730. s popsaným ze Stříbra velmi souhlasný, o němž zmiňuje se též A. Breithaupt (Gilbert. Annal. 1827. str. 497). Baryt struktury haematitu nalezen byl ještě u Chaud-Fontaine u Luttichu a u Neu-Leiningen ve Falci rýnské (Handwörterbuch der Mineralogie. F. Aug. Quenstedt. 1877. p. 545.)

Čís. 1935. Hroznovitý aggregat, jen nezřetelně strukturu haematitu jevící, na povrchu barvy okrově žluté, na lomu křídově bílé, mdlý se zarostlými drobnými krystallky cerussitu.

Čís. 1933. a 1934. Ledvinité kusy na povrchu místy mdlé, drsné, místy hladké, mastného lesku, slohu paprskovitě vláknitého, barvy světlounce šedo-žlutavé.

Komptonit z Kočičího hradu (Katzenburg) u Litoměřic.

Úhledné, bezbarvé, poloprůhledné, tabulkovité krystallky, lesku skelného, as 1 cm. šířky a 2 mm. tloušťky, jevící plochy]

$$(001)\ 0P,\quad (110)\ \infty P,\quad (100)\ \infty\bar{P}\infty \text{ a } (010)\ \infty\breve{P}\infty,$$

nahloučené u vějířovité a snopkovité shluky, jež zdobí vedlé velikých nezřetelných krystallů kalcitu dutiny čediče drobně krystallovaným fillipsitem vyiožené.

Spec. váha ustanovena byla piknometrem = 2·388.

Výsledek analyse kvantitativné:

		Quotienty:	
SiO_2	36·90%	0·615	
Al_2O_3	31·83 „	0·309	
CaO	13·66 „	0·243	0·314
Na_2O	4·01 „	0·064	
K_2O	0·72 „	0·007	
H_2O	13·36 „	0·742	
Součet	100·48%		

Resultující formule:



$$2\ SiO_2 . Al_2O_3 . RO . 2^1/_3\ H_2O.$$

Pozoruhodno jest, že komptonit ztrácí svoji vodu teprve u vysoké teplotě.

Shledal jsem, že ještě při 150° C. sušen jsa, na váze své neztrácí; při 190° ztrácí 1·85%, při 200° 2·08%, při 280° 5·26% (množství toto odpovídá přibližně 1 molekule); ostatek vody uniká teprve až v červeném žáru.

Pokusem tímto potvrzena starší zpráva Damoura,*) jenž ve příčině té zkoušel vedlé jiných zeolitů též komptonit z českého Středohoří a zároveň vyvrácena domněnka Grothova,**) že jen $^1/_7$ krystallové vody komptonitu teprve v žáru těká.

---

*) Annal. de Chemie et Physique 3. serie t. LIII. 458.

**) Tabellarische Übersicht der Mineralien, Zweite Auflage, 1882. 112.

Z toho dále vysvítá, že voda komptonitu nemá ve sloučenství jeho funkci stejnou, tudíž že nelze veškeré množství vody jeho přijati za tak zvanou vodu krystallovou, jakž všeobecně po příkladě Rammelsbergově se děje.

7.

Ueber einige verkannte orientalische Carthamus-Arten.

Vorgetragen von Prof. Dr. Lad. Čelakovský, am 27. Februar 1885.

Anlässlich der Bestimmung eines Carthamus dentatus Vahl, den mir unter anderen auf der Athos-Halbinsel gesammelten Pflanzen Herr Slavibor Breuer, derzeit Mönch des bulgarischen Klosters Chilandar auf der Ostküste derselben Halbinsel, zur Bestimmung eingeschickt hatte, revidirte ich die Gattung Carthamus, soweit sie im Museumsherbar vertreten ist, wobei ich noch dadurch unterstützt wurde, dass mir H. Fr. Tempsky mit gewohnter Liberalität die Benutzung seines werthvollen Herbars erlaubte, und das botanische Museum zu Berlin durch gütige Vermittlung des H. Custos Schuman mir mehrere in Prag nicht vorhandene Arten zur Ansicht mittheilte. Die Untersuchung ergab in mehrfacher Hinsicht neue, für die Systematik, Nomenclatur, Morphologie und geographische Verbreitung der Gattung belangreiche Resultate, die ich im Folgenden darzulegen mir erlaube.

Zunächst ergab sich, dass unter der Benennung Carthamus dentatus bei den neueren Autoren, z. B. Decandolle, Boissier, Nyman, zwei erheblich verschiedene, wie ich glaube, specifisch zu trennende Formen ohne Unterschied untergebracht werden, nämlich der echte C. dentatus Vahl und dann der C. ruber Link, den alle diese Autoren als einfaches Synonym des C. dentatus aufführen. Dies ergab sich gleich durch die Vergleichung des obenerwähnten C. dentatus von Athos mit dem von Sartori bei Athen gesammelten „C. dentatus", der eigentlich der C. ruber Link ist.

Der C. dentatus ist in Vahl's Symbolae botanicae (1790) nicht nur beschrieben, sondern auf Taf. 17. auch abgebildet. Die sehr gute Abbildung (auch Decandolle giebt ihr das Zeugniss bene) stellt so vorzüglich die Athospflanze dar, als ob sie nach ihr gezeichnet wäre. Dagegen wird durch die Beschreibung und das Vaterland des

C. ruber Link (oder Centrophyllum rubrum Link)*) in der Linnaea IX. (1834) pag. 580 zweifellos erwiesen, dass die griechische Pflanze eben der C. ruber Link ist.

Der „Carthamus dentatus“ des Berliner Museum's ist auf sechs Blättern vertreten, von denen gerade die Hälfte den echten C. dentatus Vahl, und 3 Blätter den Carthamus ruber aufgespannt zeigen. Der erstere liegt vor von Konstantinopel 2mal (von Dr. Noë gesammelt), darunter 1 Exempl. aus dem Herbar Link, richtig als Kentr. dentatum bezeichnet, und einmal vom Berge Ossa in Thessalien, ges. von Heldreich. Der C. ruber ist dort vertreten einmal von Athen, ges. von Sartori, ausgegeben als Centroph. dentatum durch Heldreich, zweimal von Nauplia im Peloponesos, richtig als C. ruber bezeichnet, darunter ein Originalexemplar „ex herbario Linkii.“

Ich lasse nun die diagnostischen Unterschiede der beiden, bisher confundirten Arten folgen.

Carthamus dentatus Vahl. Stengel weisslich, spinnwebig-wollig. Blätter bläulichgrün, dicht fein- auch drüsig-behaart; Stengelblätter eilanzettlich bis eiländlich-lanzettlich, kurz zugespitzt, breit umfassend. Äussere stengelblattartige Hüllblätter des Kopfes eilanzettlich, mit feineren, kürzeren Seitendornen, äusserste abstehend, aber nicht zurückgebogen, die übrigen aufrecht, nur etwas länger als die inneren und nicht länger als das Blüthenköpfchen, bis zur Mitte mehrnervig, darüber 3nervig. Mittlere Hüllblätter mit breitem, eiförmigen, in einen feinen, weicheren Stachel zugespitzten, trockenhäutigen, glänzend weissen, öfter purpurn gestreiften, am Rande fein gesägt-gefransten Anhängsel; zwischen ihnen und den äusseren häufig krautige, gegen den schmäleren Basaltheil mit scariösem fransig-gewimperten Flügelrande versehene Übergangsblätter; die innersten lanzettlich, ganz. Corollen purpurn, grösser, Röhre 10 mm lang. Innerste Pappusschuppen meistens reducirt, kurz, gestutzt.

Carthamus ruber Link. Blätter grasgrün, wenig ins Graugrüne ziehend. Grundständige Stengelblätter leierförmig fiedertheilig, mit eilänglichem, dornig-gezähnten grossen Endzipfel, die oberen lanzettlich, langzugespitzt, dornig-fiederspaltig, die obersten dornig-gezähnelt, schmäler umfassend. Äussere Hüllblätter lang-lanzettlich zugespitzt, mehr oder weniger rinnig gefaltet, stark vorragend nervig, im grössten oberen Theile 3nervig, gegen den Grund zu mehrnervig, zuletzt bogig-zurückgekrümmt, 2mal so lang und länger als die in-

*) Link hat ebendort sehr vorsichtig beide Benennungen aufgestellt.

neren; mittlere Hüllschuppen mit kleinerem, eilanzettlichen, in die krautige Basis der Schuppe zugeschweiften, trockenhäutigen, weisslichen, fein wimperig-gesägten, in eine stärkere Dornspitze auslaufenden Anhängsel; Übergangsblätter minder auffällig, ganz krautig, gegen den Basaltheil dichter stachelig, aber dort nicht oder unbedeutend trockenhäutig, innerste lanzettlich, ganzrandig. Corollenröhre kürzer, 8 mm lang. Innere Pappusschuppen meist entwickelt, lanzettlich-pfriemlich, so lang und länger als die vorhergehende Reihe.

Habituell unterscheidet sich der C. ruber vom dentatus sogleich durch die Färbung, minder dichte Behaarung, die Schmalheit der Blätter, stärkere Seitendornen der viel längeren und schmäleren äusseren Hüllblätter und kleinere, minder auffällige gefranste Anhängsel der mittleren Hüllblätter. Genug zahlreiche Exemplare verschiedener Standorte, die ich gesehen habe, sprechen dafür, dass die beiden Carthamusarten als solche angenommen zu werden verdienen, obgleich Breite und Länge der Stengelblätter und äusseren Hüllblätter wie bei anderen anerkannten Arten etwas variirt, doch so, dass die Grenzen zwischen beiden Arten immer deutlich bleiben. Im äussersten Falle könnte es sich herausstellen, dass C. ruber als Unterart oder Rasse mit C. dentatus zu vereinigen sei, niemals aber als einfaches Synonym.

Dass Vahl unter C. dentatus gerade nur die oben beschriebene Pflanze von Athos u. s. w. verstanden hat, bezeugt sowohl die Beschreibung als auch, und noch exquisiter, die Abbildung, welche sehr gut die kurzen, breiten, eiförmig-lanzettlichen Stengelblätter (foliis lanceolato-ovatis heisst es auch in der Diagnose), dann die das Köpfchen nur wenig überragenden, aufrechten äusseren und die mit breitem, hellem, am Grunde stark eingeschnürtem Anhängsel versehenen inneren Hüllblätter der Athospflanze darstellt.

Den C. ruber nennt Link eine „planta in Peloponeso frequentissima“. Er habe längere Zeit gezweifelt, ob sie von den bekannten Carthamusarten C. dentatus, creticus und leucocaulos verschieden sei, doch sprächen dafür mehrere constante Merkmale. Die wichtigsten, die Link anführt, sind diese: Folia augustiora ac in affinibus longiora, conduplicata, demum reflexa, subtus nervis eminentibus rugosa. lanceolata, spinis validis dentata. Phylla anthodii extima foliosa anthodio longiora, demum reflexa. Carthamus creticus Sieber Herb. hujus videtur loci.

Die letztere Bemerkung ist ganz richtig; der von Sieber bei Melidoni auf Creta gesammelte, als C. creticus ausgegebene Cartha-

mus ist in der That eine kleine, niedrige, durch sehr lange und schmale Stengelblätter und diesen conforme Hüllblätter von C. dentatus noch mehr als die griechische Pflanze abweichende Form des C. ruber Link.*)

Auch von Sintenis und Rigo auf der Insel Cypern gesammelte Exemplare mit der Benennung C. glaucus gehören z. Th. zum C. ruber, die inneren Hüllschuppen derselben haben aber einen besonders kleinen Anhang und sind minder zahlreich, die Pflanze ist kahler, die Blätter etwas kürzer und breiter als bei den anderen Formen. Es geht daraus hervor, dass auch C. ruber gleich dem C. glaucus in verschiedenen Formen vorkommt.

Die bisher festgestellten Standorte des C. ruber sind also: Athen (Sartori!), Nauplia (Herb. Link!), Melidoni auf Creta (Sieber!), Insel Cyprus (Sint. et Rigo!).

Dagegen kommt der echte C. dentatus vor: Am Berge Ossa (in arvis post messem, ad vias: Heldreich!), auf der Athos-Halbinsel (ad monasterium Chilandar, inter segetes et in incultis: Breuer!), bei Constantinopel (Noë)! dann in Cilicien (Péronin); die cilicische Pflanze ist besonders stark graubehaart, auch spinnwebig. Ob die übrigen von Boissier zu C. dentatus citirten kleinasiatischen Standorte: Bithynien, Troas, Lydien hieher oder zum C. ruber gehören, bleibt noch auszumitteln.

Noch muss ich über den Pappus der beiden Arten eine wesentliche Bemerkung machen. Bei manchen Arten sind bekanntlich die innersten, im Kreise um die Basis der Corollen stehenden Spreublättchen des Pappus verkümmert, ganz kurz, gestutzt oder zerschlitzt, blass und innerhalb der vorletzten, meist braun bis violettbraun gefärbten langen Pappusreihe verborgen, bei anderen sind die innersten Pappusstrahlen entwickelt, den vorausgehenden ähnlich, lanzettlich, auch gefärbt, ihnen gleichlang oder länger. Dieser Unterschied spielt in der Eintheilung der Arten bei Decandolle, Boissier, Nyman u. a. eine hervorragende Rolle. Die beiden ersten Sectionen von Kentrophyllum Neck. (welche Gruppe De Candolle generisch von Carthamus abtrennt), nämlich Atraxyle (mit C. lanatus, tauricus, leu-

*) Tausch in Flora XII. (1829) I. pag. 71 nennt den C. creticus Sieb. herb. cret. Kentrophyllum incanum. Dieser Name kann keine Priorität vor Carth. ruber beanspruchen, nicht nur weil er in der jetzt mit Recht wieder aufgegebenen Gattung Kentrophyllum gegeben wurde, sondern auch weil er ohne Beschreibung oder Diagnose, nur mit Berufung auf ein damals gar nicht aufgeklärtes Sieber'sches Exsiccat, publicirt wurde.

cocaulos, glaucus) und Odontagnathia (mit C. dentatus) unterscheidet De Candolle nicht nur nach den ungezähnten und wimperig-gezähnten inneren Hüllschuppen, sondern auch nach der innersten Reihe der Pappusstrahlen, welche bei Atraxyle „exterioribus multo brevior, apice truncata,“ bei C. dentatus aber „aut nulla aut aliis longior“ genannt wird.

Boissier benützt zur Eintheilung der ersten Hauptgruppe von Carthamus „pappo paleaceo“ nur das vom Pappus hergenommene Merkmal, ihm folgt auch Nyman's Conspectus.

Beim C. dentatus Boiss. (Kentrophyllum dentatum DC), mit Einschluss des C. ruber Link, sollen also die innersten Spreuschuppen des Pappus etwas länger sein als die vorausgehenden, während ich zuerst beim C. dentatus von Athos die innerste Pappusreihe aus ganz kurzen, gestutzten, 2—3spaltigen Spreublättchen gebildet fand. Dieser Umstand liess mich anfangs, als ich die Athospflanze zuerst bestimmte, zweifeln, ob dieselbe überhaupt der C. dentatus sein könne, da sie nach De Candolle und Boissier in eine andere Gruppe, neben C. nitidus Boiss., gehören müsste. Eine weitere Untersuchung des Pappus von verschiedenen Früchten des C. dentatus und des C. ruber ergab aber, dass das Pappusmerkmal bei derselben Pflanze variabel ist. Beim C. dentatus kommen auch einzelne Achenen vor, an denen ein paar Spreuschuppen des innersten Kreises lanzettlich und verlängert erscheinen, während die übrigen kurz und gestutzt bleiben. Beim C. ruber sind zwar häufig alle Strahlen des innersten Kreises lang entwickelt, an anderen Früchten aber finden sich einige Strahlen desselben rudimentär, andere im selben innersten Kreise daneben verlängert, ja an einzelnen Achenen fand ich auch alle innersten Schuppen kurz, gestutzt. Hieraus ergibt sich 1., dass De Candolle und Boissier wahrscheinlich den Pappus des C. ruber, den sie vom C. dentatus nicht unterschieden, und nicht des echten C. dentatus untersucht haben, und 2., dass dieses Merkmal zur Eintheilung der Arten überhaupt sich weniger eignet, weil es bei diesen zwei Arten wenigstens unbeständig ist.

Ebenso wenig darf das Merkmal der gezähnten oder ganzrandigen inneren Hüllschuppen in der Weise, wie es bisher geschehen, für die Eintheilung verwendet werden. Es ist nicht richtig, dass bei C. lanatus, leucocaulos u. a. die inneren scariosen Hüllblätter immer und alle ungezähnt, und nur beim C. dentatus und nitidus Boiss. gezähnt seien. Beim C. lanatus sind die mittleren Hüllschuppen, d. h. die äusseren unter den scariosen auch häufig verbreitert und beiderseits gezähnt, freilich nur mit kurzen Zähnen, nicht durch so lange Zähne

kämmig-gezähnt, wie beim C. dentatus und ruber. Auch beim C. leucocaulos Smith habe ich einzelne innere Hüllschuppen etwas gezähnt gesehen, noch häufiger finden sich solche Hüllschuppen bei dem gleich zu besprechenden C. creticus L.

Auch ist es unrichtig, wenn bei C. dentatus und ruber die phylla intima scariosa pectinato-ciliata genannt werden, weil auch bei diesen Arten, wie bei allen andern die innersten Anthodialschuppen lanzettlich und ganzrandig sind, und nur die mittleren (die äusseren der inneren scariosen) so kämmig-gezähnt auftreten.

Nur beim Carthamus glaucus finde ich die inneren, scariösen Hüllschuppen alle unverbreitert und ungezähnt. —

Eine andere, gleich dem C. ruber gründlich verkannte, im Verzeichnisse der Arten neuerer Autoren verschwundene, zu den Synonymen verwiesene Art hat Linné zum Urheber, es ist das der C. creticus L. Diese Art — von der ich nachweise, dass es eine eigene Art ist — hat ein eigenthümliches Schicksal gehabt. Linné hat sie nämlich zuerst in Spec. pl., Edit. II. Tom. 2. (1763), dann im Systema Nat., Edit. 12. (1767) diagnosirt und beschrieben. Willdenow's Spec. plant. (1800) lassen die Art noch gelten. Nun aber versichert Smith im Prodr. Fl. graecae (1813) (v. 2. pag. 160), der C. creticus des Systema Naturae sei synonym mit seinem C. leucocaulos, aber der C. creticus der Species plantarum sei hievon verschieden: C. creticus L. Sp. pl. = Atractylis flore citrino Vaillantii, flore flavo, caule viridi, villosiusculo, foliisque inferioribus lyratis ab hac specie satis differt.

Dieser Meinung haben die späteren Autoren, welche mit der Gattung Carthamus sich beschäftigten, namentlich De Candolle im Prodr., Boissier in Fl. Or., Nyman im Consp. ohne Weiters beigepflichtet. Smith selbst sagt nicht, welche Bedeutung der C. creticus Spec. pl. eigentlich habe. De Candolle aber nahm ihn als Synonym des C. tauricus M. Bieb. auf, von welchem er übrigens nur aus der Krim und aus Persien Exemplare gesehen zu haben angiebt. Den Linnéschen Standort Creta citirt De Candolle nur mit Fragezeichen.

Was nun den C. tauricus betrifft, so schreibt Marsch. Bieberstein in Fl. taur. caucas. II. pag. 285 von ihm: „dignoscitur a C. lanato foliis inferioribus non dissectis, flosculis pallidis (pallide luteis). Copiosus in Tauriae et Caucasi, etiam in Iberiae apricis siccis." Dagegen wird C. lanatus für das Gebiet nicht aufgeführt. Der specifischen Verschiedenheit seines C. tauricus war Marschall Bieberstein übrigens nicht sehr sicher, da er im 3. Bde. pag. 562 nachträglich

über ihn bemerkt: „comparandus iterum cum C. lanato, cui nimis affinis.“ Auch im Prodromus De Candolle's liest man: an satis a lanato differt?

Ledebour in Fl. ross. II. hat bereits den C. tauricus zum C. lanatus eingezogen. Ich kann dem nur beistimmen, nachdem ich ein kaukasisches Exemplar, von H. Krátký aus der Gegend von Tiflis eingeschickt, verglichen habe. Dasselbe unterscheidet sich vom südeuropäischen C. lanatus nur durch die bleichere gelbe Blüthenfarbe und durch die allerdings leierförmigen unteren Blätter, ist aber sonst ganz identisch, daher ich ihn nur als Varietät des C. lanatus (β. tauricus) gelten lassen kann.

Bei Boissier ist dann nebst dem C. tauricus auch der C. creticus L. Sp. pl. nec Syst. Nat. ein blosses Synonym des C. lanatus geworden. Was aber der C. creticus L. Syst. nat. eigentlich sei, sagt Boissier jedoch nicht; auffallender Weise unterlässt er dieses Citat beim C. leucocaulos, scheint also die Ansicht von Smith doch nicht ganz sicher gefunden zu haben, was begreiflich ist, da Boissier beim leucocaulos bloss rosenrothe Blüthen kennt, während der C. creticus Syst. nat. eine ganz andere Corollenfärbung haben soll.

Allein die Smith'sche Meinung, dass Linné im Systema und in den Species unter demselben Namen zwei verschiedene Pflanzen gemeint habe, ist völlig grundlos. Linné definirt in Spec. plant. den C. creticus folgendermassen: caule laeviusculo, calycibus sublanatis, flosculis subnovenis, foliis inferioribus lyratis, summis amplexicaulibus dentatis, — und macht dazu noch folgende Bemerkung: Habitus C. lanati, sed magis laevis, folia nitidiora, dentibus paucioribus, flosculis circiter 9, at in altero (lanato) longe numerosiores. Als Vaterland führt er nur Creta an. Synonyme gibt er zwei: Atractylis flore leucophaeo Vaillant; — Cnicus creticus, atractylidis folio et facie, flore leucophaeo et candidissimo Tournef.

Ein Citat Atractylis flore citrino Vaill. ist in Spec. pl. gar nicht vorhanden, wohl aber A. flore leucophaeo Vaill., daher es unbegreiflich ist, wodurch dieses falsche Citat im Prodr. fl. gr. veranlasst worden sein mag.

Die Diagnose des C. creticus L. ist ferner in beiden Werken Linné's dieselbe: caule laeviusculo, calycibus sublanatis, flosculis subnovenis, foliis inferioribus lyratis. Nur steht im Syst. nat. noch der Zusatz: corollulae albae fauce ligneis 5 nigris, dein bifidis, laciniarum margines nigras efficientibus. Das letztere ist offenbar eine deutlichere Erklärung des flos leucophaeus von Tournef. und Vaillant.

Aus allem geht hervor, dass in Sp. plant. und im Systema als C. creticus eine und dieselbe Pflanze gemeint ist, und dass Smith gar keinen Grund hatte, den C. creticus Sp. pl. nicht zu seinem C. leucocaulos zu citiren, nachdem er C. creticus Syst. zu demselben gezogen hatte, umsomehr, da er selbst das Tournefort'sche Synonym Cnicus creticus etc., welches die Spec. pl. aufführen, und auf welches Linné seinen Namen gegründet hatte, zu seinem C. leucocaulos zog. Freilich, ob der C. creticus L. wirklich zum C. leucocaulos Smith synonym ist, in Folge dessen der letztere Name zurückstehen müsste, das ist eine andere, noch zu beantwortende Frage.

Darüber, was der C. creticus L. Spec. pl. et Syst. nat. in Wahrheit ist, gaben mir gewisse kultivirte Exemplare und spontan gewachsene, auf Creta von Sieber und auf Cypern von Sintenis und Rigo gesammelte Pflanzen, die mit den kultivirten in allen wesentlichen Punkten übereinstimmen, Aufschluss. Nach einer alten und, wie ich behaupten kann, richtigen Tradition wird in verschiedenen botanischen Gärten unter dem Namen C. creticus L. eine Art cultivirt, die den Linné'schen Merkmalen im Ganzen gut und unter allen anderen Arten gewiss am besten entspricht. Im Herbar des Böhm. Museums befinden sich solche cultivirte Exemplare aus dem Prager Garten, aus dem Garten zu Monza (Modoetia), aus dem Wallroth'schen Herbar (vielleicht aus Halle), aus dem Waldstein'schen Herbar und aus Sternberg's Herbar, resp. aus dem Garten zu Březina bei Radnitz.

Die spontane kretische Pflanze hat Sieber als C. lanatus p. pte ausgegeben*) (unter demselben Namen gab der berühmte böhmische Reisende auch C. glaucus und sogar Carduncellus eriocephalus Boiss. heraus, worüber später). Die cyprische Pflanze von Sintenis und Rigo ist als C. glaucus ausgegeben (vermengt mit C. glaucus var. tenuis Boiss. und C. ruber, wie die Exemplare im Böhm. Museum und im Herb. Tempský beweisen).

Dieser C. creticus nun ist dem C. lanatus L. allerdings nächstverwandt und auch habituell ähnlich, daher ihn auch Sieber von diesem nicht unterschied. Er unterscheidet sich vom C. lanatus zunächst durch die blassen oder weisslichgelben Corollen, die beim C. lanatus goldgelb bis safrangelb erscheinen. Der erweiterte Saum der Corollenröhre wird von 5 schwarzbraunen, auf den schmal-

*) Tausch hat bereits l. c. richtig angegeben, dass der Carth. lanatus Sieb. Herb. Cret. mit C. creticus L. = Kentrophyllum creticum Tausch, einer von Tausch anerkannten Art synonym ist.

röhrigen Theil der Corolle mehr oder weniger wellig-gebogen herablaufenden Commissuralrippen durchzogen, die sich am Ursprung der Zipfel theilen und je einen Rand zweier benachbarten Zipfel braun beranden. Ganz weiss, wie Linné angiebt, sind aber die Corollen nicht; doch da keine andere Art dieser Angabe entspricht, da die übrigen Merkmale und das Vaterland zu der von mir gemeinten Pflanze passen, so zweifle ich nicht, dass diese Angabe nicht ganz genau ist. Wahrscheinlich wurde sie durch nach der Anthese völlig verblasste Blumen veranlasst. Die dunkel gefärbten Rippen der Corolle sind übrigens beim C. lanatus ebenso vorhanden, nur fallen sie dort wegen der dunkleren Blumenfarbe überhaupt weniger in's Auge als auf dem blassen Grunde der Corolle des C. creticus. Die blassgelbe Färbung der Corolle war neben den foliis inferioribus lyratis wohl die Ursache, dass De Candolle den C. creticus mit dem C. tauricus M. B. identificirte. Doch sind die Corollen des ersteren noch bedeutend blasser als die des letzteren; sie sind auch etwas kleiner als die des C. lanatus (bei diesem 9—10 mm. langer Saum, bei jenem nur 8 mm). Ausserdem unterscheidet sich der C. creticus vom C. lanatus durch steif lederartige glänzendere abstehende und zurückgekrümmte Blätter, deren bedornte Seitenzipfel mehr horizontal abstehen und entfernter stehen, durch die ähnlichen schmalen rinniggefalteten und stark umgebogenen äusseren Hüllblätter (bis 5 cm lang), welche die inneren scariosen Involucralblätter bedeutend, meist um das Doppelte, und auch die Blumen noch merklich überragen. Der Glanz der Blätter und äusseren Hüllblätter wird noch unterstützt durch glänzende, grössere, sitzende Drüsen, während beim C. lanatus diese Drüschen auf matterer Oberseite glanzlos und viel kleiner sind. Die Köpfe sammt Involucrum des C. creticus gehören zu den grössten in der Gattung Carthamus. Von den inneren Hüllblättern sind, ähnlich wie beim C. lanatus, einzelne oben verbreitert und gezähnt. Die Achenen des C. creticus sind grösser und ihr Pappus mächtiger, die äusseren Pappusreihen regelmässiger dachziegelig gereiht, breiter, am Ende gestutzt und 2spaltig.

Die Behaarung des Stengels und der Blätter ist in der Regel schwächer als beim lanatus, die weisslichen Stengel im unteren Theile ganz kahl, oberwärts nur zerstreut behaart; besonders verkahlt erscheinen die cultivirten Exemplare. Doch muss ich bemerken, dass die Sieber'schen Exemplare von Creta stärker behaarte (mit langen Gliederhaaren besetzte) Stengel besitzen als die cyprische Pflanze und die Gartenpflanzen. Die noch zu besprechende ägyptische Pflanze

ist im oberen Theile des Stengels und auf dem Involucrum stärker spinnwebig-wollig.

Durch die schmäleren, längeren, stärker bedornten, zurückgekrümmten Blätter und äusseren Involucralblätter verhält sich der C. creticus zum C. lanatus ähnlich, wie der C. ruber zum C. dentatus. Wie die beiden letztgenannten unter sich, so sind auch die ersteren ohne Zweifel sehr nahe verwandt. Ob man sie als gute Arten ganz trennen, oder besser als Unterarten einer Art betrachten solle, das wage ich noch nicht apodictisch zu entscheiden und überlasse es weiterer Beobachtung. Die Sieber'sche Pflanze von Creta nähert sich allerdings in der Behaarung, selbst in der Bezahnung der Blätter, durch minder lange Involucralblätter und, wie es mir nach den spärlichen Blüthenresten in den längst abgeblühten Köpfchen derselben scheint, durch minder blasse Corollen schon mehr dem C. lanatus. Jedenfalls ist C. creticus L. kein blosses Synonym des C. lanatus L.

Dass nun die hier vergleichend beschriebene Pflanzenform der C. creticus L. wirklich ist, dies bezeugen ausser den Corollen auch die meisten übrigen von Linné angeführten Merkmale, namentlich der caulis laeviusculus, die folia nitidiora, dentibus paucioribus. Ferner giebt Linné an, die Blüthenzahl im Köpfchen sei eine viel geringere (etwa 9) als beim C. lanatus. Auch diess stimmt im Allgemeinen. Vergleicht man etwa gleich grosse Köpfchen beider Arten, so wird man die Blüthen des C. lanatus wirklich zahlreicher finden, obwohl ich eine so sehr geringe Zahl, wie Linné angiebt, beim C. creticus doch nicht gesehen habe. Die folia inferiora lyrata (wegen derer wohl auch De Candolle den C. creticus mit dem C. tauricus M. B. identificirte) kann ich an dem einzigen vollständigen Exemplar von Cypern (die anderen entbehren der Grundtheile) nicht bestätigen, doch ist es nicht unwahrscheinlich, dass die Gestalt der unteren Blätter variabel ist (wie beim C. lanatus).

Es bleibt mir nun zu untersuchen, in welchem Verhältniss der C. creticus zum C. leucocaulos Smith steht. Exemplare des letzteren liegen mir vor von Stia auf Creta, ges. von Sieber*) und auch als C. leucocaulos richtig ausgegeben (im Hb. Musaei bohem. und Herb. Tempsky); ferner sah ich ein ganz übereinstimmendes schönes, kräftiges Exemplar aus dem Berliner Herbarium, von Heldreich ges. „in Cycladum insula Hydra.“ Die Beschreibung der Flora Orientalis

---

*) Diesen Standort kennt die Flora Orient. nicht, überhaupt scheint Boissier von den Sieber'schen Carthami keinen gesehen zu haben.

passt sehr wohl auf alle diese Pflanzen. Dieser C. leucocaulos Fl. Orient. ist nun vom C. creticus bedeutend verschieden; sein Stengel ist wirklich glänzend weiss, auch etwas ins amethystfarbene spielend, ganz kahl, nur oberwärts unter den Köpfen mit äusserst kurzen Drüsenhärchen sehr unauffällig und nur mit der Loupe bemerkbar besetzt. Ebenso kahl und noch stärker als beim C. creticus glänzend sind die Blätter; die Drüschen, die sie trotzdem besitzen, sind sehr winzig, vergänglich und erst mit der Loupe bemerkbar. Die Stengelblätter, besonders die oberen, sind gleich den äusseren Involucralblättern sehr schmal, lineallanzettlich, verlängert, in sehr entfernte, lange, lanzettliche, dornspitzige Zipfel getheilt, sehr dicklich, sammt den Fiederläppchen rinnig. Die äusseren Hüllblätter überragen die inneren mehr als doppelt, also mehr noch als beim C. creticus; die kräftigen, nur am Ende dornspitzen Fiederabschnitte derselben geben ihnen ein hirschgeweihartiges Ansehen. Die Blumen endlich sind rosenroth, wie das Berliner Exemplar es zeigt, und wie es auch Boissier richtig angiebt (flosculis pallide roseis).

Es ist daher zu verwundern, wesshalb Smith den Carth. creticus L. Syst. nat. und den gleichbedeutenden Cnicus creticus flore leucophaeo sive candidissimo Tournef. als Synonyme seines C. leucocaulos annahm, da doch weder Blüthenfarbe noch Anderes, z. B. calyces sublanati bei Linné dazu passt. Man könnte somit glauben, dass Smith unter C. leucocaulos eben nur den C. creticus L. verstand; dem widerspricht aber die Smith'sche Diagnose: caule nitido glaberrimo, calycibus glabris, foliis pinnatifido-dentatis recurvis. Auch citirt Boissier zu seiner Beschreibung des C. leucocaulos die Abbildung der Flora graeca (welches höchst seltene Buch mir nicht zur Verfügung steht). Man kann also nur sagen, dass die von Smith beigesetzten Synonyme im Prodr. Fl. gr. zu streichen sind. Da Smith die Beschreibungen nach den von Sibthorp gesammelten Pflanzen verfasste, so ist es leicht möglich, dass er nur abgeblühte Köpfchen (wie so häufig an später gesammelten Pflanzen) vor sich hatte, daher die Verschiedenheit in der Blüthenfarbe nicht bemerken konnte; möglich ist es auch, dass er wirklich eine kahle Form des C. creticus (obwohl dessen Stengel nie so weiss ist) mit seinem C. leucocaulos vermengte und ersterem die Blüthenfarbe entnahm.

Bei De Candolle finden sich nun ausdrücklich die Corollen des C. leucocanlus als „albidae cum nervis obscuris" angegeben, was nebst dem Vaillant'schen und Tournefort'schen Synonym darauf hinweist, dass auch De Candolle beide Arten verwechselte. Ich glaube denn auch bestimmt,

dass die Bemerkung: saepe in hortis vagat sub nomine cretici (Prodr. VI. pag. 611), die De Candolle zum Kentrophyll. leucocaulon macht, auf den richtigen C. creticus sich bezieht. So liegt auch im Herbar des Böhm. Museums ein cultivirter C. creticus mit der (von Presl gemachten) Bestimmung Kentrophyllum leucocaulon DC. vor.

Die minder kahle Form des C. creticus könnte auch zur Verwechselung mit C. glaucus M. Bieb. Anlass geben, namentlich dann, wenn keine Corollen vorliegen, und es scheint, dass solche Verwechselungen auch schon öfter vorgekommen sind, wie ja in der That Sintenis und Rigo beide Arten (nebst C. ruber) unter derselben Scheda C. glaucus ausgegeben haben. Auch erhielt das Museum durch die Güte des H. Dr. Schweinfurth ein von Dr. J. Pfund gesammeltes Exemplar des C. creticus L. aus der „Flora von Cairo“, von dem berühmten Geber als C. creticus v. syriacus bestimmt. Damit ist Kentroph. syriacum Boiss. olim oder K. creticum Boiss. gemeint*), welche Namen nach Boissier's späterer Auffassung in Fl. Orient. als Synonyme zu einer Varietät des C. glaucus M. B. gehören, und jedenfalls auch mit diesem nächstverwandte Formen bedeuten.

Dieser C. creticus L. von Kairo ist nun auf den oberen Stengeltheilen und Hüllen mehr spinnwebig-wollig, im Übrigen aber von der cyprisch-kretischen und cultivirten Pflanze nicht verschieden. Obzwar die Köpfe längst abgeblüht sind, konnte ich an einzelnen Corollenresten noch die gelbliche Farbe constatiren.

Der C. glaucus M. B. (s. ampl.) in allen seinen, noch zu besprechenden Formen unterscheidet sich nun vom C. creticus L. durch die rothen Corollen, durch beträchtlich kleinere, nur mittelgrosse bis ziemlich kleine Köpfchen, durch lanzettliche, nach oben nie verbreiterte und niemals gezähnte innere Hüllschuppen, und durch eine feinere Bestachelung der Stengelblätter und äusseren Hüllblätter.

Die Verbreitung des C. creticus L., soweit ich sie feststellen konnte, wäre nach dem Vorausgeschickten folgende: Creta (Sieber!), Cyprus (Sint. et Rigo!), Aegyptus ad Cairo (Pfund!). Nach den Vermengungen dieser Art mit C. lanatus einerseits und C. leucocaulon anderseits ist es fraglich, ob nicht einzelne bei diesen Arten angeführte Standorte zum C. creticus gehören. Man kann auch vorläufig zweifeln, ob der echte C. lanatus auf Creta und in Aegypten wächst und nicht vielmehr allgemein der C. creticus dafür gehalten worden ist.

---

*) Das K. alexandrinum Boiss. wurde in Scheda von Dr. Schweinfurth analog als C. creticus var. alexandrinus bezeichnet.

Nachdem von C. glaucus M. B. bereits des Vergleiches wegen die Rede gewesen, will ich die Besprechung dieser Art gleich hier anknüpfen. In dem weiteren Sinne Boissier's aufgefasst, ist der C. glaucus eine sehr polymorphe Art, und einige Formen weichen so sehr vom Grundtypus ab, dass ich sie lieber als eigene Arten betrachten möchte. Boissier unterscheidet nebst dem Grundtypus die Varietäten β) syriacus (Kentrophyllum syriacum et K. creticum Boiss. Diagn.), γ) tenuis (Kentr. tenue Boiss. & Bl.) und δ) alexandrinus (K. alexandrinum Boiss.). Die Charakterisirung dieser Varietäten hauptsächlich durch den Pappus finde ich aber ungenügend, ganz besonders aber ist die Vereinigung des K. syriacum und creticum Boiss. zu einer Varietät, also die Behandlung dieser früheren Boissier'schen Arten als reine Synonyme sehr unnatürlich. Mindestens müsste neben der var. syriacus noch eine var. creticus (K. creticum Boiss.) unterschieden werden.

Wir besitzen im Museum ein Originalexemplar M. Bieberstein's aus dem Kaukasus, welches aus Sternberg's Herbarium herrührt. Diesem zunächst steht die Pflanze von Creta (ad Khalepa leg. Reverchon! und ad Melidoni leg. Sieber!), die in der feinen Behaarung und Drüsenbekleidung übereinstimmt und nur durch reichlichere und theilweise längere Stacheln der steiferen Blätter und äusseren Hüllblätter, deren letztere beträchtlich länger sind, abweicht. Die Siebersche Pflanze ist überdies stark verkahlt, glänzender, schmalblättriger. Die Pflanze von Creta wäre also die echte Var. creticus (K. creticum Boiss.). Zunächst kommt dann die Var. tenuis Boiss. Im Herb. Tempsky sah ich davon zwei Formen, von Gaillardot am Fusse des Berges Karmel in Palaestina gesammelt. Das eine Exemplar aus den Reliquiae Mailleanae ist von Boissier selbst bestimmt, das andere stammt aus Gaillardot's plant. Syriae n. 1987, welche Nummer von Boissier selbst zur var. tenuis citirt wird. Beidemal trägt aber die Scheda den Namen Kentr. foliosum Boiss. sp. nova, welcher Name in Fl. Orientalis nicht mehr erwähnt wird, von Boissier also unterdrückt und durch K. tenue ersetzt wurde. Die Form aus den Reliquiae Mailleanae ist stark verkahlt, die Blätter sehr schmal und langzugespitzt, und dichtstehend, die Blüthenköpfchen etwas kleiner (glabrescens, folia angustata, capitula subminora, graciliora Fl. Orient.). Das andere Exemplar n. 1987 ist schon dichter behaart, namentlich auch der Stengel spinnwebig-wollig, die Blätter minder schmal, so dass es sich von der var. cretica kaum mehr unterscheidet. Ich möchte daher nur die Pflanze aus den Reliquiae

Mailleanae als var. tenuis ansehen, das von Gaillardot bestimmte K. foliosum vom Karmel aber geradezu zur var. creticus rechnen. Offenbar hat Gaillardot unter demselben Namen zwei verschiedene Formen ausgegeben. Immerhin ist daraus zu sehen, dass das K. tenue Boiss. (K. foliosum Boiss. in scheda) dem K. creticum Boiss. sehr nahe steht und eben auch nur Varietät des C. glaucus ist. Sintenis und Rigo haben als C. glaucus z. Th. auch diese var. tenuis von Cypern ausgegeben.

Von allen diesen weit mehr verschieden und vielleicht doch wohl als Art zu trennen ist das K. syriacum Boiss., welches mir von Gaillardot in Syrien bei Sidon gesammelt und von Boissier in Reliquiae Mailleanae selbst bestimmt vorliegt. Diese Form zeichnet sich vor den bisher erwähnten aus durch kurz geschweift-gezähnte, fein bestachelte Blätter und äussere Hüllblätter; die oberen Stengelblätter sind kurz, und mit stachlig geendeten kurzen Zähnen von gleicher Art versehen, während bei den vorigen die Bezahnung und Bestachelung der gleichen Blätter doppelt ist, nämlich zwischen entfernteren, grösseren, länger bestachelten Zähnen kleine kurzbestachelte stehen. Dazu kommt eine weissliche, drüsenhaarig-filzige, kleienartige Behaarung aus dichten und mit viel grösseren Drüsenköpfchen endigenden Haaren. Ich bin geneigt, diese syrische Pflanze als Carthamus syriacus vom C. glaucus abzutrennen.

Noch mehr weicht schliesslich das Kentr. alexandrinum Boiss. Diagn. vom C. glaucus ab, daher ich es ohne Bedenken als Carthamus alexandrinus wieder vom letzteren trenne. Das Museum besitzt ihn von Alexandria, ges. von Letourneux und von Pfund. Er zeichnet sich aus 1. durch eine starke, graue, fast filzige und spinnwebige Behaarung (farinoso-canescens et crispule lanatus Fl. Orient.), 2. durch fiederspaltige nicht bloss untere, sondern auch obere Stengelblätter und ebensolche äussere Hüllblätter, die nur in der unteren Blatthälfte jederseits wenige aber kräftige, oft gekrümmte, gedornte Fiederläppchen, dazwischen und im vorderen Theile ganz kurze feindornige Zähnchen tragen, 3. durch eine oft ausgesperrte Verzweigung, 4. durch blassrothe Corollen (flosculi pallidiores Fl. Orient.) mit dunkelvioletter Staubkolbenröhre, welche bei C. glaucus und syriacus licht ist.

Endlich gab Gaillardot in den Plantae Syriae unter n. 1981 *b* als Kentrophyllum tenue Boiss. eine sehr eigenthümliche Art aus mit der Standortsangabe: prope Beirut in arena ferruginosa (Juli). Diese Art ist nicht nur vom K. tenue (K. foliosum) des Berges

Karmel, welches Boissier selbst bestimmt hat, sondern auch vom Carth. glaucus im weitesten Sinne (Boissier) ohne Frage verschieden. Die Bestimmung tenue rührt übrigens von Gaillardot her. Zwar wird das K. tenue in Fl. Orient. auch „circa Berythum“ (Blanche) angegeben, und dies sowie der Umstand, dass Boissier das K. tenue früher als K. foliosum bezeichnet hatte, mag Gaillardot bestimmt haben, in der angezeigten Pflanze das K. tenue zu erblicken. Die folia angustata der Boissier'schen Definition passen auch nur auf das K. foliosum vom Karmel, keineswegs auf die Beirut'sche Pflanze Gaillardot's, deren Beschreibung hier folgt.

Carthamus gracilis sp. n. (Kentrophyllum tenue Gaill. in scheda nec Boiss.). Aspectu glaberrimum (sub lente minutissime pubescens et parce arachnoideum), caule fuscescente, folioso, superno corymboso-longirameo, ramis erectis elongatis, pleiocephalis; foliis caulinis superioribus parvis, internodiis suis subbrevioribus (3—1½ cm. longis), semiamplexicaulibus, ovato-lanceolatis, rigidis, coriaceis, elevatim et reticulatim nervosis, intermediis pinnatifidis et tenuiter spinescentibus, supremis et rameis valde diminutis spinuloso-denticulatis et inter dentes breves minutissime spinulosis; capitulis parvis, involucri phyllis externis 1½—2½ cm longis, plicato-excavatis, patentibus (interioribus erectis), lanceolatis, margine tenuiter spinulosis, phylla intima parum superantibus, intermediis basi valde dilatata, subscariosa, laevi donatis, interioribus scariosis, ovato-oblongis, integerrimis, intimis parvis lanceolatis; pappo paleaceo fuscescente, paleis ab externis gradatim auctis.

Durch den Bau des Involucrums, die kleinen, wie es scheint auch armblüthigen Köpfchen, durch den langzweigigen Blüthenstand, die bräunlichen Stengel, die kurzen, starren und kahlen, ziemlich breiten Stengelblätter sehr auffallend. Leider kann ich über die Blumenkronen und Achenen nichts sagen, da das Innere der Köpfchen durchaus zerfressen ist, nur einen Fruchtknoten mit jungem Pappus gelang es mir daraus hervorzustöbern; ich vermuthe wie bei Carth. glaucus und Verwandten rothe Blumen. Auch die Form der unteren Stengelblätter kann ich nicht angeben, da der untere Pflanzentheil fehlt. —

In Betreff mehrerer Willdenow'scher Arten bin ich durch Einsicht des Willdenow'schen Herbarium's und Vergleichung seiner Beschreibungen zu einem anderen Ergebniss gelangt als Boissier. Es handelt sich nämlich um den C. flavescens Willd. Spec. pl., C. persicus Willd. Sp. pl. und C. armenus Willd. Enum. plant.

Boissier erkennt von diesen nur den C. flavescens als eigene Art an (jene Art, welche Sprengel, dann auch De Candolle wegen der Schmalheit der Spreuschuppen des Pappus zur Gattung Onobroma gezählt und O. flavescens genannt hatten), den C. armenus erklärt er für synonym mit C. flavescens Willd., und den C. persicus für synonym mit C. leucocaulos Sm.

Die Bogen des Willdenow'schen Herbars n. 14994 und 14995 sind beim ersten Einblick verwirrend. Die auf dem Umschlagbogen n. 14995 aufgeklebte Scheda trägt Willdenow's Aufschrift C. flavescens, darunter die Diagnose dieser Art aus Spec. plant., dann: Habitat in Armenia. Der ursprüngliche Name nebst Diagnose ist aber durchgestrichen, und von derselben Hand, die das obige geschrieben, ist Carth. oxyacantha M. B. zugeschrieben. Im Bogen liegt in der That C. oxyacantha mit einer zweiten Scheda von anderer Hand (wohl vom Einsender oder Sammler): Carthamus armenus aculeis flavescentibus donatus.

Der Bogen n. 14994 hat aussen die Scheda: C. Armenus, dazu die Diagnose des C. armenus in Enum. plant. pag. 845 und das Vaterland: Armenia. Aber das Wort armenus ist später ausgestrichen (die Diagnose nicht) und darüber flavescens geschrieben und zwar von fremder (Kunth's?) Hand, augenscheinlich von derselben Hand, die auch auf dem Rande des inneren, die Pflanze tragenden Blattes den Namen C. flavescens schrieb. Die Pflanze selbst ist der C. flavescens Boiss. Fl. Orient. oder der C. armenus Willd. Enum. pl. und ist begleitet von der zweiten Scheda (gleicher Handschrift, wie sie im Bogen bei C. oxyacantha liegt): Cnicus armenus humilior flore flavo carthami odore.

Die angezeigten Correcturen, nämlich die Streichung des Namens flavescens auf dem Bogen mit C. oxyacantha und die damit offenbar zusammenhängende Correctur des C. armenus auf dem zweiten Bogen in C. flavescens sind aber unrichtig, sind nicht im Sinne Willdenow's, sowie sie nicht von ihm herrühren. Der Beweis ist leicht aus Willdenow's Schriften zu führen. Zuerst die Synonyme. Zu seinem C. flavescens citirt Willdenow in Sp. plant. den Carthamus orientalis aculeis flavescentibus donatus Tournef. cor. 33, woraus er auch den Namen flavescens bildete, und dieselbe Bezeichnung (nur statt orientalis bestimmter armenus gesetzt) liegt auch im Herb. Willd. bei dem ursprünglichen C. flavescens, nämlich dem C. oxya-

cantha MB.*) Zum C. armenus aber citirt Willdenow in der Enumerat. plant. den Cnicus orientalis humilior flore flavo Carthami odore Tournef. cor. 33, und richtig liegt dieselbe Scheda bei der ursprünglich als C. armenus bezeichneten, erst später in C. flavescens corrigirten Pflanze. In der Enum. pl. giebt Willdenow die Unterschiede des C. armenus vom C. flavescens mit den Worten an: Differt a Carthamo flavescente (cujus synonymum est C. oxyacantha M. Bieb. casp. 118) foliis brevibus, spinis non flavescentibus, bracteis valde acuminatis parce spinosis et toto habitu. Hier identificirt also Willdenow ausdrücklich den C. flavescens mit dem von Bieberstein mittlerweile aufgestellten C. oxyacantha, sowie er es auch auf der Aufschrift des Bogens n. 14995 gethan hatte. Auch schon die Beschreibung des C. flavescens in Spec. plant., zumal die spinae flavescentes longae passen auf C. oxyacantha, nicht aber auf den C. armenus, dessen Stacheln weder besonders lang, noch ausgesprochen gelblich sind.

Nur die semina papposa gehören dem C. oxyacantha nicht zu, und diese waren auch die Ursache, aus welcher der ungenannte Corrector die ursprünglichen Aufschriften im Herb. Willd. ganz gegen Willdenow's Absicht corrigirte und wesshalb sich nachfolgende Autoren, wie Sprengel, De Candolle und Boissier an seine Correctur hielten. Schon M. Bieberstein wurde durch diese Angabe veranlasst, den C. flavescens Willd. in seiner Fl. taur. cauc. als C. oxyacantha neu aufzustellen, weil er den C. armenus W. für den wahren C. flavescens hielt. Derselbe Autor bemerkt zum C. oxyacantha: Huic simillimum esse et vix nisi seminibus papposis differe Cnicum orientalem humiliorem flore flavo, Carthami odore Tournef. cor., Carthamoiden flavo flore, Carthami odore Vaill. acta paris. autopsia herbarii Tournefortiani edocuit. Ex quo patet: C. flavescentem Willd. Sp. pl. ad Carthamoid. Vaillantii, nec ad nostrum pertinere. Sed et utrumque specie non differre facile crediderim, quum affinium semina ambitus pappo etiam carere soleant (l. c. II. pag. 284).

M. Bieberstein meint also 1., der Cnicus orientalis etc. Tournef. sei des Pappus wegen = Carth. flavescens Willd., und 2., derselbe unterscheide sich vom C. oxyacantha kaum anders als durch den Besitz des Pappus, welches Merkmal vielleicht ohne specifischen Werth sei.

---

*) Auch M. Bieberstein bezieht dieses Tournefort'sche Synonym in bester Übereinstimmung auf C. oxyacantha.

Gleichsam als eine Antwort hierauf giebt Willdenow ein Jahr später (1809) in Enum. plant. die Erklärung ab 1., dass C. oxyacantha M. B. mit seinem C. flavescens synonym sei und 2., dass sich der Cnicus orientalis etc. Tournef., den er als C. armenus neu aufstellt, durch manche andere Merkmale noch unterscheide.

Aus dieser Erklärung folgt, dass die Angabe in Spec. plant. „semine papposo" auf einem blossen Irrthum oder Versehen Willdenow's beruhte. Der Quell dieses Irrthums ist nach dem Herbariumsbefunde leicht zu errathen. Willdenow beschrieb zwar den C. flavescens auf Grund des armenischen C. oxyacantha seines Herbariums, aber dieses Exemplar hat noch unaufgeblühte Köpfe und folglich keine Früchte. Er ergänzte also die Beschreibung durch eine Frucht des anderen armenischen Carthamus (des Cnicus orientalis etc. Tournef.), den er damals noch nicht unterschied, dessen Verschiedenheit er aber später erkannte und den er dann als C. armenus aufstellte. Nachdem also alle Umstände bis auf den unglücklichen Pappus dafür sind, dass der C. flavescens den C. oxyacantha M. B. bedeute, nachdem Willdenow seinen ursprünglichen Irrthum wenn auch indirekt durch die Erklärung in Enum. plant. berichtigt hat, so muss man doch diese so gerechtfertigte Erklärung gelten lassen und muss für C. oxyacantha der Name C. flavescens Willd. (nec M. Bieb., Boissier et al.) restituirt werden.

Für den Carth. flavescens M. B., Boiss. etc. nec Willd. muss aber der Name C. armenus Willd. vorangesetzt werden, wenigstens in solange nicht seine specifische Identität mit dem C. persicus Willd., die mir wahrscheinlich ist, zweifellos erwiesen wird. Zwar citirt Boissier in Fl. Orient. den C. persicus nach Einsicht des Willdenow'schen Herbariums als Synonym zum C. leucocaulos Smith und bemerkt dabei: C. persicus a Wildenowio ex specimine a Fontanesio misso et erronee ex Persia indicato descriptus fuit. Da jedoch die Beschreibung in Willd. Spec. plant. nicht zum C. leucocaulos passt, indem namentlich die „folia lanceolata integra spinoso-dentata" und an anderer Stelle „brevissime dentata, dentibus apice spinosis" genannt werden, während doch die Blätter des C. leucocaulos (wie auch die Fl. Orient. richtig angiebt) pinnatipartita sind, so liess ich mir auch den C. persicus aus Berlin zur Ansicht kommen. Es ergab sich sofort, dass die Bestimmung des C. persicus als C. leucocaulos entschieden verfehlt ist; mit diesem hat der persicus nichts zu schaffen, ist vielmehr vom C. armenus desselben Willdenow'schen

Herbariums nur wenig verschieden, nämlich nur durch länger zugespitzte, d. h. nur am Grunde bis zur Mitte oder wenig darüber gezähnte, darüber hinaus lanzettlich verschmälerte und ganzrandige Stengelblätter und ebensolche, nur längere und schmälere Involucralblätter, während die Blätter des C. armenus am weit grösseren Theile des Blattrandes gezähnt sind und dann in eine relativ weit kürzere ganzrandige Spitze auslaufen.

Im Übrigen stimmen C. armenus und persicus ganz überein. Ich möchte auf den Unterschied in der Blattform kein sehr grosses Gewicht legen und beide Formen schon jetzt zu einer Art rechnen, wenn ich wüsste, dass Blüthen und Früchte beider übereinstimmen. Leider ist das Innere aller Köpfchen des C. persicus zu Staub zerfressen.

Sollte sich diese specifische Gleichheit, die ich für sehr möglich halte, durch Wiederauffindung und eingehendere Untersuchung des C. persicus bestätigen, so würde für die Art dieser Name vor dem C. armenus die Priorität haben, bis dahin ist es aber rathsam, beide Formen noch auseinander zu halten. Natürlich entfällt, nachdem der C. persicus vom C. leucocaulos verschieden und entweder Form des C. armenus oder eine eigene nahe verwandte Art ist, jeder Grund, die Angabe Desfontaine's, dass der C. persicus aus Persien stamme, zu bezweifeln; die armenische Art kann wohl auch in Persien wachsen, wenn gleich dieselbe neuerdings bisher noch nicht von dort constatirt ist, und eine selbstständige Art um so mehr. —

Aus Warion's Plantae atlanticae selectae sah ich sub n. 139 das Centrophyllum trachycarpum Coss. et Dur. ap. Balansa pl. alger. exs. (1852), von Cosson als Centrophyllum lanatum D. C. var. ausgegeben. Für eine Varietät des Carth. lanatus kann ich diese Form aber nicht halten. Es ist meines Erachtens eine ebenso gute Art als andere der Gattung Carthamus (in welcher sie als C a r t h. t r a c h y c a r p u s anzunehmen ist), ausgezeichnet durch die starren Blätter und die dicknervigen und kräftig-gedornten Hüllblätter, welche die inneren scariosen meist ungezähnten zahlreichen Involucralblätter bedeutend überragen und an diejenigen des C. creticus erinnern, dann durch den violetten Pappus und die dicken, auf den Flächen nicht bloss runzligen, sondern wirklich muricaten Achenen. —

Ich habe schon bemerkt, dass Sieber unter der Benennung Carth. lanatus nicht nur C. creticus und glaucus, sondern auch einen Carduncellus ausgetheilt hat. Ein solches Exemplar erkannte ich im Herba-

rium Tempsky. Dieser Carduncellus stimmt in Allem wesentlich mit den Beschreibungen des C. eriocephalus Boiss. in Fl. Orient. und in Diagnos. überein, bis auf den Umstand, dass die äusseren Hüllblätter nicht laxe arachnoideo-lanata sind, wovon der Name, sondern nur gegen den Rand hin von dichteren Gliederhaaren gewimpert, auf der Rückseite zerstreut behaart sind. Ich konnte kein Exempl. des C. eriocephalus zum Vergleiche bekommen, doch halte ich es für wahrscheinlich, dass die Sieber'sche Pflanze nicht davon verschieden ist; indem es möglich ist, dass die „Spinnwebenwolle“ an dem schon älteren, und auch vom Insektenfrass nicht ganz verschonten Kopfe abgestreift oder zerstört worden war, da ich Reste solcher Wolle in den Achseln der darunter stehenden Laubblätter vorfand. Ich will nur noch bemerken, dass die inneren nicht laubblattartigen Involucralschuppen aussen besonders auf den Nerven angedrückt steifbehaart sind, dass nur die mittleren von ihnen an der Spitze nicht nur fransig-gewimpert, sondern auch in einen Dorn zugespitzt sind, die innersten aber schmal, an der Spitze verbreitert und fransig zerschlitzt, auch wollig behaart, aber ohne Dornspitze; die Achenen zwischen den 4 scharfen Kanten oberwärts fein längsgerippt, einzelne Rippen tiefer unter dem Achenenrande mit einer kleinen schüppchenartigen Emergenz endigend. Blumenkronen sind keine vorhanden.

Da Boissier den Carduncellus eriocephalus nur aus dem steinigten Arabien und aus Aegypten angiebt, so würde, wenn wirklich die Sieber'sche Pflanze dahergehört, der Art ein neuer Standort (Creta) erwachsen. Man muss sich nur wundern, wie Sieber diesen Carduncellus mit Carth. creticus verwechseln konnte.

8.

O křivkách čtvrtého řádu se třemi dvojnými body.

Napsali: **J. S. a M. N. Vaněček** a předložil prof. dr. Fr. Studnička dne 27. února 1885.

(Pokračování.)

XVIII.

67. Předpokládejme, že čáry C_0, C_1 článku 38-tého jsou přímky a že B_0, B_1 jsou pořadem bod a kuželosečka.

Sestrojení bodu p křivky P jest následující. Bodem B_0 proložme libovolnou příčku T, která protíná přímku C_0 v bodu c_0.

Tečny vedené z tohoto bodu ku B_1 protínají přímku C_1 ve dvou bodech c_1, c'_1, jimiž procházejí jiné dvě tečny ke kuželosečce B_1, které protínají přímku T ve dvou bodech p, p' křivky P. Tato je čtvrtého řádu.

Určeme počet dvojných bodů této křivky. K tomu cíli změňme trochu cestu při popisování křivky P.

68. Libovolným bodem c_1 přímky C_1 veďme obě tečny ke kuželosečce B_1; tyto protínají C_0 ve dvou bodech c_0; c'_0. Tyto body stanoví s bodem B_0 dvě přímky B_0c_0, $B_0c'_0$, které protínají tečny c_1c_0, $c_1c'_0$ ve dvou bodech p, p', jež náležejí křivce P.

Předpokládejme, že bod c_1 se nalézá v bodu o, který je průsečíkem přímek C_0, C_1. Bod c_0, c'_0 odpovídající tomuto bodu, splývají s bodem o, jakož i přímky B_0c_0, $B_0c'_0$ sjednocují se v jedinou přímku oB_0, která protíná tečny vedené z bodu o ku B_1 v bodu o. Z toho následuje, že tento bod jest dvojným křivky P.

Bodem B_0 procházejí dvě přímky X, X' tečné ku kuželosečce B_1, které protínají přímku C_1 ve dvou bodech c_1, c'_1. Ostatní tečny vedené z těchto bodů ku B_1 protínají C_0 ve dvou bodech c_0, c'_0, jež určují s bodem B_0 dvě příčky T, T' protínající přímky X, X' v bodu B_0, který je následovně též dvojným bodem křivky P.

69. Takto jsme určili dva dvojné body křivky P přímo. Zbývá nám ještě hledati, jestli stává ještě třetí dvojný bod na této křivce.

Bodem c_0 libovolné příčky T procházejí dvě tečny T_0, T_0' kuželosečky B_1, které protínají přímku C_1 v bodech c_1, c'_1 druhé tečny, které se mohou vésti z těchto bodů ke kuželosečce B_1, tvoří s oběma prvními úplný čtyrstran. Příčka T protíná strany T_1, T_1', v bodech p, p' křivky P. Aby se tyto body sjednotily, je potřebí, aby přímka T procházela průsečíkem stran T_1, T_1', či jinými slovy, aby T byla úhlopříčnou úplného čtyrstranu.

Určeme třídu křivky, jíž obaluje tato úhlopříčna, když úplný čtyrstran vyhovuje daným podmínkám.

Při tom užijeme následující věty:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran tak, že jeho všecky strany dotýkají se pevné kuželosečky B_1, mezi tím co se jeho dva protilehlé vrcholy c_1, c'_1 pohybují po pevné přímce C_1, a jeho vrchol c_0 po pevné přímce C_0, pak protilehlý vrchol c'_0 tohoto popisuje přímku D, která prochází průsečíkem o přímek C_0C_1; třetí pár protilehlých vrcholů popisuje kuželosečku, která se dotýká kuželosečky B_1 v dotyčných bodech tečen vedených

z bodu o ku B_1, a druhé dvě úhlopříčny tohoto čtyrstranu točí se kolem pevného bodu m, který je pólem přímky C_1 vzhledem ku B_1.

Z toho následuje, že daným bodem B_0 a bodem m prochází jediná příčka, která podává dvojný bod křivky P; tento bod se nalézá na této příčce.

Vidíme, že křivka P má tři dvojné body, z nichž dva jsou body o, B_0, a třetí se může stanoviti velmi snadno.

70. Sestrojení křivky P můžeme podati v následujících dvou poučkách.

Dotýkají-li se stále dvě strany c_0c_1, c_1p hybného trojúhelníku c_0c_1p pevné kuželosečky B_1, a když se třetí jeho strana c_0p točí kolem pevného bodu B_0, mezi tím co jeho vrcholy c_0, c_1 probíhají pořadem dvě pevné přímky C_0, C_1, pak třetí jeho vrchol p popisuje křivku P čtvrtého řádu se třemi dvojnými body, z nichž dva jsou B_0, C_0C_1.

Duálně:

Když dva vrcholy d, e hybného trojúhelníku probíhají pevnou kuželosečku B_1, a třetí jeho vrchol t pohybuje se po pevné přímce B_0, kdežto jeho dvě strany dt, de točí se pořadem kolem dvou pevných bodů c_0, c_1, pak třetí jeho strana et obaluje křivku čtvrté třídy se třemi dvojnými tečnami, z nichž dvě jsou přímky B_0, c_0c_1.

A dále:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran $DEFG$ tak, že jeho všecky čtyry strany D, E, F, G se dotýkají pevné kuželosečky B_1 a jeho dva sobě protilehlé vrcholy DF, EG probíhají pevnou přímku C_1, a vrchol DE se pohybuje po jiné pevné přímce C_0, pak příčka T, která prochází vrcholem DE a pevným daným bodem B_0, protíná strany F, G v bodech p, p'; místem těchto bodů jest křivka P čtvrtého řádu se třemi dvojnými body, z nichž dva jsou body B_0, C_0C_1.

Reciproce:

Probíhají-li všecky vrcholy d, e, f, g hybného úplného čtyrrohu kuželosečku B_1, a jeho dvě sobě protilehlé strany df, eg točí se kolem daného pevného bodu c_1, a strana de se točí kolem pevného bodu c_0, pak tato

strana protíná pevnou přímku B_0 v bodu t a spojnice tf, tg tohoto bodu s vrcholy f, g obalují křivku čtvrté třídy se třemi dvojnými tečnami, z nichž dvě jsou přímky B_0 a c_0c_1.

71. Když se příčka T dotýká kuželosečky B_1, pak trojúhelník c_0c_1p přejde v tuto přímku T a bod p se nalezá v průsečném bodu přímek T, C_1. Takové příčky T tečné ku B_1 jsou dvě a mohou býti reálné, splývající aneb pomyslené. Z toho plyne, že křivka P protíná přímku C_1 ve dvou reálných, splývajících aneb pomyslných bodech, jež jsou průsečnými body přímky C_1 s tečnami vedenými z bodu B_0 ku B_1.

Předpokládejme, že přímka C_1 protíná kuželosečku B_1 ve dvou reálných bodech m, n. Tečna mc_0 vedená v bodu m ku B_1 protíná přímku C_0 v bodu c_0. Když příčka T prochází tímto bodem c_0, pak hybný trojúhelník c_0c_1p přechází v přímku mc_0, a vrchol p se nalézá v bodu c_0.

Z toho následuje, že průsečné body přímky C_0 s tečnami, vedenými k B_1 v průsečných bodech čar C_1, B_1, náležejí křivce P.

Zvláštním vzájemným polohám obrazců B_0, B_1, C_1 odpovídají zvláštní případy křivky P. Uvedeme toho některé příklady.

72. Předpokládejme, že přímka mB_0, která spojuje pól m přímky C_1 vzhledem ku B_1 s bodem B_0, prochází průsečíkem o přímek C_0, C_1.

Body B_0, o jsou dvojné body křivky P a třetí takový bod se nalézá na oB_0; v tomto případu se sjednocuje s o. Následkem toho sjednocení dvou dvojných bodů se stává, že dvě větve křivky P se dotýkají v bodu o.

73. Proberme případ, když bod B_0 se nalézá na B_1, a tečna v tomto bodu ku B_1 vedená prochází bodem o.

Přihlížíme-li k této tečně jako příčce, pak se tato sjednocuje se svou odpovídající tečnou. Obě tyto přímky se tudíž protínají v celé své rozsáhlosti. Z toho následuje, že přímka oB_0 je částí křivky P, jejíž druhá část je křivka třetího řádu.

Jelikož přímka oB_0 může se považovati za dvě tečny soumezné, které protínají přímku C_1 ve dvou soumezných bodech, tedy vidíme, že vlastní křivka P má v bodu o tři soumezné body s C_1, či jinými slovy, přímka C_1 je tečnou obratnou křivky P v bodu o.

Když přímka C_0 se dotýká kuželosečky B_1, pak se křivka P zase rozpadá.

Vedeme-li totiž z bodu o obě tečny ku B_1, pak jedna se sjednocuje s C_0 a protíná ji v celé rozsáhlosti. Tu pak můžeme kterýkoliv

z jejích bodů považovat za c_0, a přímky $c_0 B_0$ protínají druhou tečnu T z bodu o ku B_1 vedenou v bodech křivky P. Tedy přímka T je částí křivky P; ostatní část je vlastní křivka třetího řádu, která má v B_0 dvojný bod.

74. Dejme tomu, že bod B_0 se nalézá v pólu m přímky C_1 vzhledem ke kuželosečce B_1.

Jelikož příčka je úhlopříčnou úplného čtyrstranu hybného, tedy bod p popisuje dle poučky článku 69. dvojnou přímku D, která prochází bodem o.

Když příčka T dotýká se kuželosečky, čtyrstran přejde v trojúhelník, a tato tečna tvoří část křivky P.

Z toho následuje, že křivka P se rozpadá ve tři přímky, totiž ve dvojnou přímku procházející bodem o a ve dvě tečny vycházející z bodu B_0 ku B_1.

75. Uvažujme konečně o případu, když přímka C_1 se dotýká kuželosečky B_1 a bod B_0 se nalézá v poloze všeobecné.

Libovolná příčka tB_0 protíná přímku C_0 v bodu t, a tečny z něho vedené ku B_1 protínají přímku C_1 v bodech u, u'.

Ostatní tečny vedené z těchto bodů k B_1 sjednocují se s C_1 a protínají přímku tB_0 v bodu x, ve kterém se tudíž sjednocují dva body křivky P. Přímka C_1 tvoří tedy dvojnásobnou část křivky P.

Tečna C_1, vedená z kteréhokoliv bodu m přímky C_1 ku B_1, protíná C_0 v bodu o. Druhá tečna vycházející z bodu m ku B_1 protíná příčku oB_0 v bodu p. Avšak tento bod obdržíme ještě z jiného bodu n přímky C_1. Přímka oB_0 je tudíž druhou dvojnou částí křivky P.

Vidíme, že se křivka P rozpadá v tomto případu ve dvě dvojnásobné přímky, totiž v přímku C_1 a oB_0.

76. Vraťme se ku sestrojení bodů p křivky P, jež jsme podali ve článku 68.

Z libovolného bodu c_1 přímky C_1 veďme obě tečny ke kuželosečce B_1; ty protínají C_0 ve dvou bodech c_0, c'_0. Tyto body určují s bodem B_0 dvě přímky B_0c_0, $B_0c'_0$, jež protínají tečny c_1c_0, $c_1c'_0$ ve dvou bodech p, p', které leží na křivce P.

Tečny c_1c_0, $c_1c'_0$ a příčky B_0c_0, $B_0c'_0$ tvoří úplný čtyrstran hybný, jehož dva vrcholy c_0, c'_0 probíhají pevnou přímku C_0, vrchol c_1 se šine po pevné přímce C_1, vrchol B_0 zůstává pevným, a ostatní vrcholy p, p' popisují křivku P čtvrtého řádu.

Úhlopříčna $c_0c'_0$ tohoto čtyrstranu zůstává stálou, úhlopříčna c_1B_0 pak točí se kolem bodu B_0, a třetí úhlopříčna pp' obaluje křivku Π, jejíž třídu chceme určiti.

K tomu cíli stanovme počet tečen křivky Π, které procházejí bodem B_0.

Aby přímka pp' procházela bodem B_0, jest potřebí, aby splývala s příslušnou příčkou, což se stává tenkráte, když tato příčka se dotýká kuželosečky B_1.

Hybný čtyrstran přechází v trojúhelník; strana c_0B_0 a úhlopříčna pp' sjednocuje se s tečnou c_1B_0.

Když se vrchol c_1 čtyrstranu nalézá v bodu o, úhlopříčna pp' stává se neurčitou; bod o tvoří pak část křivky Π, která se následovně rozpadá v kuželosečku Π a bod o.

Z toho následují tyto dvě poučky:

Když dvě strany D, E úplného čtyrstranu hybného dotýkají se kuželosečky B_1, a druhé dvě jeho strany F, G se točí kolem pevného bodu B_0, kdežto vrchol DE, protilehlý vrcholu B_0, probíhá pevnou přímku C_1 a dva protilehlé vrcholy DG a EF se pohybují po pevné přímce C_0, ostatní vrcholy DF, EG popisují křivku P čtvrtého řádu o třech dvojných bodech, z nichž dva jsou B_0 a C_0C_1;

spojnice těchto dvou bodů, popisujících křivku P, obalují kuželosečku Π a bod C_0C_1.

Duálně:

Když dva vrcholy d, c úplného čtyrrohu hybného probíhají kuželosečku B_1, a druhé dva f, g pohybují se po pevné přímce B_0, kdežto strana de, protilehlá straně fg, točí se kolem pevného bodu c_1 a protilehlé strany dg, ef procházejí stále pevným bodem c_0, pak dvojina stran df, eg obaluje křivku (P) čtvrté třídy, která má tři dvojné tečny, s nichž dvě jsou přímky B_0 a c_0c_1;

úhlopříčný bod π stran df, eg popisuje kuželosečku (π) a přímku c_0c_1.

77. Křivka P, jsouc řádu čtvrtého, protíná všeobecně kuželosečku B_1 v osmi bodech, jež jsou po dvou soumeznými, či jinými slovy, křivka P dotýká se kuželosečky B_1 ve čtyrech bodech. Hledejme body na C_1, které podávají tyto dotyčné body obou křivek.

Pozorujme hybný trojúhelník c_0c_1p, jehož vrchol p popisuje křivku P, v takové poloze, že bod p se nalézá na B_1, a předpokládejme, že bod p při pohybu tohoto trojúhelníku probíhá kuželosečku B_1.

Označme vrchol c_1, který se nenalézá více na přímce C_1, písmenem t; tento bod t popisuje v tomto případu křivku (t), jejíž řád máme určiti.

Hledejme počet bodů, ve kterých tato křivka (t) protíná libovolnou přímku D. Z libovolného bodu a této přímky mohou se vésti dvě tečny ku B_1, které protínají C_1 ve dvou bodech c_0, c'_0, a těmi procházejí dvě příčky, jež protínají kuželosečku B_1 ve čtyrech bodech. Tečny vedené v těchto bodech ku B_1 protínají přímku D ve čtyrech bodech b.

Z kteréhokoliv bodu b přímky D vycházející dvě tečny ku B_1 dotýkají se této kuželosečky ve dvou bodech, které určují dvě příčky, jež protínají C_0 ve dvou bodech c_0, c'_0, z nichž vycházejí čtyry tečny ku B_1, jež protínají D ve čtyrech bodech a.

Jednomu bodu a odpovídají tudíž čtyry body b a obráceně; křivka (t) je následovně osmého řádu.

Velmi snadno se pozná, že tečny vedené z bodu B_0 ku B_1 a tečny v průsečných bodech přímky C_0 s B_1, ku této kuželosečce sestrojené tvoří část křivky (t), jejíž druhou částí jest křivka vlastní čtvrtého řádu.

Z toho následuje tato poučka:

Pohybuje-li se trojúhelník c_0pt takovým způsobem, že jeho dvě strany c_0t, pt dotýkají se pevné kuželosečky B_1, a třetí strana c_0p se točí kolem pevného bodu B_0, mezi tím co jeho vrchol c_0 probíhá pevnou přímku C_0 a vrchol p kuželosečku B_1, pak třetí vrchol t popisuje křivku čtvrtého řádu a čtyry tečny křivky B_1.

Reciproce:

Pohybuje-li se trojúhelník C_0PT tak, že jeho dva vrcholy PT, C_0T probíhají pevnou kuželosečku B_1 a třetí vrchol C_0P pohybuje se po pevné přímce B_0, kdežto jeho strana C_0 točí se kolem pevného bodu c_0 a strana P dotýká se stále kuželosečky B_1, pak třetí strana T obaluje křivku (T) čtvrté třídy a čtyry body na kuželosečce B_1.

Křivka (t), jsouc čtvrtého řádu, protíná přímku C_1 ve čtyrech bodech, které podávají dotyčné body křivek P, B_1.

Když se příčka c_0p dotýká kuželosečky B_1, pak ostatní strany hybného trojúhelníku splývají s touto přímkou a jakožto soumezné protínají se v dotyčném jejím bodu.

Když se bod p nalézá v průsečném bodu přímky C_1 s B_1, pak se bod t nalézá v p.

Z toho plyne, že křivka (t) se dotýká kuželosečky B_1 ve čtyrech bodech a sice: v dotyčných bodech tečen vedených z bodu B_0 a v průsečných bodech přímky C_0 s B_1.

Tečny vycházející z bodu B_0 ku B_1 protínají přímku C_0 v bodech, ve kterých ji protíná křivka (t).

Příčce c_0p procházející bodem B_0 odpovídají čtyry body t. Při pohybu této příčky se též stává, že zaujme takovou polohu, že jeden z bodů t sjednocuje se s jiným bodem t, jenž se dostal z jiné polohy příčky c_0p.

Hledejme počet dvojin příček, jež dávají dvojné body křivky (t).

78. K tomu cíli přihlížejme k hybnému trojúhelníku c_0pt. Jeho strana c_0t dotýká se B_1 v bodu b a strana pt protíná přímku C_0 v bodu a. Když přímka ab prochází bodem B_0, pak se nalézá v té poloze, že tvoří s c_0p dvojinu žádaných přímek.

Čtyry přímky c_0p, c_0b, ap a ab tvoří úplný čtyrstran, při jehož pohybu obaluje strana ab či x křivku (X). Třídu této křivky můžeme určiti známým způsobem. Označme A, B spojnice kteréhokoliv bodu d roviny daného obrazce s body a, b. Libovolná přímka A protíná C_0 v bodu a, jímž procházejí dvě tečny ku B_1. Jejich dotyčné body p s B_1 určují dvě příčky c_0p procházející bodem B_0, z nichž každá protíná C_0 v bodu c_0. Z těchto bodů vycházejí čtyry tečny ku B_1 a jejich dotyčné body b určují čtyry přímky B, jež odpovídají přímce A.

Z toho následuje, že jedné přímce A odpovídají čtyry přímky B. Právě tak můžeme odvoditi, že jedné přímce B odpovídají čtyry přímky A. Křivka (X) je tudíž osmé třídy.

Avšak dotyčné body tečen vedených z B_0 ku B_1 a průsečné body čar C_0, B_1 tvoří část křivky (X), jejíž druhá část jest vlastní křivka čtvrté třídy.

Její čtyry tečny procházející bodem B_0 tvoří dvě dvojiny příček, které dávají dvojné body křivky (t).

Z toho je patrno, že křivka (t) má dva dvojné body.

79. Vzhledem ku pohybu úplného čtyrstranu můžeme vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran tak, že jeho dva vrcholy b, p probíhají pevnou kuželosečku B_1, a jiné dva a, c_0 pošinují se po pevné přímce C_0, co zatím strana c_0p se točí kolem pevného bodu B_0, a jiné dvě jeho

strany c_0b, ap dotýkají se kuželosčky B_1, pak čtvrtá strana ab obaluje vlastní křivku (X) čtvrté třídy a

vrchol stran dotýkajících se B_1 popisuje křivku čtvrtého řádu.

Duálně:

Když se pohybuje úplný čtyrroh tak, že jeho strany P, B dotýkají se kuželosečky B_1 a dvě jiné strany A, C_0 procházejí stále pevným bodem c_0, kdežto jeho dva vrcholy AP, BC_0 probíhají kuželosečku B_1 a třetí vrchol C_0P šine se po pevné přímce B_0, pak čtvrtý vrchol AB či x popisuje vlastní křivku (x) čtvrtého řádu, a

spojnice T vrcholů, jež protínají kuželosečku B_1 obaluje vlastní křivku čtvrté třídy.

XIX.

80. Předpokládejme, že tři křivky C_0, C_1, C_2 článku 39. se sjednocují v jediné kuželosečce C_0, a že čára C_3 je prvního řádu, kdežto křivky B_1, B_2, B_3 jsou první třídy. Křivka Π je čtvrté třídy.

Obraťme se k obrazci reciprokému, totiž předpokládejme kuželosečku B_0, bod B_3 a tři přímky C_1, C_2, C_3.

Sestrojení bodu p křivky P je následující. Kterákoliv tečna A kuželosečky B_0 protíná C_1 v bodu c_1. Druhá tečna B ku B_0, vycházející z tohoto bodu, protíná přímku C_2 v bodu c_2, z kterého když vedeme druhou tečnu ku B_0, tato protíná C_3 v c_3. Spojnice bodů c_3, B_3 či přímka D protíná první tečnu A v bodu p, který vytvořuje křivku P, když A mění svou polohu.

Přímky A, B, C, D tvoří úplný čtyrstran, jehož tři strany se dotýkají kuželosečky B_0, a jeho tři vrcholy probíhají tři pevné přímky.

První úloha, kterou chceme řešiti je ta, vyhledati počet dvojných bodů křivky P.

81. Když první strana A úplného čtyrstranu prochází bodem B_3, pak se jeho vrchol p nalézá v B_3. Jelikož z tohoto bodu jsou možny dvě tečny ku B_0, tedy z toho plyne, že B_3 jest dvojným bodem křivky P.

Jiný dvojný bod p dostáváme ze dvou poloh hybného čtyrstranu. Tyto dva čtyrstrany mají společné strany c_3p. Užijeme-li této

vlastnosti, můžeme stanoviti počet ostatních dvojných bodů křivky P, jsou-li jaké.

Libovolná tečna A kuželosečky B_0 protíná přímku C_1 v bodu c_1. Druhá tečna B vedená z tohoto bodu ku B_0 protíná C_2 v bodu c_2, jímž prochází ještě jedna tečna C k B_0 a ta protíná C_3 v c_3. Tímto bodem veďme druhou tečnu D ke kuželosečce B_0, a ta protíná C_2 v bodu c'_2. Tečna E z něho vedená protíná C_1 v c'_1, a tím prochází ještě jedna tečna F k B_0. Přímky A, F se protínají v bodu p. Spojnice bodů p, c_3 obaluje křivku, která je kuželosečkou, což můžeme způsobem, v těchto článcích užívaným, odvoditi.

Z bodu B_3 vycházejí dvě tečny k této kuželosečce (pc_3), na kterýchžto tečnách se nalézají hledané dvojné body křivky P. Takto vidíme, že křivka P má tři dvojné body.

82. Doposud jsme pozorovali pouze čtyry vrcholy hybného čtyrstranu. Ostatní dva vrcholy q, r popisují též křivky, jež chceme tuto blíže prozkoumati.

Strany A, B, C úplného čtyrstranu tvoří trojúhelník, jehož dva vrcholy c_1, c_2 se nalézají na dvou pevných přímkách, kdežto třetí vrchol q zůstává volným.

Užijeme-li poučky obsažené ve článku 3., shledáváme, že kterákoliv přímka D roviny daného obrazce protíná strany A, C, jichž průsečík je popisující bod q, v bodech a, c, a že jednomu bodu a odpovídají dva body c a naopak. Křivka (q) jest tudíž čtvrtého řádu.

Avšak na první pohled možno jest seznati, že se tato křivka rozpadá v obě tečny vedené k B_0 z průsečíku o přímek C_1, C_2 a pak v kuželosečku, která se dotýká kuželosečky B_0 v bodech, ve kterých je protíná polára O bodu o vzhledem k B_0.

Z toho následuje tato poučka:

Pohybuje-li se trojúhelník ABC tak, že všecky jeho tři strany A, B, C dotýkají se kuželosečky B_0, kdežto jeho dva vrcholy AB, BC posouvají se po dvou pevných přímkách C_1, C_2, pak jeho třetí vrchol AC popisuje dvě přímky, jež jsou tečnami kuželosečky B_0 a procházejí průsečíkem o přímek C_1, C_2 a pak kuželosečku (q), která se dotýká kuželosečky B_0 v dotyčných bodech těchto tečen.

Duálně:

Když se trojúhelník abc pohybuje v rovině tak, že všecky tři jeho vrcholy a, b, c probíhají kuželosečku

B_0, kdežto jeho dvě strany ab, bc otáčejí se kolem dvou pevných bodů c_1, c_2, pak třetí strana ac či Q obaluje oba průsečné body přímky c_1c_2 s B_0 a dále kuželosečku (E), která se dotýká kuželosečky dané B_0 v těchto bodech.

83. Vrchol r úplného čtyrstranu hybného jest průsečíkem stran B, D. Strany B, C, D tvoří trojúhelník, jehož dvě strany B, C dotýkají se kuželosečky B_0, a jehož dva vrcholy c_2, c_3 probíhají dvě pevné přímky C_2, C_3. Přihlídněme blíže ke křivce (r) popsané vrcholem r.

Tečna vedená z bodu B_3 ku B_0 protíná C_2 v bodu c_2 a druhá tečna vycházející z tohoto bodu ku B_0 protíná přímku C_3 v bodu c_3. Přímka c_3B_3 proniká c_3B_3 v B_3. Hybný trojúhelník má tudíž svůj vrchol r v B_3, který patří následovně křivce (r). Druhá tečna z bodu B_3 ku B_0 možná podává týž bod B_3 jakožto bod křivky (r) Z toho je patrno, že bod B_3 je dvojným bodem křivky (r).

Průsečíkem o přímek C_2, C_3 procházejí dvě tečny T, T' kuželosečky B_0. Vrcholy c_2, c_3 hybného trojúhelníku, odpovídajícího jedné z těchto tečen splývají s bodem o, a následovně i bod r s ním splývá. Jelikož tečny T, T' mohou se zaměniti, tedy vidíme, že bod r nalézá se dvakráte v bodu o, či jinými slovy, že o jest dvojným bodem křivky (r).

Hledejme, zdaž křivka (r) má ještě jeden dvojný bod. V tom případu, že je bod r dvojným, pak strana c_3B_3 jest společnou dvěma polohám hybného trojúhelníku a taktéž vrchol c_3.

Tu pak oba tyto trojúhelníky tvoří úplný čtyrstran, jehož strany se dotýkají kuželosečky B_0, dva vrcholy se šinou po přímce C_2 a jeden vrchol probíhá přímku C_3.

Dle poučky článku 69. úhlopříčna c_3r tohoto čtyrstranu se točí kolem pólu přímky C_2, t. j. kolem pólu přímky, po které se šinou jeho dva vrcholy. Když tato úhlopříčna prochází bodem B_3, pak zaujímá hledanou polohu.

Z toho plyne, že křivka (r) má skutečně ještě jeden dvojný bod, který se nalézá na spojnici bodu B_3 a pólu přímky C_2.

Tedy:

Pohybuje-li se trojúhelník c_2c_3r tak, že jeho dvě strany c_2c_3, c_2r dotýkají se pevné kuželosečky B_0, a strana c_3r točí se kolem pevného bodu B_3, kdežto jeho vrcholy c_2,c_3 se šinou pořadem po dvou pevných přímkách C_2, C_3, pak třetí vrchol r popisuje křivku čtvrtého

řádu, která má tři dvojné body, z nichž jeden je bod B_3, druhý je průsečíkem přímek C_2, C_3, a třetí se nalézá na přímce, která spojuje bod B_3 s pólem přímky C_2 vzhledem ke kuželosečce B_0.

Reciproce:

Když se trojúhelník abc pohybuje tak, že jeho dva vrcholy a, b probíhají pevnou kuželosečku B_0 a třetí se šine po pevné přímce B_3, kdežto jeho dvě strany ab, ac točí se kolem dvou pevných bodů c_2, c_3, pak třetí strana bc obaluje křivku (R) čtvrté třídy, která má tři dvojné tečny, z nichž jedna je B_3, druhá je přímka c_2c_3, a třetí prochází průsečíkem přímky B_3 s polárou bodu c_2 vzhledem ke kuželosečce B_0.

84. Vraťme se ke křivce P a určeme její dotyčné body s kuželosečkou B_0.

V tomto případu musí bod p býti dotyčným bodem strany c_1p úplného čtyrstranu, jehož dvě jiné strany c_1c_2, c_2c_3 dotýkají se téže kuželosečky B_0, kdežto čtvrtá strana c_3p obaluje křivku.

Pozorujme reciproký obrazec, který je úplný čtyrroh mající své tři vrcholy a, b, c na kuželosečce B_0; čtvrtý vrchol t popisuje křivku (t). Strany ab, ac, ct točí se pořadem kolem pevných bodů c_1, c_2, c_3, a strana at se dotýká kuželosečky B_0 v bodu a.

Řád křivky (t) určíme pomocí jejich průsečných bodů s libovolnou přímkou D. Průsečné body této přímky se stranami at a ct označme pořadem α, b.

Z libovolného bodu α přímky D vycházejí dvě tečny ku B_0, jimž odpovídají dvě přímky ct; jednomu bodu a odpovídají tudíž dva body b.

Kterýkoliv bod b přímky D stanoví s bodem c_3 jedinou přímku ct, která protíná B_0 ve dvou bodech c. Každému z nich odpovídá jediný bod a. Z toho následuje, že jednomu bodu b odpovídají dva body a. Křivka (t) jest tedy čtvrtého řádu.

Můžeme tudíž vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $abct$ tak, že jeho strany ab, bc, ct točí se kolem tří pevných bodů c_1, c_2, c_3 a strana at dotýká se stále kuželosečky B_0, kdežto jeho tři vrcholy a, b, c probíhají kuželosečku B_0, pak čtvrtý vrchol t popisuje křivku (t) čtvrtého řádu.

Duálně:

Když se čtyrúhelník $ABCT$ pohybuje takovým způsobem, že jeho tři vrcholy AB, BC, CT šinou se po třech pevných přímkách C_1, C_2, C_3, kdežto jeho strany A, B, C dotýkají se pevné kuželosečky B_0, pak čtvrtá strana T obaluje křivku čtvrté třídy.

Čtyry tečny této křivky, které procházejí bodem B_3, určují čtyry dotyčné body křivek B_0, P.

85. Shrneme-li veškery tuto vyvinuté vlastnosti čtyrstranu v jedno, můžeme podati následující poučku:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran $ABCD$ tak, že jeho tři strany dotýkají se pevné kuželosečky B_0, a čtvrtá strana D točí se kolem pevného bodu B_3, kdežto jeho tři vrcholy AB, BC, CD probíhají pořadem tři pevné přímky C_1, C_2, C_3;

pak vrchol AD popisuje křivku P čtvrtého řádu mající tři dvojné body, z nichž jeden je bod B_3; křivka P, dotýká se kuželosečky B_0 ve čtyrech bodech;

vrchol BD tohoto čtyrstranu popisuje křivku (r) čtvrtého řádu, která má tři dvojné body, totiž: bod B_3, průsečík o přímek C_2, C_3 a pak bod, který se nalézá na spojnici bodu B_3 a pólu přímky C_3 vzhledem ke kuželosečce B_0;

vrchol AC vytvořuje křivku (s) čtvrtého řádu, která se rozpadá v kuželosečku dotýkající se dvakráte kuželosečky B_0 a ve dvě přímky vedené z průsečného bodu n přímek C_1, C_2, jež se dotýkají kuželosečky B_0 v dotyčných bodech křivek B_0, (s).

Reciproce:

Pohybuje-li se úplný čtyrroh $abcd$ tím způsobem, že jeho tři vrcholy a, b, c probíhají pevnou kuželosečku C_0, a čtvrtý vrchol d se šine po pevné přímce C_3, kdežto jeho strany ab, bc, cd se točí pořadem kolem tří pevných bodů B_1, B_2, B_3,

pak jeho strana ad obaluje křivku čtvrté třídy, jež má tři dvojné tečny, z nichž jedna je C_3; tato křivka se dotýká kuželosečky C_0 ve čtyrech bodech;

strana bd obaluje křivku čtvrté třídy mající tři dvojné tečny, jež jsou: přímka C_3, přímka B_2B_3 a konečně přímka, která prochází průsečíkem přímky C_3 s přímkou, jež je polára bodu B_2; a konečně

strana ac obaluje křivku čtvrté třídy, jež se rozpadá v kuželosečku dotýkající se dvojnásobně kuželosečky C_0 v bodech, ve kterých ji protíná přímka B_1B_2 a pak v tyto dva dotyčné body.

86. Zbývá nám ještě, abychom stanovili průsečné body křivky P s přímkami C_1, C_2, C_3, když podmínky pohybu jsou všeobecnými.

Začněme přímkou C_1. Když bod p nalézá se na přímce C_1, pak se vrcholy c_1, p úplného hybného čtyrstranu sjednocují v tomto bodu, který je tudíž vrcholem trojúhelníku $c_1c_2c_3$, jehož vrcholy c_1, c_2, c_3 se nalézají pořadem na třech pevných přímkách C_1, C_2, C_3, a jehož dvě strany c_1c_2, c_2c_3 dotýkají se kuželosečky B_0; třetí strana c_1c_3 obaluje křivku (D).

Pozorujme reciproký obrazec, to jest trojúhelník, jehož sestrojení je následující. Daným pevným bodem c_2 veďme libovolnou přímku C_2, která protíná kuželosečku B_0 ve dvou bodech b, c. Spojíme-li tyto body pořadem s dvěma pevnými body c_1, c_3 přímkami, pak se tyto přímky protínají v bodu d, který popisuje křivku (d), jejíž řád určíme pomocí libovolné přímky M. Ta protíná stranu bd v bodu m a stranu cd v n. Jednomu bodu m odpovídají dva body n a naopak Křivka (d) je tudíž čtvrtého řádu.

Přímka c_1c_3 protíná B_0 ve dvou bodech a, a', jimiž procházejí dvě příčky ac_2, $a'c_2$, u nichž každá podává body c_1, c_3, jež jsou následovně dvojnými body křivky (d).

Stává ještě dvé příček, které podávají třetí dvojný bod této křivky.

Když body c_1, c_3 nalézají se na tečně kuželosečky B_0, pak jsou body vratnými křivky (d); a když bod c_2 nalézá se na dotyčné tetivě druhých dvou tečen vedených z bodů c_1, c_3 k B_0, pak této příčce odpovídá třetí vratný bod, který leží v průsečíku řečených tečen.

Tedy:

Pohybuje-li se trojúhelník bcd takovým způsobem, že jeho strany bc, bd, cd točí se kolem tří pevných bodů c_2, c_1, c_3, a jeho dva vrcholy b, c probíhají pevnou kuželosečku B_0, pak třetí vrchol d popisuje křivku čtvrtého řádu mající tři dvojné body, z nichž dva jsou c_1, c_3.

Duálně:

Když se trojúhelník BCD pohybuje tak, že všecky jeho vrcholy BC, BD, CD probíhají pořadem tři pevné přímky C_2, C_1, C_3, a strany B, C dotýkají se stále pevné

kuželosečky B_0, pak třetí strana D obaluje křivku (D) čtvrté třídy, která má tři dvojné tečny, z nichž dvě jsou přímky C_1, C_3.

Čtyry tečny této křivky, které procházejí bodem B_3 protínají přímku C_1 v průsečných jejích bodech s křivkou P.

Z toho pak plyne, že, leží-li bod B_3 na C_1, křivka P má v něm dvojný bod; a dále, když se tento bod nalézá na C_3, pak průsečík této přímky s C_1 jest též dvojným bodem křivky P.

87. Když čtvrtá strana O úplného, hybného čtyrstranu $ABCO$ procházející bodem B_3, protíná stranu A na přímce C_2, pak jest tento bod průsečíkem přímky C_2 s P.

Když se tento čtyrstran pohybuje, tedy strana O obaluje křivku (O). Pozorujme reciproký obrazec.

Libovolná příčka, procházející pevným bodem c_1, protíná B_0 ve dvou bodech a, b. Spojme tyto body s jiným pevným bodem c_2; přímka bc_2 protíná B_0 v c. Spojnice tohoto bodu a jiného pevného bodu c_3 protíná přímku ac_2 v bodu o, který popisuje křivku (o).

Určeme řád této křivky pomocí libovolné přímky D, která protíná přímky cc_3, ac_2 pořadem v bodech m, n. Jednomu bodu m odpovídají dva body n a naopak. Křivka (o) jest tedy čtvrtého řádu.

Shledáme velmi snadno, že body c_2, c_3 jsou dvojnými body křivky (o), jakož i určiti můžeme třetí dvojný bod této křivky.

Z toho následuje, že

pohybuje-li se úplný čtyrroh $abco$ tak, že jeho strany ab, co se točí pořadem kolem dvou pevných bodů c_1, c_3, a strany bc, ao točí se kolem pevného bodu c_2, kdežto jeho tři vrcholy a, b, c probíhají kuželosečku B_0, pak čtvrtý vrchol o popisuje křivku (o), která je čtvrtého řádu a má tři dvojné body, mezi nimiž jsou body c_2, c_3.

Duálně:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran $ABCO$ tak, že jeho vrcholy AB, CO probíhají pořadem dvě pevné přímky C_1, C_3, a vrcholy BC, AO šinou se po pevné přímce C_2, kdežto jeho strany A, B, C dotýkají se kuželosečky B_0 pak čtvrtá strana O obaluje křivku (O) čtvrté třídy, která má tři dvojné tečny, z nichž dvě jsou přímky C_2, C_3.

Čtyry tečny této křivky, jež procházejí bodem B_3 protínají C_2 v průsečných bodech čar C_2, P.

88. Křivka P protíná přímku C_3 v bodech, ve kterých ji protíná křivka (s), o níž jsme pojednali ve článku 85.

89. Doposud jsme předpokládali všeobecné podmínky při pohybu úplného čtyrstranu.

V následujících článcích probereme případy, když jedna, neb dvě aneb konečně všecky tři přímky C dotýkají se kuželosečky B_0. V těchto případech se křivka P rozpadá.

90. Předpokládejme, že přímka C_1 se dotýká kuželosečky B_0. Jelikož se bod p nalézá stále na straně A hybného čtyrstranu, která se v tomto případu sjednocuje s pevnou přímkou C_1, tedy bod p probíhá tuto přímku.

Jednomu bodu p přímky C_1 odpovídají dva různé vrcholy c_1, c'_1 úplného čtyrstranu, což dokazuje, že každý bod přímky C_1 jest společným vrcholem dvou poloh hybného čtyrstranu, či jinými slovy, že přímka C_1 je dvojnásobnou částí křivky P.

Považujeme-li přímku C_1 za stranu B hybného čtyrstranu, pak se jeho vrchol c_2 nalézá v průsečíku n přímek C_1, C_2, který je pevným právě tak jako bod jemu odpovídající c_3 na C_3. Z toho plyne, že tři strany B, C, D hybného čtyrstranu jsou pevnými, a že se pohybuje pouze čtvrtá strana A a to tak, že se stále dotýká kuželosečky B_0. Tedy bod p probíhá přímku D či c_3B_3.

Z libovolného bodu p této přímky jest možno vésti dvě tečny A, A' ku B_0. Z toho je patrno, že každý tento bod p je dvojným, či že přímka c_3B_3 je druhou částí křivky P a sice dvojnásobnou.

Tedy:

Když přímka C_1 dotýká se kuželosečky B_0, pak se křivka P rozpadá ve dvě dvojnásobné přímky a sice v přímku C_1 a v jinou, která prochází bodem B_3.

91. Předpokládejme nyní, že se přímka C_2 dotýká kuželosečky B_0. Pozorujme stranu A úplného čtyrstranu, jež prochází průsečným bodem n přímek C_1, C_2. Strana B splývá s C_2, a následovně vrchol c_2 stává se neurčitým. Můžeme tudíž kterýkoliv bod přímky C_2 považovati za vrchol c_2. Zvolenému bodu c_2 odpovídá jediný vrchol c_3. Strana c_3B_3 či D protíná A v bodu p křivky P. Z bodu c_3 vycházejí dvě tečny ku B_0, jež podávají týž bod p. Z toho následuje, že přímka A je dvojnásobnou částí křivky P.

Ostatním bodům c_1 přímky C_1 odpovídají úplné čtyrstrany, jež mají stranu C společnou, jež se sjednocuje s C_2. Vrchol c_3 se nalézá tedy v C_2C_3 či v bodu o, který je stálým, a taktéž přímka oB_3 je stranou D společnou všem těmto čtyrstranům. Z toho vysvítá, že

vrchol p probíhá přímku oB_3 a že odpovídá v každé své poloze dvěma bodům c_1.

Přímka oB_3 tvoří tudíž druhou dvojnásobnou část křivky P.

Tedy:

Když je přímka C_2 tečnou kuželosečky B_0, pak se křivka P rozpadá ve dvě dvojnásobné přímky, totiž: v přímku, která spojuje bod B_3 s průsečíkem o přímek C_2C_3 a v tečnu vedenou ku B_0 z průsečného bodu n přímek C_1, C_2.

92. V případu, že přímky C_1, C_2 dotýkají se kuželosečky B_0, křivka P se rozpadá ve dvě přímky, které jsou: C_1 a oB_3, což plyne přímo z případů předešlých.

93. Pozorujme případ, když C_3 je tečnou kuželosečky B_0. Když strana B hybného čtyrstranu prochází bodem o, pak strana C sjednocuje se s C_3 a vrchol c_3 je neurčitým. Každou přímku procházející bodem B_3 můžeme považovati za stranu D, jež protíná stranu A v bodu p křivky P. Tato přímka je tudíž částí křivky P; jest tečnou vedenou z průsečného bodu c_1 přímek C_1, B ku B_0.

Druhá část křivky P je vlastní křivka třetího řádu, která má v B_3 dvojný bod.

Tedy;

Když přímka C_3 dotýká se kuželosečky B_0, při čemž ostatní podmínky jsou všeobecné, tedy křivka P se rozpadá v přímku tečnou ku B_0 a v křivku třetího řádu, která má v B_3 dvojný bod.

94. V tom případu, že všecky přímky C_1, C_2, C_3 jsou tečnami kuželosečky B_0, křivka P skládá se ze dvou dvojných přímek, a sice z C_1 a z oB_3.

95. Proberme ještě případ, když bod B_3 leží na přímce C_3. Body p nalézají se pak na C_3 a každý z nich odpovídá dvěma stranám A úplných čtyrstranů. Z toho plyne, že přímka C_3 je dvojnásobnou částí křivky P.

Když strana C hybného čtyrstranu prochází bodem B_3, tedy čtvrtá strana D je neurčitou, a pak kteroukoliv přímku procházející bodem B_3 můžeme považovati za stranu D. Body p se pak nalézají na A. Takové polohy strany C jsou dvě.

Z toho vidíme, že

když bod B_3 se nalézá na C_3, tedy se křivka P rozpadá ve dvojnásobnou přímku C_3 a ve dvě tečny kuželosečky B_0.

96. Předpokládejme, že

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$$

a

$$c_0 = c_4 = 1. \quad c_1 \equiv c_2 \equiv c_3 = 2;$$

křivka P jest čtvrté třídy a má tři dvojné tečny, mezi kterými se nalézají též přímky C_0, C_4.

Totéž platí reciproce.

97. Ze vzorce článku 39. plyne, že, položíme-li

$$\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_n = 1$$

a

$$c_0 = c_1 = \ldots = c_{r-3} = c_{r+1} = \ldots = c_n = 1,$$

dále

$$c_{r-2} \equiv c_{r-1} \equiv c_r = 2$$

obdržíme tuto poučku:

Když jest dán jednoduchý mnohoúhelník o n stranách a n vrcholech, jehož n—1 strany točí se kolem n—1 pevných bodů, při čemž jeho n—3 vrcholy probíhají n—3 pevné přímky, a tři vrcholy jeho se šinou po kuželosečce, pak poslední strana tohoto mnohoúhelníku obaluje křivku čtvrté třídy.

Duálně:

Pohybuje-li se jednoduchý mnohoúhelník o n stranách a n vrcholech v rovině tak, že jeho n — 3 strany se točí kolem n—3 pevných bodů a tři strany se dotýkají pevné kuželosečky, při čemž jeho n—1 vrcholy probíhají n—1 pevných přímek, tedy poslední volný vrchol popisuje křivku čtvrtého řádu.

98. Ve článku 82. vytvořili jsme kuželosečku (q), která se dvakráte dotýká dané kuželosečky B_0 a sice v dotyčných bodech m, n tečen vedených z průsečíku o přímek C_1, C_2 ku B_0.

Pozorujme průsek c_1 přímky C_1 s B_0. Strany c_1c_2 a $\overline{c_1q}$ hybného trojúhelníku se sjednocují s tečnou v c_1 ku B_0 vedenou a protínají C_2 v bodu c_2. Druhá tečna z tohoto bodu ku B_0 vycházející protíná c_1c_2 v c_2, který je tudíž průsečným bodem kuželosečky (q) s přímkou C_2. Totéž platí vzhledem ke druhému průseku přímky C_1 s B_0, jakož i přímku C_2. Dostáváme takto přímo průseky přímek C_1, C_2 s kuželosečkou (q).

99. Veďme z libovolného bodu c_1 přímky C_1 obě možné tečny z těchto bodů ku B_0 vycházející protínají c_1c_2, $c_1c'_2$ pořadem v bodech q, q' hledané kuželosečky (q).

Oba tvořící trojúhelníky v takové poloze se nalézající tvoří úplný čtyrstran, jehož všecky strany se dotýkají kuželosečky B_0, dva protilehlé vrcholy c_1, c'_1 probíhají pevnou přímku C_1; když vrchol c_2 probíhá přímku C_2, pak jeho protilehlý c'_2 vytvořuje jinou přímku C'_2, která protíná C_2 v bodu ležícím na C_1, kdežto vrcholy q, q' popisují kuželosečku (q). Bod q obdržíme jak z bodu c_2 přímky C_2, tak i z bodu c'_2 přímky C'_2.

Z toho je patrno, že obě přímky C_2, C'_2 podávají tutéž kuželosečku (q). Takovéto dvě přímky C_2, C'_2 nazveme přiřaděnými.

100. Je-li dán bod o na pevné přímce C_1, ve kterém ji protíná přímka C_2, pak jsou tím dány i dotyčné body m, n odvozené kuželosečky (q) s danou kuželosečkou B_0.

Budiž dán bod a, kterým má procházeti kuželosečka (q), pak přímka C_1 a na ní bod o.

Máme vyhledati přiřaděné přímky C_2, C'_2. Z bodu a veďme obě možné tečny ku B_0, jež protínají C_1 v bodech a_1, a'_1. Druhá tečna $a_1 a_2$ z bodu a_1 ku B_0 vedená protíná tečnu aa'_1 v bodu a_2, a tečna $a'_1 a'_2$ protíná aa_1 v bodu a'_2. Přímky, které spojují bod o s body a_2, a'_2 jsou hledanými přiřaděnými přímkami.

101. Stanovme poláru O bodu o vzhledem ku B_0. Ta protíná přímku C_1 v bodu o_1. Polára O_2 tohoto bodu prochází bodem o a protíná kuželosečku B_0 ve dvou bodech, ve kterých když sestrojíme tečny, protínají tyto C_1 v bodu o_1.

Kuželosečka (q) prochází, jak jsme byli odvodili, průsečnými body přímky C_1 s tečnami, vedenými v průsečných bodech přímky C_2 s B_0 k této kuželosečce.

Tedy příslušná kuželosečka (q) prochází bodem o_1 a oběma dotyčnými body m, n, které se všecky na přímce O nalézají. Za tou příčinou je kuželosečka, odvozená z přímky O_2, zvrhlou a sice přešla v přímku mn.

Přímka O_2 má tu vlastnost, že se v ní obě přidružené přímky C_2, C'_2 sjednotily.

102. Ze vzájemného vztahu přidružených přímek a poláry O bodu o plyne, že dotýká-li se jedna z nich kuželosečky B_0, tedy i druhá tak činí.

Předpokládejme, že přímka C_2 se dotýká B_0, a veďme z kteréhokoliv bodu c_1 přímky C_1 obě tečny ku B_0, které protínají C_2 v bodech c_2, c'_2. Z bodu c_2 druhá možná tečna sjednocuje se s C_2 a protíná tečnu $c_1 c'_2$ v bodu c'_2, který je tudíž bodem hledané kuželosečky (q).

Přijde-li bod c_1 do bodu o, pak jedna z obou tečen z tohoto bodu ku B_0 vycházejících splývá s přímkou C_2 a protíná ji v celé rozsáhlosti. Můžeme tudíž považovati kterýkoliv její bod za c_2, a druhá tečna z tohoto bodu vedená protíná první tečnu z o vycházející v hledaném bodu křivky (q). Tečna tato zůstává však stálou. Z toho plyne, že obě tečny vedené z bodu c ku B_0 tvoří dohromady rozpadlou kuželosečku (q).

103. Předpokládejme opět kuželosečku B_0, přímku C_1 a na ní pevný bod o.

Pro každé dvě přidružené přímky procházející tímto bodem obdržíme kuželosečku (q). Vytvořují-li tyto přímky svazek (o), pak veškeré odvozené kuželosečky tvoří svazek, neboť se všecky dotýkají ve dvou bodech m, n, t. j. v dotyčných bodech paprsků svazku (o) dotýkajícího se B_0. Bod o zůstává týž, protož i dotyčné body m, n Sjednotí-li se C_2 s C_1, pak se s ní sjednotí i C'_2; odvozená kuželosečka jest pak totožná s B_0.

Tedy:

S v a z k u (o) p ř í m e k o d p o v í d á s v a z e k k u ž e l o s e č e k (q), k t e r é s e d o t ý k a j í d a n é k u ž e l o s e č k y B_0 v e d v o u b o d e c h; t y t o j s o u d o t y č n é b o d y d v o u p a p r k ů s B_0.

Sestrojíme-li tímto spůsobem kuželosečky svazku, obdržíme pouze jednu jeho část, to jest pouze kuželosečky, které leží zevnitř neb uvnitř křivky B_0, dle toho, jakého druhu je tato kuželosečka. Chceme-li obdržeti též druhou část, zvolíme za základní kuželosečku B_0 jednu z obdržených a pracujeme týmž spůsobem jako dříve.

Při tom se vyskytuje tatáž přímka O_2, o které jsme dříve byli mluvili, a dává body ostatní části přímky O, kterážto přímka musí se takto bráti za čtyrnásobnou, neboť se v ní sjednocují dvě kuželosečky.

Toto plyne i z následujícího. Jest známo, že dvě a dvě protilehlé strany úplného čtyrrohu, který stanoví obyčejný svazek kuželoseček, jsou vždy rozpadlou kuželosečkou.

V našem případu sjednocují se dva a dva základní body svazku dostáváme body m, n. V přímce mn sjednocují se tedy čtyry přímky a ostatní dvě jsou m_0, n_0.

104. Přikročme nyní ku stanovení druhu kuželoseček obsažených ve svazku, který jsme tuto probrali.

Rozeznávání jejich druhů zakládá se, jak známo, na úběžných jejich bodech. Hledejme tudíž prostředek, pomocí kterého bychom

mohli ihned stanoviti z polohy přímky C_2, zdaž bude míti odvozená křivka úběžné body reálné neb pomyslné.

K tomu cíli sestrojme kuželosečku (i), ve kterou se přetvoří úběžná přímka 1 roviny. Veďme dvě rovnoběžné tečny ku B_0; ty protínají C_1 v bodech c_1, c'_1. Z těch pak vedené druhé tečny ku B_0, protínají ony první v bodech kuželosečky (i). Měníme-li ony rovnoběžné tečny, mění se též odvozené body křivky (i), a tím je sestrojen libovolný počet bodů kuželosečky (i), která se dotýká křivky B_0 v dotyčných bodech této s rovnoběžkami s přímkou C_1, a je soustředná s B_0.

Dle toho pak, protíná-li přímka C_2 svazku (o) tuto kuželosečku (i) ve dvou reálných neb pomyslných aneb soumezných bodech, jest odvozená z ní kuželosečka hyperbolou, ellipsou aneb parabolou.

Jakou vzájemnou polohu má přímka C_2 ku (i), takovou též má i její přidružená C'_2.

Z bodu o vycházejí dvě tečny ke kuželosečce (i), které jsou přidruženými přímkami a dávají parabolu, která je jedinou v tomto svazku kuželoseček.

Můžeme tudy říci:

Ve svazku kuželoseček, jež se dotýkají ve dvou bodech, jest, všeobecně, skupina ellips, skupina hyperbol, jedna parabola a tři přímky, z nichž jedna je společná tetiva, a druhé dvě jsou společné tečny v dotyčných bodech.

105. Sestrojení kuželoseček (q) svazku, o jakémž jsme byli právě mluvili, dá se obzvláště užíti s výhodou, když dotyčné jejich body m, n jsou pomyslnými. Bod o nalézá se pak uvnitř kuželosečky B_0.

Přímky C_1, C_2 můžeme zvoliti jakkolivěk, jen když se protínají v bodu o.

106. Ve článku 104. sestrojili jsme křivku (i), která slouží k stanovení úběžných bodů kuželosečky odvozené z dané přímky.

Můžeme si položiti otázku: zdaž mezi hyperbolami svazku přichází jedna rovnostranná jako při obyčejném svazku kuželoseček

Má-li se dostati rovnostranná hyperbola (q), tu je potřebí, aby přímka C_2 protínala (i) ve dvou bodech, ze kterých když se vedou tečny k B_0, jsou dvě a dvě k sobě kolmé, či jinými slovy, tvoří pravoúhlý rovnoběžník. Jeho dvě sousední strany stanoví běh asymptot, jež v tomto případu (u rovnostranné hyperboly) musí státi k sobě kolmo.

Za tou příčinou sestrojme geometrické místo vrcholů pravých úhlů, které mohou býti opsány kuželosečce B_0. Všeobecně je to kružnice K soustředná s touto křivkou; taktéž (i) je soustředná s B_0. Kuželosečky K, (i) protínají se ve čtyrech bodech. Spojíme-li dva diametrálné přímkou, pak jest tato hledanou C_2, která dává rovnostranou hyperbolu. Přímky takové jsou možny dvě a protínají pevnou přímku C_1 ve dvou bodech, které když zvolíme za středy svazků přímek (o), obdržíme dva svazky kuželoseček (q), z nichž každý obsahuje jednu rovnostrannou hyperbolu.

Pohlížíme-li na všecky body přímky C_1 jakožto středy svazků (o), a přetvořujeme je, pak dostáváme soustavu kuželoseček (q), ve které přicházejí na nejvýše dvě rovnostranné hyperboly.

Z toho je zároveň patrno, že ve svazku kuželoseček (q), které se dotýkají ve dvou pevných bodech, všeobecně nepřichází žádná rovnostranná hyperbola.

107. Předpokládejme pevnou přímku C_1 a kuželosečku B_0. Zvolme dva body a, b v jejich rovině a hledejme kolik kuželoseček (q) jimi prochází a dotýká se ve dvou bodech kuželosečky B_0.

Bodu a odpovídají a_2, a'_2; bodu b body b_2, b'_2. Přímky a_2b_2, $a'_2b'_2$ jsou dvě přidružené přímky a protínají se v bodu o ležícím na C_1. Zrovna tak se to má s přímkami a'_2b_2, $a_2b'_2$, které dávají bod o' na C_1. Tyto dvě soustavy přímek dávají jediné dvě kuželosečky procházející body a, b.

Ztoho je patrno, že soustava kuželoseček (q) odvozených z bodů přímky C_1 jest druhého rozměru a druhé mocnosti.

9.

Výsledky botanického rozboru některých českých vrstev rašelinných.

Přednášel **Fr. Sitenský**, prof. v Táboře, dne 30. ledna 1885.

Sledujíce složení vrstev rašelinných od nejmladších k nejstarším, tedy od jich povrchu ku spodu, nenacházíme ve vrstvách spodních zbytků rostlin, ji vytvořivších, v té míře, jako ve vrstvách středních, anebo dokonce ve vrstvách nejsvrchnějších. Řídnou tyto, a mizejí poměrně se stářím vrstev, a místo jejich zaujímají výtvory ulmi- a humifikace rostlin rašelinných.

Než i v těch nejstarších vrstvách nacházíme zbytky, někdy i celé kmeny a kořeny stromů, svazečky a chumáče vláken rostlin jednoděložných, skupiny buněk z listův a pošev těchže rostlin, lístky mechů, zejmena však radicelly rostlin řádů nejrůznějších.

Zjevné a dosti zachovalé tyto části rostlinné uloženy jsou v amorphní, celkem homogenní hnědé nebo černé hmotě rašelinné. Těmito fragmenty rostlinnými zapsány jsou dějiny tvůrců rašelinných v jednotlivých dobách trvání a tvoření se této phytogenní horniny.

Není však vždy snadno ze zbytků těch zjistiti rostlinný druh, aneb i rod, k němuž náležejí, a nelze též říci, že jen z rostlin těch, jichž zbytky tu nacházíme, vytvořeny byly vrstvy ony. Odkud pak vzala se převážná většina amorphní hmoty rašelinné, nežli z množství rostlin, jež tím dokonaleji v sloučeniny ulmínové a humínové se proměnily, čím šťavnatější bylo jejich pletivo, takže z nich vůbec ani žádné zbytky zůstati nemusily. Druhá okolnosť mírnící nás v rychlém pronášení úsudku o nalezených v rašelině zbytcích rostlinných, jest i odůvodněná možnosť, že rostliny, jichž zbytky v rašelině nacházíme, byly jen accessorní součásti rašelinné flóry, vytvořivší vrstvy ty. Tak podnes nacházíme jak na vrchovištích, tak i na slatinách často tytéž rostliny jako podružné, přimísené v míře nepatrné, a pro vytvořování rašelinných vrstev skoro bezvýznamné.

A ač mnohý z těchto zbytků rostlinných i při důkladném rozboru drobnohledném a svědomitém srovnávání s rostlinami dnes na rašelinách žijícími zůstane neurčený, předce zdaří se nám prohlížením většího množství rašeliny vždy zjistiti alespoň některou rostlinu rozhodující.

Tak naleznuli v rašelině chumáče vláken, jež drobnohledným zkoumáním zjistím jako zbytky Eriophorum vaginatum, anebo naleznuli tu lístky nebo celé stonky Sphagnum, vím určitě, že vrstvy ty jsou výtvorem mokrého vrchoviště (Hochmoor), tak dobře jako k. př. plody Ledum, úlomky Vaccinií, hojné zbytky Pinus uliginosa, radicelly Calluna a j. p. ve vrstvách rašelinných opět na zplodinu sušího vrchoviště ukazují.

Rovněž tak jistě souditi můžeme o původě vrstev ze slatiny (Wiesenmoor), naleznemeli tu úlomky nebo vlákna k. př. Phragmites, anebo lístky nějakého druhu Hypnum, anebo jiné rostliny, jichž na vrchovišti nikde bychom nenašli, za to však hojně na slatinách nacházíme. —

Ponechávaje si podrobný rozbor jednotlivých rašelin k publikaci ve větší celé práci „O českých rašelinách“ v archivu pro vý-

zkum země české, uvedu tu jen tato pozorování s výsledky hlavně analys více než 20 českých rašelin.

Vrchoviště, v rovinách, v údolích a nížinách českých se nacházející, spočívají ve většině případů na vrstvách slatinných, řídčeji bývají vrstvy ve všech svých částech zplodinami vrchoviště.

Nejsou proto všude v Čechách vrchoviště starším typem vegetačním, než slatina.

Anorganická část půdy, jak z různých zpodin vrchovišť českých zřejmo, nezdá se míti toho vlivu na hlavní původce a tvůrce vrchovišť Sphagna, jak jí od mnohých botaniků přisuzováno, aniž musí půda ta, na níž Sphagna se ujímají, býti tak křemičitou jako humosní. Přesvědčilť jsem se, že jen na humosní nebo rašelinné, tedy jen na organické půdě ujímají se a rostou rašelinníky.

Voda obsahující vápno není vhodna, aby rašelinníky v ní se ujaly a rostly, prostupujíc však jako filtrem mocnější vrstvou rašelinnou, může tyto živiti.

Většina slatinných vrstev povstala naplněním nádržek vodních, zejmena rybníků. Z krajů těchto šířila se rašelina i na vyvýšená místa, návrší okolní tenkráte, když flora slatinná floře vrchovištní ustoupila.

Přeměna rostlinstva slatinného ve vrchovištní dála se zejmena kol stromů na mokrém humusu dřevním, odtud se dále šíříc.

Rašeliny Krkonošské a Jizerské povstaly v dobách mírnějšího klimatu, jak nasvědčují dosti mocné stromy ve vrstvách jejich uložené, i tam, kde na povrchu jich roste již jen kleč a trpasličí smrk. Hranice čáry stromové sáhala tehdy výše, nežli sáhá dnes.

Vedlé některých rašelin krkonošských jsou prastaré i jiné, tak ku př. blata Borkovická a rašelina Mrklovská a j. Zejmena v posledně jmenované nalezeny kosti a zuby dávno vymřelého jelena Cervus megaceros, což svědčí o velikém stáří této rašeliny. —

Die wichtigsten Resultate der botanischen Untersuchung einiger böhmischen Torfmoorschichten.

Von Prof. **Fr. Sitenský**.

Die meisten vom Verfasser untersuchten Hochmoore der Ebene sind aus Wiesenmoor entstanden, alle anderen von nassen Heiden.

Somit wären nicht alle Hochmoore Böhmens älter als Wiesenmoore, wenn auch der Hochmoortypus, hauptsächlich wegen seiner

Sphagnen, älter zu sein scheint. Der grösste Theil der Wiesenmoorschichten entstand aus vertorften Wasserbehältern, Teichen, von deren Rändern sie sich als Hochmoore auch auf höhere Orte verbreitet haben.

Die Umänderung der Wiesenmoorflora in die Hochmoorflora kam hauptsächlich auf den Rändern auf vermoderten Bäumen zu Stande, wie überhaupt die Sphagnen vom Verfasser immer nur auf organischem Boden angetroffen wurden, und zwar dort wuchernd, wo sie im Überfluss mit atmosphaerischem Wasser gespeist werden.

Die unorganiche Bodenunterlage scheint bei hinreichender Mächtigkeit des auf ihr ruhenden Baummoders oder Torfes keinen solchen Einfluss auf die Sphagnumvegetation zu haben, wie er ihr von einigen Botanikern zugeschrieben wird.

Botanische als auch zoologische Einschlüsse weisen auf ein hohes Alter mancher Torfmoore hin. So z. B. die dem Cervus megaceros gehörigen in Riesengebirgstorfmooren bei Mrklov gefundenen Zähne. Die daselbst an einigen Stellen über der Baumgrenze in den Torfschichten gefundenen ziemlich mächtigen Stämme von Abies excelsa, Acer pseudoplatanus und Sorbus Aucuparia, weisen auf ein damaliges milderes Klima hin, weil die Baumgrenze viel höher gereicht hat.

Nähere einschlägige Details werden vom Verfasser in seiner Arbeit „Über die böhmischen Torfmoore“ im Archiv für Landesdurchforschung Böhmens d. J. publiciert werden.

10.

Über gleichkantige Polyëder vom krystallographischen Standpunkte.

Von Prof. Dr. J. Krejčí. Vorgetragen am 13. März 1885.

1. Unter gleichkantigen Polyëdern werden hier solche Gestalten verstanden, welche von gleichen Flächen und gleichen Kanten begränzt sind.

Man kann wegen der Isometrie der Raumverhältnisse alle diese Polyëder auf das isometrische oder reguläre Krystallsystem beziehen und findet nach dem allgemeinen Krystallgesetze, dass nur solche gleichkantige Polyëder an Krystallen erscheinen, deren Indices auf den Würfel als Grundgestalt bezogen, rational sind. Hiebei ergiebt

es sich, dass den beiden Bedingungen zugleich, nämlich der Gleichkantigkeit und der Rationalität nur eine beschränkte Anzahl von Gestalten entspricht.

2. Holoëdrische Gestalten. Mittelst der Kantengleichung für orthogonale Gestalten, nämlich

$$\cos K = -\frac{mm_1 + nn_1 + ss_1}{\sqrt{m^2 + n^2 + s^2}\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + s_1^2}},$$

wobei mns und $m_1 n_1 s_1$ die Indices der Flächen bedeuten, die sich an der Kante K schneiden, kann man die Bedingung der Gleichkantigkeit für die einzelnen Gestalten aufstellen und findet hiefür bei gleichkantigen holoëdrischen Gestalten die folgenden Werthe der Indices und Kantenwinkel:

a) Für das Hexaëder $100 = \infty O \infty$, $\cos A = 0$, $A = 90^\circ$.

b) Für das Rhombendodekaëder $110 = \infty O$, $\cos D = -\frac{1}{2}$, $D = 120^\circ$.

c) Für das Oktaëder $111 = O$, $\cos O = -\frac{1}{3}$, $O = 109^\circ 28' 16{\cdot}4''$.

d) Für das hexaëdrische Trigon-Ikositetraëder oder das Tetrakishexaëder $n10 = \infty On$, dessen Kanten A den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders und D den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaëders entsprechen, ist für $^1/_2\, A$, da es aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix}01n\\ \text{und } 0\bar{1}1\end{matrix}\right\}$;

dann für $^1/_2\, D$, da es aus dem Durchschnitte

der Flächen $\left.\begin{matrix}01n\\ \bar{1}10\end{matrix}\right\}$ entsteht,

$$\cos {}^1/_2 A = -\frac{n-1}{S}, \quad \cos \tfrac{1}{2} D = -\frac{1}{S}, \quad S = \sqrt{2}\sqrt{n^2+1}.$$

Mithin $\dfrac{\cos \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} D} = n-1$, und für $A = D$, $n = 2$.

$$\cos A = -\frac{2n}{n^2+1} = -\frac{4}{5}, \quad A = D = 143^\circ\, 7'\, 48{\cdot}35''.$$

(Es erscheint am ged. Gold, Silber, Kupfer, am Fluorit, Granat.)

e) Für das oktaëdrische Trigon-Ikositetraëder oder Triakisoktaëder $mm1 = nO$, dessen Kanten O den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders und D den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaëders entsprechen, findet man auf analoge Weise

$$\frac{\cos \frac{1}{2} D \sqrt{2}}{\cos \frac{1}{2} O} = m-1, \text{ und für } O = D,\ m = 1 + \sqrt{2},$$

$$\cos O = -\frac{2m^2-1}{2m^2+1} = -\frac{5+4\sqrt{2}}{7+4\sqrt{2}}, \quad O = D = 147^\circ\, 21'\, 0{\cdot}5''.$$

f) Für das deltoidische Ikositetraëder $m11 = mOm$, dessen Kanten O den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders und A den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders entsprechen, findet man

$$\frac{\cos\frac{1}{2}A\sqrt{2}}{\cos\frac{1}{2}O} = m - 1; \text{ für } O = A, \quad m = 1 + \sqrt{2},$$

$$\cos O = -\frac{m^2}{m^2+2} = -\frac{3+2\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}}, \quad O = A = 138^\circ\, 7'\, 4{\cdot}6''.$$

g) Für das Tetrakontaoktaëder $mn1 = mO_{m/n}$, dessen Kanten O den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, D den Kanten des eingeschriebenen Rhombendodekaëders und A den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders entsprechen, ist

$$\cos\tfrac{1}{2}O = -\frac{1}{S}, \quad \cos\tfrac{1}{2}A = -\frac{m-n}{S\sqrt{2}}, \quad \cos\tfrac{1}{2}D = -\frac{n-1}{S\sqrt{2}},$$

$$S = \sqrt{m^2+n^2+1},$$

mithin für $A = D$, $n = \frac{m+1}{2}$;

für $O = D$, $n = 1 + \sqrt{2}$;
für $O = A$, $m = n + \sqrt{2}$;
für $A = O = D$, $m = 1 + 2\sqrt{2}$, $n = 1 + \sqrt{2}$;

$$\cos O = -\frac{m^2+n^2-1}{m^2+n^2+1} = -\frac{11+6\sqrt{2}}{13+6\sqrt{2}},$$

$$A = O = D = 155^\circ\, 4'\, 55{\cdot}1''.$$

Die drei letzteren Gestalten sind hiemit irrational und kommen also an Krystallen nicht vor.

3. Die gleichkantig holoëdrischen Gestalten des regulären Systemes sind Gränzgestalten, von denen aus die Kanten sich ändern, und zwar stellen das Hexaëder, Oktaëder und Rhombendodekaëder die Endpunkte eines in ein Sechseck eingeschriebenen Dreieckes; die 24-Flächner die Endpunkte des über den Seiten dieses Dreieckes gelegenen Endpunkte des umschriebenen Sechseckes, und der 48-Flächner den Mittelpunkt dieses Sechseckes dar.

4. Die hemiëdrisch parallelflächige Reihe der regulären Gestalten, zu der ausser den typischen Gestalten der Penta-

gonal-Dodekaëder und Trapez-Ikositetraëder oder Diploëder als Halbgestalten des Tetrakishexaëders und des Tetrakontaoktaëders, noch die dieser Hemiëdrie nicht unterliegenden holoëdrischen Gestalten, nämlich das Hexaëder, Oktaëder, Rhombendodekaëder, dann das Triakisoktaëder und Deltoid-Ikositetraëder gehören, enthält in gleichkantiger Entwickelung bloss das reguläre Pentagon-Dodekaëder, da das gleichkantige Diploëder identisch ist mit dem gleichkantigen Deltoid-Ikositetraëder.

a) Am Pentagon-Dodekaëder $\pi(n10) = \frac{\infty On}{2}$ ist für die Kanten P, die über den Flächen des eingeschriebenen Hexaëders, und für die Kanten A, die über den Kanten desselben liegen:

$$\cos P = -\frac{n^2-1}{n^2+1}, \quad \cos A = -\frac{n}{n^2+1},$$

mithin für $P = A$, $n^2 - n - 1 = 0$, $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$,

$$\cos P = -\frac{1+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}, \quad P = A = 116^\circ\, 33'\, 54{\cdot}1''.$$

Diese Gestalt ist irrational und kommt demnach an Krystallen nicht vor.

b) Für das Diploëder $\pi(mn1) = \frac{mOn}{2}$, dessen längere Kanten O über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, die kürzeren P über den gleichnamigen Kanten des eingeschriebenen Pentagondodekaëders und A über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders liegen, ist

$$\cos O = -\frac{m^2+n^2-1}{m^2+n^2+1}, \quad \cos P = -\frac{m^2-n^2+1}{m^2+n^2+1},$$
$$\cos A = -\frac{mn+m+n}{m^2+n^2+1}.$$

Für $O = P$ ist $n = 1$, d. h. Gestalt geht in das die Deltoid-Ikositetraëder $= m11$ über.

Für $O = P = A$ ist $m^2 = 2m + 1$, $m = 1 + \sqrt{2}$, d. h. die Gestalt geht in das specielle gleichkantige Deltoid-Ikositetraëder über. —

5. Die gleichkantig hemiëdrisch parallelflächigen Gestalten sind Gränzgestalten und zwar entsprechen dieselben den Endpunkten eines Sechseckes, die in fortschreitender Reihe das Hexaëder, das reguläre Pentagondodekaëder, Rhombendodekaëder,

Triakisoktaëder, Oktaëder und das gleichkantige Deltoid-Ikositetraëder darstellen.

6. Die hemiëdrisch geneigtflächige Reihe der regulären Gestalten umfasst nebst dem Tetraëder, dem Trigonal- und Deltoid-Dodekaëder und dem Hexakistetraëder als Halbgestalten des Oktaëders, des Deltoid-Ikositetraëders, Triakisoktaëders und des Tetrakontaoktaëders, noch die dieser Hemiëdrie nicht unterworfenen holoëdrischen Gestalten, nämlich das Hexaëder, das Rhombendodekaëder und das Tetrakishexaëder. Gleichkantig sind nur das Tetraëder und das Trigon-Dodekaëder τ (311), da das gleichkantige Deltoid-Dodekaëder mit dem Rhombendodekaëder und das gleichkantige Hexakistetraëder mit dem gleichkantigen Tetrakishexaëder identisch ist.

a) Am Tetraëder $\tau(111) = \frac{O}{2}$ ist

$$\cos O = \tfrac{1}{3},\ O = 70^0\,31'\,43{\cdot}6''.$$

b) Das Trigondodekaëder $\tau(m11) = \frac{mOm}{2}$ hat die Kanten O in der Lage der Kanten des eingeschriebenen Tetraëders und die Kanten A in der Lage der gleichnamigen Deltoid-Ikositetraëderkanten. Für dieselben ist

$$\cos \tfrac{1}{2} O = -\frac{2}{S},\ \cos \tfrac{1}{2} A = -\frac{m-1}{S},\ S = \sqrt{2}\sqrt{m^2+2},$$

$$\text{mithin } \frac{\cos \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} O} = \frac{m-1}{2},\ \text{für } O = A,\ m = 3,\ \cos O = -\frac{7}{11},$$

$$A = O = 129^0\,31'\,16{\cdot}3''.$$

Dasselbe erscheint am Fahlerz, am Sphalerit.

c) Das Deltoiddodekaëder $\tau(mm1) = \frac{mO}{2}$ hat die Kanten O in der Lage der Kanten des eingeschriebenen Tetraëders und die Kanten D in der Lage der gleichnamigen Triakisoktaëderkanten. Für dieselben ist

$$\cos \tfrac{1}{2} O = -\frac{m+1}{S},\ \cos \tfrac{1}{2} D = -\frac{m-1}{S},\ S = \sqrt{2}\sqrt{2m^2+1},$$

$$\text{mithin } \frac{\cos \frac{1}{2} O}{\cos \frac{1}{2} D} = \frac{m+1}{m-1},\ \text{für } O = D,\ m = \tfrac{1}{0},$$

d. h. das Symbol $mm1$ geht in das Symbol $\frac{1}{0}\frac{1}{0}1 = 110$, und demnach das Deltoiddodekaëder in das Rhombendodekaëder über.

d) Das Hexakistetraëder $\tau(mn1) = \frac{mO_{m/n}}{2}$ hat die Kanten O über den Kanten des eingeschriebenen Tetraëders und die Kanten

A, D in der Lage des gleichnamigen Tetrakontooktaëders. Für dieselben ist

$$\cos \tfrac{1}{2} O = -\frac{n+1}{S},\ \cos \tfrac{1}{2} A = -\frac{m-n}{S},\ \cos \tfrac{1}{2} D = -\frac{n-1}{S},$$
$$S = \sqrt{2}\sqrt{m^2+n^2+1}.$$

Ist $A = D$, so ist $n = \frac{m+1}{2}$;

ist $A = O$, so ist $n = \frac{m-1}{2}$;

ist $O = D$, so ist $n = \frac{1}{0}$, $mn1 = 1\frac{1}{0}1 = 010$, d. h. die Gestalt geht in das Hexaëder über.

Ist $A = O = D$, so ist $m = \frac{1}{0}$, $n = \frac{\frac{1}{0}+1}{2} = \frac{1}{2.0}$ also $mn1 = $ $= \frac{1}{0}\cdot\frac{1}{2.0}\cdot 1 = 120$, d. h. die Gestalt geht in das gleichkantige Tetrakishexaëder über.

7. Die gleichkantig hemiëdrisch geneigtflächigen Gestalten sind Gränzgestalten und zwar entsprechen sie den Endpunkten eines Fünfeckes, dessen Endpunkte fortschreitend das Hexaëder, das gleichkantige Tetrakishexaëder, das Rhombendodekaëder, Tetraëder und das gleichkantige Trigon-Dodekaëder darstellen.

8. Die hemiëdrisch gyroidische oder enantiëdrische Reihe der regulären Gestalten umfasst nebst den beiden enantiëdrischen Pentagon-Ikositetraëdern als Halbgestalten des Tetrakontaoktaëders noch die anderen sechs holoëdrischen Gestalten, welche dieser Hemiëdrie nicht unterliegen. Die Pentagone der enantiëdrischen Ikositetraëder sind von zwei Kanten A, zwei Kanten O und einer Kante G umschlossen, von denen die letztere nämlich G an Endpunkte der rhombischen Axe in der Fläche des umschriebenen Rhombendodekaëders, die Kanten O über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders und die Kanten A über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders liegen. Gleichkantig enantiëdrische Pentagon-Ikositetraëder $\varepsilon(mn1)$ sind nicht blos krystallographisch, sondern auch geometrisch nicht möglich, da hiebei sowohl die vierkantigen Ecken, welche von den Kanten O an den Endpunkten der Hauptaxe, als auch die dreikantigen, welche von den Kanten A an den Endpunkten der trigonalen Axen liegen, gleiche Flächen- und Kantenwinkel haben müssten, was offenbar eine geometrisch unerfüllbare Bedingung ist.

Für die Bedingung von gleichen Flächenwinkeln in den Pentagonflächen dieser Gestalten müssten nebstdem in einer Combi-

nation derselben mit Hexaëder- und Oktaëderflächen je zwei Flächen des Pentagon-Ikositetraëders mit einer Oktaëderfläche in einer Zone liegen. Die Gleichungen von zwei solchen Zonen sind

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ n & m & 1 \\ m & 1 & n \end{vmatrix} = 0, \text{ woraus } n^2 = m; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ n & m & 1 \\ 1 & m & \bar{n} \end{vmatrix} = 0, \text{ woraus } n^2 = 2m - 1.$$

Mithin wäre $m = 2m - 1$, $m = 1$, $m = n = 1$ d. h. statt eines gleichkantigen 24flächigen Pentagon - Enantiëders möchte sich ein gleichkantiges Oktaëder ergeben.

Die hemiëdrisch gyroidische Reihe der regulären Gestalten enthält also keine gleichkantige Gestalt.

9. Die tetartoidische Reihe der regulären Gestalten umfasst nebst den vier unregelmässigen Pentagonal-Dodekaëdern, welche aus der Zerlegung der Tetrakontaoktaëder entstehen, noch die geneigtflächigen Tetraëder, die Deltoid- und Trigon-Dodekaëder und die parallelflächigen Pentagon-Dodekaëder.

Die Tetartoide oder irregulären Pentagondodekaëder $\pi\tau(mn1)$ sind von ungleichseitigen Pentagonen umschlossen, von denen jedes eine Kante G in der Fläche des umschriebenen Hexaëders, je zwei Kanten A in den stumpfen trigonalen Ecken und je zwei Kanten A' in den spitzen trigonalen Ecken haben.

Für diese Kanten ergiebt sich aus der Kantengleichung (2)

$$\cos A = -\frac{mn + m + n}{S}, \quad \cos A' = -\frac{m^2 - n^2 - 1}{S},$$

$$\cos G = -\frac{mn + m - n}{S}, \quad S = m^2 + n^2 + 1.$$

Wäre $A = A' = G$, so möchte man durch Vereinigung der ersten und dritten Gleichung $n = 0$, und durch Vereinigung der ersten und zweiten Gleichung und durch Substituirung von $n = 0$ in dieselbe

$$m^2 - m - 1 = 0, \text{ also } m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ finden,}$$

mithin den Index des gleichkantigen Pentagondodekaëders (4. *a*).

10. Die gleichkantig tetartoidischen Gestalten sind Gränzgestalten, die den Endpunkten eines Fünfeckes entsprechen und zwar in der fortschreitenden Reihe vom Hexaëder zum gleichkantigen Pentagondodekaëder, Rhombendodekaëder, Tetraëder und gleichkantigen Trigondodekaëder.

11. Nebst den einfachen regulär gleichkantigen Gestalten giebt es auch gleichkantige Combinationen und namentlich sind es zwei, nämlich der Ikosiëder und das Triakontaëder, die den Typus der regulären Krystalle haben.

a) Das Ikosiëder ist im krystallographischen Sinne eine Combination eines Pentagondodekaëders und eines Oktaëders $= \pi (n10) . 111$.

Die Gestalt hat 20 gleiche gleichseitige Dreiecke, welche sich in 12 Kanten P über den Flächen des eingeschriebenen Haxaëders und in 24 Kanten O über den Flächen des eingeschriebenen Oktaëders schneiden.

Die Kante P entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} 0 & 1 & n \\ 0 & \bar{1} & n \end{matrix}\right\}$;

die Kante O aus dem Durchschnitte von . . . . . $\left.\begin{matrix} 0 & 1 & n \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}\right\}$.

Es ist demnach

$$\cos P = -\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}, \quad \cos O = -\frac{n + 1}{\sqrt{3}\sqrt{n^2 + 1}}.$$

Für $P = O$ müsste also

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = \frac{n + 1}{\sqrt{3}\sqrt{n^2 + 1}} \text{ sein, woraus man}$$

$$3(n - 1)^2 = n^2 + 1 = 3n^2 - 6n + 3 \text{ oder}$$

$$n^2 - 3n + 1 = 0, \ n = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ findet.}$$

Der gefundene Index ist irrational; mithin kommen reguläre Ikosiëder an Krystallen nicht vor.

Für die Kante P ist $\operatorname{tang} \frac{1}{2} P = n = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$, mithin $\frac{1}{2} P = 69^0 5' 41{\cdot}5''$, $P = 138^0 11' 23''$.

b) Das Triakontaëder ist im krystallographischen Sinne eine Combination eines parallelkantigen Diploëders $\pi (mn1)$ und eines Hexaëders, wobei als Eigenthümlichkeit der parallelkantigen Diploëder $m = n^2$ ist.

Die Gestalt ist von 30 gleichen Rhomben umschlossen, die sich in den Kanten A, A' und O schneiden.

Die Kante A entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} n & m & 1 \\ 1 & n & m \end{matrix}\right\}$;

die Kante A' entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} n & m & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}\right\}$;

die Kante O entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} n & m & 1 \\ n & m & \bar{1} \end{matrix}\right\}$.

Hiemit ist $\cos A = -\frac{mn + m + n}{m^2 + n^2 + 1}$

$$\cos A' = -\frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}$$

$$\cos O = -\frac{m^2 + n^2 - 1}{m^2 + n^2 + 1}.$$

Für $A = O$ ist, wenn man $m = n^2$ einsetzt

$$n^3 + n^2 + n = n^4 + n^2 - 1$$

$$n(n^2 + 1) = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

$$n^2 - n - 1 = 0,\ n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

$$m = n^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

Für $A' = O$ ist

$$m\sqrt{m^2 + m + 1} = m^2 + m - 1$$

$$m^4 + m^3 + m^2 = (m^2 + m - 1)^2$$

$$m^3 + 1 = (m^2 - m + 1)(m + 1) = 2m(m + 1)$$

$$m^2 - 3m + 1 = 0,\ m = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ wie für } A = O.$$

Die gefundenen Indices sind irrational, wesshalb auch diese Combination an Krystallen nicht vorkömmt.

Für die Kante O findet man

$$\cos O = -\frac{2 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = 0{\cdot}80901,\ O = A = A' = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ.$$

Das Verhältniss der Diagonalen d, d' in den Rhombenflächen ist

$$d : d' = 1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

mithin für den spitzen Rhombenwinkel δ,

$$\cos \delta = \frac{d^2 - d'^2}{d^2 + d'^2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} = 0{\cdot}4472$$

$$\delta = 63^\circ\, 26'\, 5{\cdot}9'';$$

für den stumpfen Winkel $\delta' = 180^\circ - 63^\circ\, 26'\, 5{\cdot}9'' = 116^\circ\, 33'\, 54{\cdot}1''$, nämlich gleich der Kante des regulären Pentagon-Dodekaëders. (4. a)

12. Auch die gleichkantig sechsseitige Pyramide mit den Kanten P, O kann als eine Combination von regulären Gestalten gedeutet werden, und zwar als die Combination eines Ikositetraëders

$1m1 = mOm$ und eines Tetrakishexaëders $n01 = \infty On$, von welchem das erstere meroëdrisch mit 8 Flächen, das letztere mit 4 Flächen entwickelt ist.

Da die Basis der Pyramide ein reguläres Sechseck bildet, so ist für den horizontalen Basiswinkel des Ikositetraëders, in welchem O die horizontale Kante und a die horizontale Hauptaxe bedeutet,

$$tang\, ao = tang\, 60^0 = m = \sqrt{3}$$

$$cos\, O = -\frac{m^2}{m^2+2} = -\frac{3}{5}, \quad O = P = 126^0\, 52'\, 11{\cdot}6''.$$

Das Flächensymbol ist also $1m1 = 1 . \sqrt{3} . 1 = {}_{\sqrt{3}}O_{\sqrt{3}}$.

Für das Tetrakishexaëder $no1$ ist

$$tang\, \tfrac{1}{2}\, O = tang\, 63^0\, 26'\, 5{\cdot}8'' = n = 2, \text{ also } n01 = 201 = \infty O 2.$$

Diese Combination ist irrational und kömmt also an Krystallen nicht vor.

13. Die gleichkantig achtseitige Pyramide kann sowohl als eine meroëdrische Entwicklung des Ikositetraëders $1m1 = mOm$, als auch als eine Combination eines Tetrakishexaëders $0n1 = \infty On$ und eines Triakisoktaëders $mm1 = mO$ gedeutet werden.

a) Als Ikositetraëder mit den Kanten P, O. Da die Basis dieser Pyramide ein reguläres Achteck ist, so ist der ebene Winkel zwischen der horizontalen Kante O und der horizontalen Axe a

$$ao = \frac{180^0 - 45^0}{2} = 67^0\, 30'.$$

Bezeichnet man die Polkante mit P, so ist

$$tang\, ao = tang\, ap = tang\, 67^0\, 30' = m = 1 + \sqrt{2},$$

mithin das Symbol $1m1 = 1 . (1 + \sqrt{2}) . 1 = {}_{(1+\sqrt{2})}O_{(1+\sqrt{2})}$.

$$cos\, O = -\frac{m^2}{m^2+2} = -\frac{3+\sqrt{2}}{5+\sqrt{3}}, \quad O = P = 138^0\, 7'\, 4{\cdot}6''$$

d. h. die Flächen und Kanten haben die Lage des gleichkantigen Deltoid-Ikositetraëders (Siehe 2. *f*).

b) Betrachtet man diese Pyramide als die Combination von $0n1$ und $mm1$ in meroëdrischer Flächenentwicklung und bezeichnet man die horizontalen Kanten von $0n1$ mit O', die von $mm1$ mit O, so ist die auf O' verticale Horizontalaxe $a = 1$, die auf O verticale Horizontalaxe $r = \frac{1}{2}\sqrt{2}$; die in den Seitenecken der Basisfläche gelegene Nebenaxe mit Beziehung auf $0n1$ sei p'; mit Beziehung auf $mm1$ sei dieselbe p.

Für p' findet man aus $a^2 + (\frac{1}{2} o')^2 = p'^2$,

$$\text{da } ap = \frac{45^0}{2}, \; tang \frac{45^0}{2} = \tfrac{1}{2} o' = \sqrt{2} - 1, \; p' = \sqrt{2(2-\sqrt{2})}.$$

Für p findet man aus $r^2 + (\frac{1}{2} o^2) = p^2$,

$$\text{da } rp = \frac{45^0}{2}, \; tang \frac{45^0}{2} = \tfrac{1}{2} o = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}, \; p = \sqrt{2-\sqrt{2}}.$$

Mithin ist für $0n1 = \infty On$, wobei die horizontale Kante $O' = 138^0\, 7'\, 4{\cdot}6''$,

$$tang\, 67^0\, 30' = 1 + \sqrt{2} = \frac{n}{p'}, \; n = \sqrt{2(2+\sqrt{2})} = tang \tfrac{1}{2} O,$$

$$\tfrac{1}{2} O = 69^0\, 3'\, 32{\cdot}3''.$$

Für $1m1 = mOm$ ist, wo die horizontale Kante ebenfalls

$$O = 138^0\, 7'\, 4{\cdot}6'',$$

$$tang\, 67^0\, 30' = 1 + \sqrt{2} = \frac{m}{p}, \; m = \sqrt{2 + \sqrt{2})} = \frac{tang \frac{1}{2} O}{\sqrt{2}},$$

$$\tfrac{1}{2} O = \frac{69^0\, 3'\, 32{\cdot}3''}{\sqrt{2}}.$$

Die beiden Indices m und n verhalten sich also wie $1 : \sqrt{2}$ und die Flächenlage ist irrational.

Gleichkantig vierseitige Pyramiden der dritten Stellung $\pi\,(mnr)$ coincidiren mit dem regulären Oktaëder.

14. Man kann aus der gleichkantig vierseitigen Pyramide oder dem regulären Oktaëder durch regelmässige Abstumpfung der Seitenecken der Basisfläche, eine gleichkantig achtseitige Pyramide ableiten, wenn man hiebei die zwischen den Polkanten und der Horizontalaxe gelegenen Winkel den Basiswinkeln or gleich setzt; und analog kann man aus der gleichkantig achtseitigen Pyramide eine unendliche Reihe von n vierseitigen gleichkantigen Pyramiden ableiten.

Die Winkel der horizontalen Axen sind dann von isogonalen Vierecke fortschreitend $= \frac{45^0}{2^n}$, wobei für das Viereck die Potenz $n = 0$, für das 8-Eck $n = 1$, für das 16-Eck $n = 2$ u. s. w. ist.

Man findet hiedurch für die eine Nebenaxe einen irrationalen Werth, der zugleich auch die Irrationalität der Flächenindices der abgeleiteten n 4seitigen Pyramiden bedingt. Als Gränzgestalt dieser Reihe ergiebt sich also einerseits die gleichkantig vierseitige Pyra-

mide oder das reguläre Oktaëder, anderseits eine Säule mit kreisförmiger Basis.

Hiebei findet man zugleich, dass in der Reihe der n vierseitigen gleichkantigen Pyramiden, Gestalten von der Form $1m1 = mOm$ mit Combinationen von der Form $0n1 \,.\, mm1 = \infty On \,.\, mO$ abwechseln.

15. Auf eine analoge Weise kann man aus einer gleichkantig dreiseitigen Pyramide eine gleichkantig sechsseitige und aus dieser eine unendliche Reihe von n dreiseitigen Pyramiden ableiten.

Die gleichkantig dreiseitige Pyramide kann als die enantiëdrische Hemiëdrie oder als die dirhomboëdrische Tetartoëdrie der sechsseitigen Pyramide $mn1 = m'P2$ und demnach als eine meroëdrische Entwicklung des Tetrakontaoktaëders angesehen werden.

Da der ebene Winkel der Basis zwischen der Nebenaxe r und der horizontalen Kante O dieser Pyramide 30^0 beträgt, so ist, wenn P die Polkante bedeutet, in dem Triëder $\frac{1}{2}P$, $\frac{1}{2}O$, R, wo $R = 90^0$ $P = O$, $op = rp = 30^0$, $\cos 30^0 = \cot \frac{1}{2} O$, $\frac{1}{2} O = 49^0\, 6'\, 23{\cdot}33''$, $O = P = 98^0\, 12'\, 47{\cdot}6''$.

Die beiden Nebenaxen, nämlich die im Eck der Basis liegende r, und die auf der Seitenkante verticale r' schneiden sich unter 60^0.

In Bezug auf das Hexaëder als die Grundgestalt ist $r' = \sqrt{2}$ und mithin im rechtwinkligen Dreiecke $r\, r'\, \frac{1}{2}\, o$, wo $r\, r' = 60^0$, ist $\frac{1}{2}\, o = \sqrt{6}$, $r = 2\sqrt{2}$,

$$tang\; rp = tang\; 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{m't}{2\sqrt{2}},$$

und da die trigonale Axe $t = \sqrt{3}$, so ist

$$m' = \frac{2\sqrt{2}}{3},$$

mithin für das Naumann'sche Symbol

$$m'P2 = {}_{\frac{2\sqrt{2}}{3}}P_2$$

und nach der Inversionsformel für das Miller'sche Symbol

$$m'P2 = m\,n\,s,\quad \text{wo}\quad m = 2 + 3m',\quad n = 2 - 3m',\quad s = 2, \text{ ist}$$

$$m'P2 = (1+\sqrt{2}).(1-\sqrt{2}).1 =$$

$$m\,\bar{n}\,1 = (1+\sqrt{2}).-(\sqrt{2}-1).1.$$

Für den Winkel der Polkante P findet man aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\,1\,\bar{n} \\ 1\,\bar{n}\,m \end{matrix}\right\},$

$$\cos P = -\frac{m-n-mn}{m^2+n^2+1} = -\frac{1}{7},$$

$O = 98^0\ 12'\ 47{\cdot}6''$ wie oben.

16. In ihrer Ableitung von der dreiseitigen Pyramide ist die gleichkantig sechsseitige Pyramide eine meroëdrische Entwicklung des Tetrakontaoktaëders von der Flächenlage $m\, n\, s = m\, 1\, \bar{n}$.

Bezeichnet man die Polkanten dieser Pyramide mit P und P', die horizontale Kante mit O, so entsteht die halbe Polkante $\frac{1}{2} P$ aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\, 1\, \bar{n} \\ 1\, \bar{1}\, 0 \end{matrix}\right\}$,

die halbe Polkante $\frac{1}{2} P'$ aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\, 1\, \bar{n} \\ 0\, 1\, \bar{1} \end{matrix}\right\}$,

die halbe Polkante $\frac{1}{2} O$ aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\, 1\, \bar{n} \\ 1\, 1\, 1 \end{matrix}\right\}$.

Hiemit ist (nach 2.)

$$\cos \tfrac{1}{2} P = -\frac{m-1}{\sqrt{2}\, S}, \quad \cos \tfrac{1}{2} P' = -\frac{n+1}{\sqrt{2}\, S},$$

$$\cos \tfrac{1}{2} O = -\frac{m-n+1}{\sqrt{3}\, S}, \quad S = \sqrt{m^2+n^2+1}.$$

$$\frac{\cos \frac{1}{2} P}{\cos \frac{1}{2} P'} = \frac{m-1}{n+1} \text{ und für } P = P', \quad n = m-2.$$

Hiemit findet man

$$\frac{\cos \frac{1}{2} P}{\cos \frac{1}{2} O} = \frac{(m-1)\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \text{ und für } P = O$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{m-1}{3}, \quad m = 1+\sqrt{6}, \quad n = -1+\sqrt{6}.$$

Das Flächensymbol der gleichkantig sechsflächigen Pyramide als meroëdrische Entwicklung der Tetrakontaoktaëders ist also

$$m\, 1\, \bar{n} = (1+\sqrt{6}) \,.\, 1 \,.\, (\sqrt{6}-1) = (1+\sqrt{6}) \,.\, 1 \,.\, -(1-\sqrt{6}) \text{ oder}$$

$$m\, \bar{n}\, 1 = (1+\sqrt{6}) \,.\, -(1-\sqrt{6}) \,.\, 1$$

und nach der Inversionsformel für Naumann'sche Symbole $m'\, P\, 2$ wenn man für $m\, n\, s = m\, 1\, \bar{n}$ einsetzt ist für

$$m'\, P2,\ m' = \frac{2}{3} \cdot \frac{s-m}{m+s} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Für den Kantenwinkel P findet man, da P aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} m\,1\,\bar{n} \\ 1\,m\,\bar{n} \end{matrix}\right\}$ entsteht, $\cos P = -\frac{2m+n^2}{m^2+n^2+1} = -\frac{3}{5}$,

$P = O = 126^\circ\,52'\,11{\cdot}6''$. (Siehe 12.)

17. Die gleichkantig sechsseitige Pyramide kann endlich auch als eine Naumann'sche Protopyramide oder als ein Dirhomboëder, und in Bezug auf das Hexaëder als Grundgestalt, als eine meroëdrische Entwicklung der Combination von zwei Ikositetraëdern $m\,1\,1$ in gegenseitig inverser Stellung betrachtet werden.

Bezeichnet man die Polkanten mit P, die horizontalen Kanten mit O, so entsteht die Kante $\frac{1}{2}P$ aus dem Durchschnitte

$$\text{von} \left.\begin{matrix} m\,1\,1 \\ 1\,1\,\bar{2} \end{matrix}\right\},$$

die Kante $\frac{1}{2}O$ aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} m\,1\,1 \\ 1\,1\,1 \end{matrix}\right\}$.

Hiemit ist

$$\cos\tfrac{1}{2}P = -\frac{m-1}{\sqrt{6}\,S}, \quad \cos\tfrac{1}{2}O = -\frac{m+2}{\sqrt{3}\,S}, \quad S = \sqrt{m^2+2},$$

und für

$$P = O, \quad \frac{m-1}{m+2} = \sqrt{2}, \quad m = \frac{1+2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}.$$

Für das Naumann'sche Symbol der Protopyramide $m'P$ ist $m' = \frac{m-1}{m+2}$, mithin für $m'P = +m'R$, $m' = \sqrt{2}$.

Für das inverse Rhomboëder $(m\,1\,1) = m_1\,n_1\,s_1$ ist, wenn $m\,1\,1 = m\,n\,s$ ist, die Inversionsformel

$$\frac{m_1}{2(n+r)-m} = \frac{n_1}{2(r+m)-n} = \frac{s_1}{2(m+n)-s}$$

demnach

$$+m'R = m\,n\,s = m\,1\,1 = (1+2\sqrt{2}).(1-\sqrt{2}).(1-\sqrt{2}) = +{}_{\sqrt{2}}R$$

$$-m'R = m_1 n_1 s_1 = (m\,1\,1) = (1-2\sqrt{2}).(1+\sqrt{2}).(1+\sqrt{2}) = -{}_{\sqrt{2}}R.$$

Für den horizontalen Kantenwinkel O findet man aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\;n\;s \\ m_1 n_1 s_1 \end{matrix}\right\}$,

$$\cos O = -\frac{mm_1+nn_1+ss_1}{\sqrt{(m^2+n^2+s^2)}\,\sqrt{(m_1^2+n_1^2+s_1^2)}} = -\frac{3}{5},$$

$O = P = 126^\circ\,52'\,11''$ wie in 12. u. 16.

18. Die gleichkantig zwölfseitige Pyramide ist im Naumann'schen Sinne ein Diskalenoëder mit dem Symbole

$$m' P n' = \pm m'' R n'',$$

und als tesserale Gestalt eine Combination von zwei meroëdrisch entwickelten Tetrakontaoktaëdern $= m\,n\,s\,.\,m_1\,n_1\,s_1$. Bezeichnet man die Polkanten mit P, die horizontalen Kanten mit O, und die horizontalen Nebenaxen mit r, so ist $r\,o = \frac{180^0 - 30^0}{2} = 75^0$, und im Triëder $\frac{1}{2} P$, $\frac{1}{2} O$, R, $R = 90^0$, $P = O$, $r\,o = r\,p = 75^0$, mithin $\cos 75^0 = \cot \frac{1}{2} O$, $\frac{1}{2} O = 75^0\,29'\,21{\cdot}9''$, $O = P = 150^0\,58'\,42{\cdot}8''$.

Im Hexaëder, als der Grundgestalt ist das Verhältniss der rhombischen Axen zu den trigonalen $r : t = \sqrt{2} : \sqrt{3}$, mithin

$$m' t = \frac{m\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \tang rp = \tang 75^0 = 2 + \sqrt{3},\quad m' = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Im ebenen Dreiecke der Basis $o\,r\,n'$ ist

$$\tang ro = \tang 75^0 = 2 + \sqrt{3} = \frac{n' \sin 60^0}{1 - n' \cos 60^0}$$

$$n' = \frac{(2+\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{3})}{2}$$

also für $m' P n'$, $m' = \frac{(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$, $n' = \frac{(1+\sqrt{3})}{2}$.

Für $m' P n' = \pm m'' R n''$ ist $m'' = \frac{m'(2-n')}{n'}$, $n' = \frac{n'}{2-n'}$,

demnach $m'' = \sqrt{2}$, $n'' = \frac{(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$.

Für die Millerschen Symbole der beiden in der isogonal 12seitigen Pyramide vereinigten Skalenoëder ist

$$+ m'' R n'' = m\,n\,s;\quad m = 2 + 3 m'' n'' + m'',\quad n = 2 - 3 m'' n'' + m'',$$
$$s = 2(1 - m'')$$

$$- m'' R n'' = m_1 n_1 s_1;\quad m_1 = 2 - 3 m'' n'' - m'',\quad n_1 = 2 + 3 m'' n'' - m'',$$
$$s_1 = 2(1 + m'').$$

Mithin

$$+ {}_{\sqrt{2}}R_{\frac{(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}} = \sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 4\,.\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2\,.\sqrt{2} - 2$$

$$- {}_{\sqrt{2}}R_{\frac{(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}} = \sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 4\,.\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\,.\sqrt{2} + 2.$$

also durchgehends irrational.

Den halben Kantenwinkel $\frac{1}{2}O$ dieser 12seitigen Pyramide findet man aus dem Durchschnitte der Flächen $\left.\begin{matrix} m\,n\,s = \ldots. \\ m'n's' = 111 \end{matrix}\right\}$, und erhält auf analytischen Wege, wenn man für $m\,n\,s$ die eben angeführten Werthe des Miller'schen Symboles substituirt,

$$\cos \tfrac{1}{2} O = \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{3}}} = \frac{1}{3{\cdot}99} = 0{\cdot}250626,$$

$$\tfrac{1}{2} O = 75^{0}\, 29'\, 21'' = \tfrac{1}{2} P,$$

mithin dasselbe Resultat, wie es oben auf triëdrischem Wege gefunden wurde.

Gleichkantig 12seitige Pyramiden können auch als Combinationen einer Proto- und einer Deuteropyramide des rhomboëdrischen Systemes (mit der Grundgestalt des Hexaëders) gedeutet werden, und auch in diesem Falle erscheinen irrationele Indices.

Für die Combination einer Pyramide $m\,P$ und m' P2 müssten nämlich für den Fall der Gleichkantigkeit die horizontalen Kanten beider Pyramiden $O = O'$, und mithin $tang\ \frac{1}{2} O = tang\ \frac{1}{2} O'$ sein.

Da für O nach der eben entwickelten Kantengleichung

$$\cos \tfrac{1}{2} O = \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{3}}}$$ ist, so findet man für

$$\sin \tfrac{1}{2} O = \sqrt{1 - \frac{1}{9+4\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{8+4\sqrt{3}}{9+4\sqrt{3}}},$$ und für

$$\frac{\sin \frac{1}{2} O}{\cos \frac{1}{2} O} = tang\ \tfrac{1}{2} O = \sqrt{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}}\,.$$

Für die Pyramide mP ist $m = tang\ \frac{1}{2} O\,.\,p$, wobei $p = \sqrt{\frac{2}{3}}$; für die Pyramide m' $P2$ ist $m' = tang\ \frac{1}{2} O'\ r$, wobei $r = 1$;

mithin ist für $m\ P$, $m = \dfrac{2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$,

für $m'\ P2$; $m' = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$.

In die Miller'schen Indices umgesetzt ist

$\dfrac{+\,mP}{2} = m_1 n_1 s_1$, wobei $m_1 = 2m + 1$, $n_1 = 1 - m$, $s_1 = 1 - m$;

$\dfrac{-\,mP}{2} = m'_1 n'_1 s'_1$, wobei $m'_1 = 1 - 2m$, $n'_1 = 1 + m$, $s'_1 = 1 + m$;

$mP2 = m_2 n_2 s_2$, wobei $m_2 = 2 + 3m$, $n_2 = 2 - 3m$, $s_2 = 2$.

Daraus findet man

für $m_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} + 4\sqrt{2+\sqrt{3}}$, für $m'_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} - 4\sqrt{2+\sqrt{3}}$

für $n_1 = \sqrt{\tfrac{3}{2}} - 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$, für $n'_1 = \sqrt{\tfrac{3}{2}} + 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

für $s_1 = \sqrt{\tfrac{3}{2}} - 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$, für $s'_1 = \sqrt{\tfrac{3}{2}} + 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

für $m_2 = \sqrt{2} + 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}$,

für $n_2 = \sqrt{2} - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}$,

für $s_2 = \sqrt{2}$,

also durchgehends irrationale Werthe.

Die aus der Zerlegung der 12seitigen Pyramiden entstandenen sechsseitigen Pyramiden der dritten Stellung coincidiren, wenn sie gleichkantig sind, mit den Deuteropyramiden.

19. Durch symmetrische Abstumpfung der Ecken des regulären Dreieckes erhält man das reguläre Sechseck und durch wiederholte symmetrische Abstumpfung das reguläre 12Eck, 24Eck und n-Dreieck.

Construirt man auf der Basis dieser regulären Polygone gleichkantige n dreiseitige Pyramiden, so erhält man eine unendliche Reihe von Pyramiden die alle irrational sind, da der Werth ihrer Indices von den Winkel, unter denen sich die horizontalen Nebenaxen schneiden, abhängig ist und dieser Winkel von der dreiseitigen Pyramide fortschreitend $\frac{60^0}{2^n}$ beträgt. Für die gleichkantig dreiseitige ist die Potenz $n = 0$ für die sechsseitige ist $n = 1$, für die zwölfseitige ist $n = 2$ u. s. w. Als Gränzgestalt ergiebt sich wie bei den $n$vierseitigen Pyramiden eine Säule mit kreisförmiger Basis.

Hiebei findet man, dass auch in der Reihe dieser gleichkantigen Pyramiden Gestalten von der Flächenlage der Diskalenoëder mit Combinationen der Proto- und Deuteropyramiden abwechseln.

20. Von den gleichkantig prismatischen Gestalten kommen an wirklichen Krystallen nur die dreiseitigen, vierseitigen, sechsseitigen und die acht- und zwölfseitigen vor, und zwar die letzteren in der Lage von Combinationen von Proto- und Deuteroprismen, aber keineswegs als selbstständige einfache Gestalten. Alle anderen gleichkantigen Prismen sind aus der Reihe der Krystalle ausgeschlossen, da sie Indices von irrationalen Werthen haben.

Das gleichkantig achtseitige Prisma als selbstständige einfache Gestalt kann als eine meroëdrische Entwicklung des Tetrakishexaëders $n\,1\,0 = \infty O n$ gedeutet werden, wobei $n = 1 + \sqrt{2}$.

Da nämlich die beiden Nebenaxen des Prisma den Winkel von 45^0 einschliessen, ist der halbe Kantenwinkel dieses Prisma

$$\tfrac{1}{2}P = \frac{135^0}{2} = 67^0\,30',$$

$$tang\, 67^0\,30' = n = 1 + \sqrt{2},$$

also irrational.

Für das gleichkantig zwölfseitige Prisma, wenn man es mit dem Naumann'schen Symbol $\infty P n'$ bezeichnet, ist (nach 18.)

$$n' = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$$

Daraus findet man für das Millersche Symbol $\infty P n' = m\,n\,s$ nach der Inversionsformel

$$m = n' + 1, \quad n = 1 - 2\,n', \quad s = n' - 2,$$

$$\left(\frac{3 + \sqrt{3}}{2}\right) . - \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) . \left(\frac{-3 + \sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}\,(1 + \sqrt{3}) \,.\, -2\sqrt{3} \,.\, \sqrt{3}\,(1 - \sqrt{3})$$
$$= -(2 + \sqrt{3}) \,.\, (1 + \sqrt{3}) \,.\, 1;$$

$$\infty P n' = m\,n\,s = \bar{m}\,n\,1 \text{ oder } = n\,1\,\bar{m} \text{ oder } = \bar{n}\,m\,\bar{1} \text{ u. s. w.,}$$

$$\text{also } \infty P_{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} = (1 + \sqrt{3}) \,.\, 1 \,.\, -(2 + \sqrt{3}).$$

Dasselbe Resultat findet man unmittelbar, wenn man dieses Prisma als eine tesserale Gestalt deutet; es ist dann eine meroëdrische Entwicklung des Tetrakontaoktaëders $= n\,1\,\bar{m}$, wobei

$$n = m - 1.$$

Die Fläche $n\,1\,\bar{m}$ liegt nämlich in der Zone der beiden anderen Prismen $\bar{1}\,1\,0$ und $\bar{1}\,2\,\bar{1}$, ihre Gleichung ist

$$\begin{vmatrix} n & 1 & \bar{m} \\ \bar{1} & 1 & 0 \\ \bar{1} & 2 & \bar{1} \end{vmatrix} = 0, \text{ woraus } n = m - 1.$$

Bezeichnet man die halbe Prismenkante in der Nebenaxe r mit $\tfrac{1}{2}R$, die halbe Kante in der Nebenaxe p mit $\tfrac{1}{2}P$, so ist, da $r\,p = 30^0$, $\tfrac{1}{2}R = \tfrac{1}{2}P = 75^0$.

Die Kante $\tfrac{1}{2}R$ entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} n\,1\,\bar{m} \\ 1\,\bar{1}\,0 \end{matrix}\right\}$;

die Kante $\tfrac{1}{2}P$ entsteht aus dem Durchschnitte von $\left.\begin{matrix} n\,1\,\bar{m} \\ \bar{1}\,2\,\bar{1} \end{matrix}\right\}$.

Mithin ist (nach 2.)

$$\cos\tfrac{1}{2}R = -\frac{n-1}{\sqrt{2}\,S}, \quad \cos\tfrac{1}{2}P = -\frac{m+2-n}{\sqrt{6}\,S}, \quad S = \sqrt{m^2 + n^2 + 1},$$

für $n = m - 1$, $\dfrac{\cos\frac{1}{2}R}{\cos\frac{1}{2}P} = \dfrac{m-2}{\sqrt{3}}$, und für $R = P$, $m = 2 + \sqrt{3}$;

$$n = 1 + \sqrt{3}.$$

Auch dieses Prisma ist also als selbstständige einfache Gestalt irrational.

Zu den Reihen der gleichkantig *n* dreiseitigen und *n* vierseitigen Pyramiden gehört eine analoge Reihe von gleichkantig *n* dreiseitigen und *n* vierseitigen Prismen, deren Gränzgestalten einerseits die oben bezeichneten rationalen Prismen, anderseite eine Säule mit kreisförmiger Basis ist.

21. Die aus dieser Discussion über die gleichkantigen Polyëder vom krystallographischen Standpunkte sich ergebenden Thesen sind die folgenden:

a) Die gleichkantigen Polyëder lassen sich durchgehends vom Hexaëder ableiten.

b) Dieselben enthalten folgende Gruppen:

A) tesserale Polyëder, die sich in einen Würfel einschreiben lassen. Dieselben sind:

a') entweder tesseral regulär, nämlich von gleichen regulären Flächen und gleichen regulären Ecken von je einer Art umschlossen. Davon sind:

α) rational: das Tetraëder, das Hexaëder, das Oktaëder;

β) irrational: das Pentagondodekaëder und das Ikosiëder;

b') oder tesseral symmetrisch mit gleichen Flächen und mit symmetrisch vertheilten ungleichen Ecken. Davon sind:

α) rational: das Rhomben-Dodekaëder, das Trigon-Dodekaëder $\tau(311)$ und das Tetrakishexaëder $= 210$.

β) irrational: das Triakis-Oktaëder, das Deltoid-Ikositetraëder das Triakontaëder und das Tetrakonta-Oktaëder.

Die tesseral gleichkantigen Polyëder, und zwar sowohl die rationalen als irrationalen, sind Gränzgestalten in den Reihen der tesseralen Gestalten.

B) Pyramidale Polyëder. Dieselben enthalten *n* dreiseitige und *n* vierseitige Pyramiden. Die gleichkantigen Pyramiden bilden zwei unendliche Reihen nämlich der *n* dreiseitigen und *n* vierseitigen Pyramiden, von denen nur die letzteren ein einziges rationales Glied, nämlich das erste: die gleichkantig vierseitige Pyramide oder das reguläre Oktaëder enthalten.

C) Prismatische Polyëder. Dieselben enthalten ebenfalls zwei unendliche Reihen und zwar die *n* dreiseitigen und *n* vierseitigen Prismen, von denen bei den *n* dreiseitigen nur die ersten drei Glieder rational sind, nämlich die drei-, sechs- und

zwölfseitigen Prismen, in sofern die letzteren eine Combination von zwei rational sechsseitigen Prismen darstellen; während bei den n vierseitigen nur die ersten zwei Glieder rational sein können, insofern das zweite Glied eine Combination von zwei rational vierseitigen Prismen ist.

Die Reihen der pyramidalen und prismatischen gleichkantigen Polyëder haben ein Glied gemeinschaftlich, nämlich die Säule mit kreisförmigen Querschnitt. In dieser Säule durchkreuzen sich also die Reihen aller n dreiseitigen und n vierseitigen gleichkantigen Gestalten.

11.

O základních druzích pohybu.

Přednášel prof. dr. **A. Seydler** dne 13. března 1885.

§. 1. Úvod.

Pokud se obmezujeme na studium pohybu jednotlivých bodů (prostorových neb hmotných), vystačíme úplně s pojmem pohybu postupného (translačního); při rozboru pohybu prostorových útvarů nepromĕnných nebo hmot absolutně tuhých vidí se býti prospěšným, zavedeme-li pojem pohybu otáčecího (rotačního), ano týž pojem stane se nám konečně důležitějším, jelikož shledáme, že jest translace jen zvláštním případem rotace.

Přejdeme-li dále k rozboru pohybu neb rovnováhy skutečných hmot, při kterých musíme se pojmu absolutní tuhosti (nepromĕnnosti) vzdáti co pouhé abstrakce, v přírodě nikdy se nevyskytující, poznáme, že jest výhodno, zavésti nové tvary pohybu. Vystačili bychom sice s pouhými translacemi a rotacemi, avšak popis relativních změn polohy jednotlivých částic hmotných útvarů by tím nezískal. Takovéto změny vzájemné polohy nejmenších částic hmotných pojímáme raději co zvláštní deformace, určitým způsobem definované, i hledíme složitější deformace rozložiti v deformace jednodušší, právě tak jako v abstraktní mechanice nepromĕnných útvarů prostorových nejsložitější pohyby rozkládáme v postup neb koexistenci jednoduchých translací a rotací.

O dualismu posledně jmenovaných dvou základních druhů pohybu není v kinematice žádné pochybnosti více, a věty jednající o aequivalenci soudobých neb po sobě následujících translací a rotací jsou všestranně prozkoumány a objasněny. K podobnému prohlou-

bení theorie deformací posud nedošlo. Existuje sice velký počet vět, které se vztahují k jednodušším druhům deformací; zejmena vede nás theorie pružnosti nutně ku dvěma takovým druhům, jež se nám bezprostředně zamlouvají jakožto nejjednodušší, totiž jednoduché prodloužení (elongace) a jednoduché pošinutí.*)

Nikde není však tuším zcela všeobecně položena otázka, mnoho-li nejjednodušších tvarů pohybu lze rozeznávat, v jakém jsou k sobě poměru, jaké pohyby vznikají z různých kombinací pohybů těchto. Sestavení všech těchto kombinací poskytovalo by všeobecnou soustavu aequivalencí pohybů, jejíž zvláštní, jen pro útvary

*) Jsou to ony deformace, které přísluší třem normalným a třem tangencialným silám, ve které síly tažné i tlačivé (napjetí a tlaky) při rozkladu dle tří os souřadnicových se rozkládají. Označení těchto deformací *(D)* a příslušných sil *(S)* — napjetí neb tlaků — v čelnějších spisech o theorii pružnosti jednajících vysvítá z přiložené tabulky:

Pohyb	Příslušná osa	Clebsch		Thomson		Kirchhoff		Lamé	
		D	*S*	*D*	*S*	*D*	*S*	*D*	*S*
Prodloužení	ve směru osy *X*	α	t_{11}	e	P	x_x	X_x	$\frac{\partial u}{\partial x}$	N_1
Prodloužení	„ „ „ *Y*	β	t_{22}	f	Q	y_y	Y_y	$\frac{\partial v}{\partial y}$	N_2
Prodloužení	„ „ „ *Z*	γ	t_{23}	g	R	z_z	Z_z	$\frac{\partial w}{\partial z}$	N_3
Pošinutí	kolem osy *X*	φ	$t_{33} = t_{32}$	a	S	$y_z = z_y$	$Y_z = Z_y$	$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$	T_1
Pošinutí	„ „ *Y*	χ	$t_{31} = t_{13}$	b	T	$z_x = x_z$	$Z_x = X_z$	$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}$	T_2
Pošinutí	„ „ *Z*	ψ	$t_{12} = t_{21}$	c	U	$x_y = y_x$	$X_y = Y_x$	$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$	T_3

Viz:

Clebsch, Theorie der Elasticität fester Körper, 1862.

W. Thomson and Tait: Treatise on Natural Philosophy (1867). Mně známo z něm. překladu Helmholtz-Wertheimova (1871).

Kirchhoff, Vorlesungen über math. Physik, 1877 (XI. Vorl.).

Lamé, Leçons sur la théorie mathématique de l'elasticité des corps solides. 1866.

V označeních pro deformace, jichž Lamé užívá, znamenají *u, v, w* změny souřadnic *x, y, z* libovolného bodu. Tato označení vyskytují se též u ostatních uvedených spisovatelů, jež užívají znamének druhých v předcházejícím přehledu obsažených jen pro větší stručnost.

neproměnné platnou částí jest šest vět o skládání pohybů postupných a otáčecích, jež jsou sestaveny na př. v mé Fysice, díl I. §. 19—21.

Není úlohou této stručné úvahy, podati obšírnou theorii aequivalencí pohybů; chci se obmeziti pouze na první část vytknuté úlohy, totiž na diskussi různých pohybů v tom směru, by jakýsi přehled získán a nejjednodušší tvary kinetické vyhledány a za základ ostatních položeny byly. Většina jednotlivých vět v této úvaze se vyskytujících není novou, any se uvádějí příležitostně ve spisech o mechanice a zejmena o pružnosti jednajících (v. zejmena spisy v poznámce uvedené); novým jest však vedle některých zvláštních vět jednotné stanovisko, vyhledání souvislosti a vztahů týchž vět, přesnější rozlišení a charakterisování různých tvarů pohybu a jejich významu.

Východištěm našeho rozboru buďtež rovnice, které poskytují nejvšeobecnější analytický výraz stejnorodé deformace, totiž:

$$
\begin{aligned}
x' &= a_{10} + a_{11}\,x + a_{12}\,y + a_{13}\,z \\
y' &= a_{20} + a_{21}\,x + a_{22}\,y + a_{23}\,z \qquad (1) \\
z' &= a_{30} + a_{31}\,x + a_{32}\,y + a_{33}\,z.
\end{aligned}
$$

Zde jsou x, y, z souřadnice libovolného bodu útvaru deformaci podrobeného před vykonáním této deformace, x', y', z' souřadnice téhož bodu po vykonané deformaci. Dvanáct součinitelů a_{mn} jsou konstantní veličiny, pokud jest deformace v skutku stejnorodou. Každou nestejnorodou deformaci lze jak známo v nekonečně malé vzdálenosti od libovolného bodu, jejž volíme za začátek souřadnic, považovati za deformaci stejnorodou. Pak jsou však veličiny a_{mn} úkony polohy téhož bodu, majíce pro každý bod deformovaného útvaru jinou hodnotu, čili jinými slovy, jsouce závislé na souřadnicích toho kterého, za začátek (relativních, k nejbližšímu okolí jeho se vztahujících) souřadnic voleného bodu. Mimo to stávají se též úkony času, když nejen začátečnou a konečnou polohu deformovaného útvaru, nýbrž i průběh celé deformace mezi oběma krajními polohami v úvahu bereme. Můžeme tudíž považovati nejvšeobecnější deformaci, jinými slovy nejvšeobecnější pohyb jakéhokoli útvaru co postup nekonečně mnoha nekonečně malých stejnorodých deformací, rozdílných mezi sebou i na různých místech i v různých dobách; právě tak, jako nejvšeobecnější pohyb útvaru neproměnného považujeme za postup nekonečně mnoha nekonečně malých, v různých dobách rozdílných translací a rotací.

Z tohoto stanoviska, t. j. pokud se o to nepokoušíme, rozložiti libovolné deformace v jiné prvky čili základní deformace (pohyby)

než-li jakými jsou deformace stejnorodé — a tento pokus nezdá se, že by měl při nynějším stavu vědy vyhlídku na úspěch*) — z tohoto stanoviska podaří se nám pouze tehdy nalézti základní tvary či druhy pohybu, rozložíme-li všeobecnou stejnorodou deformaci v prvky ještě jednodušší.

§. 2. *Předběžný rozbor.*

Diskusse soustavy rovnic (1), znázorňujících všeobecnou stejnorodou deformaci, vede nejprvé k tomuto výsledku:

Koefficienty: a_{10}, a_{20}, a_{30} znamenají translace (postoupení) ve směru os $(x, y. z)$.

Koefficienty: a_{11}, a_{22}, a_{33} značí elongace (prodloužení) ve směru týchž os; jednotka délky zvětší se o:

$$a_{11}-1, \quad a_{22}-1, \quad a_{33}-1$$

ve směru os X, Y, Z.

Ostatní koefficienty a_{mn} $(m \gtreqless n)$ znamenají pošinutí a to následujícím způsobem. Výraz $a_{23}z$ znamená, že rovina rovnoběžná s rovinou XY a od ní o délku z vzdálená, ve směru osy Y beze změny poměrů na ní platných (tedy tak, že obrazce v ní obsažené tvar svůj nemění) se pošine o délku $a_{23}z$. Pravoúhelný rovnoběžnostěn, jehož hrany jsou rovnoběžny s osami souřadnic, deformuje se tudíž tak, že jeho s rovinou YZ rovnoběžné stěny se přemění v kosoúhlé rovnoběžníky, jehož úhly jsou v případě nekonečně malého a_{23}:

$$\frac{\pi}{2} \pm a_{23}.$$

Rovněž znamená výraz $a_{32}y$, že rovina rovnoběžná s rovinou XZ a od ní o délku y vzdálená, ve směru osy Z beze změny rozměrů o délku $a_{32}y$ se pošine. Určená tím deformace rovnoběžnostěnu záleží opět v tom, že se stanou pravoúhlé stěny rovnoběžné s rovinou YZ kosoúhlými rovnoběžníky, jehož úhly jsou v případě nekonečně malého a_{32}:

$$\frac{\pi}{2} \pm a_{32}.$$

Patrně můžeme deformace a_{mn} $(m \gtreqless n)$ trojím způsobem rozděliti ve tři příslušné dvojice.

První seřadění:

---

*) Jedinou výjimku tvoří jednoduchá torse (kroucení), jež poskytuje mnoho analogií s otáčecím pohybem, aniž by byla deformací stejnorodou.

$$a_{12}, a_{13}; \quad a_{23}, a_{21}; \quad a_{31}, a_{32}$$

vztahuje se k pošinutím ve směru os souřadnic (X, Y, Z).

Druhé seřadění:

$$a_{21}, a_{31}; \quad a_{32}, a_{12}; \quad a_{13}, a_{23}$$

vztahuje se k pošinutím ve směru rovin souřadnic (YZ, ZX, XY).

Třetí seřadění:

$$a_{23}, a_{32}; \quad a_{31}, a_{13}; \quad a_{12}, a_{21}$$

jest zvláště zajímavé, dle hořejšího výkladu značí na př. první dvojice deformaci, při které se nakloní roviny osou X procházející o úhly a_{23} (rovina XZ) a a_{32} (rovina XY). Následkem této deformace tvoří obě roviny spolu místo pravého úhlu úhel

$$\frac{\pi}{2} \pm (a_{23} + a_{32}).$$

Pošinutí takto sestavená lze tudíž nazvati pošinutími kolem os souřadnic (X, Y, Z), čímž jest jejich příbuznost s pohybem rotačním naznačena. Vskutku jsou rotace jen zvláštním případem těchto pošinutí, případem podmíněným rovnicemi:

$$a_{23} + a_{32} = o, \quad a_{31} + a_{13} = o, \quad a_{12} + a_{21} = o;$$

veličiny a_{23}, a_{31}, a_{12} jsou pak složky rotační amplitudy kolem os X, Y, Z, předpokládaje ovšem zase, že veličiny tyto jsou nekonečně malé.

Deformace soustavou rovnic (1) podaná skládá se tudíž:

1. ze tří translací ve směru tří os;

2. ze tří elongací rovněž ve směru tří os;

3. z šesti pošinutí, jež po dvou můžeme seskupiti tak, že příslušné dvojice znamenají pošinutí buď ve směru tří os, neb ve směru tří rovin souřadnicových neb kolem tří os.

V tomto sestavení chybí však rotace, které patrně musíme považovati za jednoduché (základní) pohyby. Dlužno tudíž pozměniti rovnice (1) tak, aby vytknutému nedostatku bylo odpomoženo. To stane se, dáme-li rovnicím (1) následující tvar:

$$(2) \quad \begin{aligned} x_1 - x &= \varDelta x = t_1 + u_1 x - r_3 y + r_2 z + s_3 y + s_2 z \\ y_1 - y &= \varDelta y = t_2 + u_2 y - r_1 z + r_3 x + s_1 z + s_3 z \\ z_1 - z &= \varDelta z = t_3 + u_3 z - r_2 x + r_1 y + s_2 x + s_1 y. \end{aligned}$$

Koefficienty t_n, u_n, r_n, s_n jsou definovány těmito rovnicemi:

$$(3) \quad \begin{aligned} t_1 &= a_{10}, \; u_1 = a_{11} - 1, \; r_1 = \tfrac{1}{2}(a_{32} - a_{23}), \; s_1 = \tfrac{1}{2}(a_{32} + a_{23}), \\ t_2 &= a_{20}, \; u_2 = a_{22} - 1, \; r_2 = \tfrac{1}{2}(a_{13} - a_{31}), \; s_2 = \tfrac{1}{2}(a_{13} + a_{31}), \\ t_3 &= a_{30}, \; u_3 = a_{33} - 1, \; r_3 = \tfrac{1}{2}(a_{21} - a_{12}), \; s_3 = \tfrac{1}{2}(a_{21} + a_{12}). \end{aligned}$$

Zároveň chceme nyní a příště předpokládati, že jsou tyto koefficienty nekonečně malé veličiny. Bez tohoto ustanovení nebyl by postup deformací jednotlivými součiniteli stanovených libovolný a nebylo by lze jej obrátiti, kteráž okolnost by postup úvah našich velmi znesnadnila. Ano ustanovení to jest ohledně rotací přímo nevyhnutelné, poněvadž by tento druh pohybu jinak ani nenalezl patřičného výrazu v rovnicích (2).

S tímto vyhražením znamenají pravé strany rovnic (2) nekonečně malé změny Δx, Δy, Δz souřadnic x, y, z, změny, jež rozdělují se v následující čtyry skupiny:

1. postupy čili translace t_1, t_2, t_3 podél os X, Y, Z;
2. prodloužení čili elongace u_1, u_2, u_3 podél os X, Y, Z;
3. otočení čili rotace r_1, r_2, r_3 kolem os X, Y, Z;
4. pošinutí čili dilace*) s_1, s_2, s_3 kolem os X, Y, Z.

Znamená tudíž na př. t_1 délku, o kterou postoupí prostorový útvar co celek ve směru osy X; u_1 znamená, oč se jednotka délky ve směru osy X zvětšila; r_1 oblouk, jejž opsal bod v jednotce vzdálenosti od osy X se nalezající kolem této osy; s_1 poměr mezi pošinutím roviny s rovinou XY rovnoběžné ve směru osy Y, a mezi vzdáleností této roviny od roviny XY, a zároveň poměr mezi pošinutím roviny s rovinou XZ rovnoběžné ve směru osy Z, a mezi vzdáleností posledních dvou rovin; též znamená s_1 úhel, o který se sklonila rovina XY (kolem X) ve směru k původní rovině XZ, a rovina XZ (též kolem X) ve směru k původní rovině XY.

Budiž připomenuto, že t jest délka, ostatní veličiny (u, r, s) co poměry bezejmenné (či lépe rozměru 0 vzhledem k délce). Oba koefficienty s_1 vzhledem k ose X (vyskytující se ve výrazech pro Δy, Δz) mohou se pro svou rovnost pojati co výraz jediného pošinutí s_1, právé tak jako jsou koefficienty r_1 v týchž výrazech znamením jediné rotace (r_1). Při původních pošinutích a_{23} a a_{32} mají se věci jináče; dle rovnic (3) obsahují totiž tyto veličiny nejen složku pošinutí s_1 nýbrž i složku rotace r_1. Musíme tudíž šetřiti rozdílu mezi pošinutími a_{mn} $(m \gtreqless n)$ a pošinutími s_n. První jsou v jistém smyslu jednodušší (obsahujíce jen pět stupňů volnosti, v §. 7); mohli bychom je zváti jednoduchými (jednostrannými, asymmetrickými) dilacemi. Druhá jsou složitější (majíce šest stupňů

---

*) Nebylo mi možno nalézti přiměřenější latinský terminus, jenž by jako ostatní tři terminy, přesně se kryl s pojmem příslušným; „dilatio“ jest pošinutí, poodložení ve smyslu časovém. Časoslova „diferre“ užívá se však též ve smyslu prostorového pošinutí.

volnosti v §. 8); následkem své symmetrie mají však mnohé přednosti. Můžeme je zváti dilacemi symmetrickými. Pro pošinutí s_1 kolem osy X jsou patrně obě touto osou proložené, úhel os Y a Z půlící roviny rovinami symmetrie.

Každý z těchto čtyr tvarů pohybu (T, U, R, S) vyskytuje se v rovnicích (2) třikráte, a znázorňuje tudíž tři stupně volnosti, jichž má nejvšeobecnější stejnorodá deformace dvanácte, jak vysvítá již z počtu od sebe neodvislých koefficientů a_{mn} v soustavě (1). Pojmu (kinetické) volnosti dlužno rozuměti tak, že může každý z koefficientů a_{mn} neb t_n, u_n, r_n, s_n neodvisle od ostatních obdržeti libovolnou hodnotu. Tři translace t_1, t_2, t_3 můžeme jak známo nahraditi jedinou translací

$$t = \sqrt{t_1^2 + t_2^2 + t_3^2}$$

ve směru určeném cosinusy směrnými:

$$\frac{t_1}{t}, \quad \frac{t_2}{t}, \quad \frac{t_3}{t}.$$

Rovněž můžeme klásti místo rotací r_1, r_2, r_3 jedinou rotaci

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2}$$

kolem osy, která, jdouc začátkem souřadnic, určena jest cosinusy směrnými

$$\frac{r_1}{r}, \quad \frac{r_2}{r}, \quad \frac{r_3}{r}.$$

Jak T tak R znázorňují po třech, souhrnem tedy šest stupňů volnosti, jelikož každá z těchto veličin jest vektorem, t. j. veličinou, kterou určuje vedle absolutní hodnoty (t) též směr.*) A složíme-li T a R známým způsobem v pohyb šroubový (translaci a rotaci o společné ose), nepřichází tím žádný stupeň volnosti na zmar; neb za ztracené (splynutím obou os) dva stupně volnosti získáme nové dva stupně tím, že poloha osy v prostoru při témž směru podmiňuje dvojnásobnou rozmanitost. Osa šroubového pohybu zastupuje tudíž čtyry stupně volnosti, velkost složky translační a rotační po jednom stupni.

Podobné úvahy vzhledem k prodloužením u_1, u_2, u_3 a pošinutím s_1, s_2, s_3 nelze bezprostředně upotřebiti; souhrn oněch elongací

*) Vektory (dle Hamiltona), čili dle terminologie u jiných spisovatelů, Resala, Somova atd. oblíbené), geometrické veličiny označíme velkým písmenem, velkost vektoru čili absolutní hodnotu jeho malým písmenem stejného znění.

nemůžeme pojmouti co elongaci v jediném směru, a tím méně lze tak učiniti při dilacích. Vzniká však otázka: jako se skládá nejvšeobecnější pohyb absolutně tuhých útvarů z jednoduchých pohybů T a R, nelze-liž i nejvšeobecnější stejnorodou deformaci pojmouti co posloupnost neb koexistenci jednoduchých pohybů T, R, U, S, jichž osy by buď vesměs neb částečně splynuly neb v jiném jednoduchém poměru k sobě byly, tak že bychom měli v prvém případě úplnou, v ostatních případech alespoň částečnou analogii mezi šroubovým pohybem tuhých a nejvšeobecnější stejnorodou deformací libovolných útvarů?

Poznáváme, že se nám tu otvírá širé pole rozmanitých otázek, vztahujících se ku aequivalenci pohybu, abychom však k podobným otázkám snadno odpověď nalezli, musíme nejprvé podrobiti pečlivému rozboru ty čtyry hlavní tvary neb druhy pohybu, jež jsme v předcházejícím byli seznali. Při tom dostačí ovšem vzhledem k translaci a k rotaci, vytkneme-li v největší stručnosti věty beztoho obecně známé, jež jen k tomu cíli výslovně budou uvedeny, by tím jasněji vysvitly četné vyskytující se zde analogie.

Při rozboru naznačeném bude ovšem velmi důležitou otázkou, zda-li nalezené právě čtyry tvary kinetické jsou jedinými dosti jednoduchými tvary pohybu, aneb zda-li nelze objeviti ještě jiné tvary zasluhující pro svou jednoduchost název základních. Jeden takový tvar, totiž jednoduchá (nesouměrná) dilace vyskytnul se nám při samém předběžném rozboru (rovnice 1) dříve ještě než-li nahražující jej oba tvary rotace a souměrné dilace (rovnice 2) a nemůžeme jej ani po zavedení obou posledních tvarů zanedbati. Netřeba ovšem připomínati, že jest jednoduchost pojmem relativním; kdo se zanášel na př. pouze kinematikou útvarů neproměnných a přistupuje na to ke studiu deformace, tomu se může pohyb šroubový zdáti jednodušším než-li elongace, ačkoli se první pohyb skládá z translace a rotace, kdežto nelze druhý žádným způsobem uvésti na pohyby jiné.

§. 3. *Postup čili translace.*

Translace (T) jest velkostí (absolutní hodnotou neb délkou dráhy) a směrem úplně určena a zastupuje tudíž tři stupně volnosti. Nevztahuje se k určitému pevnému prvku prostorovému, ani k pevnému bodu, ani k pevné přímce, ani k pevné rovině. Absolutní hodnotu (t) translace (T) můžeme nazvati koefficientem translace.

Při vyšetření pouček o aequivalenci, v nichž se vyskytuje vedle jiných pohybů též translace, dlužno přihlížeti hlavně k tomu, zda-li se směr translace shoduje se směrem vyskytujícím se v druhém pohybu, či nic.

Translace jest patrně nejjednodušším a můžeme říci, že v jistém ohledu jediným základním tvarem pohybu; neboť rozdíly souřadnic konečné a začáteční polohy bodů jsou délky, jež tudíž vždy můžeme považovati za výrazy postupného pohybu. Tento názor stal by se však nepohodlným při rozboru poněkud jen složitějších úkazů kinetických. Obmezujeme tudíž pojem translace na ten případ, když opisují všechny body daného útvaru co do tvaru i co do polohy stejné, pouze co do východiště rozdílné dráhy. Základní rovnice translace jsou tudíž:

$$\begin{aligned} x_1 - x &= \Delta x = t_1 = t\alpha, \\ y_1 - y &= \Delta y = t_2 = t\beta, \qquad (4) \\ z_1 - z &= \Delta z = t_3 = t\gamma, \end{aligned}$$

znamenají-li α, β, γ směrné cosinusy ze složek t_1, t_2, t_3 odvozené výsledné translace T (o velkosti t).

§. 4. *Prodloužení čili elongace.*

Elongace (U) vyžaduje k úplnému určení svému vedle velkosti a směru ještě jedné okolnosti; nejlépe jest, volíme-li rovinu, která zůstane při prodloužení celého útvaru v původní své poloze; můžeme ji nazvati základní čili centrální rovinou elongace. Elongace má patrně čtyry stupně volnosti, z nichž tři padají na vrub velkosti a směru jejího, čtvrtá jest podmíněna centralnou rovinou, kolmo na směr osy postavenou.*)

Mírou elongace jest změna u jednotky délky ve směru prodloužení; v případě skutečného prodloužení jest kladnou, v případě zkrácení (kontrakce) zápornou veličinou. Jelikož záporná, k téže základní rovině se vztahující elongace stejnou elongaci kladnou ruší, musíme obě pokládati za veličiny opačné, při čemž vždy toho dlužno dbáti, že jen nekonečně malé deformace předpokládáme.**) Veličinu u můžeme zváti koefficientem prodloužení neb elongace.

---

*) Můžeme též říci, že představuje centralná rovina polohou svou v prostoru tři stupně volnosti, absolutní hodnota prodloužení, jehož směr jest určen normalou oné roviny, dává čtvrtý stupeň volnosti.

**) Jen v tomto smyslu ruší se po sobě jdoucí elongace u a $-u$; při konečných hodnotách těchto veličin zbyla by elongace $-u^2$ (tedy kontrakce), aneb:

Mezi translací a elongací vyskytuje se vzhledem k objemu určujících je veličin následující rozdíl. Koefficient translace jest absolutní, neboť žádný směr v prostoru nezasluhuje přednosti před jiným. Důsledně nesmíme tudíž translace opačného směru označiti t a $-t$, nýbrž t, α, β, γ a t, $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$, tak že znaménko kladné neb záporné nepřisuzujeme translaci t, nýbrž cosinusům směrným. Koefficient elongace u vyžaduje vedle udání velkosti též udání označení; zkrácení jest od prodloužení rozdílné. Za to vyplňují možné směry translace celý úhel prostorový 4π, směry elongace jen půl téhož úhlu 2π; neboť každá elongace, která se děje v určitém směru, děje se zároveň (na druhé straně centralné roviny) ve směru opačném. Nesmíme tudíž porovnávati prodloužení s translací v kladném, zkrácení s translací v záporném směru; neboť v obou případech elongace vyskytují se u bodů ležících po obou stranách centralné roviny opačné pohyby.

Podobný rozdíl vyskytne se nám též mezi rotacemi a pošinutími.

Budiž u velkost elongace, a centralná rovina mějž rovnici:

$$x\alpha + y\beta + z\gamma - p = 0;$$

obdržíme následující základní rovnice elongace:

$$\begin{aligned} x_1 - x &= \Delta x = - up\alpha + u(x\alpha^2 + y\alpha\beta + z\alpha\gamma) \\ y_1 - y &= \Delta y = - up\beta + u(x\alpha\beta + y\beta^2 + z\beta\gamma) \\ z_1 - z &= \Delta z = - up\gamma + u(x\alpha\gamma + y\beta\gamma + z\gamma^2). \end{aligned} \tag{5}$$

Můžeme tudíž každou elongaci nahraditi jinou, která má stejnou velkost a stejný směr a vztahuje se k nové rovině centralné, s původní rovnoběžné a začátkem souřadnic procházející, připojíme-li k ní translaci, která se rovná translaci začátku souřadnic následkem původní elongace. Jinými slovy: *Každou elongaci můžeme vztahovati k libovolné nové centralné rovině, s původní rovnoběžné, připojíme-li k ní translaci, kterou by nová rovina centralná následkem původní elongace měla.*

Ačkoli má tudíž elongace čtyry stupně volnosti, jsou pro ni patrně jen *tři stupně charakteristické*, jelikož jest čtvrtý stupeň jaksi dán translací s elongací spojenou. Obmezíme-li se jen na to, co jest pro prodloužení charakteristické, můžeme ovšem v tomto užším smyslu říci, že má tento tvar pohybu jen tři stupně

---

ku zrušení elongace u bylo by zapotřebí elongace záporné (čili kontrakce) $-\dfrac{u}{1+u}$.

volnosti, totiž ony, jež jsou určeny koefficientem u a cosinusy směrnými α, β, γ.*)

Porovnáme-li rovnice (5) se všeobecnými rovnicemi (1), poznáme, že jsou koëfficienty a_{mn} podrobeny osmi podmínkám, mají-li značiti jednoduchou elongaci; můžeme podmínkám těm dáti na př. následující tvar:

$$(6)\quad \begin{aligned} a_{10}a_{23} &= a_{20}a_{31} = a_{30}a_{12} \\ a_{23} &= a_{32} = \sqrt{a_{22}a_{33}} \\ a_{31} &= a_{13} = \sqrt{a_{33}a_{11}} \\ a_{12} &= a_{21} = \sqrt{a_{11}a_{22}}\,. \end{aligned}$$

Věta právě nalezená náleží k fundamentalným větám aequivalenčním, s jichž souborem se budeme později zanášeti. Zde jsme větu tu vytkli (a učiníme tak ještě při některých jiných větách) jen z té příčiny, aby různé analogie čtyr hlavních tvarů pohybu v samých začátcích jasně vysvitly.

Podobná analogie se známými větami kinematiky (v. §. 6.) jeví se ve větě, kterou zde ještě dokážeme.

Mysleme si dvě elongace u_1, u_2, vztahující se k rovnoběžným rovinám centralným:

$$x\alpha + y\beta + z\gamma - p_1 = 0$$
$$x\alpha + y\beta + z\gamma - p_2 = 0.$$

Deformace jejich složením (soudobým neb postupným) docílená**) jest analyticky vyjádřena rovnicemi:

$$(7)\quad \begin{aligned} \Delta x &= -\alpha\,(u_1p_1 + u_2p_2) + (u_1 + u_2)\,(x\alpha^2 + y\alpha\beta + z\alpha\gamma) \\ \Delta y &= -\beta\,(u_1p_1 + u_2p_2) + (u_1 + u_2)\,(x\alpha\beta + y\beta^2 + z\beta\gamma) \\ \Delta z &= -\gamma\,(u_1p_1 + u_2p_2) + (u_1 + u_2)\,(x\alpha\gamma + y\beta\gamma + z\gamma^2). \end{aligned}$$

Zde jest případ:

$$u_2 = -u_1$$

zvláště pozoruhodný; výsledná deformace

$$(8)\quad \begin{aligned} \Delta x &= u_1\,(p_2 - p_1)\,\alpha \\ \Delta y &= u_1\,(p_2 - p_1)\,\beta \\ \Delta z &= u_1\,(p_2 - p_1)\,\gamma \end{aligned}$$

jest totiž translací ve směru prodloužení; máme tudíž větu:

D v ě a b s o l u t n í h o d n o t o u s t e j n é, z n a m e n í m o p a č n é e l o n g a c e v z t a h u j í c í s e k u r o v n o b ě ž n ý m r o v i n á m c e n-

---

*) Shledáme, že platí podobný výsledek i při druhých tvarech pohybu.

**) Opětně a s důrazem budiž připomenuto, že máme na mysli jen nekonečně malé deformace.

tralným, jsou aequivalentní translací, jejíž směr, určený směrem obou elongací, od centralné roviny prodloužení vede k centralné rovině zkrácení, a jejíž velkost jest dána součinem koefficientu elongace se vzdáleností obou rovin.

Názorný obraz translace docílené postupem střídajících se prodloužení a zkrácení poskytuje pohyb červů a některých housenek.*)

Můžeme považovati translaci též co mezní případ elongace následujícím způsobem. Volme v rovnicích (5) u nekonečně malým a p nekonečně velkým, tak aby bylo

(9) $$\lim up = -t,$$

obdržíme z (5) pro všechny konečné hodnoty x, y, z rovnice (4), tudíž i větu:

Každou translaci můžeme považovati za elongaci s nekonečně malým koefficientem elongačním a s nekonečně vzdálenou rovinou centralnou.

(V. obdobné věty v §. 5. a 6.)

§. 5. *Roztažení čili expanse.*

Skládání elongací různých směrů má v zápětí deformaci rázu všeobecnějšího; rozbor dotyčných vět aequivalenčních přenecháme však pozdější době a vytkneme zde jen zvláštní případ, vedoucí k velmi jednoduché deformaci, jež má též jen čtyry stupně volnosti a stojí k jednoduchému prodloužení v jakémsi dualném poměru. Jest to složení tří stejných elongací u, jichž roviny centralné jsou k sobě kolmé.

Buďtež:

$$x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 - p_1 = 0$$
$$x\alpha_2 + y\beta_2 + z\gamma_2 - p_2 = 0$$
$$x\alpha_3 + y\beta_3 + z\gamma_3 - p_3 = 0$$

rovnice těchto rovin. Opatříme-li v rovnicích (5) písmena p, α, β, γ postupně příponou 1, 2, 3 a sečteme-li docílené výsledky, obdržíme majíce zřetel ku známým podmínkám, kterým cosinusy směrné (α_1 . . . . γ_3) vyhovují, následující analytické výrazy výsledné deformace:

*) Dellingshausen pokládá ve svém spise: Vibrationstheorie der Natur (1870) každou translaci za postup stavů kinetických, podobně jako vlny zdánlivě dále se valí, kdežto vskutku hmotný jejich substrat vykonává jen malé kmitavé pohyby kolem poloh rovnovážných.

$$(10)\quad \begin{aligned} \Delta x &= u(x - p_1\alpha_1 - p_2\alpha_2 - p_3\alpha_3) = u(x - x_0) \\ \Delta y &= u(y - p_1\beta_1 - p_2\beta_2 - p_3\beta_3) = u(y - y_0) \\ \Delta z &= u(z - p_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3) = u(z - z_0), \end{aligned}$$

v nichž znamenají veličiny x_0, y_0, z_0 patrně souřadnice průseku daných tří rovin centralných. Deformace rovnicemi (10) vyjádřená jest stejnorodé roztažení čili expanse prostorového útvaru kolem bodu x_0, y_0, z_0 tak, že se jednotka délky každého bodem tím vedeného průvodiče prodlouží o koefficient expanse u. Záporné u znamená stlačení čili kompressi. Bod $(x_0y_0z_0)$, od něhož počítáme expansi, můžeme nazvati středem čili centralným bodem expanse. Poloha jeho poskytuje tři stupně volnosti, hodnota koefficientu u čtvrtý stupeň. Podmínky, jimž musejí koefficienty a_{mn} v soustavě (1) vyhověti, aby určitá deformace byla expansí, jsou patrně:

$$(11)\quad \begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} \\ a_{23} = a_{32} &= a_{31} = a_{13} = a_{12} = a_{21} = 0. \end{aligned}$$

Jako jsou v geometrii prostoru bod a rovina v dualném k sobě poměru, tak můžeme v kinematice proti sobě klásti expansi a elongaci. Shledáme, že podobné věty jako pro elongaci též pro expansi platí.

Pouhý pohled na rovnice (10) přesvědčuje nás o následující větě:

Každá expanse s daným bodem centralným může se zaměniti stejnou expansí s libovolným jiným bodem centralným, připojíme-li k této translaci, určenou pošinutím nového bodu centralného následkem původní expanse.

Dvě expanse u_1, u_2 vztahující se ku centralným bodům x_1, y_1, z_1 a x_2, y_2, z_2, dávají všeobecně opět expansi $u_1 + u_2$ s centralným bodem:

$$\frac{u_1x_1 + u_2x_2}{u_1 + u_2}, \quad \frac{u_1y_1 + u_2y_2}{u_1 + u_2}, \quad \frac{u_1z_1 + u_2z_2}{u_1 + u_2},$$

což následuje z rovnic:

$$(12)\quad \begin{aligned} \Delta x &= (u_1 + u_2)\,x - (u_1x_1 + u_2x_2) \\ \Delta y &= (u_1 + u_2)\,y - (u_1y_1 + u_2y_2) \\ \Delta z &= (u_1 + u_2)\,z - (u_1z_1 + u_2z_2). \end{aligned}$$

Pro

$$u_1 + u_2 = 0$$

obdržíme

$$(13)\quad \begin{aligned} \Delta x &= u_1(x_2 - x_1) \\ \Delta y &= u_1(y_2 - y_1) \\ \Delta z &= u_1(z_2 - z_1) \end{aligned}$$

a tudíž větu:

Dvě stejné však opačně označené expanse jsou aequivalentní translací, jejíž směr vede od centralného bodu kladné k centralnému bodu záporné expanse, a jejíž velkost se rovná součinu koefficientu expanse se vzdáleností oněch dvou bodů.

Položíme-li v (10) u nekonečně malým, x_0, y_0, z_0 nekonečně velkým, tak aby bylo:

$$
(14) \qquad \begin{aligned} \lim x_0 u &= -t\alpha \\ \lim y_0 u &= -t\beta \\ \lim z_0 u &= -t\gamma, \end{aligned}
$$

obdržíme pro konečné hodnoty souřadnic x, y, z místo (10) rovnice (4) a tudíž větu:

Každou translaci lze pokládati za expansi s nekonečně malým koefficientem a nekonečně vzdáleným bodem centralným, jejž dlužno hledati v opačném směru translace.

Dualný vztah, jenž se dle těchto a obdobných vět předcházejícího §. mezi expansí a elongací vyskytuje, znesnadňuje valně rozhodnutí o tom, kterému z obou druhů pohybu dlužno přednost dáti, t. j. který bychom co zvláště jednoduchý, tudíž základní pohyb přidružili oběma základním tvarům, z kinematiky útvarů neproměnných všeobecně známým. Následující okolnost je však na prospěch elongace. Kdežto se expanse skládá z tří jednoduchých k sobě kolmých elongací, nemůžeme naopak nikdy od expanse dospěti k elongaci, na př. tak, že bychom skládali tři expanse vztahující se ku třem bodům centralným, zvláštním způsobem umístěným. Skládání sebe většího počtu expansí má za následek vždy jen opět expansi, aneb co zvláštní případ translaci. Rozšíření výsledku rovnicemi (12) vyjádřeného dává patrně větu:

Libovolný počet expansí jest aequivalentní jediné expansi, jejíž koefficient jest algebraický součet koefficientů složek. Myslíme-li si v jednotlivých centralných bodech hmoty úměrné příslušným koefficientům expanse (s příslušným označením) jest hmotný střed jejich centralným bodem výsledné expanse.

V tomto ohledu jest expanse ovšem jaksi jednodušší než-li elongace, jelikož (podobně jako translace) nezavdává podnět k novým pohybům. Právě tato neplodnost její jest však důvodem pro to, dáti v mnohých případech elongaci přednost jakožto novému základnímu tvaru pohybu.

Při rozboru vět aequivalenčních, k vyšetřeným právě oběma druhům pohybu se vztahujících, musíme vedle (kladné neb záporné) hodnoty elongace neb expanse přihlížeti ještě ku poloze centralné roviny prodloužení neb centralného bodu roztažení.

§. 6. Otáčení neb rotace.

Rotace R vyžaduje vedle své velkosti (amplitudy) r a vedle směru os ještě dvou veličin, by osa byla úplně stanovena; zastupuje tudíž pět stupňů volnosti, z nichž čtyry připadají na polohu osy v prostoru, pátý na velkost rotace.

Je-li osa dána rovnicemi:*)

$$x = x_0 + \alpha q, \quad y = y_0 + \beta q, \quad z = z_0 + \gamma q$$

obdržíme co základní rovnice rotace:

$$\begin{aligned} x_1 - x &= \Delta x = -r(\beta z_0 - \gamma y_0) + r(\beta z - \gamma y) \\ y_1 - y &= \Delta y = -r(\gamma x_0 - \alpha z_0) + r(\gamma x - \alpha z) \qquad (15) \\ z_1 - z &= \Delta z = -r(\alpha y_0 - \beta x_0) + r(\alpha y - \beta x). \end{aligned}$$

Každou rotaci lze tudíž nahraditi jinou rotací stejné velkosti a stejného směru kolem osy procházející začátkem souřadnic a s původní osou rovnoběžné, připojíme-li k ní translaci, určenou pošinutím začátku souřadnic podmíněným původní rotací. Všeobecněji: Každá rotace může se (při nezměněné velkosti) vztahovati k libovolné nové, s původní rovnoběžné ose, spojíme-li s ní translaci, určenou pošinutím nové osy, způsobeným původní rotací.

Můžeme tudíž při rotaci právě tak jako při prodloužení říci, že veličiny pro rotaci charakteristické (směr osy a velkost rotace) zastupují pouze tři stupně volnosti. Velkost r rotace lze dle obdoby dřívějších označení zváti koefficientem rotace; musíme týž považovati jako při translaci za absolutní, a vložiti rozdíl v označení do cosinusů směrných.

---

*) Rozumí se, že nejsou veličiny x_0, y_0, z_0, α, β, γ, mezi sebou neodvislé, any představují jen čtyry stupně volnosti. Předně jest:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1.$$

Také souřadnice x_0, y_0, z_0 vyhovují jisté podmínce, jelikož musí bod jimi určený ležeti na ose; podminku lze všeobecně vyjádřiti. Chceme-li obdržeti takový tvar, v nějž všechny tři veličiny stejným způsobem vcházejí, považujme x_0, y_0, z_0 za souřadnice bodu, v němž protíná daná přímka rovinu kolmo na ní postavenou a začátkem souřadnic procházející; bude potom

$$\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma z_0 = o.$$

Podmínky, jimž koefficienty a_{mn} vyhověti musí, má-li soustava (1) značiti rotaci, jsou:

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0$$

(16) $$a_{23} + a_{32} = 0, \quad a_{31} + a_{13} = 0, \quad a_{12} + a_{21} = 0$$

$$a_{23}a_{10} + a_{31}a_{20} + a_{12}a_{30} = 0.$$

Mysleme si dvě rotace r_1 a r_2 kolem rovnoběžných os

$$x = x_0' + \alpha q', \quad y = y_0' + \beta q', \quad z = z_0' + \gamma q'$$

a

$$x = y_0'' + \alpha q'', \quad y = y_0'' + \beta q'', \quad z = z_0'' + \gamma q''.$$

Pro Δx, Δy, Δz obdržíme výrazy, které se řadí po bok rovnicím (7) a které analyticky vyjadřují známou větu aequivalenční; v případě*)

$$r_2 = -r_1$$

bude

$$\Delta x = r_1\gamma(y_0' - y_0'') - r_1\beta(z_0' - z_0'')$$

$$\Delta y = r_1\alpha(z_0' - z_0'') - r_1\gamma(x_0' - x_0'')$$

(17) $$\Delta z = r_1\beta(x_0' - x_0'') - r_1\alpha(y_0' - y_0'')$$

$$\alpha\Delta x + \beta\Delta y + \gamma\Delta z = 0$$

$$(x_0' - x_0'')\,\Delta x + (y_0' - y_0'')\,\Delta y + (z_0' - z_0'')\,\Delta z = 0$$

t. j. dvě stejné rotace opačného směru kolem rovnoběžných os jsou aequivalentní translaci, kolmé ku rovině obou os.

Můžeme pojati translaci co mezní případ rotace, klademe-li v (15):

$$\lim r = o, \quad \lim r x_0 = \xi, \quad \lim r y_0 = \eta, \quad \lim r z_0 = \zeta,$$

t. j. myslíme-li si rotaci o nekonečně malém koefficientu kolem osy v nekonečné vzdálenosti umístěné. Pro složky translace obdržíme:

$$t\alpha' = \eta\gamma - \zeta\beta, \quad t\beta' = \zeta\alpha - \xi\gamma, \quad t\gamma' = \xi\beta - \eta\alpha.$$

Každou translaci můžeme tudíž považovati za rotaci s nekonečně malým koefficientem a nekonečně vzdálenou osou.

§. 7. *Jednoduché (asymmetrické) pošinutí.*

Dle předběžného rozboru, provedeného v §. 2. na základě rovnic (1) záleží jednoduché pošinutí v stejnoměrném postupu všech rovin, s rovinou pevnou:

$$x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 - p_1 = 0$$

---

*) Důslednější dle poznámky dříve učiněné bylo by považovati veličiny r_1, r_2 za absolutní a rozdíl v označení uvaliti na směr os. Odchylka od toho pravidla učiněna shora z té příčiny, by obdoba výsledků pro elongaci, expansi a rotaci platných lépe vysvitla.

rovnoběžných, ve směru rovnoběžném s touto rovinou, určeném cosinusy α, β, γ o délku, která jest úměrná vzdálenosti pošinuté roviny od roviny pevné a která se pro jednotku vzdálenosti rovná veličině σ. Pro roviny, ležící po obou stranách pevné roviny, čili, jak ji zváti budeme, roviny centralné, jsou směry dotyčných pošinutí opačné;*) z této právě příčiny můžeme nazvati pohyb zde popsaný též pošinutím asymmetrickým. Veličina σ může slouti koefficientem pošinutí.

Pohyb ten má pět stupňů volnosti, jež jsou charakterisovány veličinami σ, α, β, γ, p, α_1, β_1, γ_1; cosinusy směrné jsou zde podrobeny podmínkám

$$(18)\qquad \begin{gathered} \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1 \quad \alpha_1^2+\beta_1^2+\gamma_1^2=1 \\ \alpha\alpha_1+\beta\beta_1+\gamma\gamma_1=o. \end{gathered}$$

Základní rovnice tohoto pošinutí jsou:

$$(19)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= -p_1\sigma\alpha+\sigma\alpha\,(x\alpha_1+y\beta_1+z\gamma_1) \\ \Delta y &= -p_1\sigma\beta+\sigma\beta\,(x\alpha_1+y\beta_1+z\gamma_1) \\ \Delta z &= -p_1\sigma\gamma+\sigma\gamma\,(x\alpha_1+y\beta_1+z\gamma_1). \end{aligned}$$

Mají-li tudíž rovnice (1) značiti deformaci tohoto druhu, jsou koefficienty a_{mn} následujícím sedmi podmínkám podrobeny:

$$(20)\qquad \begin{gathered} a_{10}:a_{20}:a_{30}=a_{11}:a_{21}:a_{31} \\ =a_{12}:a_{22}:a_{32}=a_{13}:a_{23}:a_{33} \\ a_{10}a_{11}+a_{20}a_{12}+a_{30}a_{13}=0. \end{gathered}$$

Analogie mezi jednoduchým pošinutím a jednoduchým prodloužením (§. 4.) jest na první pohled patrná; rovnice (19) promění se v rovnice (5), klademe-li v nich $\alpha_1=\alpha$, $\beta_1=\beta$, $\gamma_1=\gamma$ a vynecháme-li poslední rovnici (18), která nyní neplatí. Analogie mezi jednoduchým pošinutím a mezi rotací se však nevyskytuje.

Z rovnic (19) plyne:

Každé jednoduché pošinutí lze vztahovati, místo ku dané, k jakékoli jiné s ní rovnoběžné rovině centralné, spojíme-li s ní translaci, která jest určená pošinutím nové roviny centralné na základě původního pošinutí.

Vzhledem k tomu jsou pro jednoduché pošinutí vlastně jen

*) Pro body ležící nad rovinou centralnou, t. j. v prostoru, do něhož směřuje normala cosinusy směrnými (α_1 β_1 γ_1) určená, jest směr pošinutí α, β, γ; pro body ležící pod rovinou centralnou (na straně $-\alpha_1$, $-\beta_1$, $-\gamma_1$) jest směr pošinutí: $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$.

čtyry stupně charakteristické, jelikož jedna z podmiňujících veličin p ve výrazu pro translaci se vyskytuje.*)

Mysleme si dvě stejná jednoduchá pošinutí opačných označení (σ a $-\sigma$), provedená vzhledem k dvěma rovnoběžným rovinám centralným, hodnotami p_1 a p_2 se líšícím. Podobně jako při (8) obdržíme

(21) $\Delta x = (p_2 - p_1)\sigma\alpha, \quad \Delta y = (p_2 - p_1)\sigma\beta, \quad \Delta z = (p_2 - p_1)\sigma\gamma;$

tudíž:

Dvě co do absolutní hodnoty stejná, co do směru opačná jednoduchá pošinutí vztahující se ku rovnoběžným rovinám centralným jsou aequivalentní translací, která se rovná postupu jedné z obou rovin centralných, způsobenému pošinutím vztahujícím se k druhé rovině, a měří tudíž součinem vzdálenosti obou rovin s koefficientem pošinutí.

Kladouce v (18)

$$lim\, \sigma = 0, \quad lim\, p_1\sigma = -t$$

obdržíme vzorky pro pohyb translační a větu:

Každou translaci lze pojímati co jednoduché čili assymmetrické pošinutí s nekonečně malým koefficientem a nekonečně vzdálenou rovinou centralnou.

Mysleme si pošinutí σ_1 ve směru $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$ s centralnou rovinou:

$$x\alpha_2 + y\beta_2 + z\gamma_2 - p_2 = 0$$

a pošinutí σ_2 ve směru α_2, β_2, γ_2, s centralnou rovinou

$$x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 - p_1 = 0.$$

Obě k sobě kolmé roviny protínají se v přímce, jejíž cosinusy směrné nazveme α, β, γ. Soubor obou pošinutí poskytuje složitou deformaci:

$$(22)\quad \begin{aligned} \Delta x &= -(p_2\sigma_1\alpha_1 + p_1\sigma_2\alpha_2) + x(\sigma_1 + \sigma_2)\alpha_1\alpha_2 + \\ &\quad + y(\sigma_1\alpha_1\beta_2 + \sigma_2\alpha_2\beta_1) + z(\sigma_1\alpha_1\gamma_2 + \sigma_2\alpha_2\gamma_1) \\ \Delta y &= -(p_2\sigma_1\beta_1 + p_1\sigma_2\beta_2) + x(\sigma_1\alpha_2\beta_1 + \sigma_2\alpha_1\beta_2) + \\ &\quad + y(\sigma_1 + \sigma_2)\beta_1\beta_2 + z(\sigma_1\gamma_2\beta_1 + \sigma_2\gamma_1\beta_2) \\ \Delta z &= -(p_2\sigma_1\gamma_1 + p_1\sigma_2\gamma_2) + x(\sigma_1\alpha_2\gamma_1 + \sigma_2\alpha_1\gamma_2) + \\ &\quad + y(\sigma_1\beta_2\gamma_1 + \sigma_2\beta_1\gamma_2) + z(\sigma_1 + \sigma_2)\gamma_1\gamma_2. \end{aligned}$$

---

*) Mohlo by se zdáti, jako by dostačily tři veličiny ku charakteristice asymmetrického pošinutí: velkost a směr. Avšak vedle směru pošinutí samého musíme znáti ještě jeden směr (jeden stupeň volnosti), totiž směr normaly soustavy rovnoběžných rovin, v nichž jest v každé pošinutí všech bodů stejné.

Položíme-li však

$$\sigma_2 = -\sigma_1 = -r$$

(23) $$p_2\alpha_1 - p_1\alpha_2 = \gamma y_0 - \beta z_0, \quad p_2\beta_1 - p_1\beta_2 = \alpha z_0 - \gamma x_0, \quad p_2\gamma_1 - p_1\gamma_2 = \beta x_0 - \alpha y_0,$$

obdržíme z (22) rovnice (15), tedy rotační pohyb r kolem osy procházející bodem x_0, y_0, z_0, a mající směr α, β, γ. Z rovnic (23) plyne, že souřadnice x_0, y_0, z_0 (libovolného) bodu na ose rotační ležícího oběma rovnicím centralných rovin pošinutí vyhovují, jinými slovy, že jest osa rotační průsekem obou těch rovin.

Dvě stejná opačně označená pošinutí asymmetrická, jichž centralné roviny jsou k sobě kolmé, skládají se v rotaci stejně velkou kolem přímky, v které se ony roviny protínají (srv. §. 2.).

Podobně shledáme (§. 8), že lze symmetrické pošinutí považovati za výslednici dvou k sobě kolmých, stejně označených pošinutí asymmetrických (srv. §. 2.), tak že jsou jednoduchá pošinutí tato pojidlem mezi rotacemi a pošinutími souměrnými.

§. 8. *Souměrné pošinutí (dilace symmetrická) co výslednice dvou pošinutí jednoduchých.*

Dle výměru podaného v §. 2. jest dilace symmetrická určená dvojím pošinutím asymmetrickým stejně velkým a stejně označeným vzhledem ku dvěma k sobě kolmým rovinám centralným. Jsou-li

$$x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 - p_1 = 0$$
$$x\alpha_2 + y\beta_2 + z\gamma_2 - p_2 = 0$$

jejich rovnice, s velkost pošinutí v obou naznačených směrech, obdržíme dle (22) základní rovnice této dilace, kladouce

$$\sigma_2 = \sigma_1 = s,$$

tudíž:

(24) $$\begin{aligned} \Delta x &= -s(p_2\alpha_1 + p_1\alpha_2) + 2s\alpha_1\alpha_2 x + s(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)y \\ &\quad + s(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1)z \\ \Delta y &= -s(p_2\beta_1 + p_1\beta_2) + s(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)x + 2s\beta_1\beta_2 y \\ &\quad + s(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)z \\ \Delta z &= -s(p_2\gamma_1 + p_1\gamma_2) + s(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\beta_1)x \\ &\quad + s(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)y + 2s\gamma_1\gamma_2 z. \end{aligned}$$

Tento způsob pohybu má patrně šest stupňů volnosti, jež jsou určeny veličinami α_1, β_1, γ_1, α_2, β_2, γ_2, p_1, p_2, s; cosinusy směrné jsou zde podrobeny třem podmínkám:

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1, \quad \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1, \quad \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 + \gamma_1\gamma_2 = 0.$$

Veličinu s nazveme dle obdoby dřívějších případů *koefficientem dilace*; nelze ji jako při translaci a rotaci pojati co veličinu *absolutní*, nýbrž jako při elongaci neb expansi co veličinu opatřenou označením kladným neb záporným. Nazveme průsek obou rovin centralných $\pm P$, rovina k oběma kolmá protínejž je v přímkách $\pm P_1$, $\pm P_2$; skloní-li se k sobě danou dilací (s) přímky $+P_1$ a $+P_2$, $-P_1$ a $-P_2$, jest koefficient dilace s kladný, skloní-li se k sobě přímky $+P_1$ a $-P_2$, $-P$ a $+P_2$ jest s záporné.

Přímku $\pm P$ (o cosinusech $\pm\alpha$, $\pm\beta$, $\pm\gamma$) můžeme považovati za *osu* symmetrické dilace, podobně jako rotace k ose se vztahuje; avšak vedle osy zastupující čtyry stupně volnosti, a vedle koefficientu s jest při souměrném pošinutí zapotřebí k úplnému jeho určení šesté veličiny, na př. směru normaly jedné neb druhé roviny, tudy veličiny zbývající z cosinusů α_1, β_1, γ_1, neb α_2, β_2, γ_2 po vyloučení dvou pomocí rovnic:

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \beta_1^2 = 1, \quad \alpha_1\alpha + \beta_1\beta + \gamma_1\gamma = 0$$

neb

$$\alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1, \quad \alpha_2\alpha + \beta_2\beta + \gamma_2\gamma = 0.$$

Ostatně z rovnic (24) patrno, že změna v hodnotách veličin p_1 a p_2, tedy zaměnění osy P na jinou s ní rovnoběžnou toliko na translační složky ve výrazech pro Δx, Δy, Δz vlivu má, zvláštností charakteristických souměrného pošinutí se nedotýkajíc. Z toho plyne, že jako při jednoduchém pošinutí tak i zde vlastně jen čtyry stupně volnosti charakteristické jsou: směr osy P (dva stupně), určitý k němu kolmý směr (jeden stupeň) a velkost pošinutí (jeden stupeň).

Dále máme větu:

Každé symmetrické pošinutí kolem dané osy lze nahraditi stejným (co do velkosti i co do směru k ose kolmého) pošinutím kolem osy rovnoběžné, připojíme-li k němu postupný pohyb této osy, podmíněný původním pošinutím.

Podmínky, jimž musí vyhověti koefficienty a_{mn} výrazů (1), aby deformace jimi určená byla symmetrickou dilací, jsou poněkud složitější u porovnání s jinými toho druhu podmínkami.

Obdržíme totiž:

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0, \quad a_{23} = a_{32}, \quad a_{31} = a_{13}, \quad a_{12} = a_{21}$$

$$(25) \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} a_{10} & a_{20} & a_{30} \\ a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{vmatrix} = 0.$$

První čtyry rovnice plynou na první pohled z rovnic (24), porovnáme-li je s (1); poslední dvě obdržíme nejsnadněji, násobíme-li rovnice (24) na α, β, γ a sečteme-li, berouce zřetel ku rovnicím:

$$\alpha_1\alpha + \beta_1\beta + \gamma_1\gamma = 0, \quad \alpha_2\alpha + \beta_2\beta + \gamma_2\gamma = 0.$$

Obdržíme tak identickou rovnici:

$$\alpha\Delta x + \beta\Delta y + \gamma\Delta z = o,$$

a tudíž, vrátíme-li se k všeobecnému tvaru (1), co podmínky pro koefficienty a_{mn}:

$$(26) \quad \begin{aligned} a_{10}\alpha + a_{20}\beta + a_{30}\gamma &= 0 \\ a_{11}\alpha + a_{21}\beta + a_{31}\gamma &= 0 \\ a_{12}\alpha + a_{22}\beta + a_{32}\gamma &= 0 \\ a_{13}\alpha + \alpha_{22}\beta + a_{33}\gamma &= 0. \end{aligned}$$

Poněvadž tento případ jest poněkud složitější, budiž uveden též způsob, kterým lze určiti veličiny souměrné pošinutí charakterisující z koefficientů a_{mn} (když jsme se byli dříve přesvědčili, že vyhovují podmínkám (25)).

Snadno obdržíme:

$$(27a) \qquad 2\,s^2 = \sum_{m=1}^{m=3}\sum_{n=1}^{n=3} a_{mn}^2$$

čili

$$(27b) \quad s^2 = (a_{23}^2 + a_{31}^2 + a_{12}^2) - (a_{22}a_{33} + a_{33}a_{11} + a_{11}a_{22}).$$

K určení cosinusů α_1, β_1, γ_1, α_2, β_2, γ_2 mohou sloužiti mezi jinými zvláště rovnice:

$$(28) \quad \begin{aligned} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 &= s^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \quad & sa_{11} &= 2\,s^2\,\alpha_1\alpha_2 \\ a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 &= s^2(\beta_1^2 + \beta_2^2) \quad & sa_{22} &= 2\,s^2\,\beta_1\beta_2 \\ a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 &= s^2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) \quad & sa_{33} &= 2\,s^2\,\gamma_1\gamma_2. \end{aligned}$$

kdežto cosinusy α, β, γ z rovnic (26) ve spojení s

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

plynou. Konečně jest:

$$(29) \quad p_2 s = a_{10}\alpha_1 + a_{20}\beta_1 + a_{30}\gamma_1, \quad p_1 s = a_{10}\alpha_2 + a_{20}\beta_2 + a_{30}\gamma_2.$$

Porovnáme-li rovnice (24) s rovnicemi (22) a plynoucími z nich rovnicemi (15), poznáváme při vší analogii mnohem větší složitost výsledku. Jest patrno, že nemůžeme složiti tři symmetrické dilace s_1, s_2, s_3 kolem tří k sobě kolmých os X, Y, Z, jsou-li roviny jimi určené příslušnými rovinami centralnými, v jedinou dilaci s podobně, jako rotace r_1, r_2, r_3 skládáme v jedinou rotaci r (v. §. 2.). Pro ony tři dilace platí rovnice:

$$\begin{aligned} \Delta x &= s_3 y + s_2 z \\ \Delta y &= s_1 z + s_3 x \quad (30) \\ \Delta z &= s_2 x + s_1 y. \end{aligned}$$

Koefficienty s_1 s_2 s_3 vyhovují zde identicky podmínkám (25) vyjma předposlední, která dává:

$$s_1 s_2 s_3 = 0.$$

Mají-li tudíž rovnice (30) značiti jediné pošinutí symmetrické, musí jedna z tří složek s_1, s_2, s_3 rovnati se nule.

Podobně jako ve všech dřívějších případech obdržíme, kladouce

$$lim\, s = 0,\quad lim\, s\,(p_2\alpha_1 + p_1\alpha_2) = -t\alpha_0$$
$$lim\, s\,(p_2\beta_1 + p_1\beta_2) = -t\beta_0,\quad lim\, s\,(p_2\gamma_1 + p_1\gamma_2) = -t\gamma_0$$

(31)
$$\Delta x = t\alpha_0,\quad \Delta y = t\beta_0,\quad \Delta z = t\gamma_0$$

s podminkou

$$\alpha\alpha_0 + \beta\beta_0 + \gamma\gamma_0 = 0,$$

t. j. postupný pohyb můžeme považovati za symmetrické pošinutí s nekonečně malým koefficientem kolem nekonečně vzdálené osy; směr postupu a směr osy jsou na sobě kolmy.

§. 9. Souměrné pošinutí co výslednice dvou elongací.

Mysleme si v případě, v předešlém §. rozebraném, v němž jsme uvažovali pošinutí kolem osy P vztahující se k rovinám centralným PP_1 a PP_2, dvě roviny PQ_1 a PQ_2 půlící pravý úhel utvořený oněmi rovinami centralnými. Ve čtvrtích $(+P_1, +P_2)$ a $(-P_1, -P_2)$ mají pošinutí s stejné označení, a výsledná deformace roviny PQ_1 jeví se co prodloužení s;*) ve čtvrtích $(+P_1, -P_2)$ a $(-P_1, +P_2)$ mají pošinutí s opačné označení, a výsledná deformace druhé roviny PQ_2 jeví se co záporné prodloužení (zkrácení) $-s$. Vzniká tudíž otázka, zda-li se pro celý útvar dvě elongace stejné, však opačně označené, vztahující se k rovinám k sobě kolmým, skládají v pošinutí souměrné.

Buďtež:

$$x\varkappa_1 + y\lambda_1 + z\mu_1 - q_1 = 0$$
$$x\varkappa_2 + y\lambda_2 + z\mu_2 - q_2 = 0$$

---

*) Pro bod Q_1 v rovině PQ_1, jehož vzdálenosti od rovin PP_1 a PP_2 obnášejí jednotku délky, jest délka $PQ_1 = \sqrt{2}$, a prodloužení její $s\sqrt{2}$; prodloužení jednotky délky tudíž s.

rovnice rovin PQ_2 a PQ_1, jež volíme za centralné roviny dvou stejných elongací opačného označení $+u$ a $-u$; na základě §. 4. (rovnice 5) obdržíme:

$$\Delta x = u(q_2\varkappa_2 - q_1\varkappa_2) + u(\varkappa_1^2 - \varkappa_2^2)x + u(\varkappa_1\lambda_1 - \varkappa_2\lambda_2)y + \\ + u(\varkappa_1\mu_1 - \varkappa_2\mu_2)z$$

$$\Delta y = u(q_2\lambda_2 - q_1\lambda_1) + u(\varkappa_1\lambda_1 - \varkappa_2\lambda_2)x + u(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)y + \\ + u(\lambda_1\mu_1 - \lambda_2\mu_2)z$$

$$\Delta z = u(q_2\lambda_2 - q_1\mu_1) + u(\varkappa_1\mu_1 - \varkappa_2\mu_2)x + u(\lambda_1\mu_1 - \lambda_2\mu_2)y + \\ + u(\mu_1^2 - \mu_2^2)z.$$

Koefficienty těchto výrazů vyhovují vesměs podmínkám (25) rovněž cosinusy směrné α, β, γ přímky P, v níž se roviny PQ_1 a PQ_2 protínají, podmínkám (26). Z rovnice (27) obdržíme:

$$s = u,$$

a konečně bychom se snadno přesvědčili o tom, že úhly rovin PP_1, PQ_1 a PP_2, PQ_2 obnášejí 45°. Obdrželi jsme tudíž na otázku dříve vyslovenou odpověď následující:

Symmetrická dilace jest aequivalentní dvěma elongacím stejným však opačně označeným, jichž centralné roviny jsou k sobě kolmé. Koefficienty dilace a elongace jsou stejné, roviny centralné obou elongací jsou rovinami symmetrickými pro danou dilaci, která právě z toho důvodu, že takové roviny pro ní existují, na rozdíl od jednoduché dilace slove symmetrickou.

Že pro dilaci co takovou absolutní poloha osy, t. j. průřezu bou rovin symmetrie jest nepodstatnou, že tudíž opět co charakteristické zbývají čtyry stupně volnosti, vysvítá vzhledem k §. 4. podobně, jako v §. předešlém.

Zároveň poznáváme nyní zajímavý dualný poměr obou způsobů, jakými lze nazírati na symmetrickou dilaci. Při prvém způsobu (§. 8) jeví se nám otočení obou k sobě kolmých rovin PP_1, PP_2 o úhel s, avšak ne za sebou (jako při rotaci), nýbrž proti sobě, tak že se jejich úhel původně pravý změní o $\pm 2s$. Tím se ovšem celý útvar v nejmenších svých částech deformuje, na rozdíl od rotace, při které se tvar jeho nemění, nýbrž jen poloha.

Při druhém způsobu (§. 9) jeví se nám prodloužení dvou k sobě kolmých rovin PQ_1, PQ_2 o poměrnou (t. j. vzhledem k jednotce vzatou) délku s; vzdálenost dvou dvojic rovin s nimi rovnoběžných ůvodně o ± 1 od nich vzdálených, změní se o $\pm 2s$. Tím se ovšem,

zase celý útvar ve svých částech deformuje na rozdíl od translace, která jen polohu celku mění.

Roviny PP_1, PP_2 doznávají největší změnu polohy, neměníce rozměry své; roviny PQ_1, PQ_2 doznávají největší změnu rozměrů, nemění však polohu svou. Roviny mezi nimi položené mění i rozměry i polohu.

Porovnáváním obou způsobů stává se nám tudíž symmetrické pošinutí, ač ze všech dosud uvedených tvarů pohybu nejsložitějším jest, poskytujíc největší počet stupňů volnosti, úplně průzračným a názorným i můžeme je vším právem klásti mezi tvary základní.

§. 10. *Čtyry základní tvary pohybu. Mechanické znázornění.*

Předběžný rozbor (§. 2) vedl nás nejprvé k translaci, elongaci a jednoduché dilaci, dále však na základě poznání, že též rotace musí se počítati mezi základní tvary pohybu, mimo tento tvar ještě ku symmetrické dilaci, tak že poslední dva tvary v jednoduché dilaci společný svůj kořen mají. Podrobnější rozbor předcházejících §§. (3—9) potvrdil tento výsledek, poskytnuv nám zároveň nový jednoduchý tvar, totiž expansi (§. 5). Máme tedy celkem již šest tvarů dosti jednoduchých, a počet ten snad by se ještě při podrobnějším ohledání rozmnožil.*) Musíme tudíž vyhledati důvody, které nás navádějí k tomu bychom z nalezených a jinak snad ještě možných právě jen následující vybrali a za základní čtyry tvary pohybů prohlásili:

I. Typus translační { 1. translaci, 2. elongaci

II. Typus rotační { 3. rotaci, 4. dilaci symmetrickou.

Jeden důvod jest sice již podán v §. 2. rovnicemi (2); vzhledem k elongaci a k expansi byla naznačena v §. 5. příčina, pro kterou elongace zasluhuje přednosti. Větších obtíží poskytuje však dilace, jelikož zde spor vzniká mezi poměrně jednodušší dilací asymmetrickou,

*) Ze stanoviska ryze analytického jeví se každý takový tvar co súžení 12-násobné volnosti všeobecné deformace stejnorodé, rovnicemi (1) vyjádřené, pomocí jistých podmiňujících rovnic. Takových soustav rovnic podmiňujících jest možné množství nekonečné; ze stanoviska analytického nelze posouditi větší menší důležitost dotyčných pohybů; zde mohou rozhodovati jen úvahy synthetické.

mající jen pět stupňů volnosti, a mezi složitější dilací symmetrickou, jež má o jeden stupeň více. Důvod, pro který jsme elongaci proti expansi dali přednost, zde neplatí; jestiť naopak jednoduché pošinutí plodnější souměrného, neboť vzniká z něho i rotace i dilace symmetrická, kdežto z této nelze nižádným způsobem rotaci odvoditi. V skutku zvoleno jednoduché pošinutí v mnohých spisech za základ theorie deformace;*) avšak důsledně měli bychom pak též rotaci redukovati na tento základní tvar, tak že by zbyly, jak jsme také v úvodu vytkli, jen tři takové tvary, totiž postup, prodloužení a jednoduché pošinutí. To by však bylo na úkor souměrnosti a přehlednosti celého rozboru; dualný poměr translace a elongace z jedné, rotace a symmetrické dilace z druhé strany, z nichž prvá skupina jest povahy translační, druhá povahy rotační, nutí nás voliti tyto pohyby za základní tvary, na něž můžeme ostatní nejlépe redukovati.

Jest však ještě jiný důvod, jejž lze ve prospěch tohoto rozvrhu uvésti, důvod čerpaný z mechanického znázornění dotyčných čtyr tvarů pohybu.

V theorii pružnosti vyšetřují se mechanické poměry a způsobené v hmotách pružných pohyby a deformace obyčejně tak, že se hmota rozkládá v rovnoběžnostěny, na jejichž jednotlivé stěny působí tlaky a napjetí, podmíněné jednak vnitřní úpravou hmoty, jednak silami ze zevnějška na hmotu nalehajícími. Tyto zevnější síly a vnitřní tlaky a napjetí mohou míti za následek:

1. postupný pohyb rovnoběžnostěnu jakožto celku, způsobený obyčejnými silami;

2. prodloužení ve třech k sobě kolmých směrech jednotlivých hran rovnoběžnostěnu způsobené tlaky neb napjetími vnitřními (t. zv. normalnými složkami);

3. otáčecí pohyb rovnoběžnostěnu co celku, způsobený obyčejnými dvojicemi sil;

4. proměnu pravoúhlého rovnoběžnostěnu v kosoúhlý, způsobenou dvojicemi vnitřních tlaků neb napjetí (t. zv. složek tangencialných).

Vztahy mezi jednotlivými druhy sil a způsobenými od nich pohyby jsou velmi jednoduché a vykládají se v theorii pružnosti; zároveň vidíme, že pohyby ty jsou zahrnuty v předchozím schematu čtyr tvarů pohybu, které tudíž nejlépe volíme za základní, vedle nichž však při vhodných příležitostech upotřebíme též expanse a dilace obyčejné.

---

*) V. Thomson und Tait, Handbuch der theor. Physik, č. 169—185.

Ostatně lze nalézti též důvody pro takovou změnu uvedeného schematu, při níž klademe elongaci v čelo ostatních pohybů co fundamentalný tvar, z které lze odvoditi všechny ostatní, totiž:

1. translaci, 2. elongaci (typus translační),
3. rotaci, 4. dilaci (typus rotační).

Odůvodnění této modifikace a další rozbor, zejména vyšetření různých případů aequivalence přenechávám však další příležitosti.

12.

Über die Construction der Axen einer Kegelfläche zweiten Grades.

Vorgetragen von Prof. **Josef Šolín** am 13. März 1885.

Die Kegelfläche sei durch ihren Mittelpunkt s und durch eine vollständig dargestellte Curve Γ_1 zweiten Grades gegeben, und es handelt sich darum, die drei Axen X, Y, Z der Kegelfläche mit dem geringsten Aufwand von constructiven Hilfsmitteln zu bestimmen.

Die Curve Γ_1 möge Grundlinie, ihre Ebene Grundebene genannt und die orthogonale Projection des Mittelpunktes s auf die Grundebene mit o_2, die Höhe $\overline{o_2 s}$ mit h bezeichnet werden.

Die gesuchten Axen bilden ein Poldreikant der gegebenen Kegelfläche, und da sie überdies zu einander rechtwinklig sind, zugleich ein Poldreikant einer imaginären Kegelfläche, welche durch den Mittelpunkt s und einen in der Grundebene liegenden imaginären Kreis Γ_2 vom Centrum o_2 und Radius $h\sqrt{-1}$ gegeben ist. Die Schnittpunkte x, y, z der Axen X, Y, Z mit der Grundebene — die Grundpunkte der Axen — bilden daher ein gemeinschaftliches Poldreieck der Kegelschnitte Γ_1, Γ_2, und dieses wollen wir construiren.

Es ist bekannt, dass die Punkte m', welche mit den Punkten m einer Geraden P bezüglich zweier Kegelschnitte Γ_1, Γ_2 conjugirt sind, auf einem Kegelschnitt Π liegen, welcher durch die Eckpunkte x, y, z des gemeinschaftlichen Poldreieckes von Γ_1, Γ_2 hindurchgeht. Die Kegelschnitte Π, welche sämmtlichen Geraden P der Ebene in dieser Weise entsprechen, bilden somit ein Kegelschnittnetz (xyz). Jeder Kegelschnitt des Netzes ist durch die Annahme zweier Punkte vollkommen bestimmt. Um die Punkte x, y, z zu bestimmen, hat man also zu zwei beliebigen Geraden P der Ebene die entsprechenden Kegelschnitte Π des Netzes zu suchen; dieselben schneiden sich in

den Punkten x, y, z und ausserdem in einem vierten Punkte q', welcher dem Schnittpunkte q der beiden Geraden P bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirt ist.

Die Lösung, welche wir näher untersuchen wollen, besteht nun darin, dass man jene Kegelschnitte des Netzes (xyz) verwendet, welche durch die Schnittpunkte von Γ_1, beziehungsweise Γ_2 mit der unendlich fernen Geraden U_∞ der Ebene hindurchgehen, also den Kegelschnitten Γ_1, Γ_2 beziehungsweise homothetisch sind.

Vorläufig nehmen wir an, das Centrum o_1 und somit beide Axen A, B von Γ_1 liegen in endlicher Ferne.

Der zu Γ_2 homothetische Kegelschnitt des Netzes (xyz) ist ein — hier jedenfalls reeller — Kreis K, welcher durch die sogenannten imaginären Kreispunkte i_∞, j_∞ von U_∞ bestimmt ist; um die Gerade P_k zu finden, welche dem Kreise K bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirt ist, haben wir die zu i_∞, j_∞ bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkte i', j' zu bestimmen. Jene Punkte sind als die Ordnungs- oder selbstentsprechenden Punkte der involutorischen Punktreihe auf U_∞, deren Punktepaare auf rechtwinkligen Stralenpaaren liegen, anzusehen; zur Bestimmung zweier Punktepaare dieser Reihe benützen wir zunächst die Axen A, B von Γ_1, deren unendlich ferne Punkte mit u_∞, v_∞ bezeichnet werden mögen, ferner den gemeinschaftlichen Durchmesser $o_1 o_2$ oder R der beiden Kegelschnitte Γ_1, Γ_2 mit dem zu ihm rechtwinkligen (also bezüglich Γ_2 conjugirten) Durchmesser $\mathfrak{R}_2$ von Γ_2; die unendlich fernen Punkte von R und $\mathfrak{R}_2$ mögen p_∞, $\mathfrak{r}_\infty$ heissen.*)

Den Punkten u_∞, v_∞ sind in Bezug auf Γ_1, Γ_2 die Punkte v_∞, u_∞ conjugirt; der dem Punkte p_∞ conjugirte Punkt p' liegt auf den mit R conjugirten Durchmessern R_1, $\mathfrak{R}_2$ von Γ_1, beziehungsweise Γ_2; der dem Punkte $\mathfrak{r}_\infty$ entsprechende Punkt $\mathfrak{r}'$ fällt mit o_1 zusammen. Die Punkte v_∞, u_∞, p', o_1 liegen auf derjenigen Curve Υ des Netzes (xyz), welche der unendlich fernen Geraden U_∞ bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirt ist; Υ ist hier offenbar eine rechtwinklige Hyperbel, deren Asymptoten den Axen A, B von Γ_1 parallel sind. Der involutorischen, durch die Paare $u\, v_\infty$, $p_\infty \mathfrak{r}_\infty$ bestimmten Punktreihe auf der unendlich fernen Geraden U_∞ entspricht auf der

*) Der leichteren Übersicht wegen wollen wir die Durchmesser von Γ_1 mit dem Buchstaben R, die von Γ_2 mit $\mathfrak{R}$ bezeichnen. Wird zu einem solchen Durchmesser und überhaupt zu irgend einem Stral der conjugirte Durchmesser von Γ_1 oder Γ_2 construirt, so möge dies durch Beisetzung des Stellenzeigers 1, beziehungsweise 2 ersichtlich gemacht werden.

Hyperbel Υ ein involutorisches, durch die Paare $v_\infty u_\infty$, $p'o_1$ gegebenes Punktsystem (wir wollen auch hier den Ausdruck „Punktreihe“ beibehalten); den Ordnungspunkten i_∞, j_∞ von (U_∞) entsprechen die Ordnungspunkte i', j' von (Υ). Durch Verbindung der einander nicht zugeordneten Punkte der beiden Punktepaare von (Υ) erhält man die Stralen $v_\infty p'$, $u_\infty o_1$ (identisch mit A), welche sich in dem Punkte α, ferner die Stralen $v_\infty o_1$ (identisch mit B), $u_\infty p'$, welche sich in dem Punkte β schneiden. (Die Punkte α, β sind offenbar orthogonale Projectionen von p' auf die Axen A, B). Die Gerade $\alpha\beta$ ist die sogenannte Involutionsaxe der Punktreihe (Υ); sie enthält die Ordnungspunkte i', j' dieser Punktreihe und ist daher mit der gesuchten Geraden P_k identisch. Zugleich ist klar, dass die Punkte α, β bezüglich der Hyperbel Υ conjugirt sind.

Verbindet man die einander zugeordneten Punkte der Paare $v_\infty u_\infty$, $p'o_1$, so schneiden sich die Stralen $v_\infty u_\infty$, $p'o_1$ in dem unendlich fernen Punkte r_∞ des Durchmessers R_1. Dieser Punkt ist das Involutionscentrum der Punktreihe (Υ) und Pol der Involutionsaxe P_k. Die Gerade P_k ist also der zu R_1 conjugirte Durchmesser von Υ; P_k und R_1 bilden daher mit den Axen A, B von Γ_1 gleiche Winkel entgegengesetzten Sinnes. (Dasselbe ergibt sich übrigens auch daraus, dass P_k, R_1 Diagonalen des Rechteckes $o_1\alpha p'\beta$ sind). Wenn wir uns eine Hyperbel Γ_3 denken, welche die Axen A, B von Γ_1 zu Asymptoten hat (und sonst nicht näher bestimmt zu werden braucht), so können wir sagen, dass die Geraden P_k, R_1 bezüglich der Hyperbel Γ_3 conjugirt sind. Bezeichnen wir den Durchmesser von Γ_1, welcher dem Durchmesser R_1 bezüglich Γ_3 conjugirt ist, durch Beisetzung des Stellenzeigers 3, also mit $R_{1.3}$, so können wir sagen, die Gerade P_k ist dem Durchmesser $R_{1.3}$ parallel.*)

Construirt man zu den Punkten α, β von P_k die ihnen bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkte α', β',**) so ist $\alpha'\beta'$ ein Durchmesser des Kreises K.

---

*) Offenbar gelangt man zu demselben Resultate, ob zu R der bezüglich Γ_1 conjugirte Durchmesser R_1 und zu diesem der bezüglich Γ_3 conjugirte $R_{1.3}$ oder ob umgekehrt zu R der bezüglich Γ_3 conjugirte Durchmesser R_3 und zu diesem der bezüglich Γ_1 conjugirte $R_{3.1}$ construirt wird. Man kann daher die Ordnung der Stellenzeiger 1, 3 umkehren; dasselbe gilt von den Stellenzeigern 2, 3, jedoch nicht von 1, 2.

**) Die Polare eines Punktes m bezüglich des imaginären Kreises Γ_2 erscheint als Schnittlinie der zu ms rechtwinkligen Ebene des Bündels $[s]$ mit der Grundebene.

Ist nämlich allgemein P irgend eine Gerade der Ebene und Π der ihr entsprechende Kegelschnitt des Netzes (xyz), so entsprechen Punktepaaren $mn, \ldots$ von P, welche bezüglich Υ conjugirt sind, Punktepaare $m'n', \ldots$ von Π, welche Durchmesser dieser Curve begrenzen. Die Punktepaare $mn, \ldots$ bilden auf P eine involutorische Punktreihe, deren Ordnungspunkte e, f die Schnittpunkte von P mit Υ sind; dieser Punktreihe entspricht auf Π eine involutorische Punktreihe mit den Schnittpunkten e_∞, f'_∞ von U_∞ mit Π als Ordnungspunkten; U_∞ ist die Involutionsaxe dieser Punktreihe, und der Pol von U_∞ bezüglich Π, d. h. der Mittelpunkt o von Π ist das entsprechende Involutionscentrum. Durch den Punkt o laufen aber die Stralen $m'n', \ldots$ und sind somit Durchmesser von Π. Diese Beziehung bleibt auch giltig, wenn man für Π die Curve Υ selbst setzt; d. h. unendlich fernen Punktepaaren, welche bezüglich der Hyperbel Υ conjugirt sind, entsprechen Durchmesser dieser Curve.

Da nun, wie oben bemerkt wurde, die Punkte α, β bezüglich Υ conjugirt sind, ist $\alpha'\beta'$ ein Durchmesser des Kreises K, und dieser könnte sofort gezeichnet werden.

Wir wollen noch den Punkt q' des Kreises K construiren, welcher dem unendlich fernen Punkte q_∞ der Geraden P_k bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirt und somit der vierte Schnittpunkt der Curven K, Υ ist. Die Polare von q_∞ bezüglich Γ_1 ist der zu $R_{3.1}$ bezüglich Γ_1 conjugirte Durchmesser R_3, d. h. der zu R bezüglich Γ_3 conjugirte Durchmesser. Die Polare von q_∞ bezüglich Γ_2 ist der zu P_k oder auch zu $R_{1.3}$ rechtwinklige Durchmesser $R_{1.3.2}$ von Γ_2. Die Durchmesser R_3, $R_{1.3.2}$ schneiden sich im verlangten Punkte q'.

Die unendlich fernen Punkte r_∞, q_∞ der Geraden R_1, P_k sind einander conjugirt bezüglich der Hyperbel Υ; die diesen Punkten in Bezug auf Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkte o_2, q' begrenzen daher einen Durchmesser von Υ. Da nun auch P_k ein Durchmesser von Υ ist, so schneiden sich P_k, o_2q' in dem Mittelpunkte c von Υ; zugleich muss $\overline{o_2c} = \overline{cq'}$ sein.

Wir wollen auch den anderen Grenzpunkt des durch q' gehenden Durchmessers von K bestimmen. Dem Punkte q_∞ des Durchmessers P_k von Υ ist der Mittelpunkt c dieser Curve bezüglich derselben conjugirt; der dem Punkte c bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirte Punkt c' ist daher der gesuchte zweite Grenzpunkt. Man erhält denselben als Schnittpunkt der beiden Polaren C_1, C_2 von c bezüglich Γ_1, Γ_2.

Eine andere Bestimmung des Kreises K, welche allenfalls zur Controlle der Construction benützt werden kann, gründet sich darauf,

dass der einem Poldreiecke eines Kegelschnitts Γ umschriebene Kreis sich mit dem Kreise Γ^* rechtwinklig schneidet, welcher aus dem Mittelpunkte des Kegelschnitts Γ mit dem Radius $\sqrt{a^2+b^2}$, wo a, b die Halbaxen von Γ sind, beschrieben wird. Bei der Hyperbel ist natürlich b^2 negativ zu nehmen; bei der Parabel übergeht der Kreis Γ^* in die Directrix derselben, welche dann den Mittelpunkt des dem Poldreiecke umschriebenen Kreises enthalten muss. Da nun xyz das gemeinschaftliche Poldreieck der Kegelschnitte Γ_1, Γ_2 ist, so muss der Kreis K die Kreise Γ_1^*, Γ_2^*, welche aus den Mittelpunkten o_1, o_2 mit den Radien $\sqrt{a^2+b^2}$, $h\sqrt{-2}$ zu beschreiben wären, rechtwinklig schneiden und in Folge dessen seinen Mittelpunkt auf der Chordale der Kreise Γ_1^*, Γ_2^* haben.

Sind nun zwei Kreise durch ihre Mittelpunkte o_1, o_2, deren Entfernung mit $2d$ bezeichnet werden möge, und durch ihre Radien r_1, r_2 gegeben, so schneidet die Chordale derselben die Gerade o_1o_2 rechtwinklig in einem Punkte, welcher von dem Halbirungspunkte der Strecke o_1o_2 in dem Sinne o_1o_2 die Entfernung

$$e = \frac{r_1^2 - r_2^2}{4d}$$

hat, was sehr einfach construirt wird, mögen die Radien r_1, r_2 reell oder imaginär sein.

In unserem Falle ist

$$r_2^2 = -2h^2,$$

also r_2 imaginär; r_1 kann reell oder imaginär sein. Man hat da

$$e = \frac{r_1^2 + 2h^2}{4d}$$

zu construiren.

Die Chordale von Γ_1^*, Γ_2^* bestimmt den Mittelpunkt c_k des Kreises K nicht vollständig; um noch eine durch c_k gehende Gerade zu finden, braucht man noch eine Curve des durch Γ_1, Γ_2 bestimmten Kegelschnittbüschels. Wir wählen eine der beiden Parabeln dieses Büschels, z. B. jene, welche die Gerade U_∞ in dem Punkte v_∞ berührt.

Suchen wir den Schnittpunkt dieser Parabel mit der Tangente B' von Γ_1 in einem Scheitel a der Axe A. Der Kegelschnittbüschel schneidet diese Tangente B' in einer involutorischen Punktreihe, welche einen Ordnungspunkt in a hat. Die (imaginären) Schnittpunkte des Kreises Γ_2 mit B' bilden ein Punktepaar dieser Reihe und werden von den Ordnungspunkten a, g harmonisch getrennt; diese

Ordnungspunkte sind daher einander conjugirt bezüglich des Kreises Γ_2. Man erhält somit den Punkt g, wenn man B' durch die Polare von a bezüglich Γ_2 schneidet. Die in Frage stehende Parabel schneidet die Gerade B' in dem unendlich fernen Punkte v_∞ und in einem zweiten Punkte m, welcher somit die Strecke $\overline{ag}$ halbirt. Eben so kann man auf der Geraden B'', welche den Kegelschnitt Γ_1 in dem zweiten auf A liegenden Scheitel berührt, den Punkt n der Parabel finden. Um die Tangente in m zu construiren, benützen wir den Satz, dass die Polaren eines Punktes bezüglich sämmtlicher Curven eines Kegelschnittbüschels in einem einzigen Punkte sich schneiden. Construiren wir daher den dem Punkte m bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkt m', so geht auch die Polare von m bezüglich der Parabel, also die gesuchte Tangente durch denselben. Eben so könnte die Tangente in n gefunden werden; dieselbe muss jedoch aus naheliegenden Gründen durch den Schnittpunkt t der Tangente mm' mit der Axe B von Γ_1 hindurchgehen. Nun betrachten wir das der Parabel umschriebene Dreieck mtt, wobei die Tangente mt zwei zusammenfallende Seiten, also der Punkt t zwei zusammenfallende, auf nt liegende Eckpunkte repräsentirt; nach einem bekannten Satze schneiden sich die von den Eckpunkten dieses Dreieckes auf die gegenüberliegenden Seiten gefällten Senkrechten in einem Punkte der Leitlinie. Man hat also bloss Senkrechte von m zu nt und von t zu tm zu führen, um einen Punkt der — offenbar zu A parallelen — Leitlinie der Parabel zu erhalten. Diese Leitlinie schneidet die Chordale der Kreise Γ_1^*, Γ_2^* in dem Mittelpunkte c_k des Kreises K. Aus den Mittelpunkten o_1, o_k und dem Radius r_1 von Γ_1^* kann der Radius r von K sofort construirt werden, mag r_1 reell oder imaginär sein.

Wenden wir uns nun zum Kegelschnitte Π_0 des Netzes (xyz), welcher der Grundlinie Γ_1 homothetisch ist. Die Schnittpunkte ε_∞, φ_∞ von Γ_1 mit der unendlich fernen Geraden U_∞, durch welche der Kegelschnitt Π_0 hindurchgehen soll, können reell oder imaginär sein; wir bestimmen dieselben allgemein als die Ordnungspunkte der involutorischen Punktreihe, welche die in Bezug auf Γ_1 conjugirten Punkte auf U_∞ bilden. Die Punktepaare dieser Reihe werden durch die Paare conjugirter Durchmesser von Γ_1 bestimmt; wir benützen da zunächst die Axen A, B, welche das Punktepaar u_∞, v_∞ liefern, sodann die conjugirten Durchmesser R, R_1, welche das Punktepaar p_∞, r_∞ bestimmen. Die diesen Punkten in Bezug auf Γ_1, Γ_2 conjugirten v_∞, u_∞, p', o_2 braucht man nicht erst zu construiren; aus Gründen, welche wir bei der Bestimmung

des Kreises K angeführt haben, liefern die Stralen $v_\infty p'$, $u_\infty o_2$ einen Punkt α_0, die Stralen $v_\infty o_2$, $u_\infty p'$ einen zweiten Punkt β_0 der Geraden P_0, welche der gesuchten Curve Π_0 in Bezug auf Γ_1, Γ_2 entspricht. Die Gerade P_0 ist die Polare des Schnittpunktes $\mathfrak{r}_\infty$ der Stralen $v_\infty u_\infty$, $p'o_2$, also der zu $\mathfrak{R}_2$ conjugirte Durchmesser der Hyperbel Υ, was übrigens auch daraus hervorgeht, dass $\mathfrak{R}_2$ und P_0 Diagonalen des Rechteckes $o_2\alpha_0 p'\beta_0$ sind. Bezeichnet man den zu $\mathfrak{R}_2$ bezüglich Γ_3 conjugirten Durchmesser von Γ_1 oder Γ_3 mit $R_{2.3}$, so kann man sagen, dass die Gerade P_0 zu $R_{2.3}$ parallel ist.*)

Würde man zu den Punkten α_0, β_0 die ihnen bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkte α'_0, β'_0 construiren, so wäre $\alpha'_0\beta'_0$ ein Durchmesser von Π_0.

Die Geraden P_k, P_0 schneiden sich in dem Punkte c; deshalb ist c' der vierte Schnittpunkt von K, Π_0, und wir wollen den durch c' gehenden Durchmesser von Π_0 construiren. Es handelt sich bloss um den Punkt $\mathfrak{q}'$, welcher dem unendlich fernen Punkte $\mathfrak{q}_\infty$ von P_0 bezüglich Γ_1, Γ_2 entspricht; indem nämlich die Punkte c, $\mathfrak{q}_\infty$ einander bezüglich der Hyperbel Υ conjugirt sind, begrenzen die entsprechenden Punkte c', $\mathfrak{q}'$ einen Durchmesser von Π_0. Die Polare des Punktes $\mathfrak{q}_\infty$ bezüglich Γ_1 ist der zu P_0 und daher auch zu $R_{2.3}$ conjugirte Durchmesser $R_{2.3.1}$ von Γ_1; die Polare von $\mathfrak{q}_\infty$ bezüglich Γ_2 ist der zu P_0 und daher auch zu $R_{2.3}$ rechtwinklige, also zu R bezüglich Γ_3 conjugirte Durchmesser R_3 von Γ_2; die Geraden $R_{2.3.1}$ R_3 schneiden sich in dem Punkte $\mathfrak{q}'$.

Die unendlich fernen Punkte $\mathfrak{r}_\infty$, $\mathfrak{q}_\infty$ der Geraden $\mathfrak{R}_2$, P_0 sind einander bezüglich der Hyperbel Υ conjugirt; die ihnen bezüglich Γ_1, Γ_2 entsprechenden Punkte o_1, $\mathfrak{q}'$ begrenzen daher einen Durchmesser der Hyperbel Υ. Die Gerade $o_1\mathfrak{q}'$ oder $R_{2.3.1}$ geht also durch den Mittelpunkt c der Hyperbel Υ, und die Strecke $o_1\mathfrak{q}'$ wird durch c halbirt. Daraus folgt jedoch, dass $\underline{o_1 o_2 \mathfrak{q}' q'}$ ein der Hyperbel Υ eingeschriebenes Parallelogramm und $\underline{q'\mathfrak{q}'} = \underline{o_1 o_2}$ ist. Zugleich sieht man, dass, indem c auf $R_{2.3.1}$ liegt, die Polare C_1 von c bezüglich Γ_1 parallel ist der Geraden P_0 oder auch dem Durchmesser $R_{2.3}$ und daher rechtwinklig zu R_3 oder $o_2\mathfrak{q}'$. Dass die Polare C_2 von c bezüglich Γ_2 zu $o_2 q'$ oder $o_2 c$ rechtwinklig sein muss, ist an sich klar.

---

*) Ist Γ_1 Hyperbel, so kann die Gerade P_0 einfacher dadurch bestimmt werden, dass man zu den unendlich fernen Punkten ε_∞, φ_∞ von Γ_1 die denselben bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkte ε', φ' construirt. Man erkennt leicht, dass ε', φ' die orthogonalen Projectionen von o_2 auf die Asymptoten von Γ_1 sind.

Wir haben gesehen, dass die Geraden P_k, P_0 Polaren der Punkte r_∞, r_∞ sind bezüglich der Hyperbel Υ; deshalb sind $r_\infty q_\infty$, $\mathrm{r}_\infty \mathrm{q}_\infty$ zwei Paare der involutorischen, durch conjugirte Punkte von U_∞ in Bezug auf Υ gebildeten Punktreihe. Projicirt man dieselbe auf die Hyperbel Υ aus ihrem Punkte p', so erhält man eine involutorische Punktreihe mit der Involutionsaxe U_∞ und dem Involutionscentrum c. Die Punkte r_∞, r_∞ projiciren sich in o_1, o_2; da nun in der letzterwähnten Punktreihe dem Punkte o_1 der Punkt q', dem Punkte o_2 der Punkt q' zugeordnet ist, erscheint q' als die Projection von q_∞, q' als die Projection von q_∞, d. h. $p'q'$ ist parallel zu P_0 oder zu $R_{2.3}$ und somit rechtwinklig zu R_3; eben so ist $p'\mathrm{q}'$ parallel zu P_k oder zu $R_{1.3}$. Darin ist eine neue Construction von q', q' enthalten.

Es handelt sich nun darum, die Schnittpunkte der Kegelschnitte K, Π_0 zu construiren, ohne Π_0 selbst zu zeichnen. Zu diesem Zwecke beziehen wir die Curve Π_0 perspectivisch ähnlich auf die dargestellte Grundlinie Γ_1 der gegebenen Kegelfläche; die beiden möglichen Ähnlichkeitscentra ergeben sich, wenn man den zu $c'\mathrm{q}'$ parallelen Durchmesser von Γ_1 führt und die Grenzpunkte c_1, q_1 desselben den Punkten c', q' von Π_0 zuordnet (was in zweierlei Weise geschehen kann); die Stralen c_1c', $\mathrm{q}_1\mathrm{q}'$ schneiden sich in dem entsprechenden Ähnlichkeitscentrum ω. Fasst man den Kreis K als Curve des Systemes (Π_0) auf, so entspricht demselben in dem Systeme (Γ_1) ein Kreis K_1, dessen Durchmesser c_1q_1 aus dem Durchmesser cq von K in bekannter Weise abgeleitet wird. (Da der Punkt c_1 bereits construirt ist, handelt es sich bloss noch um q_1.)

Der Kreis K_1 schneidet die Grundlinie Γ_1 der gegebenen Kegelfläche in dem Punkte c_1 und in weiteren drei Punkten x_1, y_1, z_1, zu welchen als Elementen des Systemes (Γ_1) man die entsprechenden — auf dem Kreise K liegenden — Punkte x, y, z des perspectivisch ähnlichen Systemes (Π_0) construirt und so die Grundpunkte der gesuchten Axen erhält.

Wir wollen nun unter Benützung jener Relationen, welche auf dem kürzesten Wege zum Ziele führen, den Gang der Construction nochmals andeuten.

Zunächst handelt es sich um die Construction der Punkte q', q', c. Zu diesem Zwecke construirt man zu dem gemeinschaftlichen Durchmesser o_1o_2 oder R der Curven Γ_1, Γ_2 den bezüglich Γ_1 conjugirten Durchmesser R_1 von Γ_1, ferner den zu R rechtwinkligen Durchmesser $\mathfrak{R}_2$ von Γ_2, endlich den zu R bezüglich der Axe A oder B

von Γ_1 symmetrisch liegenden Durchmesser R_3 von Γ_1, sowie den zu R_3 parallelen $\mathfrak{R}_3$ von Γ_2. Die Durchmesser R_1, $\mathfrak{R}_2$ schneiden sich im Punkte p'; die rechtwinklige Projection von p' auf R_3 ist der eine gesuchte Punkt q'. Führt man durch q' einen zu R parallelen Stral, so wird derselbe von $\mathfrak{R}_3$ in dem zweiten gesuchten Punkte $\mathfrak{q}'$ geschnitten, und der dritte gesuchte Punkt c ist der Mittelpunkt des Parallelogrammes $o_1 o_2 \mathfrak{q}' q'$.

Nun construirt man zu dem Punkte c den ihm bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkt c' mittels der Polaren C_1, C_2 von c in Bezug auf Γ_1, Γ_2, wobei bloss ein Punkt jeder Polare bestimmt werden muss, da C_1, C_2 zu $o_2\mathfrak{q}'$, beziehungsweise zu $o_2 q'$ rechtwinklig sind. Dadurch ist der Durchmesser $c'q'$ des Kreises K und der Durchmesser $c'\mathfrak{q}'$ des zu Γ_1 homothetischen Kegelschnittes Π_0 gefunden und es bleibt nur übrig, in der früher erklärten Weise ein Ähnlichkeitscentrum ω der Kegelschnitte Π_0, Γ_1 aufzusuchen, mittels des Kreises K_1 die Grundlinie Γ_1 zu schneiden und aus den Schnittpunkten x_1, y_1, z_1 die entsprechenden Punkte x, y, z des Kreises K abzuleiten. —

Schliesslich möge noch erwähnt werden, wie sich die Construction in dem Falle modificirt, wo die Grundlinie Γ_1 der gegebenen Kegelfläche eine Parabel ist.

Sei A die Axe, a der Scheitel, e der Brennpunkt, D die Directrix der Parabel, d der Schnittpunkt von D mit A, endlich $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ die orthogonalen Projectionen von o_2 auf A, D.

Ist $\mathfrak{g}$ der symmetrisch zu $\mathfrak{b}$ in Bezug auf d liegende Punkt von D, so geht R_3 durch $\mathfrak{g}$ parallel zu A; der Durchmesser $R_{3.1}$ liegt zwar in unendlicher Ferne, ist aber rechtwinklig zu $e\mathfrak{g}$ zu denken; der Durchmesser $\mathfrak{R}_{3.1.2}$ geht also durch o_2 parallel zu $e\mathfrak{g}$. Die Durchmesser R_3, $\mathfrak{R}_{3.1.2}$ schneiden sich im Punkte q'. Der Halbirungspunkt c der Strecke $o_2 q'$ liegt offenbar auf der Axe A der Parabel Γ_1; in der That fällt der Durchmesser $R_{3.2.1}$, auf welchem der Mittelpunkt c der Hyperbel Υ liegt, mit A zusammen. Zugleich ist ersichtlich, dass $\overline{ac} = \overline{ed}$ sein muss. Die Polare C_1 von c bezüglich Γ_1 ist rechtwinklig zu A und schneidet A in einem Punkte m', für welchen $\overline{m'a} = \overline{ac}$ oder $\overline{m'e} = \overline{dc}$ gilt; die Polare C_2 von c bezüglich Γ_2 wird in bekannter einfacher Weise construirt. Die Polaren C_1, C_2 liefern den Punkt c', und der Kreis K ist durch den Durchmesser $c'q'$ vollkommen bestimmt. Es ist klar, dass der Mittelpunkt c_k von K auf der Directrix D liegen muss.

Es handet sich nun um den der Grundlinie Γ_1 homothetischen Kegelschnitt Π_0. Die Parabel Γ_1 berührt die unendlich ferne Gerade

U_∞ in dem unendlich fernen Punkte u_∞ der Axe A; demselben ist bezüglich Γ_1, Γ_2 der unendlich ferne Punkt v_∞ von D conjugirt; die der Curve Π_0 entsprechende Gerade P_0 berührt somit die Hyperbel T im Punkte v_∞ und fällt also mit der betreffenden Asymptote von T zusammen, d. h. P_0 geht durch c parallel zu D.

Der Punkt c' gehört der Parabel Π_0 an; dasselbe lässt sich von dem Schnittpunkte m' von C_1 mit A zeigen. Da nämlich P_0 die Polare von m' bezüglich Γ_1 ist, so liegt der dem Punkte m' bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirte Punkt m auf dieser Polaren; gehört aber m der Geraden P_0 an, so ist m' ein Punkt von Π_0.

Um die Lage von m auf P_0 zu bestimmen, denken wir uns von den Eckpunkten des Dreieckes $m'o_2c$ Senkrechte zu den gegenüberliegenden Seiten gefällt; diese Senkrechten schneiden sich bekanntlich in einem Punkte i, dem sogenannten Höhenpunkte des Dreieckes. Denken wir uns dieses Dreieck in der zu A rechtwinkligen Richtung derart verschoben, dass der Eckpunkt m' mit dem Punkte c' zusammenfällt, so fällt offenbar der Stral $m'i$ mit der Polare C_2 (die ja durch c' geht und zu co_2 rechtwinklig ist) zusammen; der Höhenpunkt i kommt in einen Punkt f zu liegen, welcher offenbar der Pol von A bezüglich Γ_2 ist; der Stral ic erscheint in seiner neuen Lage als Polare von m' bezüglich Γ_2 (da diese Polare durch f geht und zu $m'o_2$ rechtwinklig ist). Diese Polare schneidet nun P_0 in dem gesuchten Punkte m, welcher somit als die neue Lage des Punktes c erscheint und daher der Gleichung $\overline{cm} = \overline{m'c'}$ genügeleistet.

Wir haben so eine Hauptsehne $m'c'$ der zu Γ_1 homothetischen Parabel Π_0 bestimmt; die Axe A_0 dieser Curve geht durch den Halbirungspunkt von $m'c'$. Um den Scheitel n' von Π_0 zu construiren haben wir zu berücksichtigen, dass die Punktepaare $m'c'$, $n'u_\infty$ auf Π_0 einander harmonisch trennen; dasselbe muss von den ihnen entsprechenden Paaren mc, nv_∞ von P_0 Geltung haben. Der Punkt n, welcher dem Scheitel n' von Π_0 bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirt ist, halbirt somit die Strecke $\overline{cm}$ und liegt deshalb auf der Axe A_0 von Π_0. Die Polare des Punktes n bezüglich Γ_1 geht durch m' und ist rechtwinklig zu der Geraden ed_0, wenn d_0 den Schnittpunkt von A_0 mit D bezeichnet; diese Polare bestimmt auf A_0 den Scheitel n'.

Nachdem so die nöthigen Bestimmungselemente der Parabel Π_0 abgeleitet sind, beziehen wir Π_0 perspectivisch ähnlich auf Γ_1; wir führen durch den Scheitel a die Sehne am_1 von Γ_1 parallel zu $m'n'$; die Stralen $m'm_1$, $n'a$ liefern das Ähnlichkeitscentrum ω, welches nun in analoger Weise wie oben zu verwenden ist.

In einfachster Form erfordert die Bestimmung der Kegelschnitte K, Π_0 folgende Operationen:

Man projicire o_2 in die Axe A orthogonal nach a und trage von diesem Punkte auf A die Strecke $\overline{ac}$ gleich dem Parameter der Parabel auf. Dadurch erhält man den Punkt c; der Punkt q' liegt auf der Geraden o_2c so, dass $\overline{cq'} = \overline{o_2c}$. Zu c bestimmt man den bezüglich Γ_1, Γ_2 conjugirten Punkt c' und hat so den Durchmesser $c'q'$ des Kreises K gefunden. Die Axe A_0 der Parabel Π_0 ist parallel zu A und halbirt die Entfernung $c'm'$ des Punktes c' von A. Die Axe A_0 schneidet D in d_0; führt man nun durch m' eine Senkrechte zu ed_0, so trifft dieselbe die Axe A_0 in dem Scheitel n' von Π_0.

Wir haben in dem Vorhergehenden die Axen der Kegelfläche $(s\ \Gamma_1)$ unter der Voraussetzung construirt, dass die Grundlinie Γ_1 vollständig dargestellt ist. Sollte dies nicht der Fall sein, so kann man nichtdestoweniger in derselben Weise verfahren, wenn ein vollständig dargestellter Kegelschnitt Δ zur Verfügung steht, welcher dann insofern an die Stelle von Γ_1 tritt, als man neben dem Kreise K den zu Δ homothetischen Kegelschnitt Π_0 des Netzes zu bestimmen und auf Δ perspectivisch ähnlich zu beziehen hat.

13.

Příspěvky k theorii řad nekonečných.

Napsal **Matyáš Lerch** a předložil prof. dr. F. Studnička dne 13. března 1885.

V následujících řádcích hodlám poukázati na důležitou generalisaci kriterií konvergence řad nekonečných, k níž jsem byl veden svými studiemi o podstatě čísel irracionalných.

Poněvadž pak i tento předmět poskytuje zajímavosti, odhodlal jsem se tuto několika slovy vzpomenouti nejzákladnějších pojmův analyse.

Připisuje toliko číslu racionalnému arithmetickou existenci, nahražuji nicméně geometrický pojem veličiny irracionalné *skutečným útvarem arithmetickým.*

Předepsánli určitý zákon, dle něhož lze vyvoditi jakýkoli počet racionalných čísel $a_1\ a_2\ a_3\ .\ .\ .\ a_\nu\ .\ .\ .\ .$ jednoznačně přiřaděných prv-

kům přirozené řady číse 11, 2, 3, . . . ν, . . . pak pravíme, že je nám dána neomezená řada veličin $a_1\, a_2\, a_3 \ldots.$

Jeli nám dána neomezená řada veličin

$$(1) \qquad a_1, a_2, a_3, \ldots . a_\nu, \ldots .$$

té vlastnosti, že lze volbou dostatečně velikého ν učiniti rozdíl $a_{\nu+\mu} - a_\nu$ pro všecka kladná μ libovolně malým, nazýváme ji *posloupností číselnou* (a_ν).

Dvě číselné posloupnosti (a_ν) a (b_ν) jsou rovnomocny, $(a_\nu) \sim (b_\nu)$, klesáli rozdíl $a_\nu - b_\nu$ s rostoucím ν pod každou mez.

Souhrn všech posloupností rovnomocných s posloupností danou (a_ν) tvoří *limitu.* Tato je stanovena kteroukoli z těchto posloupností, z nichž každá naopak považována býti může za representant limity.

Limitu obsahující posloupnosť (a_ν) znamenejme $\lambda\iota\mu(a_\nu)$. Jeli pak $(a_\nu) \sim (b_\nu)$, bude dle definice $\lambda\iota\mu\,(a_\nu) = \lambda\iota\mu\,(b_\nu)$.

Posloupnosť $\left(1 - \frac{1}{2^\nu}\right)$, t. j.

$$1 - \frac{1}{2},\; 1 - \frac{1}{4},\; 1 - \frac{1}{8}, \ldots . 1 - \frac{1}{2^\nu}, \ldots .$$

je rovnomocná s posloupností

$$1, \quad 1, \quad 1, \quad \ldots . \quad 1, \quad \ldots .$$

kterou znamenejme (1), t. j. máme

$$\left(1 - \frac{1}{2^\nu}\right) \sim (1) \quad \text{čili} \quad \lambda\iota\mu\left(1 - \frac{1}{2^\nu}\right) = \lambda\iota\mu(1).$$

Takovéto limity obsahující jednu posloupnosť rovných prvků, takže všecky prvky a_ν jsou rovny racionalnému číslu a, zoveme *racionalnými*, píšíce a místo $\lambda\iota\mu\,(a)$.

Limity nemající tuto vlastnosť zoveme irracionalnými.

Tato okolnosť, že existují limity racionalné, vede nás přirozeně k tomu, abychom se snažili vždy nahraditi čísla limitami racionalnými, a pak vyšetřili, nemáli nalezená vlastnosť limity racionalné platnosť pro všecky limity vůbec. Takým způsobem se podaří všecky zákony formalné přenésti z čísel na limity racionalné a odtud na všecky limity bez rozdílu. To jest také vždy vodítkem jakožto princip permanence zákonů formalných při generalisaci pojmův elementarných. —

V následujícím uvažovány jsou soustavy nekonečné hodnot racionalných neb irracionálných či ve smyslu geometrickém soustavy bodů v počtu neomezeném.

Dánali taková soustava (a_ν) bodů řadou hodnot

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_\nu,\ \ldots\ldots$$

jejíž prvky jsou buď vesměs různy aneb i částečně neb vesměs rovny, nazýváme *arithmetickou derivací* soustavy (a_ν) a značíme $\underset{\nu=\infty}{D}(a_\nu)$ soustavu oněch bodů, které buď 1) přicházejí v řadě (a_ν) na nekonečném počtu míst, aneb 2) které jsou body hromadnými prvků z (a_ν), t. j. body x té vlastnosti, že pro každé sebe menší δ přicházejí prvky z (a_ν) v intervallu $(x-\delta\ldots x+\delta)$.

Ve zvláštním případě, kdy rozdíl $a_{\nu+\mu}-a_\nu$ je pro dosti veliká ν libovolně malým, je $\underset{\nu=\infty}{D}(a_\nu)=\underset{\nu=\infty}{lim}\, a_\nu$. Jeví se tu tedy arithmetická derivace jako rozšíření pojmu čísla a hodnoty mezné. Od *Cantorovy soustavy odvozené* liší se tento pojem tím, že tato sestává pouze z bodův hromadných nevšímajíc si bodů nekonečněkrát opakovaných.

Jakožto příklady stůjtež zde následující:

a) Arithmetická derivace soustavy $a_\nu = \sin \nu x$ t. j. soustava $\underset{\nu=\infty}{D}(\sin \nu x\pi)$ pozůstává buď z konečného počtu bodů položených v intervallu $(-1\ldots\ldots+1)$ aneb na mezích, je-li x racionalné, a ze spojitého intervallu $(-1\ldots\ldots+1)$, je-li x irracionalné.

b) Soustava zakončených zlomků decimalních intervallu $(0\ldots\ldots 1)$ uvedena býti může v řadu

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ldots a_\nu\ \ldots\ldots,$$

v níž $a_1 = 0{\cdot}1$, $a_7 = 0{\cdot}7$, $a_{723} = 0{\cdot}723$ atd., takže

$$a_1 = a_{10} = a_{100} = \ldots\ldots,\quad a_2 = a_{20} = a_{200} = \ldots\ldots \text{atd.}$$

Arithmetická derivace sestává pak ze spojitého intervallu $(0\ldots\ldots 1)$, t. j.

$$\underset{\nu=\infty}{D}(a_\nu) = (0\ \ldots\ldots\ 1)$$

c) Znamenáme-li symbolem $\nu_0,\ \nu_1,\ \nu_2,\ \ldots\ldots$ prvou, druhou, třetí atd. číslici od levé strany čísla ν v soustavě dekadické, tak že na př.

$$869_0 = 8,\quad 869_1 = 6,\quad 869_2 = 9,$$

bude míti soustava bodů

$$a_\nu = \sum_{\lambda=0}^{\nu} \frac{\nu_\lambda}{10^{2\lambda+1}}$$

za derivaci dokonalou soustavu bodů

$$x = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c_\nu}{10^{2\nu+1}}$$

kde c_ν značí kterékoli číslo řady 0, 1, ... 9.

Tento pojem arithmetické derivace nekonečné soustavy osvědčuje se zvlášť užitečným v nauce o konvergenci řad nekonečných, což ukázati je hlavním předmětem této zprávy.

Je známo, že řada kladných sčítanců

$$U = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_\nu + \ldots$$

má konečný součet, je-li hodnota $\lim\limits_{\nu=\infty} \frac{u_{\nu+1}}{u_\nu} = a$ menší než 1, a diverguje pro $a > 1$, kdežto pro případ $a = 1$ vyšetřena celá řada různých kriterií. Zdá se, že analysté považovali za samozřejmou a nevyhnutelnou podmínku, aby hodnota $\lim \frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}$ existovala. Nechť tomu však jakkoli, případ, kdy se $\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}$ pro nekonečně rostoucí ν žádné určité hodnotě neblíží, nebyl dosud uvažován, ačkoli není nesnadno zobecniti známá kriteria i pro tento případ.

Co v jednoduchém případu poskytuje $\lim \frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}$, to nám podává naše arithmetická derivace $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$, jakož praví následující věta:

„Jsou-li veškery prvky soustavy $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$ menší jednotky, konverguje řada kladných členů $\sum\limits_0^\infty u_\nu$."

„Pro divergenci stačí již podmínka, aby existovalo určité kladné celistvé číslo n, tak aby pro všecka kladná ν platila okolnosť

$$\frac{u_{n+\nu+1}}{u_{n+\nu}} \geqq 1, \ (\nu = 0, 1, 2 \ldots).\text{"}$$

Důkaz třeba poskytnouti pouze pro prvou část věty, ana je druhá samozřejmou.

Jsou-li veškery hodnoty soustavy $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$ menší jednotky, pak existuje kladný zlomek ξ', jejž žádná z těchto hodnot nepřevy-

šuje; neb v opačném případě by musily hodnoty z $D\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$ přicházeti jednotce libovolně blízko, tak že by také hodnota 1 obsažena byla v uvažované derivaci arithmetické, což vyloučeno. Máme-li hodnotu ξ', můžeme voliti ξ tak, aby $\xi' < \xi < 1$, což lze zajisté nesčíslnými způsoby splniti.

Pak existuje určité (konečné) číslo n, tak aby

$$\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu} < \xi, \quad (\nu = n, n+1, n+2, \ldots.)$$

Neb kdyby takové n neexistovalo, pak by přicházelo v řadě

$$a_\nu = \frac{u_{\nu+1}}{u_\nu} \quad (\nu = 0, 1, 2, \ldots.)$$

nekonečně mnoho čísel větších neb rovných ξ; buďtež to čísla

$$a_{\mu_1}, a_{\mu_2}, \ldots a_{\mu_\lambda}, \ldots.$$

Ana se tato čísla vyskytují v počtu nekonečném, musí jich soustava míti arithmetickou derivaci $\underset{\lambda=\infty}{D}\left(a_{\mu_\lambda}\right)$, jejíž prvky se nalezají v intervallu $(\xi \ldots \infty)$ a tedy převyšují ξ'. Avšak prvky tyto náležejí též soustavě $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$ a nemohou převyšovati ξ'. Následovně musí existovati číslo n řečené vlastnosti. Pak ale obdržíme násobením nerovností

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < \xi, \quad \frac{u_{n+2}}{u_{n+1}} < \xi, \ldots. \quad \frac{u_{n+\nu}}{u_{n+\nu-1}} < \xi$$

následující nerovnost

$$u_{n+\nu} < \xi^\nu . u_n,$$

takže

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} u_{n+\nu} < u_n \sum_{\nu=0}^{\infty} \xi^\nu = u_n . \frac{1}{1-\xi}$$

je řadou konvergentní, a tedy také řada $\sum_0^\infty u_\nu$ konverguje.

Následující kriteria uvádím zde bez důkazu, ana jsou takměř samozřejma.

„Řada kladných členů $\sum_0^\infty u_\nu$ konverguje, sestává-li arithmetická derivace $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\sqrt[\nu]{u_\nu}\right)$ soustavy $\left(\sqrt[\nu]{u_\nu}\right)$ z hodnot vesměs menších jed-

notky. Obsahuje-li však tato soustava $\left(\sqrt[\nu]{u_\nu}\right)$ mezi svými prvky též nekonečný počet prvků rovných neb převyšujících jednotku, diverguje řada $\sum\limits_0^\infty u_\nu$."

„Řada $\sum\limits_0^\infty u_\nu$ konverguje, existuje-li určité kladné n tak, aby platila nerovnosť

$$\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu} < 1 \quad (\nu = n,\ n+1,\ n+2, \ldots),$$

a sestává-li arithmetická derivace $\underset{\nu=\infty}{D}\left\{\nu\left(1-\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)\right\}$ z hodnot vesměs větších jednotky.

Diverguje však řada Σu_ν, jakmile existuje určité kladné n, tak aby $\nu\left(1-\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right) \leqq 1$ pro $\nu = n,\ n+1,\ n+2 \ldots\ldots$"

Nejčastěji zajisté přicházejí řady, v nichž soustava

$$\underset{\nu\ \ \infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$$

obsahuje hodnoty menší i větší jednotky. Že se takové případy vyskytují, ukazují následující dvě *konvergentní* řady:

a) $$\sum_{\nu=0}^{\infty}\left\{\frac{1+(-1)^\nu}{2^\nu}+\frac{1-(-1)^\nu}{\nu^2}\right\}=\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{2^{2k-1}}+\frac{2}{(2k+1)^2}\right\}$$

Jelikož tu $u_\nu = \frac{1+(-1)^\nu}{2^\nu} + \frac{1-(-1)^\nu}{\nu^2}$, sestává $D\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right)$ z bodů $\lim\limits_{k=\infty}\frac{(2k+1)^2}{2^{2k+2}} = 0$ a $\lim\frac{2^{2k}}{(2k+1)^2} = \infty$, tedy

$$\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right) = (0,\ \infty)$$

b) Značí-li $[\lambda k]$ celky (charakteristiku) obecného logarithmu čísla k, je-li δ libovolné kladné číslo menší jednotky, g větší jednotky, ale tak, aby $\delta\sqrt{g} < 1$, bude řada s obecným členem

$$u_k = \delta^{k-[\lambda k]}\, g^{[\lambda k]} \cdot \frac{1+[\lambda k]}{2}$$

konvergovati, při čemž $\underset{\nu=\infty}{D}\left(\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}\right) = (\delta,\ \infty)$ sestává z bodů δ a ∞.

14.

Nové vytvořování svazku kuželoseček.

Napsali: **J. S. a M. N. Vaněček** a předložil prof. dr. Fr. Studnička dne 13. března 1885.

I.

1. Při vytvořování kuželoseček po způsobu Mac-Laurinovu, obdrželi jsme též vytvoření křivky následující:

Pohybuje-li se trojúhelník *MNO* tak, že jeho strany *M, N, O* točí se kolem tří pevných bodů *m, n, o* a jeho vrcholy *MO, NO* probíhají pevnou kuželosečku *K,* pak třetí vrchol *MN* popisuje křivku 4. řádu se třemi dvojnými body, z nichž dva jsou body *m, n.*

Duálně:

Pohybuje-li se proměnný trojúhelník *mno* tak, že jeho vrcholy *m*, *n*, *o* probíhají tři pevné přímky *M*, *N, O* a dvě strany *mo*, *no* dotýkají se pevné kuželosečky *K*, pak třetí strana *mn* obaluje křivku čtvrté třídy, mající tři dvojné tečny, z nichž dvě jsou přímky *M, N.*

2. Předpokládejme, že přímka *O* předešlé poučky prochází průsekem *s* přímek *M*, *N.*

V tomto případu se křivka obalová *(C)* přímky *C*, či strany *mn*, hybného trojúhelníku *mno* rozpadá v křivku vlastní a bod *s.*

Jest patrno, že kterémukoliv bodu *O* roviny odpovídají všeobecně dvě přímky *C,* neboť strana *mo* hybného trojúhelníku protíná přímky *M*, *N* pořadem v bodech *m*, n_1, a právě tak strana *no* protíná tytéž přímky v bodech m_1, *n.* Spojnice *mn*, m_1n_1 těchto bodů jsou tečny křivky *(C),* které odpovídají zvolenému bodu *O.*

Máme-li sestrojenu jednu tečnu *mn* kuželosečky *(C)* a chceme-li sestrojiti druhou tečnu z bodu *m* přímky *M* vycházející, veďme druhou tečnu z tohoto bodu ku *K* až protne *O* v bodu o_1. Druhá tečna z tohoto bodu ku *K* vedená, protíná *N* v bodu n_1, jímž prochází hledaná druhá tečna křivky *(C).*

Pozorujme nyní *s* jakožto bod *o.* Každá z přímek *mn*, m_1n_1 dává svazek přímek mající v *s* svůj střed, kterýžto bod *s* je tudíž částí a to dvojnásobnou křivky *(C).* Z toho následuje, že druhá část této křivky jest druhé třídy, či kuželosečka.

Přihlédněme nyní ku vzájemné poloze této kuželosečky odvozené z přímky O, procházející bodem s, s kuželosečkou K, kterou nazveme základní.

3. Pozorujme opět bod o přímky O. Tečna z něho ku K vedená, protíná M, N pořadem v bodech m, n_1, a druhá tečna v bodech m_1, n. Tyto dvě tečny a přímky mn, m_1n_1 tvoří úplný čtyrstran, jehož dva vrcholy jsou na M, dva vrcholy na N a jeden na O, při čemž dvě jeho strany jsou tečnami kuželosečky K. Přihlížíme-li pouze k podstatným částím vytvořených útvarů můžeme vysloviti následující poučku:

Pohybuje-li se úplný čtyrstran v rovině tak, že jeho dva protilehlé vrcholy m, m_1 probíhají pevnou přímku M, druhé dva protilehlé vrcholy n, n_1 probíhají jinou stálou přímku N a pátý vrchol o šine se po pevné přímce O, která prochází průsekem s prvých dvou přímek M, N, při čemž strany mo a no dotýkají se pevné kuželosečky K, tu pak šestý vrchol o', protilehlý vrcholu o, probíhá přímku O, která prochází též bodem s, a druhé dvě jeho úhlopříčny mm_1 a nn_1 jsou stálé, a třetí oo' točí se kolem pevného bodu p, který je pólem přímky O vzhledem ku K.

Přímka O' je harmonicky sdružena přímce O vzhledem ku přímkám M, N, což plyne z toho, že přímky tyto promítají z bodu s čtyry harmonicky sdružené body.

Pozorujme tento hybný čtyrstran ve dvou různých polohách. Jeho stejnojmenné strany protínají se pořadem v bodech, které leží na jediné přímce P, procházející pólem p přímky O.

Stanou-li se oba tyto čtyrstranny soumeznými, pak se ony čtyry průseky stávají dotyčnými body těchto přímek s kuželosečkami K, (C).

Přímka P stane se polárou bodu o vzhledem ku K a polárou bodu o' vzhledem ku (C). Když o probíhá přímku O, pak o' probíhá přímku O' a polára P se točí kolem pólu p přímky O vzhledem ku K aneb kolem pólu p přímky O' vzhledem ku (C).

Z toho je patrno, že z každého bodu o přímky O dostaneme přímo dvě tečny i s dotyčnými body kuželosečky (C). Tečny tyto sestrojíme uvedeným způsobem, a polára P bodu o vzhledem ku K protíná tyto tečny v hledaných dotyčných bodech s kuželosečkou (C).

4. Pozorujme průsečný bod m přímky M se základní kuželosečkou K. Tečna v něm ku K vedená protíná M v bodu m a přímku O v bodu o.

Druhá tečna z bodu o ku K vycházející protíná N v bodu n. Přímka mn jest tečnou kuželosečky odvozené (C). Poněvač pak polára bodu o prochází bodem m, tedy protíná přímku mn, tečnu kuželosečky (C), v bodu m.

Z toho následuje, že bod m je bodem křivky (C). Zároveň z toho plyne, že můžeme ihned přímo sestrojiti tečnu kuželosečky (C) v tomto bodu.

Kuželosečka (C) prochází průsečnými body přímek M, N s kuželosečkou K.

5. Zvolme na dané přímce O bod o a stanovme jednu z obou tečen kuželosečky (C), které mu odpovídají. Dostáváme takto dva body m, n na přímkách M, N. Vedeme-li z těchto bodů druhé dvě možné tečny ke K, pak tvoří tyto přímky s prvními dvěma tečnami úplný čtyrstran, jehož dva protilehlé vrcholy m, n probíhají dvě pevné přímky M, N; vrchol o probíhá přímku O, která prochází bodem průsečným s přímek M, N, tedy jeho protilehlý vrchol o_1 popisuje přímku O_1, která taktéž prochází bodem s a jest částí rozpadlé křivky, která se všeobecně skládá z kuželosečky a dvou přímek, když O zaujímá všeobecnou polohu ku přímkám M, N.

Z toho vysvítá, že tečnu mn kuželosečky (C) obdržíme ze dvou bodů roviny, jež leží na dvou přímkách O, O_1 bodem s procházejících. Tedy též kuželosečku (C) dostaneme ze dvou těchto přímek.

Jakmile je dána jedna, na př. O, tedy snadno tuto uvedeným způsobem sestrojíme druhou O_1. Této přímce přináleží přímka O'_1 dříve uvedeného druhu.

Důležitosť této druhé přímky O_1, která tvoří s O dvojinu určující kuželosečku (C) seznáme ihned z následujícího.

6. Poznamenejme průsek přímky C s kuželosečkou K písmenem o. Tečny z toho bodu ku K vedené se sjednocují a následovně i obě tečny kuželosečky (C), které jsou z bodu o odvozeny.

Z toho následuje, že tečna v průsečném bodu O s kuželosečkou K ku této vedená je zároveň tečnou kuželosečky (C).

Přímka O protíná křivku K ve dvou bodech, a taktéž jí odpovídající přímka O_1 protíná K ve dvou bodech. Tím dostáváme přímo všecky čtyry společné tečny, které mohou míti kuželosečky K, (C).

Zároveň je z toho patrno, jakou polohu může zaujati přímka O_1 vzhledem ku K, když známe polohu přímky O.

Protínají-li totiž obě přímky M, N kuželosečku K ve čtyrech reálných bodech, a přímka O taktéž v realných bodech, pak i přímka O_1 protíná K v reálných bodech.

Jsou-li průseky přímek M, N s K pomyslnými a přímka O protíná K reálně, pak i přímka O_1 musí tuto kuželosečku protínati reálně a naopak.

Protíná-li však jen jedna z přímek M, N kuželosečku K reálně a přímka O též reálně, tedy musí O_1 protínati K ve dvou pomyslných bodech a naopak.

7. Jde nám ještě o stanovení dotyčných bodů společných tečen kuželosečkám K, (C) s touto poslední, což odvodíme z této krátké úvahy. —

Viděli jsme, že polára libovolného bodu o přímky O vzhledem ku K stanoví dotyčné body na tečnách odvozených z tohoto bodu a dále, že přímka ta je zároveň polárou bodu o' přímky O' vzhledem ku (C).

Poněvač v tomto případu bod o leží na K, tedy tečna v něm vedená je jeho polárou. Tečny kuželosečky (C), které jsou odvozeny z o, sjednocují se s toutou polárou a protínají se v celé rozsáhlosti; avšak víme, že bod ten má se nalézati na přímce O'. Z toho je patrno, že

přímka O' protíná tečny vedené ku K v průsečných bodech přímky O s touto kuželosečkou, v dotyčných bodech s kuželosečkou (C).

Totéž platí pro sdruženou přímku O_1 přímce O.

Dostali jsme takto všecky čtyry společné tečny kuželosečkám K, (C) a zároveň i jejich dotyčné body s těmito kuželosečkami.

8. Shrneme-li tuto obdržené vlastnosti v jedno, můžeme pro vytvoření kuželosečky (C) vysloviti následující poučku:

Pohybuje-li se proměnný trojúhelník mno tím způsobem, že jeho vrcholy m, n, o probíhají pořadem tři pevné přímky M, N, O, které procházejí jedním bodem, a jeho dvě strany mo, no dotýkají se dané kuželosečky K, pak třetí strana mn obaluje kuželosečku (C).

Tato kuželosečka prochází průsečnými body přímek M, N s kuželosečkou K a jest vepsána do čtyrúhelníku, jehož strany jsou tečny kuželosečky K v průsečných bodech přímky O a její sdružené přímky O_1 s K.

Duálně:

Pohybuje-li se trojúhelník MNO tak, že jeho strany M, N, O se točí kolem tří pevných bodů m, n, o a jeho dva vrcholy MO, NO probíhají kuželosečkou K, pak třetí vrchol MN popisuje kuželosečku (c).

Tato kuželosečka dotýká se tečen vedených z bodů m, n ke kuželosečce K a prochází dotyčnými body tečen vedených z bodu o a jeho sdruženého o_1 ke kuželosečce K.

9. Přímky M, N nechť protínají kuželosečku K pořadem v bodech $m, m'; n, n'$. Jejich průsečný bod budiž s.

Kterékoliv přímce M_1, procházející bodem s, náleží, jak jsme dříve seznali, určitá přímka N_1. Z těchto přímek dá se odvoditi jediná kuželosečka vzhledem ku soustavě M, N. Průseky přímek M_1, N_1 s kuželosečkou K nazveme pořadem m_1, m'_1; n_1 n'_1.

Body m, m', n, n' tvoří úplný čtyrroh, jehož úhlopříčné body pojmenujeme s, t, u a sice tak, že se protilehlé strany mm', nn', či M, N, tohoto čtyrrohu protínají v s; druhé dvě strany mn', $m'n$, či Q, P, v bodu t, a třetí mn, $m'n'$, či S, R v bodu u.

Pozorujme na příklad bod n_1 přímky N_1 a odvoďme z něho tečnu C kuželosečky (C) a hledejme, zda-li dostaneme tutéž tečnu, zaměníme-li soustavy přímek M, N; M_1, N_1 soustavami R, S; R_1, S_1.

Tato tečna C je zároveň tečnou kuželosečky K v bodu n_1 a protíná soustavu R, S v bodech r', s'. Jedna dvojina tečen vedených z těchto bodů ku K sjednocuje se s přímkou C. Obě tyto tečny jsouce soumezné protínají se v bodu n_1, který s bodem u stanoví přímku S_1.

Druhá dvojina tečen protíná se v jiném bodě než n_1 a ten opět s bodem u stanoví přímku R_1 sdruženou přímce S_1.

Provedeme-li totéž při ostatních bodech m_1, m'_1, n'_1, shledáme, že přímky R_1, S_1 procházejí těmito body a sice přímka S_1 prochází body m_1, n_1 a druhá R_1 body m'_1, n'_1, jakož i že obě přímky se protínají v bodu u, což plyne z poučky článku 3.

Nyní je potřebí dokázati, že kuželosečka povstalá ze soustavy R, S; R_1, S_1 je totožná s kuželosečkou odvozenou ze soustavy M, N; M_1, N_1.

Ona tečna v bodu n_1 ku K vedená je tečnou kuželosečky soustavy (R, S) a zároveň tečnou kuželosečky soustavy (M, N). Poněvač pak to platí o tečnách ve všech ostatních bodech m_1, m'_1, n'_1; tedy mají čtyry společné tečny, a poněvač obě tyto kuželosečky procházejí mimo to body m, m', n, n', tedy z toho následuje, že kuželosečky ty jsou skutečně totožné.

Z tohoto pochodu je zároveň patrno, že obdržíme tutéž kuželosečku (C) i když soustavu (M, N) zaměníme soustavou (P, Q).

Všech šest přímek M_1, N_1; P_1, Q_1; R_1, S_1 protíná se po dvou ve třech bodech s, t, u a po třech ve čtyrech bodech na kuželosečce

K, které jsou vrcholy úplného čtyrrohu, jehož úhlopříčné body sjednocují se s úhlopříčnými body čtyrrohu $mm'n'n$.

Pomocí této vlastnosti můžeme snadno sestrojiti přímku M_1 sdruženou přímce N_1, kterou si můžeme zvoliti a která protíná K v bodech n_1, n'_1. Spojnice těchto bodů s bodem t protínají K v bodech m_1, m'_1, které stanoví přímku M_1. Ku sestrojení potřebujeme ovšem pouze jeden z těchto bodů, neboť přímka M_1 musí zároveň procházeti bodem s.

Rozumí se, že této konstrukce lze jen tehdáž užíti, když N_1 protíná K ve dvou reálných bodech.

Sjednocují-li se body n_1, n'_1, či jinými slovy, když jest N_1 tečnou křivky K, pak jest nutně i přímka M_1 tečnou této kuželosečky a sice druhou tečnou, která z bodu s ku K je možná.

Jestliže N_1 prochází bodem t, pak se M_1 s ní sjednocuje a taktéž přímky M'_1, N'_1 se sjednocují.

O kuželosečkách odvozených z těchto zvláštních poloh přímek N_1 vzhledem ku K a t promluvíme v jiném odstavci.

Jako se přímky M_1, N_1; P_1, Q_1; R_1, S_1 protínají po dvou v diagonalných bodech úplného čtyrrohu a po třech v jeho vrcholech m, m', n, n', právě tak se protínají i přímky M'_1, N'_1; P'_1, Q'_1; R'_1, S'_1, jež mají význam přímky O' odstavce 3., po dvou v týchž bodech úhlopříčných s, t, u a po třech ve čtyrech bodech, jež leží na kuželosečce odvozené (C).

10. Protíná-li přímka M kuželosečku K ve dvou reálných a N ve dvou pomyslných bodech, a přímka O protíná-li K též ve dvou reálných bodech, pak přímka O_1 musí nutně tuto kuželosečku protínati ve dvou pomyslných bodech; neboť by jinak měly kuželosečky K, (C) čtyry společné tečny a jen dva společné body reálné.

Jestliže obě přímky M, N protínají K v pomyslných bodech, pak přímky O, O_1 protínají kuželosečku K současně v reálných neb pomyslných bodech.

Protínají-li ji v reálných bodech, pak dostáváme i průsečné body t, u ostatních soustav, avšak přímky základní určiti nemůžeme, jsou ideálné.

Jak v prvním tak i v tomto druhém případě musíme se omeziti pouze na jednu soustavu základní, a sice (M, N), druhé dvě jsou ideálné.

11. Pozorujme opět soustavu přímek M, N; O, O_1. Přímky O, O_1 přetvoří se vzhledem ku přímkám M, N v kuželosečku (C),

která prochází průsečnými body m, m_1, n, n_1 a dotýká se tečen vedených ku K v bodech průsečných této kuželosečky s přímkami O, O_1.

Považujeme-li naopak přímky O, O_1 za základní a přetvoříme-li vzhledem k nim přímky M, N, pak obdržíme novou kuželosečku (Γ), která se dotýká tečen vedených v bodech m, m_1, n, n_1 a prochází průsečnými body přímek O, O_1 s kuželosečkou K.

Kuželosečky, které mají tento vzájemný vztah, nazveme sdružené.

II.

12. Měníme-li přímku O, která prochází průsekem s pevných přímek M, N, pak se mění i kuželosečka z ní odvozená. Všecky kuželosečky takto odvozené procházejí průsečnými body m, m_1, n, n_1, jež jsou stálé, přímek M, N s kuželosečkou K. Tvoří tudíž svazek. Z toho následuje:

Svazku přímek, danému dvěma přímkama M, N, odpovídá svazek kuželoseček, který má průsečné body M, N s libovolnou kuželosečkou K za základní.

Dualně:

Přímé řadě bodu, stanovené dvěma pevnými body m, n, odpovídá osnova kuželoseček, jež má tečny, vedené z bodů m, n ku libovolné kuželosečce K, za základní.

13. Do svazku kuželoseček předešlého článku náleží i kuželosečka základní K.

Když je dán svazek kuželoseček čtyrmi základnými body m, m_1, n, n_1, pak jsou jimi dány i soustavy přímek M, N; P, Q; R, S článku 9.

V tomto případu proložíme danými základními body jakoukoliv kuželosečku K a vzhledem k ní jakož i vzhledem kterékoliv z oněch soustav přímek odvodíme ostatní kuželosečky svazku lineárně.

14. Základní body svazku kuželoseček mohou býti též dány dvěma kuželosečkami K, (C). Abychom mohli odvoditi ostatní kuželosečky takto daného svazku, musíme stanoviti přímky M, N, pomocí jichž můžeme kuželosečky ty sestrojiti.

Protínají-li se obě kuželosečky K, (C) ve čtyrech reálných bodech, pak jest úloha, nalézti přímky M, N, zároveň řešena, neboť kterýkoliv ze tří párů protilehlých stran úplného čtyrrohu mm_1 nn_1

či K, (C) můžeme považovati za hledané přímky. Avšak jinak se má věc, jestliže se kuželosečky K, (C) neprotínají v reálných bodech.

Ve článku 6. jsme viděli, že přímka O protíná kuželosečku K ve dvou bodech, a že tečny v nich ku K vedené jsou zároveň tečnami odvozené kuželosečky (C).

Vedeme tudíž souhlasné společné tečny těchto kuželoseček; tečny ty protínají se v bodu u. Polára tohoto bodu vzhledem ku K je přímka O a vzhledem ku (C) je přímka O'; obě se protínají v bodu s.

Jde nám ještě o stanovení přímek M, N. K tomu cíli veďme bodem u libovolnou přímku V, která protíná každou z daných kuželoseček ve dvou reálných bodech, jež si po dvou odpovídají.

Vedeme-li v těchto bodech tečny ke kuželosečkám K, (C), obdržíme úplný čtyrstran. Jeho dvě strany, které jsou tečnami téže kuželosečky, protínají se v bodu, který leží na jedné z přímek O, O'. Tečny ve dvou sobě odpovídajících bodech, [jeden na K a druhý na (C)], protínají se v bodu, který leží na jedné z přímek M, N. Druhá taková dvojina tečen dává druhý bod téže přímky, která pak prochází bodem s. Ostatní dvě dvojiny stran dávají dva vrcholy čtyrstranu, které stanoví druhou z přímek M, N.

15. Dříve než přikročíme k určování druhů kuželoseček obsažených ve svazku odvozeném, přihlédněme ku zvláštním polohám přímky O svazku (s), ze kterých se dostávají kuželosečky rozpadlé.

Připamatujeme si, že body s, t, u odstavce 9. jsou vrcholy polárného trojúhelníka. Z toho následuje, že přímka st je polárou bodu u. Považujme ji za přímku O, ze které máme odvoditi kuželosečku.

Poněvač přímky mn, $m_1 n_1$ procházejí bodem u, tedy jejich póly leží na přímce st. Stanovíme-li tečny křivky (C) odvozené z těchto bodů, shledáme, že se sjednocují s jejich polárami a tudíž dotyčné body jsou neurčité; kuželosečka (C) dotýká se přímek mn, $m_1 n_1$ v celé rozsáhlosti. Z toho následuje, že přímky mn, $m_1 n_1$ tvoří dvojinu přímek, ve které se kuželosečka odvozená ze přímky st rozpadla.

Tutéž rozpadlou kuželosečku obdržíme z tečen kuželosečky K vedených z bodu u. Zrovna tak obdržíme z tečen vedených z bodu s ku K přímky M, N jakožto rozpadlou kuželosečku. Tyto tečny jsou sdružené přímky O, O_1.

Prochází-li přímka O bodem u, pak je polárou bodu t, a právě takovým způsobem jako před tím odvodíme, že kuželosečka z ní odvozená, rozpadá se v přímky mn_1, $m_1 n$.

Shrneme-li tyto výsledky v jeden, obdržíme následující poučku:

Přímky, které procházejí diagonálnými body úplného čtyrrohu mm_1nn_1, stanoveného základními přímkami M, N a kuželosečkou K, a pak tečny, které vycházejí z průsečného bodu s přímek M, N, přetvoří se ve tři kuželosečky, z nichž každá se rozpadá ve dvě protilehlé strany tohoto čtyrrohu.

16. Pozorujme průsečný bod o kterékoliv přímky O svazku (s) s kuželosečkou K. Tečny vedené z tohoto bodu ku K sjednocují se; taktéž tečny odvozené kuželosečky (C) s ní spadají v jedno.

Z toho následuje:

Veškeré body kuželosečky K dávají tuto křivku jakožto kuželosečku odvozenou, která náleží taktéž do svazku kuželoseček.

K témuž výsledku dospějeme, když předpokládáme, že přímka O sjednocuje se s některou z pevných přímek M, N; přímka O_1, s ní sdružená, sjednocuje se pak s druhou. Neboť tečny vedené z libovolného bodu takové pevné přímky jsou zároveň tečnami kuželosečky (C) a polára toho bodu je protíná v dotyčných bodech s K.

Tedy:

Pevné přímky M, N přetvořují se v kuželosečku základní.

17. Opišme kuželosečce K rovnoběžník tak, aby jeho strany byly rovnoběžné s přímkami M, N. Dva jeho protilehlé vrcholy označme a, a_1 a druhé b, b_1.

Vrcholy a, a_1 dávají týž úběžný bod křivky (C), neboť dávají úběžnou přímku C, a jejich poláry jsouce spolu rovnoběžné, protínají tuto úběžnou přímku v bodu dotyčném.

Z toho je patrno, že přímky as, a_1s dávají kuželosečku (C), která se dotýká úběžné přímky roviny či která je parabolou.

Poněvač pak druhá dvojina vrcholů b, b_1 dává taktéž jednu takovou kuželosečku svazku, tedy vidíme, že ve všeobecném svazku kuželoseček vyskytují se nejvýše dvě paraboly.

Osy obou těch parabol co do směru jsou určeny během polár bodu a neb a_1 a bodu b neb b_1. Ty pak jsou opět rovnoběžné s úhlopříčnami obepsaného rovnoběžníku. Z toho následuje, že

kdyby tento rovnoběžník měl úhlopříčny k sobě kolmé, tedy též paraboly mají k sobě kolmé osy.

18. Má-li některá tečna C kuželosečky (C) obsahovati dotyčný bod, který leží v nekonečnu, tedy musí ji protínati polára bodu o, ze kterého je C odvozena, též v nekonečnu.

V tomto případu obdržíme dva podobné trojúhelníky, které mají společný vrchol o, společné dvě strany, jež jsou tečnými ke kuželosečce K, a druhé dvě strany jsou spolu rovnoběžné.

Pohybují-li se trojúhelníky, které jsou v takovéto souvislosti, tedy vrchol o popisuje dvě kuželosečky L, L_1, z nichž každá se dotýká dvakráte kuželosečky K.

Jedna z nich prochází body a, a_1 předešlého článku, a přímky as, a_1s dotýkají se jí v těchto bodech. Při druhé jsou to opět body b, b_1 a přímky bs, b_1s.

Jelikož od každé známe dvě tečny a jejich dotyčné body, tedy potřebujeme k dalšímu sestrojení pouze ještě jeden bod, který se snadno určí.

Přímka O, která prochází bodem s, protíná jednu z těchto kuželoseček L, L_1 ve dvou reálných neb pomyslných bodech, které dávají pak dva reálné neb pomyslné body úběžné kuželosečky odvozené.

Z bodu s vycházející tečny ku L jsou na př. přímky as, a_1s, které pak dávají parabolu, poněvadž oba průsečné body stávají se soumeznými a tedy i bodu úběžné odvozené kuželosečky.

Prochází-li přímka O jedním z prázných prostorů mezi kuželosečkami L, L_1, to je neprotíná v reálných bodech, pak její sdružená O_1 prochází druhým prázným prostorem.

Z toho je patrno, že přímky O, které protínají jednu z kuželoseček L, L_1, dávají hyperboly svazku a druhé ellipsy.

Můžeme tedy vysloviti známou poučku:

Ve svazku kuželoseček daném čtyrmi základními body jest jedna skupina hyperbol a jedna skupina ellips, jež jsou od sebe odděleny dvěma parabolami. Mimo to rozpadají se tři kuželosečky tohoto svazku ve tři dvojiny přímek, jež jsou protilehlými stranami úplného čtyrrohu daného oněmi čtyrmi základními body svazku.

19. Důležito jest, že tímto způsobem snadno obdržíme svazek kuželoseček, který je dán čtyrmi reálnými neb dvěma reálnými a dvěma pomyslnými aneb konečně čtyrmi pomyslnými základními body.

20. Přímka O svazku (s), která protíná kuželosečku L, ve dvou reálných bodech, přemění se v hyperbolu, a poláry těchto průseč-

ných bodů mají týž běh jako její asymptoty, neboť obsahují úběžné body této kuželosečky.

Poněvač tyto průsečné body přímky O s L leží na přímce procházející bodem s, tedy jejich poláry protínají se na poláře bodu s vzhledem ke kuželosečce K.

Mají-li býti k sobě kolmé, tedy se musí nalézati jejich průsek též na kružnici, která obsahuje vrcholy pravých úhlů opsaných polární kuželosečce L' kuželosečky L vzhledem ku K.

Průsečné body této kružnice s polárou bodu s dávají dvě sdružené přímky O, O_1, ze kterých, když se odvodí kuželosečka, pak má k sobě kolmé asymptoty, či jinými slovy jest rovnostrannou hyperbolou.

Obdržíme takto rovnostrannou hyperbolu ve svazku kuželoseček.

21. Předpokladejme rovnostrannou hyperbolu K a přímky M, N rovnoběžné s jejími asymptotami.

Svazek kuželoseček takto stanovený má dva základní body v konečnu a dva nekonečnu. V těchto posledních dvou bodech sestrojíme snadno stěny každé kuželosečky svazku; jsou vesměs rovnoběžny s asymptotami kuželosečky K a protož stojí na sobě kolmo. Jinými slovy: takto vytvořený svazek kuželoseček skládá se ze samých rovnostranných hyperbol a ze tří dvojin přímek.

22. Když je K všeobecná hyperbola a jedna z pevných přímek M, N je úběžná, pak celý svazek se skládá ze samých hyperbol, poněvač má dva základní body v nekonečnu.

Rozumí se, že místo těchto pevných přímek mohou se vzíti dvě rovnoběžné s asymptotami, jakožto druhá soustava přímek.

23. Pozorujme jakoukoliv parabolu jakožto základní křivku K a učiňme jednu z pevných přímek M, N průměrem této paraboly.

V tomto případu se dva sousední vrcholy opsaného rovnoběžníku aba_1b_1 sjednocují a tu dostáváme pouze jedinou parabolu ve svazku, a sice parabolu K; neboť sjednocuje-li se přímka O s jednou z přímek M, N, tedy je kuželosečka (C) totožná s K. Zde patrně přímka O či as sjednocuje se s M neb N, protože a leží na ní (článek 16).

Ostatní kuželosečky svazku jsou hyperbolami, poněvač mají jeden základní bod v nekonečnu a v tom různé tečny.

Zároveň z toho plyne, že ve svazku kuželoseček, který se skládá ze samých hyperbol, vyskytuje se jediná parabola.

24. Pozorujme případ, když soustava přímek M, N má tu zvláštní polohu ke kuželosečce K, že jedna z nich se jí dotýká v bodu a, druhá soustava základních přímek se s ní sjednocuje, a třetí soustava

pak jsou dvě přímky protínající se v dotyčném bodu přímky prvé soustavy.

Rozumí se, že, jestli druhá přímka první soustavy neprotíná kuželosečku v reálných bodech, že i třetí soustava přímek je pomyslná.

Pro tuto uvedenou soustavu přímek M, N obdržíme svazek kuželoseček, které se v onom dotyčném bodu a dotýkají.

25. Uveďme ještě ten případ, že přímka M se dotýká kuželosečky K v bodu a a druhá přímka N prochází tímto dotyčným bodem.

Poněvač všecky kuželosečky svazku procházejí průsečnými body přímek M, N s K, a zde se tři z nich stávají soumeznými, tedy z toho vychází, že veškeré kuželosečky svazku v bodu a lnou ke kuželosečce K, či jinými slovy, že mají v bodu a dotyk druhého stupně.

Jak v tomto svazku, tak i v onom předešlého článku vyskytují se dvě paraboly, jak z rovnoběžníku opsaného kuželosečce K vysvítá.

26. Doposud jsme přetvořovali přímky O, které procházejí průsekem s přímek M, N a to vzhledem k těmto posledním přímkám a vzhledem ke kuželosečce K.

Přetvořujeme-li naopak pevné přímky M, N, jež považujeme za sdružené, vzhledem ku proměnlivé dvojině přímek O, O_1, tedy obdržíme jinou soustavu kuželoseček (článek 11.), které tvoří osnovu, neboť se vesměs dotýkají čtyr přímek, které jsou tečny kuželosečky K, v průsečných bodech přímek M, N s touto křivkou.

Z toho je patrno, že, necháme-li základní přímky celé soustavy stálými, obdržíme svazek kuželoseček a naopak, měníme-li základní přímky, kdežto přímky, které se mají přetvořiti, zůstávají stálé, že obdržíme osnovu kuželoseček.

Pravíme, že tento svazek kuželoseček je této osnově s d r u ž e n ý.

27. Jak známo leží vrcholy úplného čtyrstranu, jenž stanoví osnovu kuželoseček sdruženou svazku, který je dán čtyrmi body, po dvou na přímkách spojujících úhlopříčné body úplného čtyrrohu, stanoveného těmito čtyřmi základními body svazku.

Za tou příčinou nepotřebujeme ani kuželosečku K rýsovati, nýbrž pouze na jedné ze zmíněných spojnic zvoliti bod a vésti přímky do příslušných bodů základních, ostatní dvě jsou tím již určeny a následovně celá osnova kuželoseček.

Poněvač však bod ten na oné spojnici zvolený může ji proběhnouti celou, tedy z toho vysvítá, že obdržíme nekonečně mnoho

osnov, či jinými slovy, že jednomu svazku kuželoseček je sdruženo jednoduše nekonečné množství osnov kuželoseček; též naopak.

Dvěma takovým sdruženým soustavám kuželoseček je jedna kuželosečka společná, a sice ta, kterou jsme nazvali základní.

Necháme-li svazek pevný a osnovu měníme, pak pro celé nekonečné množství těchto sdružených osnov mění se i základní kuželosečka a vyplňuje celý daný svazek.

28. Budiž dána libovolná přímka *P*; mají se určiti kuželosečky svazku, které se jí dotýkají.

Tato úloha dá se řešiti velmi jednoduše; jdeme opáčnou cestou té, na které jsme stanovili tečny odvozené kuželosečky.

Přímka nechť protíná základní přímky *M*, *N* pořadem v bodech *m, n*. Tečny vedené z těchto bodů ke kuželosečce *K* tvoří úplný čtyrstran, jehož ostatní čtyry vrcholy mají tu vlastnosť, že vždy dva a dva můžeme považovati za sdružené body o, o_1, jež s průsekem *s* přímek *M*, *N* stanoví dvě sdružené přímky, ze kterých můžeme odvoditi kuželosečku dotýkající se přímky *P*. Druhá dvojina protilehlých vrcholů stanoví jinou kuželosečku, taktéž se dotýkající přímky *P*.

Dostáváme takto dvě kuželosečky, které se dotýkají libovolné přímky v rovině.

29. Nazveme dva protilehlé vrcholy x, x_1 a druhé dva y, y_1 v onom z bodů *m, n* křivce *K* opsaném úplném čtyrstranu. Jedna jeho úhlopříčna je daná přímka *P*, či *mn*, druhá pak xx_1 a třetí yy_1. Tyto dvě poslední protínají první *mn* pořadem v bodech x', y'.

Poláry bodů x, x_1 vzhledem ku *K* protínají se, jak známo, v bodu y' a naopak poláry bodů y, y_1 protínají se v x'. Poněvač pak body ty x', y' leží na tečně *P*, odvozené z bodů x, x_1; y, y_1, tedy jsou dle článku 3. hledanými dotyčnými body dvou kuželoseček svazku s přímkou *P*.

Body x', y' jsou, jak známo, harmonicky sdružené vzhledem k bodům *m, n*. Na základě této vlastnosti sestrojíme snadno dotyčný bod dané přímky s druhou kuželosečkou, když známe dotyčný bod první kuželosečky s touto přímkou.

Sestrojení dotyčných bodů libovolné přímky s kuželosečkami svazku, jak jsme je v tomto článku byli podali, můžeme užíti vždy, nechť jsou základní body svazku kuželoseček reálnými neb pomyslnými, neboť jsou vždy dvě reálné přímky *M*, *N*, které je obsahují, a pomocí jichž můžeme konstrukci provésti.

30. Této konstrukce se dá s velikou výhodou užíti k vytvoření křivky dotyčné, to je místa bodů, ve kterých se kuželosečky daného svazku dotýkají tečen křivky dané.

Značí-li m_1, m_2 mocnosti svazků a r_1, r_2 pořadem řády křivek těchto svazků, pak je křivka dotýčná, řádu

$$m_1 m_2 [2(r_1 + r_2) - 3],$$

o čemž pojednáme na jiném místě.

Hledáme-li na příklad dotyčnou křivku svazku kuželoseček se svazkem přímek první mocnosti, obdržíme, že je třetího řádu a prochází diagonalnými body s, t, u úplného čtyrrohu, určujícího svazek kuželoseček, jakož i že jde středem svazku přímek.

15.

Analyse eines Vitriolwassers aus einem Prager Brunnen.

Vorgetragen von Prof. **Franz Štolba** am 27. März 1885.

Bei der Neuanlage eines Brunnens im städtischen Gefängnisse bei Emaus in Prag (Fišpanka) N. 374-II, welcher Brunnen im Silurschiefer (Barrandes D_4) angelegt ist, erhielt man ein Wasser von so eigenthümlicher Beschaffenheit, dass es mir zur näheren Untersuchung übergeben wurde. Frisch geschöpft war das Wasser vollkommen klar, trübte sich aber bei Luftzutritt und setzte allmählig eine reichliche Menge eines ockerfarbenen Niederschlages ab.

Der Geschmack war vitriolartig, säuerlich.

Die chemische Analyse ergab in einem Liter Wasser in Milligrammen:

Kaliumoxyd (K_2O)	21·88	Milligramme.
Natriumoxyd (Na_2O)	114·70	„
Kalk (CaO)	131·40	„
Magnesia (MgO)	130·00	„
Manganoxydul (MnO)	6·02	„
Eisenoxydul (FeO)	92·80	„
Eisenoxyd, Thonerde	Spuren.	
Chlor (Cl)	237·20	„
Schwefelsäure (SO_3)	473·70	„
Salpetersäure (N_2O_5)	31·50	„
Kieselsäure (SiO_2)	11·30	„

Ammoniak	Spuren.
Phosphorsäure	Spuren.
Organische Stoffe	Spuren.

Hienach enthielte das Wasser folgende näheren Bestandtheile, wobei die Zusammenstellung allerdings von gewissen Annahmen ausgehet.

Ein Liter des Wassers enthält Milligramme:

Schwefelsaures Eisen ($FeSO_4$)	195·91	M.
Schwefelsaures Mangan ($MnSO_4$)	12·82	„
Schwefelsaures Calcium ($CaSO_4$)	319·12	„
Schwefelsaures Magnesium ($MgSO_4$) . .	164·10	„
Salpetersaures Magnesium ($Mg(NO_3)_2$ . .	43·16	„
Chlormagnesium ($MgCl_2$)	71·92	„
Chlorkalium (KCl)	34·60	„
Chlornatrium ($NaCl$)	216·20	„
Kieselsäure (SiO_2)	11·30	„
Chlorwasserstoff (HCl)	36·99	„
Eisenoxyd, Thonerde, Phosphorsäure, Organische Stoffe, Ammoniak	Spuren.	
Summa . . .	1105·12	M.

Die auffallend grosse Menge von schwefelsaurem Eisen und Sulfaten überhaupt, ist offenbar auf einen reichlichen Gehalt an Pyrit zurückzuführen, welchen der betreffende Schiefer enthält. Es ist bekannt, dass der genannte Schiefer stets mehr oder weniger Pyrit einschliesst, und dass der letztere an manchen Orten in sehr reichlicher Menge vorhanden ist. Da er jedoch sehr leicht verwittert, so entstehen die bekannten Verwitterungsprodukte, welche auf die Bestandtheile des Schiefers einwirkend, die Bildung anderer Sulfate veranlassen, und manigfaltige Zersetzungen bewirken.

Die ansehnliche Menge von Chlornatrium und Nitraten weiset offenbar auf eine Infiltration von Wasser hin, welches reichliche Mengen der genannten Stoffe enthält, und wurde dieselbe nach mündlicher Mittheilung in der That an einer Stelle beobachtet und konnte mit Leichtigkeit verhindert werden, so dass es gelang, die eigentliche Quelle zu fassen.

Beim wiederholten Schöpfen dieses Wassers wurde nunmehr eine stete Abnahme des Gehaltes an schwefelsaurem Eisen beobachtet, so dass Hoffnung vorhanden ist, das Wasser werde bei anhaltendem Schöpfen durch Auslaugung des verwitterten Pyrits trinkbar werden.

Diese Erwartung ist um somehr berechtigt, nachdem Wasser von ähnlicher Zusammensetzung in Prag und den Vororten häufig vorkommt, und obgleich anfänglich unbrauchbar sich bei anhaltendem Schöpfen so verbessert, dass es ohne Anstand getrunken werden kann, weil die später auftretenden geringen Mengen von Eisensulfat durch den Kalkgehalt des Wassers zersetzt werden.

Hierin ist auch die Ursache des hohen Gehaltes des Prager Brunnenwassers, welches im Silurschiefer entspringt, an Sulfaten zu suchen, denn es kommt mitunter Trinkwasser vor, welches im Liter bis 1 Gramm Schwefelsäure (SO_3) in Form von Sulfaten namentlich Gyps enthält.

Der Letztere findet sich übrigens an manchen Stellen im Schiefer in sehr reichlichen Mengen in Form dünner Adern vor, und bildet selbst mitunter zollgrosse Krystalle.

Zum Schlusse sei bemerkt, dass sich die obige Analyse auf eine am 10. Feber l. J. frisch geschöpfte Probe beziehet, und dass die einzelnen Bestimmungen an sehr reichlichen Quantitäten durchgeführt werden konnten.

16.

A. O výhodném čistění zinku.
B. O chemickém rozboru několika druhů prodejného zinku.

Přednášel assistent **Ladislav Zykán**, dne 27. března 1885.

A. O výhodné methodě destilace zinku.

Mezi prácemi, jež v laboratoři techn. chemie ve větším měřitku se provádějí, jest čistění zinku, kterýž v obchodě, jak rozbory svými jsem se přesvědčil, velmi nečistý bývá a mnohdy ani takový, kterýž pod jmenem chemicky čistého se prodává, k mnohým účelům analytickým vůbec upotřebiti se nedá. Z těchže důvodů zásobuje se laboratoř techn. chemie zinkem, jehož čistění tuto se provádí.

Při prvních pokusech používáno k destilaci zinku křivulí ohnivzdorných, jež do větrní pece tak zasazeny byly, že zoban jejich z pece vyčníval a zdestillovaný zinek z něho do podstavené nádoby s vodou, chytati se mohl.

Však obtíže s křivulemi a skrovný výtěžek byly příčinou, že tento způsob čistění záhy jako nevýhodný opuštěn byl, neboť téměř

veškerý zdestilovaný zinek, aniž by z hrdla vytékal, již v tomto ztuhl a nikterak bez porušení retorty získati se nedal.

Později zavedený způsob sestával v tom, že zinek v tyglech, nejlépe v počtu tří, do sebe vsunutých se destilloval.

Do kelímku spodního (I) vpravil se zinek surový, před tím arsenu pomocí síry zbavený; do tohoto vložen byl tygl střední (II), poněkud menší tak, aby asi o $^2/_3$ své výšky od okraje prvního přesahoval; do tohoto vložil se konečně třetí tygl svrchní (III).

Tygle II a III opatřeny jsou mimo to 7 cm. ode dna, každý po třech otvorech asi 1 cm. v průměru, jimiž páry zinkové sem vstupují a tuto po částečném ochlazení na tekutý zinek se zhušťují. Otvor tygle svrchního III uzavřen jest hliněnou poklicí, kteráž ku stěnám jeho přiléhá.

Aby pak páry zinkové z aparatu unikati nemohly, omazány jsou okraje tyglů jakož i ony poklice pečlivě hlinou, dobře prohnětenou; když pak tato úplně vyschla, upravíme ve větrné peci důstatek žhavého koku, načež takto sestavený přístroj opatrně do pece uloživše, tento pozorně drobným kokem tak obkládáme, aby toliko nejspodnější tygl (I) až na několik centimetrů z koku vyčníval.

Nyní uzavřeme pec poklopem, jenž k docílení potřebného průvanu delší rourou opatřen jest, kteráž skrze okno prostrčena jsouc, obtěžující plyny odvádí.

Tou měrou, jakou kok se spaluje, obkládá se tygl občas vrstvou novou a bylo-li o udržení dostatečného žáru postaráno, jest operace během $2^1/_2$ až 3 hodin ukončena, načež aparat z pece vyjmutý vychladnouti se nechá.

První nevýhodu přístroje tohoto pozná každý již, komu úkolem, tygle tak rozebrati, aby tyto bez porušení se zachovaly. Jak ze svých několikaletých zkušeností přesvědčení jsem nabyl, jest rozebírání tyglů od sebe vždy tak obtížné, že jen s užitím větší síly a narazů provésti se dá, při čemž tygle obyčejně nepotřebnými se stávají.

Příčina, proč tak se stává, záleží v tom, že hrdla tyglů grafitových skorem vždy nepravidelná jsou, tak že vložíme-li pak takové tygle do sebe, povstávají mezi dotykajícími se místy mnohdy značné mezery, kteréž k dokonalému uzavření přístroje větším množstvím hlíny omazati se musí; tak děje se hlavně v místech, kde hoření kelímek proti „hubičce“ doleního tygle leží.

Když pak hlína tato mezi stěnami tyglů žárem stvrdla, jest odstranění její velmi nesnadným.

Sestavíme-li dále destillační přístroj z tyglů, jež *malou „obrubou“* opatřeny jsou, tu zapadnou do sebe tak, že buď plochy jejich *i pod obrubou se dotykají*, aneb povstane tím *uvnitř kolem tyglu úzký prostor*, jenž pak zinkem zde usazeným se naplňuje a tím po vychladnutí oba tygle co nejpevněji se stmelí.

Další nevýhoda *tyglového přístroje destilačního* záleží v tom, že množství zinku k destilaci určeného, *velikostí mezery* *již tygl I. a II. mezi sebou tvoří — omezena jest*; zasahuje-li tudíž *kelímek prostřední* (II) do *tygle spodního* (I) *již poněkud hlouběji*, zbude mezi nimi prostor, kterýž i při tyglech největších toliko asi 300 gr surového zinku pojmouti může. Nejvýhodnější tygle k sestavení takovéhoto přístroje destilačního jak již uvedeno jsou takové, které do sebe asi $^1/_3$nou — výšky zapadnou — obyčejně ale bývá nesnadno i z větší zásoby tygle takové vyhledati a tu pak beřeme tygle, jež buď *polovinou aneb jen* $^1/_5$ *výšky do sebe zapadnou*; *v případě prvém* jest zbývající prostor tygle I pro surový zinek *příliš malý*, v druhém případě zbývá mezi tygly pro zinek sice *dosti místa*, však *otvory k průchodu par zinkových přijdou tak blízko ke dnu*, že zdestilovaný zinek *v tyglu hořením* (II a III) jen do nepatrné výšky nashromažďovati se může — neboť dosáhl-li povrch jeho niveau otvorů, tu stéká jimi nazpět, na původní své místo.

Pozorujeme-li dále *vnější stěny kelímků* II a III *po destillaci*, jsou tyto (po rozebrání apparatu) vrstvou zdestilovaného a zde usazeného zinku na několik millimetrů pokryty a když pak tygle za účelem vyjmutí destillatu v nich nashromážděného v peci až k roztopení obsahu (zahříváme) pálíme, tu veškerý zinek na zevnějších stěnách II a III dílem shoří, dílem roztopen dolů stéká a tím v ztrátu přichází.

Dle mých zkušeností obnáší *čistý výtěžek kolem* 25%, byla-li práce za vyplnění všech podmínek provedena; obyčejně ale dostaneme *méně* a často se mně přihodilo, že po rozebrání apparatu v „jimadlech“ II a III při poněkud špatnější obsluze ničehož jsem nenabyl.

Zabývaje se po delší dobu rozluštěním tohoto problemu, dospěl jsem provedením celé řady pokusů k přístroji, kterýž pro své výhodné vlastnosti a výtěžek, jakýž tuto dosáhneme, k destilaci zinku odporučiti lze — ano dá se nyní čistění zinku jindy tak obtížné, hravě

provésti, neboť možno jedním přístrojem 3—4 kg zinku denně bez jakýchkoliv obtíží zdestilovati.

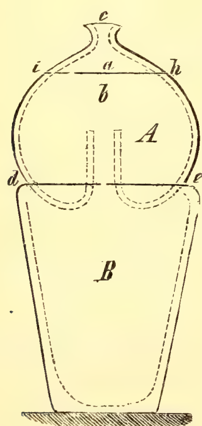
Kdežto u předešlého způsobu čistění, tygle za jímadla sloužily, upotřebuji k čistění dle svého způsobu zvláštních kulovitých nádob *A* (obr. 1.), kteréž na dně mírně zakulaceným otvorem v rouru asi 7 cm dlouhou přecházející, opatřeny jsou, jimž pak páry z tygle *B* (v němž zinek v páry se proměňuje) do vnitř jímadla (chladiče) vstupují a zde v tekutý zinek se zhušťují.

Hoření část *a* sferoidu *(A)* nechá se sejmouti a tvoří jakousi pokličku, kteráž k části *b* co nejdokonaleji přiléhati musí; ona končí „pupkem“ *c* otvorem opatřeným, kterýmž vzduch z přístroje (když tento do pece zasazen byl) uchází.

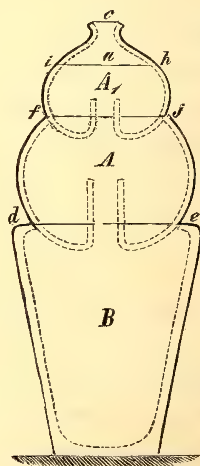
Mezi prací, když tygl *B* dostatečně rozpálen byl, jest otvor ten kouskem hlíny uzavřen.

Poklice *a* slouží k tomu, aby vnitřek jímadla přístupným byl; jedná-li se pak destillat z něho odstraniti, tu prostě pokryté jímadlo k roztopení zinku v peci zahříváme a tento po sejmutí poklice do formy aneb na nějakou podložku vylijeme.

Dle množství zinku, jež na jednou zdestillovati chci, beru buďto jeden aneb dva chladiče (jímadla).



Obr. 1.



Obr. 2.

Sestavení dvou jímadel na sebe postavených podává obr. 2. Přístroj celý skládá se z tygle *B* (obr. 1 a 2), v němž zinek se roztápí, na tom uložena jsou jímadla a sice jsou částě k sobě přiléhající tak připracovány, že ku př. posadím-li „chladič“ *A* na tygl

B, přiléhá tento k němu tou měrou, že k zamazání povstalé spáry toliko něco málo řídké hlíny potřebí, aby unikání par zinkových úplně se zamezilo, aniž by tato však do vnitř mezery vnikla.

Má-li destilace započíti, naplním tygl *B* zinkem arsenu prostým, posadím naň přiměřené jímadlo poklicí uzavřené, omažu přiléhající částě *de, fj* a *ih* řídkou hlinou, načež takto sestavený apparat do pece větrní, žhavým kokem naplněné tak uložím, aby tygl *B* kokem až na 3—4 cm od okraje obložen byl.

Aby pak asi po dvě hodiny prudký žár se udržel, nahražujeme shořený kok novým. Když byl po rozebrání přístroje zbytek po destillaci z tygle *B* odstraněn, naplní se tento (ještě horký) zinkem, načež dříve popsaným způsobem se pokračuje (otvor poklice *a* uvolníme a v příhodném okamžiku opět zahradíme).

Výtěžek obnáší zde 74—80% a poněvadž prostor tygle *B* při nasazení jímadla nikterak zmenšen není (jako při způsobu předešlém), možno k jedné destillaci 700, 1500—2000 gr zinku vzíti, při čemž toho třeba dbáti, aby přiměřeně veliká jímadla k pojmutí značnějšího destilatu upotřebena byla.

Dle množství zinku k destilaci určeného používám jímadel tří velikostí a beřu při velkém množství zinku jímadla dvě, jinak jen jedno a to druhu většího; při tom podotknouti sluší, že do množství 1 kg zinku jedno jímadlo úplně stačí.

Rozebírání přístroje nečiní dle mých zkušeností nižádných obtíži a při sebe menší pozornosti jsou jímadla kulovitá tak trvanlivá, že doposud ani jediný kus těchto mnou často upotřebených nádob při rozebírání poškozen nebyl. Dále jest ztráta zinku na zevnější straně dna jímadel usazeného velmi nepatrná, neboť toto do tygle jen asi $^1/_8$ zasahuje — (při apparatu tyglovém pokrývá destilat dle okolností až i $^4/_5$ vnějšího povrchu tyglů, čímž napotom značné ztráty povstávají).

Když pak jímadlo za účelem roztopení zinku v něm obsaženého pálíme, přijde zinek zevně na dně usazený do žhavého koku, zamezen tím částečně přístup vzduchu, což má za následek, že zinek ten jen na povrchu oxyduje, úplně ale v kysličník neshoří a tak při dalším upotřebení jímadla se zase získá. Velmi důležitým faktorem k docílení uvedeného výtěžku jest způsob, jakým tygl *B* v žáru udržujeme.

Dle toho, používám-li jedno neb dvou jímadel, topím vždy jináče.

V prvním případě pečuji o to, aby tygl jen do jisté výše v prudkém žáru se udržoval, jímadlo však mnohem slabšímu žáru vystaveno bylo.

V případě druhém může i oteplení jímadel vstoupnouti a jest do jisté míry potřebno, aby celý tygl žhoucím kokem obložen byl.

K topení béřu výhradně kok v kouscích velikosti holubího vejce a dbám toho, aby kok tak kolem tyglu uložen byl, by větší mezery se neutvořily a tím stejnoměrný žár se udržoval.

Aby pak dále klesání přístroje během manipulace se zamezilo, podložíme tygl z počátku velkým kusem koku.

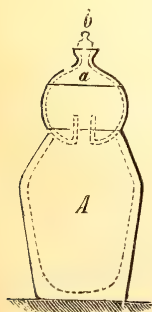
Material, z něhož kulovitá jímadla robiti nechávám, jest bílá hlína z okolí městyse Sepekova (v kraji táborském), kteráž již v dávných dobách k výrobě výborného „černého zboží milevského" upotřebována byla.

Kelímky zhotoveny jsou z červené hlíny, jež prudký žár dobře snáší a vůbec při pracích v ohni, jako výhodný a laciný material se osvědčuje.

(Jeden apparat, při němž jednotlivé částě co nejdůkladněji k sobě připracovány jsou, sestávající z tygle a jímadla, přijde mi na 80 kr., s dvěma chladiči na 95 kr.)

Aby dále jímadlo k okraji tygle na celém obvodu větší plochou přiléhalo, nechávám dělati pro čistění zinku tygle bez okraje do vnitř zahnutého a sice tak, že tento v konickou obrubu přechází a tím výhodné zapadnutí jímadla se docílí; taktéž odstraňuji „hubičky", neboť jinak k omazání těch míst více hlíny potřebí a tím škodlivé slepení nádob zaviniti se může.

Již před několika roky provedl jsem řadu pokusů, chtěje přímo v tyglovém apparatu redukcí oxydu zinečnatého, kov všech součástí i kadmia prostý připraviti, všecky práce zůstaly ale bez výsledku a to hlavně proto, že možno nebylo, větší část směse kysličníku a uhlí do tygle I vpraviti, neboť kelímkem II prostor tohoto velmi se zmenšil. Když ale destillaci zinku v změněném přístroji prováděti jsem počal, opakoval jsem též i pokusy s redukcí oxydu zinečnatého a výsledek byl překvapující, neboť jednou operací získal jsem 70 grm. prostočistého zinku.



Obr. 3.

K prácem těmto užívám tygle *A* (obr. 3.) nižšího, ale širšího než v obyčejných pří-

padech, nahoře poněkud zúženého, ten naplním asi do $^2/_3$ co nejdůkladněji promíchanou směsí oxydu a uhlí dřevěného (na hrubo rozetřeného) v poměru 1:2 a paličkou dobře stlačenou; na tygl posadím jímadlo druhu menšího, které nahoře mimo pokličku *a*, dobře přiléhající zátkou hliněnou *b* opatřeno jest.

Poklice jímadla jakož i okraj kelímku omaží se hlinou, načež po vyschnutí přístroj v peci asi po 2 až 3 hodiny v prudkém žáru se udržuje. Mezi prací jest otvor poklice volně zátkou *b* uzavřen, takže redukcí oxydu povstalý kysličník uhelnatý unikati může, přístup vzduchu ale dovnitř jímadla a tím i hoření par zinkových úplně zamezeno jest.

B. Chemický rozbor několika druhů prodejného zinku.

Při pokusech s destillací zinku podrobil jsem též některé druhy zinku, v obchodě se vyskytující, chemickému rozboru, kteréž laskavostí pana prof. F. Štolby k témuž účeli objednány byly.

Při rozborech těch přihlíženo k stanovení olova, železa, arsenu a síry — na kadmium podvrženy toliko tři vzorky.

K vůli přehledu urovnány jsou výsledky v tabulku, kdež značí:

Čís. I. Zinek ve formě plechu (Donnersmark-Hütte 10 M.-Ostrau).

Čís. II. Desky zinkové (od téže firmy).

Čís. III. Plech zinkový (Donnersmarck-Hütte 14 M.-Ostrau).

Čís. IV. Zinek roubíkový, platící za zboží arsenu a železa prosté (E. Merck-Darmstadt).

Číslo vzorku	Pb	Fe	As	Cd	S
1.	1·124	0·043	—	sledy	sledy
2.	1·267	0·027	—	—	„
3.	0·911	0·020	—	—	„
4.	0·665	0·017	—	—	„
5.	1·107	0·0007	—	—	„
6.	1·119	0·032	—	—	„
7.	1·009	0·026	sledy	sledy	„
8.	1·047	0·019	„	„	„

Čís. V. Zinek deskový, anglický (E. M. H. Zink *CO* pure).
Čís. VI.*) Zinek belgický (Vieille Montagne) } co plech.
Čís. VII. Zinek španělský } co plech.
Čís. VIII. Zinek belgický (Vieille Montagne) } co plech.

K závěrku budiž uvedeno, že nyní s destilací kadmia pokusy provádím, o nichž časem zprávy podány budou.

17.

O vytvořování křivek.

Napsali: **J. S. a M. N. Vaněček** a předložil prof. dr. Fr. Studnička dne 27. března 1885.

XX. Křivka čtvrtého řádu se třemi dvojnými body.

108. Předpokládejme, že čtyry křivky B sjednocují se v jedinou kuželosečku B_0, a že křivka B_4 přejde v bod B_4, kdežto čáry C_1, C_2, C_3, C_4 jsou přímkami (článek 39.).

Hybným obrazcem jest pětiúhelník $c_1c_2c_3c_4p$, jehož čtyry strany pc_2, c_1c_2, c_2c_3, c_3c_4 dotýkají se kuželosečky B_0 a pátá strana c_4p točí se kolem bodu B_4, při čemž jeho vrcholy c_1, c_2, c_3, c_4 probíhají pořadem přímky C_1, C_2, C_3, C_4; pátý vrchol p popisuje křivku P čtvrtého řádu.

109. Jeden její dvojný bod můžeme stanoviti přímo. První strana A či c_1p hybného pětiúhelníku dotýká se kuželosečky B_0 a prochází dvakráte bodem B_4; pátá strana c_4p či E protíná tyto dvě polohy strany A v bodu B_4, který je tudíž dvojným bodem křivky P.

Ostatní dvojné body této křivky ustanovíme pomocí pohybu dvou pětiúhelníků majících společnou stranu c_4p.

Tato přímka c_4p obaluje kuželosečku, jejíž dvě tečny, procházející bodem B_4, podávají ostatní dva hledané dvojné body křivky P. Cesta tato je obdobná oné, kterou jsme podali v kap. XIX.

Můžeme tedy vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se pětiúhelník $ABCDE$ tak, že jeho čtyry strany A, B, C, D dotýkají se pevné kuželosečky B_0, a strana E točí se kolem pevného bodu B_4, kdežto jeho vrcholy AB, BC, CD, DE šinou se pořadem po pev-

*) Poslední tři druhy zinku užívány jsou v zinkografii a sice platí tu čís. VI za zboží nejlepší, čís. VII za nejhrubší — čís. VIII má hodnotu střední.

ných přímkách C_1, C_2, C_3, C_4, pak pátý vrchol AE či p popisuje křivku P čtvrtého řádu, která má tři dvojné body, z nichž jeden je B_4.

Reciproce:

Pohybuje-li se pětiúhelník $abcde$ v rovině tak, že jeho čtyry vrcholy a, b, c, d probíhají pevnou kuželosečku B_0, a pátý vrchol šine se po pevné přímce B_4, při čemž jeho strany ab, bc, cd, de točí se kolem čtyř pevných bodů c_1, c_2, c_3, c_4, pak strana ae obaluje křivku Π čtvrté třídy o třech dvojných tečnách, z nichž jedna je přímka B_4.

110. Stanovme průsečné body křivky P s přímkami C_1, C_2, C_3, C_4.

Když se bod p nalézá na přímce C_1, pak jím procházejí strany A, B, C. Obdržíme takto hybný čtyrstran B, C, D, R, jehož vrcholy probíhají přímky C_1, C_2, C_3, C_4 a jeho tři strany B, C, D dotýkají se kuželosečky B_0; strana R obaluje křivku (R).

Reciproký obrazec je čtyrúhelník $bcdr$, jehož strany točí se kolem čtyr pevných bodů c_1, c_2, c_3, c_4, a tři vrcholy b, c, d probíhají kuželosečku B_0; vrchol r zůstává volným. Přihlédněme ku křivce (r) popsané tímto bodem.

Předpokládejme, že přímka c_4d prochází bodem c_1; pak protíná B_0 ve dvou bodech m, n, jimž odpovídají dvě přímky bc_1, které protínají c_4d v bodu c_1. Tento bod je následovně dvojným křivky (r).

Považujeme-li body m, n za dvě různé polohy vrcholu b, pak jim odpovídají dvě přímky $c_4\ d$, které protínají přímku c_1c_4 v c_4. Tento bod je tudíž dvojným bodem křivky (r).

Aby bod r byl dvojným bodem křivky této, jest potřebí, aby dvě polohy hybného čtyrúhelníku měly společné strany bc_1 a c_4d.

Strana bc_1 protíná B_0 ještě v bodu b', jehož spojnice s bodem c_2 protíná B_0 v c'. Přímka $c'c_3$ určuje na B_0 bod d'. Spojíme-li tento bod s bodem d, který odpovídá bodu b, přímkou, tato přímka točí se kolem pevného bodu y, jakmile přímka bc_1 mění polohu, což najdeme, určíme-li třídu křivky (dd'). Přímka c_4y obsahuje třetí dvojný bod křivky (r).

Z toho plyne tato poučka:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $bcdr$ tak, že jeho čtyry strany br, bc, cd, dr otáčejí se pořadem kolem čtyř pevných bodů c_1, c_2, c_3, c_4, při čemž jeho tři vrcholy b, c, d probíhají kuželosečku B_0, pak jeho čtvrtý vrchol r po-

pisuje křivku (r) čtvrtého řádu o třech dvojných bodech, mezi kterými jsou body c_1, c_4.

Duálně tato poučka zní:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $BCDR$ tak, že jeho čtyry vrcholy BR, BC, CD, DR pohybují se pořadem po čtyrech pevných přímkách C_1, C_2, C_3, C_4, kdežto jeho strany B, C, D dotýkají se kuželosečky B_0, pak čtvrtá strana R obaluje křivku (R) čtvrté třídy, která má tři dvojné tečny, mezi kterými se nalézají též přímky C_1, C_4.

Tečny této křivky, které procházejí bodem B_4, protínají přímku C_1 v bodech, ve kterých ji též protíná křivka P.

V kapitole XXIV shledáme, že tuto uvedená křivka (r) náleží vlastně tam.

111. Křivka P jsouc řádu čtvrtého, protíná přímku C_2 ve čtyrech bodech, které můžeme určiti pomocí jiné křivky.

Předpokládejme, že vrchol p hybného pětiúhelníku $c_1c_2c_3c_4p$ probíhá přímku C_2. Strana c_4p či T obaluje křivku (T) čtvrté třídy, což můžeme odvoditi pomocí poučky článku 3.

Reciproký obrazec je křivka (t) čtvrtého řádu, vytvořená vrcholem t pětiúhelníku $abcdt$, jehož ostatní vrcholy a, b, c, d se pohybují po kuželosečce B_0, a strany se točí kolem čtyr pevných bodů c_1, c_2, c_3, c_4.

Bod t je průsečíkem stran ac_2 a dc_4. Přímka c_2c_4 protíná B_0 ve dvou bodech a, a', jimiž procházejí dvě polohy hybného pětiúhelníku. Bodům b, b' odpovídá bod c_4 jakožto bod p; tento bod jest tudíž dvojnásobným křivky (t).

Považujeme-li body a, a' přímky c_2c_4 jakožto d, d', obdržíme jiné dvě přímky ab, $a'b'$, jež zaujímají takové polohy, že dva odpovídající body t sjednocují se s bodem c_2, který je následovně též dvojným bodem křivky (t).

Zkoušejme, zdaž má křivka tato ještě jeden dvojný bod. Bodem c_1 proložme stranu ab hybného pětiúhelníku. Strana bc_2 protíná B_0 v bodu c, který stanoví s c_3 přímku, jež protíná B_0 v bodu d. Užijeme-li téže cesty při bodu a, obdržíme jiný bod d'. Točí-li se přímka ab kolem c_1, pak se přímka dd' otáčí kolem bodu x. Přímka xc_4 podává třetí dvojný bod, který se na ní nalézá.

Tedy:

Když se pětiúhelník $abcdt$ pohybuje tak, že jeho strany bc, at točí se kolem pevného bodu c_2, a strany ab, cd, dt procházejí stále pořadem třemi pevnými body c_1, c_2, c_3, kdežto jeho vrcholy a, b, c, d probíhají kuželo-

sečku B_0, pak pátý vrchol t popisuje křivku čtvrtého řádu se třemi dvojnými body, mezi nimiž jsou body c_2, c_4.

Reciproce:

Pohybuje-li se pětiúhelník $ABCDT$ takovým způsobem, že jeho dva vrcholy BC, AT probíhají pevnou přímku C_2, a ostatní vrcholy AB, CD, DT šinou se pořadem po třech pevných přímkách C_1, C_3, C_4, při čemž strany A, B, C, D dotýkají se kuželosečky B_0, tedy pátá strana T obaluje křivku (T) čtvrté třídy se třemi dvojnými tečnami, mezi kterými se nalézají též přímky C_2, C_4.

Tečny této křivky, které procházejí bodem B_4, protínají C_2 v týchž bodech, ve kterých ji protíná křivka P.

112. Průsečné body křivky P s přímkou C_3 můžeme určiti pomocí jiné křivky (V), která je téhož druhu jako (T) a má přímky C_3, C_4 za dvojné tečny.

113. Když se bod p nalézá na C_4, tedy se sjednocuje s bodem c_4, poněvadž tyto body musí se nalézati na přímce B_4c_4. Vrchol p je tudíž neodvislý od bodu B_4 a jest průsečíkem přímek A, D; označme jej s.

Bod s jsa vrcholem čtyrúhelníku $ABCD$, jehož všecky strany dotýkají se kuželosečky B_0, a tři vrcholy AB, BC, CD šinou se po přímkách C_1, C_2, C_3, popisuje křivku (s) čtvrtého řádu, jež se rozpadá v kuželosečku dotýkající se dvakráte kuželosečky B_0 a pak ve dvě přímky, ve kterých se sjednocují strany A, D hybného čtyrúhelníku.

Přímka C_4 protíná křivku (s) v týchž bodech jako křivka P.

114. Křivka P dotýká se kuželosečky B_0 ve čtyrech bodech, jež určíme pomocí křivky (V), již obaluje strana V hybného pětiúhelníku $ABCDV$, jehož čtyry vrcholy AB, BC, CD, DV probíhají pořadem čtyry pevné přímky C_1, C_2, C_3, C_4 a vrchol AV šine se po B_0, které se dotýkají strany A, B, C, D.

Reciproký obrazec jest pětiúhelník $abcdv$, jehož strany ab, bc, cd, dv točí se kolem čtyř pevných bodů c_1, c_2, c_3, c_4, a strana av dotýká se kuželosečky B_0 ve vrcholu a, kdežto vrcholy b, c, d probíhají tuto kuželosečku; vrchol v popisuje křivku (v) čtvrtého řádu, poněvadž libovolné přímce c_4d odpovídají dva body a či dvě tečny kuželosečky B_0, vedené k ní v těchto bodech, a libovolným bodem m roviny je možno vésti dvě tečny ku B_0, jimž odpovídají dvě přímky c_4d.

Křivka (V) je tudíž čtvrté třídy, a její čtyry tečny procházející bodem B_4 protínají kuželosečku B_0 v bodech, ve kterých se dotýkají křivky P, B_0.

115. Předpokládejme, že přímka C_1 dotýká se kuželosečky B_0 a že jest stranou B hybného pětiúhelníku. Vrcholy c_2, c_3, c_4 jsou stálými a následovně i přímka c_4B_4, jež je dvojnou částí křivky P, poněvadž libovolným bodem p této přímky procházejí všeobecně dvě strany A.

Považujeme-li přímku C_1 jako stranu A, tedy obsahuje body p, z nichž každý odpovídá všeobecně dvěma bodům c_1, c_1' přímky A. Z toho plyne, že přímka C_1 je druhou dvojnásobnou částí křivky P.

Tedy:

Dotýká-li se přímka C_1 kuželosečky B_0, pak se křivka P rozpadá ve dvě dvojnásobné přímky, totiž v C_1 a v přímku procházející bodem B_4.

A dále:

Když přímka C_2 se dotýká kuželosečky B_0, pak se křivka P skládá ze dvou dvojnásobných částí, a sice z druhé tečny vedené z průsečíku přímek C_1, C_2 ku B_0 a v přímku procházející bodem B_4.

Přímka C_3, dotýkajíc se kuželosečky B_0, protíná přímky C_2, C_4 pořadem v bodech o, q. Tečna vedená z bodu o ku B_0 protíná C_1 v bodu, kterým prochází ještě jedna tečna A ku B_0. Přímky A, qB_4 jsou dvojnásobnými čísłami křivky P.

Předpokládejme, že přímka C_4 dotýká se kuželosečky B_0 a že strana C hybného pětiúhelníku nalézá se v takové poloze, že prochází bodem q. Vrchol c_4 stává se neurčitým. Bod p probíhá přímku A_1 jež tvoří tudíž část křivky P.

Tedy:

Dotýká-li se přímka C_4 kuželosečky B_0, pak křivka P se rozpadá v přímku dotýkající se B_0, a v křivku vlastní P třetího řádu, která má v B_4 dvojný bod.

XXI. Křivka osmého řádu se čtyrnásobným bodem.

116. Předpokládejme, že dvě křivky C článku 40 se sjednocují, jakož i dvě křivky B, a že $c = \beta = 2$. Křivka Π jest osmé třídy.

Pozorujme obrazec polárný. Bod p křivky odvozené P sestrojí se následovně.

Jsou dány dvě kuželosečky B, C a bod B_0. Veďme tímto bodem libovolnou příčku B_0m, která protíná C v bodu m. Tečna vedená z tohoto bodu ku B protíná C v bodu n a druhá tečna z něho vycházející k B protíná B_0m v hledaném bodu p.

Hybný obrazec jest trojúhelník mnp. Když strana np prochází bodem B_0, pak se vrchol p nalézá v tomto bodu, a přímka np protíná C ve dvou bodech n, jimž odpovídají dva body m a následovně i dvě přímky mB_0. Bodem B_0 procházejí dvě tečny kuželosečky B, což dokazuje, že bod B_0 je čtyrnásobným bodem křivky P.

Ostatní čtyry body křivky P na kterékoliv přímce mB_0 můžeme obdržeti přímo.

117. Určeme dvojné body křivky P. Když se dvě přímky np sjednocují v jedinou přímku, pak protíná tato přímku mp ve dvojném bodu křivky P.

Dvě takové polohy hybného trojúhelníku tvoří čtyrúhelník $mnn'm'$, jehož vrcholy leží na křivce C a strany mn, nn', $m'n'$ dotýkají se kuželosečky B; čtvrtá strana mn' je stanovena tuto uvedenými podmínkami.

Později shledáme (v kapitole XXV.), že přímka mm' obaluje kuželosečku (D). Její tečny, procházející bodem B_0 obsahují dva dvojné body křivky P.

Mají-li dvě polohy hybného trojúhelníku stranu mp společnou, pak obdržíme čtyrúhelník $mnpn'$, jehož všecky strany dotýkají se kuželosečky B, a vrcholy m, n, n' probíhají kuželosečku C; úhlopříčna mp obaluje křivku čtvrté třídy.

Tečny této křivky, které procházejí bodem B_0, obsahují dvojné body křivky P; jsou čtyry.

Poněvadž pak dvojný bod křivky P obdrží se pouze sjednocením dvou přímek np aneb mp, při čemž bod p je průsečíkem přímek mp, np, tedy z toho následuje, že křivka P má šest dvojných bodů a že nemůže míti žádný trojný neb čtyrnásobný bod mimo B_0.

118. Body křivky P sestrojují se na tečnách kuželosečky B. Křivky tyto se dotýkají v bodech, které chceme tuto určiti.

Má-li se křivka P dotýkati kuželosečky B, je potřebí, aby vrchol p hybného trojúhelníku mnp se nalézal na B a aby jeho strana np se dotýkala této kuželosečky.

Reciproký obrazec je trojúhelník MNP, jehož vrcholy MP, MN, NP označíme pořadem d, e, f. Strany M, N se dotýkají kuželosečky B, a třetí strana dotýká se kuželosečky C; vrcholy e, f se nalézají na C. Když tento trojúhelník se pohybuje, pak vrchol d popisuje křivku (d). Určeme řád této křivky.

Protněme strany M, P, jejichž průsečík d vytvořuje křivku (d), libovolnou přímkou D a to pořadem v bodech m, p. Z kteréhokoliv bodu p přímky D veďme tečnu P k C; jejich dotyčným bodem f možno proložiti dvě tečny ku B_1, které protínají C ve dvou bodech e, které určují jiné dvě tečny M ku B. Poněvadž pak ze zvoleného bodu p můžeme vésti dvě tečny k C, tedy dostáváme čtyry přímky M, jež protínají D ve čtyrech bodech m.

Z libovolného bodu m přímky D vycházejí dvě tečny k B, jež určují na C čtyry body e, kterým odpovídají čtyry body f. Tečny P, vedené v těchto bodech k C protínají D ve čtyrech bodech p.

Jednomu bodu p přímky D odpovídají tudíž čtyry body m a naopak. Z toho následuje, že křivka (d) je osmého řádu.

Tedy:

Pohybuje-li se trojúhelník def tak, že jeho strany ed, ef dotýkají se pevné kuželosečky B a strana df zůstává tečnou k jiné kuželosečce C, při čemž jeho dva vrcholy e, f pohybují se po C, pak třetí vrchol d popisuje křivku osmého řádu.

Duálně:

Pohybuje-li se trojúhelník DEF tím způsobem, že jeho dva vrcholy ED, EF probíhají pevnou kuželosečku C a vrchol DF šine se po jiné kuželosečce B, při čemž jeho dvě strany E, F dotýkají se B, pak třetí strana D obaluje křivku osmé třídy.

Tečny této křivky, které procházejí bodem B_0, obsahují oněch žádaných osm dotyčných bodů křivek B, P.

119. Shrneme-li tyto výsledky v jednu poučku, obdržíme, že

pohybuje-li se trojúhelník mnp v rovině tím způsobem, že jeho strany mn, np dotýkají se dané kuželosečky B a třetí mp se točí kolem pevného bodu B_0, kdežto dva jeho vrcholy m, n probíhají jinou kuželosečku C, pak třetí vrchol p popisuje křivku P osmého řádu, která má šest dvojných bodů, bod B_0 za čtyrnásobný bod a dotýká se kuželosečky B v osmi bodech.

Reciproce:

Pohybuje-li se trojúhelník MNP tak, že jeho dva vrcholy MN, NP šinou se po pevné kuželosečce C a třetí MP probíhá pevnou přímku C_0, při čemž jeho dvě strany M, N dotýkají se jiné kuželosečky B, pak třetí strana P obaluje křivku Π osmé třídy, která má šest dvoj-

ných tečen, přímku C_0 za čtyrnásobnou tečnu a dotýká se kuželosečky B v osmi bodech.

120. Hledejme nyní průsečné body křivek C, P.

Pozorujme dotyčný bod m křivky C se společnou tečnou E kuželoseček B, C. Když strana mp hybného trojúhelníku prochází bodem m, strana mn sjednocuje se s řečenou tečnou E, a bod n splývá s m. Třetí strana, která je druhou tečnou vedenou z bodu n ku B, protíná mp či mB_0 v bodu m, jenž je tudíž bodem křivky P.

Tedy:

Dotyčné body společných tečen kuželoseček B, C s touto poslední jsou zároveň průsečnými body křivek P, C.

Takto dostáváme čtyry body.

Předpokládejme, že kuželosečky B, C protínají se ve čtyrech reálných bodech, a pozorujme jeden takový bod n. Tečna E vedená v tomto bodu ku B protíná C v bodu m. Prochází-li strana mp hybného trojúhelníku mnp tímto bodem m, pak strana mn sjednocuje se s E a protíná C v n. Druhá tečna vedená z tohoto bodu ku B splývá s E a protíná stranu mp či mB_0 v m. Z toho plyne, že bod m se naléžá na P.

Tedy:

Tečny, vedené k B v průsečných bodech kuželoseček B, C, protínají křivku C v bodech, ve kterých se pronikají křivky P, C.

Tyto body jsou čtyry.

Předpokládejme, že strana mp dotýká se kuželosečky B a protíná C v bodu m. Tečna vycházející z tohoto bodu ku B splývá s mp a protíná C v druhém průsečném bodu n přímky mp s C. Druhá tečna, která je vedena z tohoto bodu ku B, protíná mp v n. Tento bod náleží tudíž křivce P.

Z toho následuje:

Tečny vedené z bodu B_0 ke kuželosečce B protínají kuželosečku C v bodech, ve kterých ji proniká křivka P.

Dostáváme takto nové čtyry průsečné body křivek C, P.

Ostatní průsečíky křivek C, P obdržíme takto. Z libovolného bodu křivky C veďme obě tečny ku B, které protínají C v bodech m, p. Spojnice těchto bodů obaluje kuželosečku, jejíž dvě tečny, procházející bodem B_0 protínají C v hledaných bodech.

Takto jsme stanovili veškerých šestnácte průsečných bodů křivek P, C.

121. Předpokládejme, že bod B_0 leží na C. Tečny z něho vedené ku B protínají C v bodech r, s. Hybný trojúhelník mnp má svůj vrchol m v B_0 a strana mp otáčí se kolem tohoto bodu; strana mn zůstává stálou, a třetí strana np šine se po druhé tečně vedené z bodu r neb s ku B.

Z toho následuje, že tyto tečny tvoří část křivky P.

Tedy:

Když se bod B_0 nalézá na kuželosečce C, pak se křivka P rozpadá ve dvě části a sice: ve dvě tečny kuželosečky B a v křivku vlastní šestého řádu mající v B_0 čtyrnásobný bod.

122. Dotýkají-li se kuželosečky B, C ve dvou bodech, pak se jich křivka P dotýká v týchž dotyčných bodech.

Když se B, C dotýkají ve dvou úběžných bodech, a bod B_0 jest jejich společným středem, tedy se křivka P rozpadá ve dvě části a sice: ve čtyrnásobný bod B_0 a ve dvojnásobnou kuželosečku P, která se dotýká kuželoseček B, C v jejich úběžných dotyčných bodech, či jinými slovy, kuželosečky B, C, P jsou podobné, podobně položené a soustředné.

XXII. Křivka čtvrtého řádu se dvěma dvojnými body.

123. Položíme-li do formule článku 42. hodnoty

$$c = 2,\ \beta_1 = \beta_2 = 1,$$

obdržíme kuželosečku P, o které jsme již mluvili v článku 82.

Je-li β_1 neb β_2 rovno 2, pak křivka vytvořená pohybem trojúhelníku jest čtvrté třídy.

Položíme-li

$$\beta_1 = \beta = 2,\ c = 2,$$

pak jest odvozená křivka reciprokou křivky osmého řádu, kterou se zabýval Cayley.

Pozorujme křivku reciprokou oné, jež je čtvrté třídy. Obdržíme trojúhelník, jehož veškery strany dotýkají se dané kuželosečky B; jeden vrchol m probíhá jinou kuželosečku C_1, druhý n šine se po pevné přímce C_2, a třetí vrchol p popisuje hledanou křivku P čtvrtého řádu.

124. Když se dva body p sjednocují, pak dvě polohy hybného trojúhelníku mají dvě tečny kuželosečky B společné, a obdržíme

úplný čtyrstran, jehož všecky strany dotýkají se kuželosečky B, dva jeho vrcholy m, m' nalézají se na C_1 a dva vrcholy n, n' na C_2, což je zvláštní polohou úplného čtyrstranu, jehož dva vrcholy n, n' probíhají přímku C_2, a vrchol m šine se po kuželosečce C_1; vrcholy p, p' popisují křivku P, a šestý vrchol m' tohoto čtyrstranu vytvořuje křivku osmého řádu, rozpadlou v přímky a kuželosečku (m').

Průměr kuželosečky B, sdružený běhu C_2, protíná tuto přímku v bodu x, jehož polára X vzhledem ku B protíná C_1 ve dvou bodech, jimiž prochází kuželosečka (m').

Průsečné body přímky C_2 s C_1 jsou taktéž body kuželosečky (m'); neboť přihlédneme-li k průsečnému bodu m přímky C_2 s C_1, obě tečny vedené z tohoto bodu k B protínají C_2 v témž bodu m, a celý úplný čtyrstran rozpadává se v tyto dvě tečny, avšak tak, že bod m' leží v m.

Tyto body nepodávají dvojné body křivky P, což každý snadno nahlédne. Avšak průsečné body přímky X s C_1, považované za body m, podávají dva dvojné body křivky P.

Poznamenejme dále průsečný bod kuželoseček B, C_1 písmenem m. Obě tečny z něho ku B vycházející stávají se soumeznými a následovně i body n, n'; i tečny z těchto bodů ku B vedené jsou soumeznými a protínají se v dotyčném bodu tečny vedené z n ku B s touto kuželosečkou.

Tedy:

Tečny vedené v průsečných bodech kuželoseček B, C_1 k B protínají C_2 v bodech, ze kterých když se vedou tečny ku B, dotýkají se této kuželosečky, v bodech ve kterých ji protíná kuželosečka (m'). Body ty jsou čtyry.

Přímka Q, která je tečnou ku B, protíná C_1 ve dvou bodech m, m_1 a přímku C_2 v bodu n. Druhá tečna z něho ku B vedená budiž T.

Tečny R, R_1 vycházející pořadem z bodů m, m_1 ku B protínají C_2 v bodech n, n_1, a z těch vedené tečny S, S_1 ku B protínají přímku T ve dvou bodech m', m'_1 kuželosečky (m').

Předpokládejme, že přímka Q je společnou tečnou kuželoseček B, C_1; pak se stávají m, m_1 soumeznými, právě tak i body n, n_1 a tolikéž i body m', m'_1. Z toho plyne, že je přímka T tečnou kuželosečky (m').

Tedy:

Společné tečny kuželoseček B, C_1 protínají přímku C_2 ve čtyrech bodech, ze kterých ostatní vedené tečny ku B jsou tečnami kuželosečky (m').

Dále vidíme, že křivka P má dva dvojné body. Z toho následuje tato poučka:

Pohybuje-li se trojúhelník QRS tak, že se jeho strany Q, R, S dotýkají dané kuželosečky B, vrchol QR probíhá jinou kuželosečku C_1 a vrchol RS pevnou přímku C_2, pak třetí vrchol QS popisuje křivku o dvou dvojných bodech.

Duálně:

Pohybuje-li se trojúhelník qrs v rovině takovým způsobem, že jeho vrcholy q, r, s probíhají kuželosečku C_1, strana qr dotýká se jiné kuželosečky B_1 a strana rs točí se kolem pevného bodu B_2, pak třetí strana qs obaluje křivku čtvrté třídy o dvou dvojných tečnách.

125. Při těchto výzkumech užili jsme úplného čtyrstranu, jehož vrcholy popisují různé křivky.

Tedy:

Když se úplný čtyrstran $QRST$ pohybuje tak, že jeho všecky strany Q, R, S, T dotýkají se dané kuželosečky B, vrcholy RS, QT pohybují se po pevné přímce C_2 a vrchol QR probíhá jinou kuželosečku C_1, pak jeho vrcholy QS, RT popisují křivku čtvrtého řádu mající dva dvojné body, a vrchol ST vytvořuje kuželosečku, nepočítáme-li v to přímkové části těchto křivek.

Reciproce:

Pohybuje-li se úplný čtyrroh $qrst$ takovým způsobem, že jeho vrcholy q, r, s, t probíhají danou kuželosečku C, strany rs, qt točí se kolem pevného bodu B_2 a strana qr dotýká se jiné kuželosečky B_1, pak strany qs, rt obalují křivku čtvrté třídy, která má dvě dvojné tečny, a šestá strana st obaluje kuželosečku a mimo to body.

126. Určeme nyní průsečné body křivky P s kuželosečkou C_1.

Pozorujme bod n, ve kterém přímka C_2 protíná kuželosečku B. Obě strany mn, np trojúhelníku mnp z něho vycházející sjednocují se s tečnou T v tomto bodu ku B vedenou a protínají třetí stranu mp či Q v bodu, ve kterém T protíná C_1. Tento bod je bodem křivky P. Pro jednu T dostáváme takto dva body a pro druhou jiné dva body.

Tedy:

Tečny vedené ku B v průsečných bodech této kuželosečky s přímkou C_2, protínají kuželosečku C_1 v bodech, ve kterých ji protíná křivka P.

Ostatní hledané body obdržíme takto. Hybný trojúhelník má své dva vrcholy m, n pořadem na C_1, C_2, a všecky jeho strany dotýkají se kuželosečky B. Když vrchol p se nalezá na C_1, pak trojúhelník mnp je opsán kuželosečce B a své dva vrcholy m, p má na C_1.

Vrchol n tohoto trojúhelníku popisuje křivku (n) druhého řádu, o které promluvíme při Ponceletových mnohoúhelnících.

Křivka (n) protíná přímku C_2 ve dvou bodech n, a tečny vedené z kteréhokoliv z těchto bodů ku B, vytínají na kuželosečce C_1 tetivu, která se dotýká kuželosečky B.

Koncové body takové tetivy jsou průsečíky křivky P s kuželosečkou C_1. Body takové jsou čtyry.

Dostáváme tedy veškery průsečné body křivky P s kuželosečkou C_1.

127. Hledejme nyní průsečné body křivky P s přímkou C_2.

Považujme průsečík m čar B, C_1 jakožto vrchol m hybného trojúhelníku mnp.

Tečna mp vedená z tohoto bodu ku B splývá s druhou tečnou z téhož bodu vycházející a protíná C_2 v bodu n. Druhá tečna vedená z tohoto bodu k B protíná první stranu mp hybného trojúhelníku v n, kterýžto bod je tudíž bodem křivky P.

Z toho plyne, že

Křivka P protíná přímku C_2 v jejích průsečných bodech a tečnami vedenými ku B v průsecích této kuželosečky s C_1.

128. Body p křivky P leží na tečnách kuželosečky B. Ve zvláštních polohách nalézají se na této kuželosečce.

Považujme průsečík přímky C_2 s C_1 za vrchol m hybného trojúhelníku. Jedna tečna vedená v tomto bodu ku B je strana mp. Druhá tečna z něho vycházející protíná C_2 v bodu m a třetí strana np splývá s první tečnou vedenou z bodu m.

Považujeme-li tyto dvě splývající přímky jako dvě soumezné tečny kuželosečky B, tedy se protínají v dotyčném svém bodu s kuželosečkou B.

Tedy:

Křivka P dotýká se kuželosečky B v dotyčných bodech tečen k ní vedených z průsečných bodů čar C_1, C_2.

129. Předpokládejme, že přímka C_2 dotýká se kuželosečky B a protíná C_1 ve dvou reálných bodech x, y.

Považujeme-li bod x za vrchol m hybného trojúhelníku, pak jeho strana mn sjednocuje se s C_2 a vrchol n stává se neurčitým.

Můžeme tedy kterýkoliv bod této přímky považovati za n, a strana np protíná pak druhou pevnou tečnu z bodu x ku B vedenou v hledaném bodu. Tato pevná tečna tvoří tudíž část křivky P. Taktéž druhá tečna vedená z bodu y ku B je částí této křivky odvozené.

Každá tečna kuželosečky B protíná C_1 ve dvou bodech m, m', jimž odpovídá týž bod p na C_2. Tyto body nalézají se všecky na přímce C_2, z čehož následuje, že tato stálá přímka je dvojnásobnou částí křivky P.

Tedy:

Když se přímka C_2 dotýká kuželosečky B, pak se křivka P rozpadá ve dvojnásobnou přímku C_2 a v tečny vycházející z průsečných bodů této přímky s kuželosečkou C_1 ku B.

130. Když B, C_1 jsou soustředné kružnice a přímka C_2 prochází jejich společným středem c, pak kuželosečka (m') prochází průsečnými body i, j poláry středu C s kuželosečkou C_1, kteréžto body jsou v tomto případu pomyslnými kruhovými body v nekonečnu, a tedy (m') je kružnice. Poněvadž pak křivka tato má zároveň procházeti průsečnými body přímky C_2 s C_1, tedy (m') sjednocuje se s kružnicí C_1.

Při stanovení dvojných bodů jsme shledali, že průsečné body křivky (m') s C_1 dávají dvojné body křivky P. Jelikož se (m') sjednocuje s C_1, tedy každý bod dává dvojný bod křivky P, která je tudíž dvojnásobnou kuželosečkou.

Tečna R v dotyčném bodu i obou kružnic B, C_1 vedená protíná C_2 v bodu n. Z toho vycházející druhá tečna ku B budiž S. Druhá tečna Q z i ku B vedená protíná S v bodu n, který je v tomto případu středem c kružnic B, C_1. Z druhého jejich dotyčného bodu j dostáváme týž střed, který je tudíž dvojným bodem kuželosečky P. Z toho plyne, že křivka P se rozpadá ve dvě dvojnásobné přímky, které procházejí středem c a jsou úhlopříčny čtyrúhelníku, jehož vrcholy jsou průsečné body kružnice C_1 a tečen vedených ku B v jejích průsecích s přímkou C_2.

131. Předpokládejme obě kuželosečky B, C_1 jakožto soustředné kružnice, ale přímku C_2 v nekonečnu.

Toutéž cestou jako prve dá se odvoditi, že kuželosečka (m') sjednocuje se s kružnicí C_1.

Z toho následuje, že každý její bod dává dvojný bod křivky P, jež jest následovně kuželosečkou. Tečna v dotyčném bodu i kuželoseček B, C_1 ku B vedená sjednocuje se s úběžnou přímkou; bod

i je tedy zároveň dotyčným bodem kuželosečky *P* s *B*. Totéž platí pro kruhový bod *j*.

Jest tedy patrno, že *P*, dotýkajíc se kružnice *B* v jejích kruhových bodech, jest kružnicí soustřednou s touto.

XXIII. Křivka čtvrtého řádu se dvěma dvojnými body.

132. Jest patrno, že, dosadíme-li

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1, \quad c = 2$$

do vzorce článku 43., obdržíme křivku obalovou π, která je kuželosečkou.

Buďtež dány tři přímky C_1, C_2, C_3 a kuželosečka *B*. Pohybuje-li se čtyrúhelník *mnop* tak, že jeho všecky strany dotýkají se této kuželosečky a tři vrcholy *m*, *n*, *o* probíhají pořadem přímky C_1, C_2, C_3, pak čtvrtý vrchol *p* popisuje křivku čtvrtého řádu, jež se rozpadá ve dvě přímky a v kuželosečku *P*.

133. Předpokládejme, že vrchol *m* tohoto hybného čtyrúhelníku nalézá se v průsečíku přímek C_1, C_2. Jedna z tečen možných z tohoto bodu ku *B* budiž stranou *mp* a druhá stranou *mn*. Vrchol *n* nalézá se v *m* a třetí strana *no* sjednocuje se s první *mp* a protíná C_3 ve vrcholu *o*. Druhá tečna vedená z tohoto bodu ku *B* je čtvrtou stranou čtyrúhelníku a protíná *mp* v bodu *o*. Tento bod jest tudíž hledaným bodem *p* křivky *P* a nalézá se na přímce C_3.

Obě tečny vedené z bodu *m* ku *B* podávají dva takovéto body. Tedy:

Tečny vedené z průsečíku přímek C_1, C_2 ku *B* protínají přímku C_3 ve dvou bodech, jež jsou průsečnými body kuželosečky *P* s přímkou C_3.

134. Pozorujme průsečný bod *n* přímek C_2, C_3. Kterákoliv tečna z něho ku *B* vedená protíná C_1 v bodu *m*. Druhá tečna z tohoto bodu vycházející ku *B* je stranou *mp* hybného čtyrúhelníku, a druhá tečna vedená z bodu *n* ku *B* protíná C_3 v *n*. Čtvrtá strana *op* splývá s *mn* a protíná *mp* v bodu *m*; tento je tudíž průsečíkem křivky *P* s přímkou C_1.

Tedy:

Tečny vedené z průsečného bodu přímek C_2, C_3 ku *B* protínají přímku C_1 ve dvou bodech, ve kterých ji též protíná křivka *P*.

135. Má-li se bod *p* nalézati na C_2, pak musí hybný čtyrúhelník míti své vrcholy *n, p* na této přímce, kdežto třetí vrchol *m* leží na C_1. Vrchol *o* probíhá, jak jsme již byli dříve viděli, přímku *D*, která

prochází průsečíkem přímek C_1, C_2. Tato přímka protíná C_3 v bodu *o*, který podává žádanou polohu hybného čtyrúhelníku. Vrcholy *n*, *p* zaměňují pak své funkce. Můžeme tudíž tyto body považovati jakožto průsečíky křivky P s přímkou C_2.

Pozorujme hybný trojúhelník *mno* opsaný kuželosečce B, jehož dva vrcholy *m*, *n* probíhají pořadem přímky C_1, C_2. Dle jedné z předešlých pouček víme, že bod *o* popisuje kuželosečku (*o*) a dvě přímky. Křivka (*o*) protíná C_3 ve dvou bodech *o*, jež podávají dvě polohy trojúhelníku *mno*, jež odpovídají dvěma čtyrúhelníkům *mnop*; dvě strany *mp*, *op* každého z nich sjednocují se, a vrchol *p* stává se neurčitým. Tedy strany *mo* těchto trojúhelníků tvoří druhou část úplné křivky P.

Považujeme-li *mo* jakožto dvě soumezné tečny kuželosečky B, pak můžeme říci, že se protínají v dotyčném bodu této přímky s B. Z toho následuje, že strany *mo* řečených trojúhelníkův dotýkají se kuželosečky B v dotyčných bodech kuželoseček B, P.

Můžeme tudíž vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se čtyrúhelník *mnop* opsaný kuželosečce B tak, že jeho tři vrcholy *m*, *n*, *o* pohybují se pořadem po třech pevných přímkách C_1, C_2, C_3, pak čtvrtý vrchol *p* popisuje křivku P čtvrtého řádu, jež se rozpadá ve dvě přímky X, Y a v kuželosečku P.

Tato kuželosečka prochází průsečnými body přímek C_1, C_3 s tečnami vedenými v průsečících přímek C_1, C_2; C_2, C_3 s B, a dotýká se této kuželosečky B v jejích dotyčných bodech s přímkami X, Y.

Reciproce:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $MNOP$, vepsaný do kuželosečky B tak, že jeho strany M, N, O točí se pořadem kolem tří pevných bodů C_1, C_2, C_3, pak čtvrtá strana P obaluje křivku čtvrté třídy, která se rozpadá ve dva body x, y a v kuželosečku Π.

Tato kuželosečka dotýká se čtyř přímek, jež spojují body C_1, C_3 pořadem s průsečíky přímek C_1C_2, C_2C_3 s kuželosečkou B, a dotýká se této v bodech x, y.

Tato křivka přichází též ve článku 113 jakožto (*s*).

136. Jestliže přímky C_1, C_2, C_3 zaujímají zvláštní polohy ke kuželosečce B, tedy se kuželosečka P rozpadá.

Předpokládejme, že přímka C_1 dotýká se křivky B. Považujeme-li tuto přímku jako stranu *mn*, pak zůstává stálou, jakož i strany *no*, *op* pro všecky polohy bodu *m* na C_1. Přímka *op* jest tedy částí

kuželosečky P_1, a druhá část její jest přímka C_1, protože, považována jsouc za stranu mp, zůstává stálou.

Tedy:

Dotýká-li se přímka C_1 kuželosečky B, pak se kuželosečka P rozpadá v tuto přímku a v tečnu křivky B.

Totéž platí, když se přímka C_3 dotýká kuželosečky B.

Jestliže přímka C_2 jest tečnou ku B, pak se P rozkládá ve dvě tečny, vedené z průsečných bodů přímky C_2 s C_1, C_3 ke kuželosečce B.

V tom případu, že všecky přímky C_1, C_2, C_3 procházejí jedním bodem p, pak křivka P přechází ve dvojnásobnou přímku procházející bodem p.

137. Když je čára C_1 kuželosečkou a ostatní podmínky zůstávají tytéž, pak křivka P je osmého řádu a rozkládá se ve čtyry přímky a ve vlastní křivku P čtvrtého řádu.

Určeme především počet dvojných bodů této křivky.

Předpokládejme, že dva body p sjednotily se v jediném bodu p; ten pak náleží dvěma čtyrúhelníkům $mnop$ a $m'n'o'p'$. Strana mp čtyrúhelníku $mnop$ se sjednocuje s po', jež protíná C_3 v bodu o'. Druhá tečna vedená z tohoto bodu ku B protíná přímku C_2 v bodu n', jímž prochází strana $m'n'$ tečná ku B; tato protíná stranu $m'p$, sjednocenou s po prvního čtyrúhelníku, v bodu m'. Tento bod popisuje křivku (m') osmého řádu, jež se rozpadá v šest přímek a kuželosečku (m').

Přímky, jež tvoří část křivky úplné (m'), jsou čtyry tečny vedené v dotyčných bodech křivky P s B, a pak tečny ku B, vycházející z průsečného bodu přímek C_2, C_3.

Když se bod m' nalézá na kuželosečce C_1, pak mu odpovídá bod m. Tyto body tvoří dvojinu a mohou vyměniti své funkce, to jest, když bod m' přijde do polohy m, pak se m nalézá v původní poloze bodu m'.

Tyto body m, m' jsou dva průsečné body kuželosečky (m') s C_1 a podávají dvojný bod křivky P.

Druhé dva průsečné body kuželoseček (m'), C_1 tvoří druhou dvojinu a podávají taktéž dvojný bod odvozené křivky P.

Z toho plyne, že křivka P má pouze dva dvojné body.

138. Křivka P dotýká se kuželosečky B, když strany mp, op hybného čtyrúhelníku se protínají na B, což se stává, když tyto dvě splývají v tečnu ku B. Čtyrúhelník $mnop$ přejde pak v trojúhelník

mno opsaný kuželosečce B, jehož dva vrcholy n, o se nalézají pořadem na přímkách C_2, C_3, kdežto jeho třetí vrchol m zůstává volným.

Když se trojúhelník *mno* dle tohoto zákona pohybuje, pak bod m popisuje křivku (m) čtvrtého řádu, o které jsme byli mluvili ve článku 87., a která se rozpadá ve dvě přímky a v kuželosečku (m). Tato křivka protíná C_1 ve čtyrech bodech, z nichž každý podává jeden bod p na B.

Strany *mo* trojúhelníku *mno* ve čtyrech těchto zvláštních polohách tvoří část čtvrtého řádu úplné křivky P, která je všeobecně osmého řádu.

139. Pozorujme průsečný bod n přímek C_2, C_3. Tečna *mn* vedená z tohoto bodu ku B protíná C_1 ve dvou bodech, z nichž jeden označme m. Druhá tečna vycházející z toho bodu k B jest stranou *mp* čtyrúhelníku. Jeho strana *mn* protíná C_2 v n, ve kterém se nalézá též vrchol o. Čtvrtá strana *op* se sjednocuje s *mn* a protíná *mp* v m, který je následovně bodem křivky P, to jest bod tento je průsečíkem křivky P s kuželosečkou C_1.

Jedna tečna *mn* vedená z n ku B podává dva takové průsečíky křivek P, C_1. Tečny ty jsou dvě, a tedy obdržíme přímo čtyry body křivky P, jež leží na křivce C_1.

Ostatní čtyry průsečné body, které se nepodávají přímo, můžeme určiti pomocí jiné křivky.

140. Průsečné body křivky P s přímkou C_2 můžeme stanoviti velmi snadno pomocí poučky, jíž jsme užili nedávno při kuželosečce P.

Vrcholy n, p šinou se po přímce C_2 a vrchol o probíhá přímku C_3, kdežto bod m popisuje přímku (m) procházející průsečíkem čar C_2, C_3.

Tato přímka (m) se snadno dá sestrojiti a protíná kuželosečku C_1 ve dvou bodech, z nichž každý podává dva průsečné body křivky P s přímkou C_2.

141. Vyhledejme ještě průsečíky přímky C_3 s odvozenou křivkou P.

Předpokládejme, že přímka C_2 protíná C_1 ve dvou bodech m, m' a považujme tečnu vedenou z bodu m ku B jako stranu *mp* hybného čtyrúhelníku. Strana *mn* jest druhá tečna vycházející z bodu m ku B a protíná C_2 v bodu m. Třetí strana *no* splývá s první stranou *mp* a protíná C_3 v bodu o, jenž je zároveň vrcholem p.

Totéž platí i vzhledem ke druhé tečně vedené z bodu m ku B a taktéž vzhledem k druhému bodu m'. Obdržíme takto čtyry body p na C_3.

Tedy:

Křivka P protíná přímku C_3 v průsečných bodech tečen vedených ku B z bodů, ve kterých se protínají C_1, C_2.

Shrneme-li tuto obdržené výsledky, můžeme vysloviti následující poučku:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $mnop$, opsaný dané kuželosečce B, tak, že jeho vrcholy m, n, o probíhají pořadem jinou kuželosečku C_1 a přímky C_2, C_3, pak čtvrtý vrchol p popisuje křivku osmého řádu, která se rozpadá ve čtyry tečny kuželosečky B a pak v křivku vlastní P čtvrtého řádu o dvou dvojných bodech.

Tato křivka dotýká se kuželosečky B ve čtyrech bodech a prochází průsečnými body kuželosečky C_1 s tečnami vedenými body kuželosečky C_1 s tečnami vedenými z průsečíku přímek C_2, C_3 ku B; dále prochází průsečíky přímky C_3 s tečnami vedenými ku B z průsečných bodů kuželosečky C_1 s přímkou C_2.

Reciproce:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $MNOP$, který je vepsán do kuželosečky B, tím způsobem, že jeho strana M dotýká se jiné kuželosečky C_1 a dvě jiné strany N, O točí se kolem dvou pevných bodů c_2, c_3, pak čtvrtá strana P obaluje křivku osmé třídy, jež se rozpadá ve čtyry body, jež leží na B, a pak ve vlastní křivku Π čtvrté třídy mající dvě dvojné tečny.

Tato křivka dotýká se čtyr tečen vedených z průsečíků přímky c_2c_3 s B ke kuželosečce C_1 a pak dotýká se spojnic bodu c_3 s průsečnými body kuželosečky B s tečnami vycházejícími z bodu c_2 ku C_1.

142. Když přímka C_2 dotýká se kuželosečky C_1, pak křivka P dotýká se patrně přímky C_3 ve dvou bodech, jež jsou průsečné body přímky C_3 s tečnami vedenými z dotyčného bodu čar C_1, C_2 ku B.

Protínají-li se přímky C_2, C_3 na kuželosečce C_1, pak jest tento průsečný bod dvojným bodem křivky P.

143. Předpokládejme konečně, že přímka C_2 dotýká se kuželosečky B a protíná C_1 ve dvou bodech a, b.

Druhá tečna ap vedená z bodu a ku B je stranou mp hybného čtyrúhelníku, a strana mn splývá s C_2, čímž se vrchol u stává neur-

čitým. Následovně můžeme kterýkoliv bod přímky C_2 považovati za n, a všecky strany *op* protínají pevnou přímku *ap*, která je tudíž částí křivky P čtvrtého řádu.

Totéž platí vzhledem ku tečně vedené z bodu b ku B.

Všem ostatním bodům m kuželosečky C_1 odpovídají čtyrúhelníky *mnop*, jež mají společnou stranu *op*; tato strana splývá s tečnou vedenou z průsečného bodu o přímek C_2, C_3 ke kuželosečce B.

Každý bod p této přímky dostává se ze dvou bodů m, m', což se snadno sezná. Z toho plyne, že tato tečna je dvojnásobnou částí křivky P.

Tedy:

Dotýká-li se přímka C_2 kuželosečky B, pak křivka P čtvrtého řádu rozpadá se ve tři přímky, totiž ve dvě tečny vedené ku B z průsečných bodů přímky C_2 s kuželosečkou C_1 a ve dvojnou přímku, jež je tečnou kuželosečky B, vycházející z průsečíku o přímek C_2, C_3.

XXIV. Křivka čtvrtého řádu se třemi dvojnými body.

144. Dosadíme-li do vzorce článku 44 za

$$c = 2 \text{ a všecky } \beta = 1,$$

nechť je počet bodů B jakýkoliv, obdržíme vždy křivku čtvrtého řádu.

Jednu takovou křivku jsme vytvořili ve článku 86. jakožto pomocnou k určení průsečných bodů křivky P s přímkou C_1.

Hybný obrazec onoho článku byl trojúhelník, jehož všecky strany se točily kolem tří pevných bodů.

Zvolíme-li čtyry body B, pak obdržíme křivku (r), o které jsme pojednali ve článku 110.

Jest-li že je bodů B více než-li čtyry, tedy je vždy první a poslední bod B dvojným bodem odvozené křivky P; třetí pak dvojný bod může býti určen po způsobu onom, jaký jsme podali ve čl. 110.

XXV. Mnohoúhelníky vepsané a obepsané dvěma kuželosečkám.

145. Předpokládejme, že křivky B, C článku 46. jsou kuželosečky, či že $\beta = c = 2$.

Odvozená křivka Π je v tomto případě všeobecně osmé třídy, avšak její část, která je vlastní křivkou, je kuželosečka Π.

Pozorujme reciproký obrazec co možná nejjednodušší. Buďtež dány dvě kuželosečky B, C. Zvolme libovolný bod m na C a veďme

z něho tečny mp, mn ku B. Přímka mn protíná C v bodu n. Druhá tečna vedená z tohoto bodu ku B protíná přímku mp v bodu p. Když bod m probíhá kuželosečku C, pak bod p popisuje jinou kuželosečku P.

146. Považujeme-li bod n za bod m, pak obdržíme týž bod p. Z toho plyne, že kuželosečka P je dvojnásobnou. Předpokládejme, že přímka mn dotýká se kuželosečky C v m. Body m, n splývají pak s tímto dotyčným bodem a zrovna tak strany mp, np hybného trojúhelníku sjednocují se s druhou tečnou vedenou z bodu m ku B. Z toho plyne, že je tato tečna mp částí všeobecné křivky P osmého řádu.

Přihlížíme-li k této přímce jakožto ku dvěma soumezným tečnám kuželosečky B, pak můžeme říci, že se protínají v bodu dotyčném p přímky mp s B. Tento bod je tudíž bodem křivky P.

Poněvadž kuželosečky B, C mohou míti čtyry společné tečny, tedy dostáváme čtyry přímky, jež tvoří části čtvrtého řádu všeobecné křivky P.

Každé této společné tečně odpovídá jeden průsek kuželoseček B, P; následovně obdržíme takto všecky čtyry průsečíky těchto křivek přímo.

147. Přihlédněme k průsečnému bodu m daných kuželoseček B, C. Tečna vedená z tohoto bodu ku B protíná C v bodu n, který je zároveň průsečíkem p druhé tečny, vedené z tohoto bodu ku B, s přímkou mn. Z toho vidíme, že tečny vedené v průsečných bodech kuželoseček B, C ku B protínají křivku C ve čtyrech bodech, ve kterých se protínají kuželosečky P, C.

148. Určeme body p na kterékoliv tečně kuželosečky B. Tato tečna protíná C ve dvou bodech m, m'; druhé tečny vycházející z těchto bodů ku B určují dva body n, n', kterým odpovídají na přímce mm' dva body p, p' kuželosečky P.

Když přímka mm' se dotýká kuželosečky C, pak body m, m' splývají jakož i body n, n' a následovně i body p, p' sjednocují se na přímce mm'. Z toho plyne, že tečny společné kuželosečkám B, C dotýkají se zároveň kuželosečky P.

Z dříve uvedeného vzorce všeobecného vyplývá, že vlastní křivka P je vždy kuželosečkou, nechť je počet stran hybného mnohoúhelníku jakýkoliv.

Můžeme tudíž vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se proměnný mnohoúhelník takovým způsobem, že všechny jeho n strany se dotýkají dané kuželosečky B, a že všecky jeho vrcholy, vyjma jeden,

probíhají jinou kuželosečku C, pak tento volný vrchol vytvořuje třetí kuželosečku P, která se dotýká všech tečen společných kuželosečkám B, C.

Duálně:

Pohybuje-li se proměnný mnohoúhelník tak, že všech jeho n-vrcholů probíhá danou kuželosečku C, a všecky strany, vyjma jednu, dotýkají se jiné kuželosečky B, pak tato volná strana obaluje třetí kuželosečku Π, jež prochází průsečnými body kuželoseček B, C.

149. Strany mp, np hybného trojúhelníku mnp protínají kuželosečku C pořadem ještě v bodech m', n', jež určují čtvrtou stranu $m'n'$ čtyrúhelníku $mnn'm'$, jehož všecky vrcholy probíhají kuželosečku C, a tři jeho strany mm', mn, nn' dotýkají se kuželosečky B. Čtvrtá strana $m'n'$ obaluje kuželosečku Π, která prochází průsečnými body kuželoseček B, C.

Přihlédněme k průsečnému bodu m' kuželosečky C s tečnou vedenou ku B v průsečíku m kuželoseček B, C. Strana mn hybného čtyrúhelníku splývá se stranou $m'm$, a strany nn', $m'n'$ sjednocují se s druhou tečnou vycházející z bodu m' ku B. Tato přímka je tudíž tečnou kuželosečky Π.

Tedy:

Tečny vedené ku B v průsečných bodech kuželoseček B, C protínají kuželosečku C ve čtyrech bodech; druhé tečny ku B vycházející z těchto bodů, jsou společnými tečnami kuželosečky B s odvozenou Π.

150. Předpokládejme, že kuželosečky B, C jsou v takové vzájemné poloze, že čtvrtá strana $m'n'$ hybného čtyrúhelníku dotýká se kuželosečky B. Přímka $m'n'$ je tečnou kuželosečky Π, a proto mají kuželosečky B, Π pět společných tečen. Z toho následuje, že se tyto kuželosečky sjednocují a že tedy hybný čtyrúhelník má tu vlastnosť, že všecky jeho strany se dotýkají kuželosečky B.

Tedy:

Je-li možno jedné kuželosečce vepsati mnohoúhelník tak, aby byl zároveň obepsán jiné kuželosečce, pak je takových mnohoúhelníků nekonečné množství, jež jsou vepsány a obepsány těmto kuželosečkám.

Poučka tato je sama sobě reciprokou a jest to tak zvaná poučka Ponceletova o vepsaných a obepsaných mnohoúhelnících dvěma kuželosečkám.

151. Vraťme se ku sestrojení křivky P, když předpokládáme, že kuželosečky B, C zaujímají tuto právě uvedenou zvláštní polohu.

Protilehlé strany mn, $m'n'$ hybného čtyrúhelníku $mnn'm'$ podávají týž vrchol p trojúhelníku mnp, či týž bod p kuželosečky P. Taktéž druhé dvě protilehlé strany čtyrúhelníku dávají jeden bod p' křivky P.

Z toho následuje, že každý bod kuželosečky P je vlastně dvojným jejím bodem, či jinými slovy, že kuželosečka tato přechází ve dvojnou přímku, která prochází, jak jsme byli seznali, čtyrmi průsečnými body kuželosečky C s tečnami vedenými ku B v průsečných bodech křivek B, C. Společné tečny těmto kuželosečkám dotýkají se zároveň přímky P.

Tato vlastnosť nás zároveň poučuje o vzájemné poloze kuželoseček B, C. Jejich průsečné body musí se po dvou sjednocovati, či jinými slovy, kuželosečky tyto se dotýkají ve dvou bodech, a přímka P jest jejich dotyčnou tetivou.

152. Body p, p', o kterých jsme v předešlém článku mluvili, jsou průsečné body dvou dvojin protilehlých stran hybného čtyrúhelníku, jenž je vepsán do kuželosečky C a obepsán kuželosečce B. Přímka P je tudíž úhlopříčnou úplného čtyrstranu mn, nn', $n'm'$, $m'm$ a následovně je polárou průsečného bodu π ostatních dvou úhlopříčen tohoto čtyrstranu vzhledem k oběma kuželosečkám B, C.

Tyto dvě poslední úhlopříčny obalují při pohybu tohoto čtyrstranu bod π.

O křivkách čtvrtého řádu se třemi a s jedním dvojným bodem a o křivce dvojných bodů.

Napsali: J. S. a M. N. Vaněček.

XXVI. Křivka čtvrtého řádu se třemi dvojnými body.

153. Položíme-li do vzorce článku 47.

$$\beta_1 = 2,\ \beta = 1 \text{ a } c_0 = c_1 = c_2 = 1,$$

pak křivka Π jest osmé třídy.

Pozorujme obrazec reciproký. Budiž dána kuželosečka C_1, přímka C_2 a tři body B_0, B_1, B_2. Bod odvozené křivky P sestrojí se následovně.

Libovolná příčka procházející bodem B_0 protíná kuželosečku C_1 ve dvou bodech m, n. Přímka nB_1 proniká C_2 v bodu o. Spojnice

oB_2 tohoto bodu s bodem B_2 seče přímku mB_1 v bodu p, který jest bodem hledané křivky.

154. Vyhledejme dvojné body této křivky. K tomu cíli průsečné body přímky B_1B_2 s kuželosečkou C_1 označme x, y a předpokládejme, že strana mn čtyrúhelníku $mnop$ prochází bodem x. Když se jeho vrchol m nalézá v x, pak strana mp sjednocuje se s B_1B_2. Čtvrtá strana op procházejíc bodem B_2 protíná mp v tomto bodu, který je tudíž bodem křivky P. Právě tak obdržíme tento bod i když m leží v y. Z toho plyne, že bod B_2 je dvojným bodem křivky P.

Vraťme se ke původní poloze strany mn, když m leží v x. Považujeme-li bod n jako vrchol m hybného čtyrúhelníku, pak vrchol n leží v x a strany no, op sjednocují se s přímkou B_1B_2. Vrchol p leží v B_1. Opakujeme-li totéž vzhledem k bodu y, obdržíme opět bod B_1 jakožto vrchol p hybného čtyrúhelníku, z čehož je patrno, že bod B_1 je dvojným bodem křivky P.

Pozorujme nyní přímku B_0B_1, která protíná kuželosečku C_1 v bodech t, u, jakožto první stranu a přímku tB_1 jako druhou stranu hybného čtyrúhelníku. Třetí jeho strana no sjednocuje se s B_0B_1 a protíná C_2 v bodu o, který je zároveň čtvrtým vrcholem p; náleží tudíž křivce P. Avšak považujeme-li bod u za vrchol m, obdržíme týž bod p; z toho je patrno, že tento bod p je třetím dvojným bodem křivky P.

Můžeme tedy vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se čtyrúhelník $mnop$ tak, že se jeho dvě strany mp, no točí kolem pevného bodu B_1 a strany mn, op kolem pevných bodů B_0, B_2 co za tím jeho dva vrcholy m, n probíhají kuželosečku C_1 a třetí vrchol o se šine po pevné přímce C_2, pak čtvrtý vrchol p popisuje křivku čtvrtého řádu, která má tři dvojné body, z nichž dva jsou body B_1, B_2 a třetí je průsečík přímky B_0B_1 s přímkou C_2.

Duálně:

Pohybuje-li se čtyrúhelník, $MNOP$ takovým způsobem v rovině, že jeho dva vrcholy MP, NO probíhají pevnou přímku C_1, a druhé dva vrcholy MN, OP šinou se pořadem po dvou přímkách C_0, C_2, kdežto jeho dvě strany M, N dotýkají se kuželosečky B_1, a třetí strana O točí se kolem pevného bodu B_2, pak čtvrtá strana P obaluje křivku čtvrté třídy o třech dvojných tečnách,

z nichž dvě jsou přímky C_1, C_2 a třetí je spojnice bodu C_0C_1 s bodem B_2.

155. Průsečné body křivky P s kuželosečkou C_1 nedostáváme přímo, za to však dostáváme přímo průsečíky křivky P s přímkou C_2.

V předešlém článku jsme shledali, že průsečný bod přímky B_0B_1 s C_2 je dvojným bodem křivky P. Zbývá nám tudíž určiti ještě druhé dva body na C_2.

Považujme tečnu vedenou z bodu B_0 ku C_1. V jejím dotýčném bodu sjednocují se vrcholy m, n hybného čtyrúhelníku a následovně i strany mp a no splývají v jednu přímku, která spojuje tento dotyčný bod s B_1 a protíná přímku C_2 v bodu o, jímž prochází taktéž strana op. Tento bod o jest tudíž průsečný bod křivky P s přímkou C_2; a poněvadž totéž platí vzhledem ke druhé tečně vedené z bodu B_0 ku C_1, tedy:

Průsečné body přímky C_2 s přímkami, jež spojují dotyčné body tečen vedených z bodu B_0 ku C_1 s bodem B_1, jakož i průsečný bod s přímkou B_0B_1, jsou body, ve kterých přímka C_2 protíná křivku P, kdež poslední bod je dvojným bodem této křivky.

156. Předpokládejme, že body B_0, B_1, B_2 leží na přímce, kterou chceme označiti X.

Dvojné tři body křivky P nalézají se na této přímce X, z čehož následuje, že je tato přímka dvojnou částí křivky P. Druhá její část je kuželosečka.

157. Předpokládejme dále, že se bod B_1 nalézá na kuželosečce C_1. Přímka B_0B_1 protíná tuto kuželosečku v bodech B_1 a s.

Považujme bod s za vrchol m hybného čtyrúhelníku $mnop$. Jeho strana mp splývá s přímkou B_0B_1, a vrchol n se nalézá v B_1. Strana no stává se tudíž neurčitou a tvoří svazek, jehož střed je bod B_1. Každý paprsek tohoto svazku může se považovati za stranu no; tím se stává, že i strana op mění svou polohu, kdežto strana mp zůstává stálou, a body p vyplňují přímku B_0B_1.

Považujeme-li bod B_1 za vrchol m, pak se vrchol n nalézá v bodu s, a strana mp točí se kolem tohoto bodu. Strana no sjednocuje se s přímkou B_0B_1, která protíná C_2 v bodu o, jehož spojnice s bodem B_2 je stranou op, která protíná veškeré paprsky svazku (B_1) v bodech p. Přímka oB_2 je tedy částí křivky P.

Tedy:

Když bod B_1 leží na kuželosečce C_1, pak se křivka P rozpadá v kuželosečku procházející body B_1, B_2 a pak

ve dvě přímky, totiž v přímku B_0B_1 a v jinou přímku, která spojuje bod (B_0B_1, C_2) s bodem B_2.

158. Když bod B_0 nalézá se na kuželosečce C_1, tedy přímka B_0, B_1 protíná C_2 ve čtyrnásobném bodu křivky P, protože tečny vedené z bodu B_0 ku C_1 sjednocují se s tečnou kuželosečky C_1 v bodu B_0, a následovně jejich dotyčné body sjednocují se též s bodem B_0. Přímka, která spojuje tento bod s bodem B_1, protíná C_2 v bodu, ve kterém se sjednocují dva dvojné body křivky P na C_2. Jelikož bod B_2 je dvojným bodem křivky P, tedy můžeme vysloviti tuto poučku:

Leží-li bod B_0 na kuželosečce C_1, pak se křivka P rozpadá ve dvě dvojné přímky, totiž v přímku B_0B_1 a v přímku, která spojuje bod (B_1B_0, C_2) s bodem B_2.

V tom případu, že bod B_0 leží na kuželosečce C_1 a ostatní body B_1, B_2 nalézají se na přímce, která prochází bodem B_0, pak křivka P přechází v tuto čtyrnásobnou přímku $B_0B_1B_2$.

XXVII. Křivka čtvrtého řádu s jedním dvojným bodem.

159. Konečně přihlídněme ku křivce dané vzorcem článku 48., když

$$\beta_1 = 2, \quad c_h = 2.$$

Křivka odvozená Π je pak čtvrté třídy.

Sestrojení křivky reciproké P je následující. Jsou dány: kuželosečka C_1 a přímka C_2, pak dva body B_0, B_1 a kuželosečka B_2. Bodem B_0 proložme libovolnou příčku lm, která proniká kuželosečku C_1 ve dvou bodech l, m. Spojnice lB_1, mB_1 těchto bodů s bodem B_1 protínají přímku C_2 pořadem v bodech o, n. Tečny vedené po jedné z těchto bodů ke kuželosečce B_2 protínají se v bodu p, který popisuje křivku P, když se příčka lm točí kolem bodu B_0.

Pomocí poučky článku 3. snadno seznáme, že křivka P je všeobecně řádu osmého; avšak rozpadá se ve dvě rovnomocné části, totiž ve vlastní křivku P čtvrtého řádu a ve čtyry přímky, jež určíme o něco málo později.

160. Určeme body křivky P, která leží na libovolné tečně D kuželosečky B_2. Tato přímka protíná C_2 v bodu n, jehož spojnice s bodem B_1 protíná kuželosečku C_1 ve dvou bodech m, m', jež určují dvě příčky procházející bodem B_0.

Tyto přímky protínají C_1 v bodech l, l'. Promítneme-li tyto body z bodu B_1 na C_2, pak obdržené průměty jsou body o, o', jež

podávají čtyry tečny kuželosečky B_2, jež protínají přímku D ve čtyrech bodech p, p_1, p', p'_1 křivky P.

Jak patrno, obdržíme na každé tečně kuželosečky B_2 všecky čtyry body křivky P přímo. Prozkoumejme zvláštní polohy těchto bodů.

161. Pozorujme příčku, která se dotýká kuželosečky C_1 v bodu m. Poněvač pak body l, m, o nichž jsme v předešlém článku mluvili, se sjednocují s tímto bodem m, tedy i jejich průměty n, o z bodu B_1 na C_2 splývají jakož i tečny z těchto posledních bodů ku B_2 vedené. Obě takto obdržené tečny tvoří části křivky P. Z toho plyne, že obě strany vedené z bodu B_0 ku C_1 podávají dohromady čtyry přímky, jež tvoří část čtvrtého řádu rozpadlé křivky P, o kteréžto odpadající části jsme se již byli zmínili.

162. Stanovme body křivky P, které se nalézají na jedné z tečen T odvozených z bodu m, ve kterém se dotýká příčka vedená bodem B_0 ku C_1. Ona tečna T protíná přímku C_2 v bodu n, ze kterého vycházejí dvě tečny ku B_1, z nichž jedna protíná T v bodu n a druhá sjednocuje se s touto přímkou T. Považujeme-li tyto dvě sjednocené tečny za soumezné, tedy protínají se v dotyčném bodu přímky T s B_2. Přímka mB_1 protíná C_1 ještě v bodu m', a jeho spojnice s bodem B_0 protíná C_1 v bodu l', jehož průmět o' na C_2 podává dvě tečny kuželosečky B_2, jež protínají přímku T ve dvou bodech, jež se různí od těch, které jsme právě obdrželi.

Z toho plyne tato poučka:

Tečny vedené z bodu B_0 ke kuželosečce C_1 dotýkají se jí ve dvou bodech m, m_1, jejichž průměty n, n_1 z bodu B_1 na C_2 jsou průsečnými body křivky P s přímkou C_2. Čtyry tečny, jež je možno vésti z těchto bodů ke kuželosečce B_2, tvoří část křivky P a dotýkají se kuželosečky B_2 v jejich průsečných bodech s křivkou vlastní P.

163. Pozorujme nyní přímku B_0B_1, která nechť protíná přímku C_2 v bodu n, a vyhledejme body křivky P, které se nalézají na tečně T vedené z bodu n ku B_2. Přímka B_0B_1 protíná C_1 ve dvou bodech m, m', jež se sjednocují pořadem s body l', l. Z toho následuje, že body o, o' spadají též do bodu n. Jedna z tečen uvedených z tohoto bodu ku B_2 povstala vlastně sjednocením dvou tečen, jež můžeme bráti za soumezné, při tom pak i za soumezné přímce B. Takto dostáváme dotyčný bod přímky T s B_2 a dále průsečný bod n téže přímky s C_2. Totéž platí pro druhou tečnu z n ku B_2 vedenou:

Tedy:

Přímka B_0B_1 protíná přímku C_2 ve dvojném bodu křivky P_1 a tečny vedené z tohoto bodu ku B_2 dotýkají se této kuželosečky v bodech, ve kterých se jí dotýká též křivka P.

164. Když se body m, m' sjednocují v bodu m, pak příčka mB_0 protíná kuželosečku C_1 po druhé v bodu l, který podává jediný bod o, ze kterého vycházející tečny ku B_2 protínají jednu z tečen vedených z n ku B_2 ve dvou bodech p, p_1.

Jako v bodu m jsou vlastně dva soumezné body, tak tomu též jest při bodu l, pak při o a konečně i při přímkách op, op_1. Z toho plyne, že body p, p_1 jsou dotyčnými body křivky P s tečnou vedenou z bodu n ku B. Tato přímka je následovně dvojnou tečnou křivky P. Přímky takové jsou čtyry.

Tedy:

Tečny vedené z bodu B_1 ke kuželosečce C_1 protínají přímku C_2 ve dvou bodech; z těchto vedené čtyry tečny ke kuželosečce B_2 jsou dvojnými tečnami křivky P a jejich dotyčné body dají se stanoviti přímo.

165. Pozorujme body n, o na přímce C_2, které odpovídají dle naznačeného zákona jakékoliv příčce lm procházející bodem B_0. Veškeré tečny vedené z bodů n, o ku B_2 tvoří úplný čtyrstran, jehož dva vrcholy n, o se nalézají na přímce C_2 a ostatní čtyry vrcholy popisují křivku P.

Když body n, o probíhají dle dříve vytčeného zákona přímku C_2, tedy každý z ostatních vrcholů popisuje jednu část křivky P, z nichž dvě jsou spojeny dvojným bodem.

Křivka P je tudíž trojdílná.

Jelikož je přímka C_2 či no úhlopříčnou hybného úplného čtyrstranu, který je opsán kuželosečce, tedy ostatní dvě jeho úhlopříčny protínají se v bodu c_2, který je pólem přímky C_2 vzhledem ke kuželosečce B_2. Poněvač pak přímka C_2 zůstává pevnou, tedy též i bod c_2 je stálým.

166. Vraťme se ku sestrojení bodu p křivky P. Body l, m, n, o, p jsou vrcholy hybného pětiúhelníku. Jedna z jeho stran, totiž lm, točí se kolem bodu B_0, strany mn, lo otáčejí se kolem bodu B_1 a ostatní jeho strany np, op dotýkají se kuželosečky B_2, kdežto dva jeho vrcholy l, m probíhají kuželosečku C_1, jiné dva n, o šinou se po přímce C_2; pátý vrchol p popisuje křivku P.

Můžeme tudíž vysloviti následující poučku:

Pohybuje-li se pětiúhelník $lmnop$ takovým způso-

bem v rovině, že jeho strana lm točí se kolem pevného bodu B_0, strany mn, lo točí se kolem jiného pevného bodu B_1, a ostatní strany np, op dotýkají se kuželosečky B_0, kdežto jeho dva vrcholy l, m probíhají kuželosečku C_1, jiné dva n, o šinou se po pevné přímce C_2, pak pátý jeho vrchol p popisuje čtyry tečny kuželosečky B_2 a vlastní křivku P čtvrtého řádu trojdílnou, mající jeden dvojný bod, jenž je průsečíkem B_0, B_1 a C_2,

Křivka P protíná kuželosečku B_2 ve čtyrech a dotýká se jí ve dvou bodech.

Mezi společnými tečnami křivek B_2, P jsou též čtyry, které jsou dvojnými tečnami křivky P.

Reciproce:

Pohybuje-li se pětiúhelník $LMNOP$ v rovině tak, že jeho vrchol LM probíhá pevnou přímku C_0, jiné dva vrcholy MN, LO šinou se po jiné pevné přímce C_1 a ostatní vrcholy NP, OP probíhají kuželosečku C_2, kdežto strany L, M dotýkají se kuželosečky B_1, strany N, O točí se kolem pevného bodu B_2, pak pátá strana P obaluje čtyry body na C_2 a křivku Π čtvrté třídy trojdílnou, mající dvojnou tečnu, jež je spojnicí bodu B_2 s průsečíkem přímek C_0, C_1.

Křivka Π má s kuželosečkou C_2 čtyry společné tečny a dotýká se jí ve dvou bodech.

Mezi průsečnými body křivky Π s C_2 jsou též čtyry, jež jsou dvojnými body hřivky Π.

167. Předpokládejme, že bod B_0 leží na poláře A bodu B_1 vzhledem ke kuželosečce C_1. Tu pak je patrno, že body m, m', l, l', o nichž mluveno ve článku 160, jsou vrcholy úplného čtyrstranu, jehož ostatní dva vrcholy jsou B_0, B_1. Z toho následuje, že body p a p' jzkož i p_1 a p_1' splývají, tak že obdržíme na kterékoliv tečně D kuželosečky B_2 pouze dva body p, p_1.

Poněvač toto platí o každé tečně D, tedy dostáváme každý bod křivky P jako dvojný, či jinými slovy, křivka P přešla ve dvojnásobnou kuželosečku.

Jak z konstrukce samé plyne, i průsečné body křivky P s přímkou C_2 splývají:

Tedy:

Leží-li bod B_0 na poláře bodu B_1 vzhledem ke kuželosečce C_1, pak je křivka P dvojnásobnou kuželotečkou.

168. Když bod B_1 leží na C_1, pak přímka B_0B_1 protíná C_1 jednou v bodu l a po druhé v bodu B_1. Průmět bodu tohoto na přímku C_2 je neurčitým, a můžeme každý paprsek svazku (B_1) považovati za paprsek promítací. Tím způsobem obdržíme veškeré tečny kuželosečky B_2 a ty protínají dvě stálé tečny T, T' vedené z bodu o ku B_2, kterýžto bod je průmětem bodu l na C_1 z B_1 či je průsečíkem přímek C_1, B_0B_1.

Z toho plyne, že křivka P se rozpadá v tyto dvě přímky a ve vlastní křivku 2. řádu.

Tedy:

Když bod B_1 leží na kuželosečce C_1, tedy se křivka P rozpadá ve dvě tečny, vedené z průsečíku přímek B_0B_1, C_1, a pak v kuželosečku.

169. Předpokládejme, že bod B_0 leží na C_1. V tomto případu sjednocuje se bod l s bodem B_0; jest tedy stálým a zrovna tak i jeho průmět o na C_1. Následkem toho i tečny T, T' z o ku B_2 vedené jsou stálými. Z každého bodu m kuželosečky C_1 dostáváme dvě tečny, které protínají ony stálé přímky T, T' v bodech p křivky P. Tedy tyto přímky jsou částmi křivky odvozené.

Když pak i bod m spadá do B_0, či sjednocuje se s bodem l, tu pak i bod n splývá s bodem o, a ony hybné tečny sjednocují se s pevnými tečnami T, T', které takto dostáváme po druhé jakožto části křivky P.

Z toho následuje:

Leží-li bod B_0 na kuželosečce C_1, tedy se křivka P rozpadá ve dvě dvojnásobné tečny vedené z průseku přímek B_0B_1 a C_2 ku B_2.

Totéž platí i tehdáž, když oba body B_0 i B_1 leží na kuželosečce C_1.

XXVIII. Křivka dvojných bodův.

170. Ve článku 83. odvodili jsme následující poučku:

Pohybuje-li se trojúhelník c_2c_3r tak, že jeho dvě strany c_2c_3, c_2r dotýkají se pevné kuželosečky B_0 a strana c_3r otáčí se kolem pevného bodu B_3, co za tím vrcholy c_2, c_3 probíhají pořadem pevné přímky C_2, C_3, pak třetí vrchol r popisuje křivku (r) o třech dvojných bodech, z nichž jeden je bod B_3, druhý je průsek o přímek C_2, C_3, a třetí leží na přímce, která prochází bodem B_3 a pólem přímky C_2 vzhledem ke kuželosečce B_0.

Ponechme vše pevné a měňme pouze polohu přímky C_2, která nechť se točí kolem bodu o. Každé takové poloze přímky C_2 odpovídá jedna křivka (r); veškery tyto křivky mají v B_3 a v o dvojné body, kdežto třetí dvojné body mají různé. Avšak je patrno, že dvěma soumezným polohám přímky C_2 odpovídají dvě soumezné polohy tohoto třetího dvojného bodu. Které jest jeho geometrické místo?

171. Abychom místo to určili, přihlédněme ku sestrojení takového dvojného bodu d. Pól γ_2 přímky C_2 spojí se s bodem B_3 přímkou, která protíná C_3 v bodu c_3. Z toho vedená tečna ku B_0 protíná C_2 v bodu c_2 a z něho vycházející druhá tečna k B_0 protíná $B_3\gamma_3$ v hledaném bodu d. Kdybychom vedli z bodu c_3 druhou tečnu, dostali bychom c'_2, též jinou tečnu z něho ku B_0, avšak ta protíná $B_3\gamma_2$ právě v témž bodu d jako dřívější. Neboť na tom právě se zakládá dvojnásobnosť bodu d, že v něm mají dva hybné trojúhelníky c_2c_3r předešlé poučky společný vrchol r.

172. Chceme-li určiti řád křivky (d), užijeme pomocné křivky, jejíž sestrojení je následující.

Pozorujme libovolnou pevnou tečnu T kuželosečky B_0. Ta protíná přímku C_2 v bodu c_2, ze kterého vedeme druhou tečnu k B_0, která protíná přímku spojující pól γ_2 přímky C_2 s bodem B_3 v bodu c_3. Tečna T protíná $B_3\gamma_2$ v bodu d. Když bod c_3 leží na C_3, pak jest bod d bodem křivky (d), který leží na přímce. Necháme-li přímku C_2 proběhnouti celý svazek (o), pak bod c_3 popíše nějakou křivku (c_3), jejíž řád jest nám stanoviti.

173. K tomu cíli zvolme v rovině kuželosečky B_0 jakoukoliv přímku P, která nechť protíná stranu c_3d hybného trojúhelníku c_2c_3d v bodu a a strana c_2c_3 v bodu b. Hledejme, kolik bodů b odpovídá jednomu bodu a a naopak.

Libovolným a a bodem B_3 prochází jediná přímka c_3d, která protíná poláru O bodu o v jediném bodu γ_2 a tomu odpovídá jediná polára jakožto přímka C_2, která protíná T v bodu c_2, a z toho je opět již jen jediná možná tečna c_2c_3; ta protíná P v bodu b. Z toho je patrno, že jednomu bodu a odpovídá jediný bod b,

Považujeme-li kterýkoliv bod přímky P jakožto b, pak z něho můžeme vésti dvě tečny ku B_0. Ty protínají přímku T ve dvou bodech c_2, c'_2, jimiž procházejí pořadem dvě přímky C_2, C'_2. Jejich póly γ_2, γ'_2, leží na O a stanoví s bodem B_3 dvě přímky c_3d, jež protínají P ve dvou bodech a. Tedy jednomu bodu b odpovídají dva body a.

Dle známé poučky jest řád křivky (c_3) roven součtu obou tuto nalezených čísel, či křivka tato je třetího řádu.

Jako taková protíná křivka (c_3) přímku C_3 ve třech bodech, jimž odpovídají tři body d na přímce T.

Z toho dále plyne, že křivka (d) je třetího řádu.

174. Pozorujme kteroukoliv C_2 procházející bodem o. Její pól γ_2 stanoví s B_3 přímku, která protíná C_3 v bodu c_3. Z toho vedená tečna ku B_0 protíná C_2 v bodu c_2, ze kterého jest možná již jen jediná tečna c_2d a ta protíná $\gamma_2 B_3$ či $c_3 d$ v bodu d. Dostáváme tudíž na libovolné přímce bodem B_3 procházející jediný bod d přímo.

Z toho následuje, že je bod B_3 dvojnásobným bodem křivky (d).

175. Předpokládejme, že přímka svazku (B_3) prochází bodem o a protíná O v bodu γ_2. Jeho polára C_2 prochází bodem o. Z tohoto bodu, jakožto průseku přímky $B_3\gamma_2$ s C_3, vedená tečna protíná C_2 v o a z toho vycházející druhá tečna ku B_0 protíná $B_3\gamma_2$ v bodu o, který náleží tudíž křivce (d).

Nazveme průsek přímek O, C_3 bodem m a předpokládejme, že jím prochází paprsek svazku (B_3). Tečna z bodu m ku B_0 vedená protíná jeho poláru v bodu, který je dotyčným bodem té tečny; druhá tečna z tohoto dotyčného bodu vedená sjednocuje se s prvou a prochází tudíž bodem m, který je bodem křivky (d).

Když paprsek svazku (O) se sjednocuje s přímkou C_3, pak polára bodu m protíná O v bodu n'; přímka nB_3 protíná C_3 v bodu n křivky (d), protože obě příslušné tečny křivky B_0 jím procházejí.

Jinými slovy: body m, n, o jsou dvojnými body řad, které vytvořují na přímce C_3 svazky (B_0), (B_3), jejichž paprsky jsou známým způsobem přiřaděny.

Označme průseky přímky O s kuželosečkou B_0 písmeny o_1, o_2 a proveďme jedním z nich na př. bodem o_1, paprsek svazku (B_0). Polára tohoto bodu sjednocuje se s příslušnou tečnou a bod o_1 je bodem křivky (d), který se nalézá na B_0; obě křivky se v něm dotýkají. Totéž platí o druhém bodu o_2.

Takto jsme sestrojili všecky průseky křivky (d) s přímkami C_3, O.

Můžeme tudíž vysloviti následující poučku:

P o h y b u j e - l i s e t r o j ú h e l n í k $c_2 c_3 d$ t a k o v ý m z p ů s o b e m, ž e j e d n a j e h o s t r a n a $c_3 d$ t o č í s e k o l e m p e v n é h o b o d u B_3 a p r o t í n á d v ě p e v n é p ř í m k y C_3, O v b o d e c h c_3, γ_2, d r u h é d v ě s t r a n y $c_2 c_3$, $c_2 d$ j s o u t e č n a m i d a n é p e v n é k u ž e l o s e č k y B_0, v z h l e d e m k u k t e r é ž j e O p o l á r o u n ě k t e r é h o

bodu o přímky C_3, a jeden jeho vrchol nalézá se v c_3, kdežto druhý c_2 leží na poláře C_2 bodu γ_2, pak třetí vrchol d popisuje křivku (d) třetího řádu, která má v B_3 dvojný bod, prochází bodem o a průsekem m přímek C_3, O a dotýká se kuželosečky B_0 v průsečných bodech přímky této s přímkou O; tečny z o ku B_0 vycházející jsou jejich společnými tečnami.

Tato křivka (d) je místem třetího dvojného bodu křivky čtvrtého řádu (r), která má v B_3 a v o dvojné body a je popsaná způsobem uvedeným ve článku 170.

Reciproce:

Trojúhelník C_2C_3D pohybuje se tak, že jeden jeho vrchol C_3D probíhá pevnou přímku C_3, z kteréhožto vrcholu vycházejí dvě přímky C_3, Γ_2 k pevným bodům c_3, o; druhé dva vrcholy C_2C_3, C_2D probíhají pevnou kuželosečku B_0, vzhledem ku které je bod o pólem kterékoliv přímky O procházející bodem C_3; jedna strana tohoto trojúhelníku je přímka C_3 a druhá C_2 prochází pólem c_2 přímky Γ_2; při tomto pohybu obaluje třetí strana D křivku (D) třetí třídy, která má přímku B_3 za dvojnou tečnu, dotýká se přímky O, jakož i přímky c_3o a dotýká se kuželosečky B_0 v průsečných bodech této s přímkou O; společné tečny v těchto bodech jsou přímky vycházející z bodu o.

Takto vytvořená křivka (D) je obalová třetích dvojných tečen křivek 4. třídy, které mají B_3 a O za dvojné tečny a jsou vytvořeny po způsobu reciprokém onomu, jenž je uveden v článku 170.

176. Zvolíme-li přímku T, o níž mluveno bylo ve článku 172, ve všeobecné poloze vzhledem ke kuželosečce B_0, pak křivka (d), dle téhož způsobu odvozená, jest jiného řádu.

Veďme bodem o jakoukoliv přímku C_2, která protíná danou T v bodu t, ze kterého vycházejí dvě tečny ku B_0. Provedeme-li bodem B_3 a pólem γ_2 přímky C_2 přímku, ta protíná pak ony tečny v bodech e, které vytvořují křivku (e) obdobnou s křivkou (d).

177. Řád této křivky stanovíme jako při křivce (d). Protněme jakoukoliv přímkou P tečny et v bodech a a přímky $B_3\gamma_2$ v bodech b a hledejme, kolik bodů b odpovídá jednomu a a naopak.

Zvolme bod a. Z toho vycházejí dvě tečny k B_0, a každá protíná T v jednom bodu t.

Každým tímto bodem prochází jedna přímka C_2 a té každé odpovídá jediná přímka $B_3\gamma_2$; tyto dvě přímky stanoví na P dva body b. Tedy jednomu bodu a odpovídají dva body b.

Zvolíme-li bod b na P, pak jím prochází jediná přímka $B_3\gamma_2$, jí odpovídá určitá přímka C_2 a ta protíná T v bodu t. Z tohoto bodu vycházejí dvě tečny k B_0 a ty protínají P ve dvou bodech a. Z toho je patrno, že jednomu bodu b odpovídají dva body a.

Křivka (e) je následovně čtvrtého řádu.

178. Určeme počet dvojných bodů křivky (e). Z bodu B_3 vycházejí dvě tečny, které odpovídají dvěma různým přímkám $B_3\gamma_2$. Tedy bod B_3 je bodem dvojným křivky (e).

Svazky (B_3), (o) přímek jsou promětné a vytvořují tudíž kuželosečku K, která protíná přímku T ve dvou bodech. Z každého tohoto bodu t vycházejí dvě různé tečny k B_0, které protínají příslušnou přímku $B_3\gamma_2$ v témž bodu t. Z toho plyne, že body tyto jsou dvojné body křivky (e). Jak patrno, sestrojení jejich je snadné.

Jinými slovy: jsou to dvojné body řad, které povstanou protnutím přímky T se svazky (B_3), $(o$; jednomu bodu jedné řady odpovídá jediný druhé řady.

Křivka (e) má tudíž tři dvojné body.

179. Paprsek svazku (o), který se dotýká kuželosečky B_0, má svůj pól v dotyčném bodu m; přiřaděná přímka $B_3\gamma_2$ jím prochází a protíná příslušnou tečnu v tomto bodu m, který je následovně bodem křivky (e) a sice dotyčným s kuželosečkou B_0. Bod m je průsečíkem křivky B_0 s polárou O bodu o. Tato přímka protíná B_0 ještě v jednom bodu a pro ten platí totéž.

Hledejme ostatní dva dotyčné body křivek B_0, (e). Má-li se křivka (e) kuželosečky B_0 dotýkati, musí se přímka $B_3\gamma_2$ s příslušnou tečnou te protínati na B_0. Totéž platí pro druhý bod e. Tedy prochází-li přímka $B_3\gamma_2$ pólem τ přímky T, pak protíná kuželosečku B_0 v dotyčných bodech s křivkou (e).

Jest patrno, že se některé dotyčné body křivek B_0, (e) dají sestrojiti přímo.

180. Předpokládejme, že přímka T protíná kuželosečku B_0 ve dvou reálných bodech a, b.

Proložme jedním z nich, na př. bodem a, paprsek svazku (o). Pól této přímky C_2 nalézá se na poláře O bodu o, a sice v průsečném bodu a' této přímky O s tečnou vedenou v bodu a ku B_0.

Přímka *ao* protíná T v bodu a, a z toho vycházejí dvě soumezné tečny ke kuželosečce B_0, které protínají přímku B_0a' ve dvou soumezných bodech a'.

Z toho je patrno, že přímka B_3a' je tečnou křivky (e) v bodu a'.

Totéž platí i pro bod b, a tedy v tomto případu dostáváme dvě tečny křivky (e), které vycházejí z dvojného jejího bodu B_3, a jejichž dotyčné body můžeme stanoviti přímo.

181. Srovnáme-li obdržené výsledky, můžeme vysloviti tuto poučku:

Pohybuje-li se trojúhelník tee' tak, že jeho vrchol t probíhá pevnou přímku T, a jemu protilehlá strana ee' prochází stále pevným bodem B_3 a pólem γ_2 přímky ot vzhledem k dané kuželosečce B_0, při čemž bod o je pevný, kdežto druhé dvě strany te, te' jsou tečnami kuželosečky B_0, pak vrcholy e, e' popisují křivku (e) čtvrtého řádu, která má tři dvojné body, z nichž jeden je B_3 a druhé dva leží na přímce T.

Tato křivka (e) dotýká se kuželosečky B_0 ve čtyrech bodech, z nichž dva jsou průsečné body poláry O bodu o s kuželosečkou B_0 a druhé dva jsou průsečíky téže kuželosečky s přímkou spojující bod B_3 s pólem τ přímky T vzhledem k B_0.

Duálně:

Pohybuje-li se trojúhelník $EE'T$ tak, že jeho jedna strana T točí se kolem pevného bodu τ a jemu protilehlý vrchol EE' nalézá se v průseku pevné přímky B_3 s polárou Γ_2 bodu TO vzhledem k dané kuželosečce B_0, při čemž přímka O je pevnou, kdežto druhé dva vrcholy ET, $E'T$ nalézají se na kuželosečce B_0, pak strany E, E' obalují křivku (E) čtvrté třídy, mající tři dvojné tečny, z nichž jedna je B_3 a druhé dvě procházejí bodem τ.

Křivka (E) dotýká se kuželosečky B_0 ve čtyrech bodech, z nichž dva jsou průseky přímky O s B_0 a druhé dva jsou dotyčné body tečen vedených z průsečíku přímky B_3 s polárou Θ bodu τ vzhledem k B_0.

182. Sjednocujeme-li některé z daných útvarů pevných, obdržíme křivky (e) zvláštních druhův. Uvedeme některé z nich.

Předpokládejme, že polára O bodu o sjednocuje se s přímkou T. Ona pomocná kuželosečka K článku 178. prochází průsečnými body

m, n přímky O s B_0, a poněvač to jsou zároveň průsečné body přímky T s K, tedy jsou dvojnými body křivky (e), ale body ty jsou současně dotyčnými křivek (e), B_0. Z toho následuje, že jsou body *m, n* vratnými křivky (e), při čemž bod B_3 zůstává dvojným.

Je li základní kuželosečka γ_0 kružnicí a přímky O, T sjednocují se v nekonečnu, pak je křivka (e) **Pascalovou závitnicí** a je vytvořena jako úpatnice.

Nalézá-li se bod B_3 uvnitř kružnice B_0, pak je osamoceným dvojným bodem. Do polohy této přichází přes křivku B_0. Leží-li na této, tedy jest opět dotyčným bodem křivek B_0, (e) a zároveň dvojným, či jinými slovy, je bodem vratným. Křivka (e) takto vytvořená je **kardioidou.**

Zároveň je takto dokázáno, že pomyslné kruhové body roviny kružnice B_0 jsou vratnými body Pascalovy závitnice a kardioidy.

183. Předpokládejme, že se bod B_3 sjednotil s bodem o.

Tečna A z bodu o ku B_0 vedená sjednocuje se s přímkou $B_3\gamma_2$ a protíná T v bodu t. Jedna tečna z něho vycházející dává tento bod jakožto bod křivky (e), kdežto druhá splývá s přímkou A a protíná ji v celé rozsáhlosti. Z toho následuje, že je přímka A částí křivky (e), a poněvadž jsou v bodu o dvě takové tečny A možné, tedy je zbývající část kuželosečka (e).

184. Tato kuželosečka (e) dotýká se dvakráte křivky B_0 a sice, jak pověděno bylo, v průsečných bodech této s přímkou, která spojuje bod B_3 s pólem τ přímky T. Přímka τB_3 má patrně svůj pól s na T.

Točíme-li přímku T kolem takto určeného bodu s, pak jí odpovídající kuželosečka (e) vytvořuje svazek, jehož kuželosečky se dotýkají ve dvou pevných bodech křivky B_0.

Kdyby daná kuželosečka B_0 byla ellipsou, pak se dostanou touto cestou pouze kuželosečky, které se jí dotýkají zevnitř. Ostatní se odvodí z kterékoliv odvozené hyperboly a naopak.

185. Kdyby se přímka T sjednotila s polárou O bodu o a tento kdyby splynul s bodem B_3, pak bychom obdrželi kuželosečku, která by se sjednotila s křivkou B_0, neboť kterýkoliv paprsek svazku (B_3) protíná kuželosečku B_0 ve dvou bodech, ve kterých se obě kuželosečky B_0, (e) dotýkají.

186. Předpokládejme, že se sjednotily body o a B_3 se středem kuželosečky základní.

Přímka pak, která spojuje pól τ přímky T, ve všeobecné poloze se nalézající, s bodem o, protíná B_0 v dotyčných bodech této křivky s kuželosečkou (e).

Vzhledem k souměrnosti konstrukce shledáme, že bod o rozpuluje vzdálenosť každých dvou přiřaděných bodů e, e'. Z toho následuje, že o je středem odvozené kuželosečky (e).

Toto nás přivádí na sestrojování bodů kuželosečky, které se nalézají na daném jejím průměru, pomocí kružnice B_0.

a) Budiž dána ellipsa svýma osama. Poněvač se mají dostávati body ellipsy na tečnách kružnice B_0, tedy opíšeme tuto nad malou osou; na to vedeme z vrcholů veliké osy tečny k B_0, které se protínají v bodu, který náleží přímce T; tato je rovnoběžná s velikou osou.

Když jsme byli takto sestrojili přímku T, postavíme ve středu o kolmice L k danému průměru mm' ellipsy. Ta protne T v bodu t, a tečny z něho vedené protínají mm' v hledaných bodech m, m'.

b) Budiž dána hyperbola svýma osama aneb, což jedno jest, reálnou osou a asymptotami, a hledají se koncové body průměru mm'.

Nad reálnou osou jakožto průměrem opíšeme kružnici B_0 ze středu o. Tečna k této kružnici rovnoběžně s některou asymptotou vedená, dotýká se jí v bodu, kterým prochází přímka T a stojí kolmo ku reálné ose. Kolmice postavená ve středu o k průměru mm' protíná přímku T v bodu t. Ostatní jako při ellipse.

Zároveň je z toho patrno, že obdržíme tutéž kuželosečku (e) ještě z jiné přímky T, kterou dostáváme přímo.

Druh kuželosečky (e) při základně kruhové B_0 pozná se ihned dle reálného protínání přímky T s kuželosečkou B_0; v tomto případu dávají tyto dva průsečíky dva úběžné body kuželosečky (e), a naopak.

187. Sestrojení kuželosečky (e) článku 183 podává řešení následující důležité úlohy:

K d y ž j e d á n a k u ž e l o s e č k a s v ý m i u r č o v a c í m i č á s t k a m i, m a j í s e n a l é z t i j e j í p r ů s e k y s l i b o v o l n o u p ř í m k o u a n i ž b y s e m u s e l a k ř i v k a s e s t r o j i t i.

Předpokládejme, že je dána ellipsa polohou a délkou malé osy a kterýmkoliv bodem e, aneb hyperbola reálnou osou a bodem e. Mimo to je dána libovolná přímka P.

Poznamenejme známé vrcholy jedné i druhé dané kuželosečky

písmeny v, v_1. Nad přímkou vv_1 jakožto průměrem sestrojme kružnici B_0. Přímka P protíná osu vv_1 v bodu o. Stanovme pól u přímky oe vzhledem ku B_0. Přímka ou protíná tečny z bodu e ku B_0 vedené v bodech t, t', kterými procházejí dvě přímky T, T' kolmo k ose vv_1, jež slouží k sestrojení bodů kuželosečky (e). Užijme na příklad přímky T.

Stanovme pól π přímky P. Přímka $o\pi$ protíná T v bodu x, ze kterého když se vedou tečny k B_0, tyto protínají přímku P v hledaných bodech p, p'.

Jest patrno, prochází-li přímka $o\pi$ průsečíkem přímky T s B_0, že P se kuželosečky (e) dotýká, a nejsou-li tečny k B_0 z bodu x možné, že též přímka P protíná kuželosečku (e) v pomyslných bodech.

Kdyby byla dána ellipsa svýma oběma osama, tu pak zůstává vše jako jsme právě byli uvedli a jen vrchol velké osy považujeme za bod e.

Kdyby hyperbola (e) byla dána reálnou osou vv_1 a asymptotami, pak se opět opíše nad průměrem vv_1 kružnice B_0, a z průsečného bodu o přímky P s osou vv_1 vede se rovnoběžka A' s jednou z obou asymptot A jakož tečny ku B_0 rovnoběžné s A. Přímka, která spojuje pól α' přímky A s bodem o, protíná tyto tečny ve dvou bodech t, t', kterými procházejí dvě přímky T, T' kolmo ku vv_1, z nichž jedné nebo druhé užijeme pak k další práci, která je totožná s onou, kterou jsme v předešlém případu vedli.

Takovéto sestrojení průsečných bodů p, p' libovolné přímky P s kuželosečkou (e) danou svými určovacími částkami jest velice výhodné proti jiným konstrukcím, které jsou známy, neboť se zde užívá jediné kružnice.

188. Ku konci všimněme si ještě zvláštní vzájemné polohy bodů o, B_3 a přímky T.

Body o, B_3 nechť se sjednotí a bod τ, t. j. pól přímky T vzhledem ku B_0 ať se nalézá na tečně vedené z o ke kuželosečce B_0.

Tím se stává, že oba průsečné body přímky $B_3\tau$ s B_0 stávají se soumeznými. Poněvač pak každý z nich je dotyčným bodem kuželoseček (e), B_0, tedy z toho je patrno, že dotyčný bod přímky $o\tau$ je nadoskulačním bodem obou kuželoseček.

Kdyby se přímka T kolem tohoto bodu točila, až by vytvořila svazek, pak i kuželosečky (e) tvoří svazek vespolně nadoskulačních kuželoseček.

189. Této konstrukce dá se užiti ku sestrojení kuželosečky (e), která prochází daným bodem e a oskuluje danou kuželosečku B_0 v bodu a.

Bodem a proložíme jakoukoliv přímku O, jejíž pól vzhledem ku B_0 je o. Přímka eo protíná O v bodu γ_2 a jeho polára je C_2, která protíná tečnu (kteroukoliv) vedenou z e ku B_0 v bodu t, který s bodem a stanoví příslušnou přímku T, pomocí které obdržíme pak snadno ostatní body kuželosečky (e).

18.

Remarques sur le genre Aristozoe Barrande.

Par **Ottomar Novák**. Lu le 1. Mai 1885.

(Avec une Planche.)

Le beau travail, publié par M. Chas. E. Beecher sur les Ceratiocaridæ du terrain dévonien de la Pensylvanie,*) a fait naître en nous la pensée de passer en revue les nombreux matériaux recueillis depuis la publication des Crustacés non trilobitiques, Supplt. au Vol. I. — Syst. Silur de la Bohême. 1872.

Dans ce Supplément, Barrande décrit et figure, sous les noms de Aristozoe, Bactropus et Ceratiocaris debilis, trois fossiles contrastants par leurs formes, et qui, à première vue, ne semblent posséder entre eux aucune connexion générique.

Bactropus**) est considéré représenter les „articulations des pattes d'un crustacé inconnu."

Ce corps cylindrique porte à chaque extrémité une articulation caractéristique, très-distincte. Il est important de remarquer que l'articulation du bout postérieur correspond avec celle du bulbe de la branche principale du gouvernail, décrite et figurée sous le nom de Ceratiocaris debilis Barr.***)

Nous avons recueilli dernièrement un grand nombre de spécimens de Bactropus longipes et de Ceratiocaris debilis, associés

---

*) Second. geol. Survey of Pennsylvania. Report of progress. *PPP.* 1884.
**) Supplt. Vol. I. Pl. 21. fig. 1—31. pag. 581.
***) Ibid. p. 448. — Pl. 18 — 19 — 26 — 31.

à un crustacé bivalve, très répandu en Bohême, auquel Barrande a donné le nom de Aristozoe regina.*)

Tous ces fossiles proviennent de Koněprusy, et ont été trouvés dans la même couche. (Calcaire blanc de la bande f2.)

De plus, ils apparaissent en nombre correspondant.

Cette association remarquable nous induit à considérer ces fossiles comme parties intégrantes d'un seul animal, auquel nous laissons le nom de Aristozoe regina Barr.

Ainsi, Aristozoe regina représente les valves du céphalothorax de cet animal; Bactropus longipes une partie du postabdomen (plusieurs? segments soudés), et Ceratiocaris debilis le gouvernail (telson) c. à d. le dernier segment postabdominal.

Cette restauration nous permettrait d'ajouter quelques détails à la connaissance du genre Aristozoe Barr.

La partie céphalo thoracique nous semble suffisamment caractérisée par Barrande**). Cependant, nous possédons un exemplaire de Aristozoe perlonga Barr., conservant les deux valves fermées, qui nous montre que leur contact n'est pas absolu sur toute l'étendue du côté ventral. Au contraire, il existe, au bout postérieur, un baillement considérable.***) Un autre baillement bien moindre paraît se trouver à l'extrémité opposée c. à d. au prolongement du bout céphalique.

On pourrait concevoir que cette dernière ouverture donnait passage à des antennes, et l'ouverture postérieure aux segments abdominaux.

Bactropus longipes représente l'avant-dernier segment postabdominal. Sa longueur, et plus encore l'articulation de l'extrémité postérieure, qui correspond avec l'articulation du bulbe du gouvernail, mettent cette assertion hors de doute.

Malheureusement, nous ne connaissons que cet avant-dernier segment, dont nous puissions affirmer la destination. Cependant, la présence d'un genou articulaire, que nous observons à l'extrémité antérieure de Bactropus longipes ferait conclure à l'existence de quelques autres segments.

Le bout postérieur de Bactr. longipes possède une conformation toute différente de celle du bout antérieur.

---

*) Ibid. p. 483. — Pl. 22 — 27.

**) Ibid. Supplt. p. 474. Pl. 22 — 23 — 24 — 27 — 32.

***) Voir pour comparaison notre Planche I. fig. 2.

Notre fig. 7, exposant cette extrémité, montre 2 saillies dentiformes d^1, dirigées transversalement l'une vers l'autre. Ces 2 saillies sont des appendices articulaires du prolongement désigné par les lettres g — g.

Le bulbe de Cerat. debilis (fig. 9) nous montre 2 apophyses (*a* et *b*) disposées par paires, et visibles principalement sur la fig. 10. Entre ces 2 apophyses, fig. 9, on voit, de chaque côté, une surface articulaire concave (*d*—*d*). Chacune d'elles correspond aux saillies dentiformes d^1 de Bactropus, fig. 4—7 et 18.

D'après cette conformation, il est évident, que l'extrémité du bulbe *c* s'introduisait sous la doublure *f* du segment, fig. 17 et 20. Le gouvernail étant en place, fig. 17, les fossettes *d*, fig. 9 et 10 se trouvaient au-dessous des saillies dentiformes d^1, fig. 4 et 18, et ne permettaient le mouvement que suivant le plan médian de l'animal.

La dent moyenne du bulbe *e*, fig. 9, 13, 18 était probablement destinée à régler le degré de flexion du gouvernail.

Nous n'avons pas encore réussi à découvrir les 2 branches secondaires du gouvernail, mais la conformation du dernier segment abdominal nous permet de supposer leur existence.

En effet, si nous examinons, par le côté concave, le bont postérieur de Bactropus, muni du gouvernail (fig. 18), nous remarquons que la protubérance médiane *(p)* et les prolongements latéraux *g* — *g*, fig. 9 et 18, déterminent une échancrure semi-circulaire.

La partie postérieure du bulbe vu par le côté concave porte également 2 échancrures semi-circulaires, déterminées par 3 petites dents perpendiculaires à l'axe (fig. 9. 13. 18 — *b* — *e* — *b*).

Les échancrures du segment et celles du bulbe correspondent entre elles et forment un espace vide (fig. 18 *v*) destiné à l'adaptation des deux branches secondaires.

D'après les observations qui précèdent, il est évident que le genre Aristozoe doit être rangé dans la famille des Ceratiocaridae, et ne peut être considéré comme appartenant aux Ostracodes, mais plutôt aux Phyllopodes.

La place des genres Orozoe*) et Callizoe**) Barr. dans les Ceratiocaridae en est une conséquence toute naturelle.***)

---

*) Syst. Silur. Vol. I. Supplt. Pl. 24 et 31.

**) Syst. Silur. Vol. I. Supplt. Pl. 22.

***) Prof. Rupert Jones: Synopsis of the genera of fossil Phyllopoda (Geol. Mag. October 1883. p. 463.).

Cette opinion a déjà été exprimée par Mr. le Prof. Rup. Jones et H. Woodward,*) mais sans être prouvée plus explicitement.

Explication des figures.

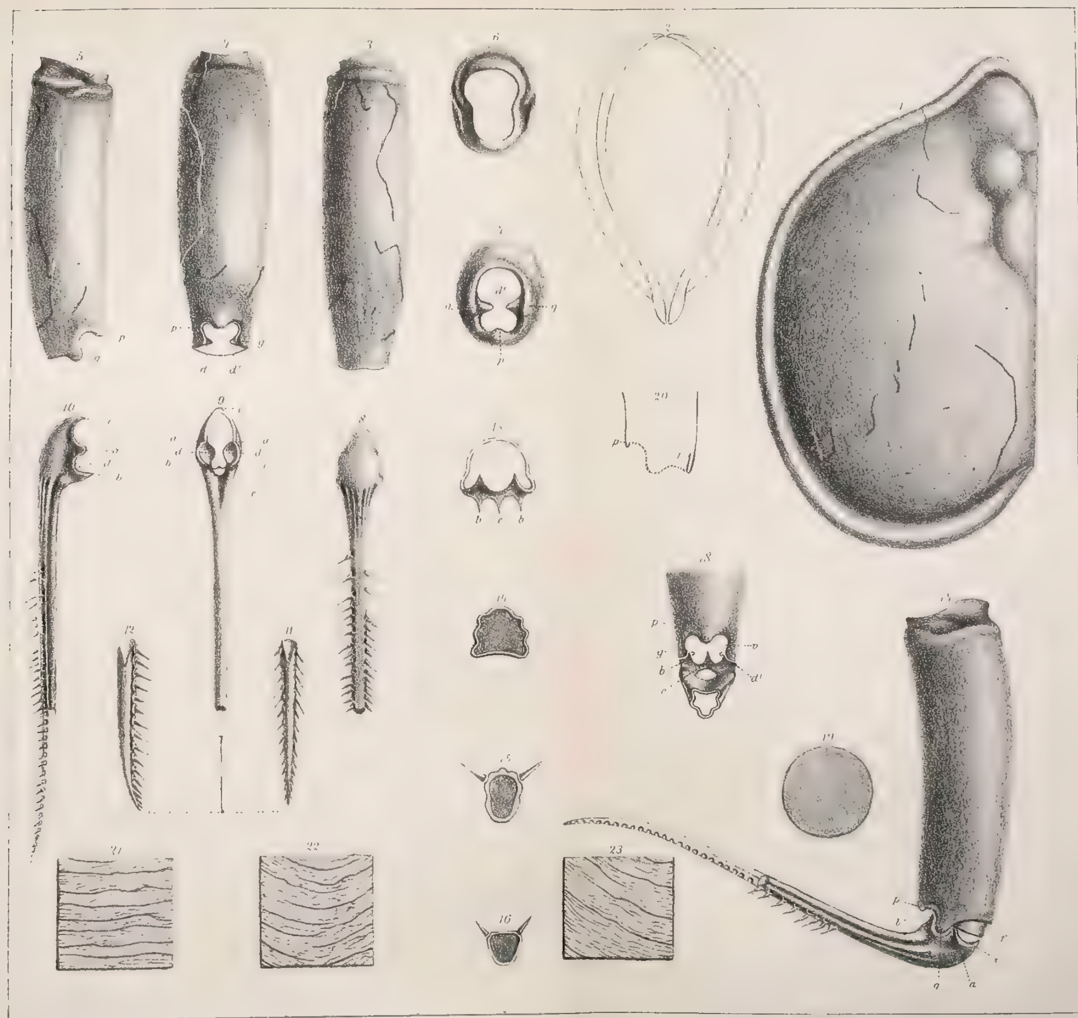
Aristozoe regina Barr.

(Tous les spécimens figurés proviennent de la même couche de calcaire blanc de la bande f 2 — Environs de Koněprusy.)

Fig. 1. Valve gauche — grandeur naturelle.
„ 2. Figure idéale, vue par le bout postérieur, pour montrer le baillement des valves fermées.
„ 3. Avant-dernier segment abdominal, (Bactrop. longipes Barr.) — vu par le côté dorsal; grandeur naturelle.
„ 4. id ..... côté ventral.
„ 5. id ..... vue latérale.
„ 6. id ..... extrémité antérieure.
„ 7. id ..... extrémité postérieure.
„ 8. Branche principale du gouvernail; côté dorsal. (Ċeratiocar. debilis Barr.)
„ 9. id ..... côté ventral.
„ 10. id ..... vue latérale — un peu restaurée.
„ 11. Pointe terminale du gouvernail, grossie 2 fois, montrant les épines en place — côté convexe.
„ 12. id ..... grossie 2 fois — vue latérale.
„ 13. Section transverse du bulbe, suivant la ligne *b* — *b* fig. 9.
„ 14. Section prise en dessous du bulbe.
„ 15—16. Sections de la branche du gouvernail. Elles sont prises, fig. 15, vers le milieu de la branche, et fig. 16, vers la pointe. Toutes ces sections sont orientées comme les fig. 3 et 8.
„ 17. Avant-dernier segment et gouvernail en place (restauré).
„ 18. id ..... vu par le côté concave, pour montrer la jointure du segment et du gouvernail.

---

*) Note on Phyllopodiform Crustaceans (Geol. Mag. September 1884 p. 394.).



O. Novák ad nat. delin. et lith. Imprimerie Farský Prague.

Fig. 19. id . . . . . section tranverse du segment.
„ 20. id . . . . . section longitudinale du bout postérieur montrant l'étendue de la doublure.
„ 21. Fragment du test fortement grossi, pris sur le côté dorsal — stries transverses.
„ 22. Autre grossissement du test, montrant le sinus des stries — côté ventral.
„ 23. Autre grossissement du test — stries obliques, orientées comme la fig. 5.

19.

Ueber Wallace's thiergeographische Zonen vom ornithologischen Standpunkt.

Vorgetragen von Dr. **Johann Palacký** am 15. Mai 1885.

Als der Verf. vom monographischen, ornithologischen Standpunkt die zoogeographische Welteintheilung Wallace's zu betrachten anfing, zeigte sich sofort, dass dieselbe nicht nur veraltet, sondern theilweise, trotz der Unterstützung der bedeutendsten Ornithologen, auf falschen Prämissen beruhe.

Es kann Niemand verübelt werden, der vor Salvadori (Ornis Papuasiae) Australien für eine selbstständige Region erklärte, wie dies selbst Pelzeln und bis 1880 der Verf. gethan, seitdem aber eine so grosse Zahl Australien und Neu-Guinea gemeinsamen Arten (160) nachgewiesen ist, ist dies unhaltbar. Auch bezüglich Centralafrikas waren Wallace's Kenntnisse damals andere, als wir sie speciell seit Bocage und seit den ostafrikanischen Entdeckungsreisen haben.

Er hat bekanntlich die 6 Sclaterschen Regionen mit je 4 Subregionen (Zonen, Gebieten) angenommen. Die richtigste Eintheilung wäre heute I. alte, II. neue Welt als Hauptregionen — mit Ausschluss der arktischen und antarktischen Wasservögel. Die alte Welt zerfiele dann in den Norden und Süden, dieser wieder in Afrika, Indien und China, Malaisien, Papuasien, Australien und Oceanien — jener in den arktischen Norden, die Wald- und die (sommerdürre) Steppenregion (vom Mittelmeer bis Nordwest-China).

Madagaskar und Neuseeland bilden aber so entschieden selbstständige Gebiete, dass man ihnen wohl je eine Subregion zuerkennen muss.

In der neuen Welt ist eine Dreitheilung übersichtlicher, wobei der Norden (Nord, Ost, West) und die Mitte (Antillen, Mexiko, Mittelamerika) je 3 Unterabtheilungen, Südamerika aber mit der antarktischen Zone wohl 6 bekommen kann, nördliche Anden, Marañonthal, Ostbrasilien, südliche Anden, Pampas und antarktische Zone.

Süd-Afrika (d. h. südlich der Sahara) theilt Sclater in 5 Unterabtheilungen (ohne Madagaskar, Nordosten, Südosten, Süden, Südwesten, Westen), Wallace in 3 Ost, West und Süd. Es lassen sich die Centralsteppen und der (feuchtere) Westen gut unterscheiden, eine Südregion fehlt aber, eher könnte man höchstens aus dem Gebirge Abyssiniens eine machen. Es sind nähmlich die Knysnawälder der östlichen Capcolonie noch ganz tropisch — Colius, Turacus, Apaloderma, Nectarinien, Dicrurus, Buceros, Papageien — was will man denn noch tropischeres haben?

Die Beweise aber für die einzelnen Regionen Wallaces sind auch da oft unhaltbar, wo seine Eintheilung die richtige ist. Wir nehmen sogleich die Waldregion Europas aus, wo ihm Dresser richtig die dominirenden Typen bezeichnet hat. Auch die Sundainseln Wallaces hat schon Elwes gelobt. Endlich hatte er im neotropischen Gebiet gute Mitarbeiter an Salvin und Sclater, sowie an Newton.

Unglücklich ist schon die Charakterisirung der palearktischen Zone. Dass alle Bergbewohner des Himalajas palearktisch seien, ist entschieden unrichtig. — Elwes hat im Gegentheil richtig den östlichen Himalaja zur paleotropischen Region gezogen. Wallace kannte natürlich nicht Davids und Oustalets grosses Werk über die Vögel Chinas, sonst hätte er gewiss Pterorhinus (Garrulac.) nicht zu einem palearktischen Typus gestempelt, der nur in Peking, Mandschurien und Schensi vorkömmt, wo so massenhafte Sommerwanderungen paleotropischer Vögel stattfinden (Schensi hat ausserdem noch 6 Garrulaciden, die bis zum Kukunor reichen (Trochalopteron blythii), aber doch entschieden tropisch sind. Auch Grandala, Conostoma, Heteromorpha (Moupin) sind nicht typisch palearktisch, ebenso Procarduelis (Moupin), Fringillauda (Mupin-Kukunor) Propyrrhula, Lerwa (Mupin, Westchina in 4000 m.) — die montane Formen des Himalaja sind, aber ebenso wie die Fasanen auch zum Südabhang gehören (Propyrrhula, Procarduelis auch Sikkim, Fringillauda Darjiling, Grandala Nepal — dagegen fehlt z. B. Pyrrhocorax alpinus des Himalajas (Jerdon-Ladak).

Noch unglücklicher ist die Charakteristik des Mittelmeergebiets, indem Irrgäste und vereinzelte Grenzformen als typisch hingestellt

werden, statt der typischen Hauptmasse (die Dresser so richtig getroffen). So gehören Telefonus, Crateropus, Malacocercus, Halcyon, Turnix nicht zu den karakteristischen Typen des Mittelmeergebietes. Dromolea ist I. S. 242 der Meyerschen Übersetzung palearktisch (1 Südeuropa von 14), S. 243 charakteristisch äthiopisch — bis Angola, Indien. — Crateropus ist falsch bestimmt (= Argya), Telefonus Irrgast (Gerbe-Heuglin (T. erythropterus im Leydner Museum aus Andalusien), Turnix, Halcyon isolirte Repräsentanten tropischer Formen. Turnix hat die meisten sp. in Australien — Halcyon smyrnensis reicht über Indien bis China, Amoy (Swinhoe — S. 268 in der chinesischen Region citirt als orientalisch). Der Fasan ist in der Westhälfte des Gebietes (? wieder) eingeführt, wenn er auch im französischen Tertiär vorkommt, jetzt beginnt er in der Dobrudscha und ist selbst am Caucasus nur unter 2500′ (Radde). Bradyptetus ist bei Gray südafrikanisch (1 sp. Abyssinien (cinnamomea Rüppell), Malacocercus indisch (bis auf (Argya) acaciae (Stenura, in Nubien, A. fulva in der Berberei, Crateropus numidicus und squamiceps in Jericho = Crateropus chalybeus sind die nördlichsten Vertreter. Alles dies sind Ausnahmen, keine Typen.

Ähnlich ist es mit Nordasien — wenn S. 261 Abrornis, Larvivora, Ceriornis, Ithaginis den Charakter der Region nicht alteriren — weil sie nicht nach Norden gehen, warum nimmt er Pyrrhospiza, Grandala, Crossoptilon aus, da doch S. 266 Grandala und Crossoptilon, die bis Kansú reicht, auf die chinesiche Subregion beschränkt werden.

Ost- und Centralafrika werden mit 2 eigenthümlichen gen. abgespeist, während z. B. schon Heuglin 215 sp. als eigenthümlich in Nordafrika anführt. Es bleibt eigentlich als genus nur Balaeniceps, da Hypocolius (5962) bekanntlich bei Gray (nicht aber in Sharpes Catalogue of the Birds of the British Museum III. Band (als Prionopid) als genus reduzirt wird.

Die Schilderung Westafrikas ist ohne Schuld Wallaces veraltet.

Aber für Südafrika hatte er wieder eine unglückliche Hand, da er doch Layard schon kannte. Es wäre z. B. wirklich mathematisch schwer zu beweisen, wie Colius (Bogos-Senegal) und Indicator (Senegal-Habeš) hier ihren Mittelpunkt haben (S. 315) und nicht in Centralafrika. Apaloderma ist wohl im ganzen tropischen Afrika Njamjam, Gabún, Guinea. Urolestes ist bei den Bogos und in Benguela, wo auch Chaetops, Chora (Kakonda), Oena capensis (Loango Angola Abyssinien, Senegal) vorkommen. Talassornis ist wie Bufaga, Philetaerus bei den Damaras (Anderson), die Wallace zu Westafrika

rechnet. Layard zählt die 3 eigentlichen Genera der capischen Lerchen bei Wallace gar nicht auf (Spizocorys, Heterocorys, Tefrocorys), ebenso zieht er Lioptilus zu Pycnonotus. — Sharpe hat 1 sp. am Gabún (olivaceus Cassin). Eigenthümlich ist, wenn z. B. S. 359 Fringillaria — ein afrikanisches Genus, als südpalearktisch bezeichnet wird, weil Fr.-striolata auch in Andalusien vorkömmt und F. caesia bis Europa herüberstreift.

Ebenso sind Sitta und Perdix wohl keine orientalischen Genera (S. 378). Man nehme nur das letzte Artenverzeichniss von Sitta im Cat. Birds Brit. Museum; von 20 sp. sind nordisch 6, indisch 10 (incl. Dendrofila-leucopsis), 5 im Himalaja, in Gilgit bis 10000′, vier nordamerikanisch (bis Mexico), S. canadensis hat die var.-villosa Verreaux in China. Perdix ist in Europa, Daurien, Madagaskar.

Wallace konnte wohl nicht wissen, dass man die dritte Art Salpornis (emini) in Centralafrika entdecken werde, aber warum sollte es ein palearktisches und orientalisches genus sein, z. B. wenn er selbst von Hylypsornis = Salpornis salvadorii Bocage nichts wusste, da dann nur 1 indische sp. bekannt war. Pterocles und Francolinus werden ebenso palearktisch als ethiopisch genannt (S. 379) — das heisst doch die Ausnahme der Regel gleich stellen. Beide genera sind im Süden der palearktischen Region schwach vertreten (2 von 14 und 1—2 von 4), aber beide gen. sind in der Masse der spec. ethiopisch (11 u. 33). Bei Ceylon hat er 80 end. spec. (S. 381) — Legge nur 47 — obwohl Legge 24 spec. (für Ceylon) neu hatte — wie war dies möglich (selbst wenn er Südindien einrechnete, man sehe z. B. Elwes über Südindien nach)? Die übrigen Bemerkungen Legge's konnte er nicht kennen, die malayischen Beziehungen werden jedenfalls überschätzt. — So ist Loriculus auch in China (Oustalet), Trochalopteron hat 4 Arten in China etc. S. 384 gibt er das richtige Bild der Ornis von Südostasien — im Widerspruch mit dem früheren, indem er die Mischung palearktischer und paleotropischer Formen in Südchinas Bergen zugibt.

Vollkommen unrichtig ist, wenn S. 454 die Ploceiden in der australischen Region als zahlreich angegeben werden. Afrika hat bei Gray 190 sp. von 260 — Westafrika bei Hartlaub 97, Nordostafrika bei Heuglin 73, Angola bei Bocage 71 — und Papuasien 28, Oceanien bei Gray 8. — Australien 27, Tasmanien 1.

Die Zahl der bekannten Vögel Papuasiens hat sich fast verdreifacht — es können daher die bezüglichen Daten Wallaces (S. 475)

billigerweise nicht mehr kritisirt werden, ebenso was er über Oceanien bringt.

Bei Amerika hatte Wallace ausgezeichnete Mitarbeiter an den H. Salvin, Sclater und Newton, denen er vielleicht hätte mehr folgen sollen, so bezüglich der Subregionen (S. 29). Er erkennt z. B. die Anden als Subregion an, stösst sich aber an der Bestimmung der Grenzen — als ob es z. B. zwischen Mexiko und den Us, Indien und China damit besser wäre. Die epochemachenden Arbeiten Milne Edwards über die antarktische Ornis konnte er natürlich nicht kennen. Dass er die südlichen Anden mit den Pampas verbindet, hat natürlich zur Folge, dass er tropische Formen, wie die Phytotomiden, in eine Subregion mit den andinen Thinocoriden und den antarktischen Chioniden (Kerguelen) stellt.

Bei der mexikanischen Subregion (S. 61) sagt er geradezu heraus, es sei sehr schwierig zu bestimmen, welche Thiere thatsächlich zu dieser Subregion gehören, da hier nur nordische und tropische Formen zusammenkommen. Guatemala (S. 33) soll noch neuerlich nearktisch gewesen sein — warum? Nur bei den Antillen gibt er eine Zahl dieser nordischen Wanderer (nach Baird 88) an. Eigenthümlich ist, dass er die nordamerikanischen Wanderungen für ein neues und oberflächliches Phänomen hält, weil diese Gattungen keine bleibenden Repräsentanten auf den Inseln haben. Man sucht nach einem Grunde dafür, da die bisher bekannten fossilen Vögel Nordamerikas ihn nicht bieten. Da die Eiszeit in Europa und Nordamerika wohl gleichzeitig war, dürften auch die Wanderungen gleich alt sein. Die (S. 76) mitgetheilte Liste zeigt ja ein mit Europa homologes Verhältniss — die wandernden neotropischen gen. entsprechen den paleotropischen.

In der Liste der nearktischen gen. (S. 135) kömmt Plectrofanes, Leucosticte (die Hälfte der sp. asiatisch), neben Corvus, Parus, Regulus, Loxia (die noch am Camerún eine endemische sp. hat), Lagopus, Sitta (S. 378 I. noch orientalisch) vor. Aber die auffälligste Inkorrektheit bietet die unbegründete californische Subregion. Bei Cowes (Birds of the North-West), sind nur 2 Möven bloss in Californien und endemisch war von ihnen mit Recht etwa nur Xema furcatum Neboux, wenn auch Saunders 1 ex. aus Peru und 1 der Galopagos kennt (1882). (Von Soccorro und Tres Marias natürlich abgesehen.) Chamea ist wohl für die Gegend typisch — reicht aber nicht aus zu einer Subregion — sonst müsste es z. B. Neu-Caledonien ebenfalls sein wegen Rhinochetus, oder die Samoainseln wegen

Didunculus, oder die Sandwichsinseln wegen der Drepaniden. Die anderen angegebenen Vögel sind nicht typisch: Picicorvus ist von Sitchoa ab bis Nebraska und Arizona, Chondestes (Tex. N.-Mex. Indiane), Hesperifona, Peucea (Texas) sind in Mexico (das erste gen. nennt Coues einen Präriebewohner). Psaltriparus ist in Texas (Bound-Survey), plumbeus in Wyoming, Colorado, Nevada, Arizona, Cyanokitta (5), von Canada bis Mexico (3), Oreortyx auch in Oregon, Atthis in Mexico, Texas, Guatemala (ellioti Ridgw), Melopelia in Tamaulipas (Bound. Surv.), Columba fasciata Dalles, Montaña, Oregon, Arizona, Neu-Mexico, Geococcyx californicus Less. am Rio Grande, Yuma, Tamaulipas, Myiadestes hat 12 sp. neotropisch (bis Bolivia, 1 bis Oregon, Colorado, Zuñi, Wyoming) — Glaucidium passerinum in Oregon, Colorado, Mexico etc. Es zeigt dies mindestens von einer flüchtigen Arbeit.

20.

Geochemické studie.

Napsal **Julius Stoklasa** a předložil prof. dr. J. Krejčí dne 29. května 1885.

I. Voda.

Rozhledneme-li se celkem prací hydrochemických spatříme pokrok od doby vystoupení Berzelia, Liebiga, Wöhlera, Bischofa atd. mohutný, dalekosáhlý; nic méně neupře nikdo, že rationelné výskumy, jimiž posloužiti by se mohlo platně hygienickému bádání, nacházíme v míře skrovné. — Jedna ze zajímavých okolností nezřídka opomenutých jest vliv „geologických poměrů na vodu". Jsem dalek rozepisovati se snad široce a dokazovati nezvratná slova Plinia, neboť není tomu dávno co domácí učenci: prof. Ant. Bělohoubek a prof. dr. Frt. Ullik publikacemi skutečně cennými podaly zajímavých dokladů; tolik však dovolím si podotknouti, že výskumy exaktními, kde přesně hleděno jest k poměrům geologickým, petrografickým, kde sledují se okolnosti mající specifický účinek na vodu pramenitou, studničnou neb říčnou, kde nejen chemik nýbrž i obratný znatel nižší fauny a flory ku pomoci se béře, bude též resumé zdravé a rozumné pro veřejné zdravotnictví. Nás ovšem zajímati bude pouze jeden oddíl, který skutečně m á b ý t i v ý c h o d i š t ě m o s t a t n í c h

výskumů hydrochemických to jest: utanoviti pravá sloučenství vody vycházející pouze z různých hornin krystallických a klastických.

Pak budou míti význam čísla značící maximální neb minimální množství jistých součástí, které dle dosud platných náhledů četných kongresů lékařů a chemiků zhoubně (!!!) působí v organismu zvířecím a napomáhají k šíření nemocí epidemických. Konjunkce zdravá epochálních výskumů Nägeliho, Cohna, Pasteura, Pettenkofera, Fodora a Hassala přesvědčí nás o mělkých a planých výrocích četných dřívějších i nynějších publikací, kde hlásá se o škodlivosti vody za nápoj sloužící nezřídka dle výskumu úplně jednostranného. Vycházeje vždy z iniciativy svrchu udané při výskumu vod pramenitých a studničných východních, středních a severních Čech pokusím se podati povahu vody z útvaru křídového se prýštící.

1. O povaze vody pramenité a studničné z pískovců jizerských vycházející.

a) Voda pramenitá z pískovce hrubozrného od Litterbachu.

Nedaleko Litterbachu okresu Litomyšlského ohledal jsem pramen, který pouze z pískovce hrubozrného vyvěrá.

Zrna pískovce jsou hranatá, tmel složen jest hlavně z uhličitanu a křemičitanu vápenatého a silikátu hlinitého. Kyselinou chlorovodíkovou a dusičnou se tmel většinou rozpouští, a zbývají hranatá zrnka křemene a nerozpustná část silikátu hlinitého a železnatého. Pískovec láme se ve velké hranolové kusy čili kvádry a užívá se ho ve značné míře.

Vrstvy tohoto kamene jsou velmi rozšířeny a táhnou se od Desné až k Újezdu, i jsou též u Třenic a Benátek. V rozkošných stráních od České Třebové k Rybníku a Třebovicím dále v okolí Semanína nalezáme zhusta pískovec ten u velkém množství.

Hustota určena byla při 17° C. a jest 2·264. Analysí chemickou dospělo se k těmto výsledkům.

	Součásti v *ClH* rozpustné v %:	Součásti v *ClH* nerozpustné v %:
K_2O	0·104	0·285
Na_2O	0·214	0·136
MgO	0·374	0·524
CaO	12·170	1·302
$Fe_2O_3 + M_2O_3$	3·059	6·204
SiO_2	4·173	60·603
SO_3	0·010	69·054

CO_2	6·348
P_2O_5	0·022
Cl	0·015
	26·489

Podíl v ClH rozpustný	26·489
Podíl v ClH nerozpustný	69·054
Ztráta žíháním	3·147
	98·690

Hrubozrný pískovec jest v řadě nejkrajnější z pískovců Kallianassových, ve východních Čechách se vyskytujících;*) křemene shledáno bylo v pískovci hrubozrném ze všech zkoumaných pískovců Kallianassových nejméně. Tmel pískovce má též zvláštní povahu rozdílnou jiných odrud. Pokusy zjištěno bylo, že se rozpouští těžce ve vodě nasycené CO_2.

a) 100 gr. pískovce rozdrobeného ponecháno bylo s 1000 ccm. chem. čisté vody, nasycené čistým CO_2 po 50 dnů.

b) Ve 50 gr. tmele pískovce působil tak též litr vody nasycený čistým CO_2 po 50 dnů.

V obou případech bylo občas mícháno, a po vytknuté době přikročilo se k rozboru čiré tekutiny.

V prvním případě byla tvrdosť určena dle Clarka	8·43°
V druhém	10·27°

Vidno, že energicky voda nasycená kysličníkem uhličitým na tmel nepůsobila — neboť očekávala se mnohem větší tvrdosť, než skutečně nalezena byla.

Přistupme k rozboru vody. Voda byla bezbarvá, čirá a bezvonná, mikroskopickým výskumem po nějakém čase určeny byly (methoda Harze viz Zeitschrift für Biologie XII.) zelené řasy diatomacey a desmidiacey. Infusorie, nepozorovány byly i po delším stání vody, za to ale četné bakterie.

V 1000 cc. obsaženo v gramech:

CaO	0·0852
MgO	0·0134
K_2O	0·0064
Na_2O	0·0060

---

*) Viz: „Příspěvky k poznání chemického charakteru hornin českého křídového útvaru“. Podává Julius Stoklasa. Praha. 1881. Dále Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt 1880, v pojednání nadepsaném: Chemische Studien über die Kreideformation in Böhmen von Julius Stoklasa“

$M_2O_3 + Fe_2O_3$	0·0020
SO_3	0·0058
SiO_2	0·0124
Cl	0·0136
N_2O_5	0·0008
NH_3	stopy
Volný a polovázaný CO_2	0·0842
Výparek . , ...	0·2607
Organické látky (titrované chameleonem) . .	0·0034
Ztráta žíháním	0·0030

Tvrdost určena dle Clarka vykázala 10·16°, souhlasíc tedy se zkušenostmi při analysi pískovce a tmele nabytých. Poměr mezi kysličníkem draselnatým a sodnatým jest nepatrný, vzdor tomu že pískovec větší quantum kysličníka sodnatého (v ClH rozpustného) obsahuje.

Kysličník sodnatý nalézá se ve formě méně rozpustné než-li kysličník draselnatý; míním ovšem silikáty snadno se rozkládající v slabých kyselinách.

Následující úkaz illustrovati bude nemálo zajímavý poměr.

V podílu v ClH rozpustném pískovce hrubozrného určeno:

K_2O	0·104%
Na_2O	0·214%

V roztoku kyseliny octové 20% získáno ze 100 gramů nedrobeného pískovce:

K_2O	0·0092 gr.
Na_2O	0·0079 gr.

Čísla jsou velmi přibližná k množství ve vodě určenému.

Chloru stanoveno více nežli kyseliny sírové, ačkoliv nalezené hodnoty v pískovci valně se neliší.

V pískovci hrubozrném v ClH rozpustném podílu naleză se:

SO_3	0·010%
Cl	0·015%

Ve vodě v 1 litru určeno v gramech:

SO_3	0·0058
Cl	0·0136

Úkaz nelze jinak si vysvětliti než, že kyselina sírová vázaná jest ve sulfáty těžce rozpustné ve vodě nasycené CO_2 a vůbec v slabých kyselinách.

Ostatně následující pokus poučí nás dostatečně. Kousky rozdrobeného pískovce ve váze 500 gr. ponechány byly 30 dnů s 1000 ccm. vody nasycené CO_2, v láhvi dobře ucpané. Po čase tom (kdy s lahví častěji se třepalo) stanoveno:

SO_3 . . . . 0·0012
Cl . . . . 0·0059
NH_3 . . . . stopy

Tedy opět chlor jest zastoupen ve větším quantum než kysličník sírový.

Máme-li však přesně vysloviti se o hodnotě pramenité neb studničné vody nepostačuje jednotlivá analyse, my musíme podrobiti zkoušce vodu občas, třeba bychom se při tom obmezili na částky nejhlavnější. Náš výskum podává důkazy, jak lze zříti s tabulky:

Měsíc a datum čerpané vody		V 1000 ccm. jest obsaženo v gramech:					Poznámky
		Cl	NH_3	N_2O_5	Organické látky	Tvrdost dle Clarka	
15. ledna	r. 1880	0·0160	*0·00084*	stopy	*0·0043*	9·43°	Slabě zkalená
20. února	„	0·0100	*0·00092*	stopy	*0·0045*	9·06°	„ „
14. března	„	0·0092	0·0002	0·0003	*0·0051*	9·00°	„ „
17. dubna	„	0·0094	0·0001	0·00042	0·0044	9·70°	Úplně čistá
17. května	„	0·0136	stopy	0·0008	0·0034	10·16°	„ „
19. června	„	0·0174	stopy	**0·00092**	0·0021	10·44°	„ „
13. července	„	*0·0206*	stopy	**0·0010**	0·0026	10·58°	„ „
16. srpna	„	0·0183	stopy	0·00083	0·0018	10·50°	„ „
21. září	„	0·0172	stopy	0·00041	0·0009	10·32°	„ „
14. října	„	0·0180	0·0002	0·0003	0·00099	10·28°	„ „
8. listopadu	„	0·0164	*0·00084*	0·00022	0·0023	10·00	„ „
19. prosince	„	0·0152	*0·00104*	stopy	0·0028	9·06°	„ „

Eklatantně vystupuje tu vzájemnost mezi Cl, N_2O_5 a tvrdostí vyjádřenou v německých stupních naproti NH_3 a látkám organickým.

Voda v letní době se více koncentruje a tím se vysvětlují větší quanta jednotlivých látek; jmenovitě výparek stanovený v 1000 cc. vody v rozličném období poučuje nás dostatečně.

Leden	0·2004 gr.	Červenec	0·2844 gr.
Únor	0·1743 „	Srpen	0·2735 „
Březen	0·1730 „	Září	0·2622 „
Duben	0·2146 „	Říjen	0·2433 „
Květen	0·2607 „	Listopad	0·2251 „
Červen	0·2815 „	Prosinec	0·2200 „

Nevidíme zde ovšem ty difference, které shledáváme při analysi vod z řek a potoků, avšak jedna okolnost musí nás upoutati — zvláštní chování se ammoniaku a kyseliny dusičné!

Nápadnou analogii pozoroval jsem při výskumu sraženin meteorických. Sníh tajil vždy mnohem větší quantum ammoniaku než kyseliny dusičné; opačný poměr jevil se u deště jmenovitě za parných dnů měsíce května, června, července a srpna.

Tak určeno bylo roku 1877 ve sraženinách meteorických,

v měsíci průměrně		dílech	dílů	dílů
lednu	ve	100.000	0·933 NH_3,	0·006 N_2O_5 *)
únoru	„	„	0·749 „	0·026 „
březnu	„	„	0·542 „	0·044 „
dubnu	„	„	0·406 „	0·152 „
květnu	„	„	0·220 „	0·384 „
červnu	„	„	0·068 „	0·846 „
červenec	„	„	0·120 „	0·762 „
srpnu	„	„	0·163 „	0·468 „
září	„	„	0·110 „	0·254 „
říjnu	„	„	0·256 „	0·248 „
listopadu	„	„	0·428 „	0·286 „
prosinci	„	„	3·055 „	0·186 „

Kde hledati příčiny toho zajímavého úkazu? Houzeau publikoval v Comptes rendus úvahu „O působení světla při tvoření kyseliny dusičné ve přírodě.“

V létě a na jaře, kdy sluneční paprsky se jeví největší intensivností, spůsobují mohutnou oxydaci ammoniaku — ve vzduchu dosti rozšířeného — v kyselinu dusičnou. Nález ten jest klíčem ke zdánlivé záhadě, že za letních měsíců má v dešti, vodě říčné i pramenité kyselina dusičná převahu nad ammoniakem, za zimních že jest tomu naopak. Tytéž úkazy pozoroval jsem již v letech 1878—79 ve Vídni, zkoumaje působení slunečního světla na vodu sněhovou: veškerý takřka ammoniak změnil se v kyselinu dusičnou, kteráž opětným mrznutím v temnotě zvrhla se znova v původní ammoniak. Že nebylo při procesu tom činiti s tak zvanou nitrifikací, již dlužno dle Schlösinga, Müntze a Warringtona považovati za proces sourodý s kvašením, dokázal jsem

*) Viz Listy chemické ročník II. v pojednání nadepsaném: „Studie o sloučeninách dusíku ve vodách meteorických“, napsal Julius Stoklasa.

dávaje ve vodu působiti parám chloroformovým, jež jakýkoliv kvasný ferment ničí*).

Po čase provedl jsem i důkaz, že z celého vidma slunečního paprsky červené největší jeví působnosť při tvoření kyseliny dusičné.

21.

O korakoidech ptáků.

Srovnavací studie osteologická.

Napsal dr. **Frant. Bayer**; předložil prof. dr. Frič dne 29. května 1885.

(Se 2 tabulkami.)

Ačkoli ptačí kosti klíční druhého páru nebudou se snad komukoli zdáti předmětem zvláštního, obšírnějšího pojednání hodným, jakož také do té chvíle důkladněji o nich promluveno nebylo, tož přece za to mám, že stručná studie tato uznána bude alespoň oprávněnou hlavně ze příčiny dvojí. Jednak totiž v kostře i drobnější detajly mohou státi se zajímavými, ba pro osteologii důležitými, mají-li konstantní své zvláštnosti a — jakož bývá právě u korakoidů ptačích — podle řádův a čeledí tvar jiný a jiný, ale určitý; jednak i pro palaeontologa poznání typických takových forem nebývá bez užitku, ježto i z nich souditi možno obyčejně dosti spolehlivě na řád anebo čeleď, kam fragment zkameněliny nějaké počítati dlužno. A dvé těchto okolností přimělo mě, že stručné pojednání o korakoidech vydávám na veřejnosť, toho sobě žádaje, aby považováno bylo jen za to, čím skutečně jesti: za skrovný příspěvek srovnavac osteologii ptactva.

I.

Kosti klíční druhého páru *(os coracoideum)* jsou u ptáků nejsilnější všech kostí pásma lopatkového, nepočítáme-li ovšem k němu kosť prsní. Dříve považovány byly za totéž, čím jest ssavcům kosť klíční (jediného páru), ale později zvláště Gegenbaurovi („Untersuchungen zur vergl. Anat. d. Wirbelthiere", II.) podařilo se dokázati, že homologon ssavčí kosti klíční (jediného páru) jest ptačí kosť vidličná (furcula), korakoid pak že dlužno k lopatce počítati, ježto není kostí samostatnou, nýbrž zároveň s lopatkou z jediného společného základu primitivného se vyvíjí, tak že také u ptáků na po-

*) Velmi zajímavých dokladů podává publikace A. Müntze a E. Aubina v „Comptes rendus", d. 95. Číslo 20.

čátku rozvoje pásma lopatkového jen dvě chrupavčité části jeho spatřujeme: pravou kosť klíční (clavicula = furcula) a lopatku s korakoidem ještě spojenou (scapula + coracoideum); korakoid ovšem odpovídá obloukovitému výběžku (processus coracoideus) na lopatce ssavčí. Zvláštních kůstek pobočních (epicoracoidea, procoracoidea), jež u ještěrů, ptákům se stanoviska anatomie srovnavací tak příbuzných, všude jest viděti, ve ptačím kruhu lopatkovém není.

Oba korakoidy zapuštěny jsou do zvláštních kloubních jamek na hořejší straně kosti prsní někdy symmetricky, někdy nesouměrně, jakž o tom ve druhé části tohoto pojednání ještě zmínka bude učiněna. Jestiť korakoid dole rozšířen a zároveň v předu v tenkou hranu zaostřen (tab. I. obr. 1., 2., 3. *x*), kterážto hrana v odpovídající jemu kloubní jamku na kosti prsní (tab. II. obr. 26.—30. c_1, c_2) zapadá, kdežto zvláštní rýhou dole na zadní straně vyhloubenou (tab. I. obr. 1. *b*., 3. *b*. *y*) korakoid o souhlasnou kloubní plochu na kosti prsní (tab. II. obr. 27.—30. k_1, k_2) se opírá. Tím způsobem jest korakoid upevněn na kosti prsní velmi důkladně a poněvadž se k němu nahoře rameno (humerus) — tedy křídlo — připojuje, stává se tak hlavní oporou létacího apparatu ptačího. Ve kloubních jamkách a na kloubech uvedených vězí korakoid tak pevně, že jen měrou nepatrnou do předu a do zadu, nebo v pravo a v levo se může pohnouti, což ovšem zase jest příčinou toho, že nehýbaje se sám, nepůsobí nikterak rušivě na pohyby svalů létacích, jež tedy plnou silou a beze vší závady křídlem vlásti mohou.

Co se tkne *tvaru* korakoidu, buď již tu všeobecně řečeno, že u všech ptáků bývá uprostřed nejtenčí a nahoře málo jen, dole však značnou měrou rozšířen. Na konci hořejším viděti tré kloubních ploch (tab. I. obr. 1.): nejvýše jest výběžek, k němuž kosť vidličná se připojuje, *kloub vidličný (tuberositas furcularis, f)*, analogie prokorakoidu ještěřího, o něco málo doleji pak na straně zevní leží *kloub ramenní (tuberositas humeralis, h)* pro připojení ramene, a konečně na straně vnitřní ještě níže jest *kloub lopatkový (tuberositas scapularis, s)* pro připojení lopatky. Ta ze všech tří kostí pásma bývá s korakoidem spojena nejpevněji, ačkoli se oň opírá jen jedním hrbolem hořejšího konce svého, kdežto kloubem druhým ku kosti vidličné jest připojena. *uberositas scapularis* a *furcularis* až na sporé výjimky spojeny bývají tuhou šlachou (tab. I. obr. 2. *š*). Mezi korakoidem, kostí vidličnou a ramenem povstává zvláštním sestavením těchto tří kostí otvor větší nebo menší, *foramen triosseum.* Na konci dolejším tvoří kloubní hrana (tab. I. obr. 2., 4. *x*) s dolejším okrajem výběžku,

jenž leží na vnější straně každého korakoidu a jejž tu nazveme *processus exterior* (tamtéž, *e*), úhel ostřejší nebo tupší, což pro určité skupiny ptáků rovněž bývá karakteristické. Na vnitřní straně dole jsou korakoidy tu více, tu méně sploštělé (tab. I. obr. 7. *b*, tab. II. obr. 17., 21., 22. *b*), kterážto plocha (facetta) mívá okraj určitý a ostrý, a tamtéž aneb i poněkud výše obyčejně také drsné (tab. I. obr. 3. *b*, tab. II. obr. 14. *b*). Jako všecky větší kosti ptačí, tak i korakoid jest dutým a do této dutiny jeho vede zvláštní otvor vzdušní, *foramen pneumaticum* (tab. I. obr. 1. *fp*), jenž položen jest buď v hořejší polovici korakoidu přímo u tří kloubních ploch shora jmenovaných (tab. I. obr. 1., 7. *b*, tab. II. obr. 13. *b*), anebo naopak v polovici dolejší (tab. I. obr. 9. *b*, 10., 11. *b*, 12.). U ptáků, kteříž nemají otvoru toho (kachny, drobnější pěvci), nejsou obyčejně také korakoidy zcela duté, nýbrž celkem plné nebo jemně pórovité.

Tím byly by asi všeobecné znaky korakoidů vyčerpány; obraťmež se teď ku jednotlivým soustavným skupinám ptáků nyní žijících, abychom si tam udali, jakou má korakoid formu význačnou a je-li tato podoba jeho pro veškery rody stálou alespoň v rysech nejhlavnějších. K tomu cíli tuším dostačí, povšimneme-li si kostí těchto jen u rodů důležitějších, kteříž u veškeré kostře s příbuzenstvem svým se srovnávají; popis korakoidův u rodů jak možná nejčetnějších byl by opravdu zbytečným a mimo to vzrostla by pouhá studie daleko za meze vyměřené a cíl původní.

A. O ptácích skupiny (podtřídy) *Ratitae* zmíníme se jen mimochodem, poněvadž jsou to jednak vesměs ptáci krajin tropických, jednak pak celá kostra všech možných rodů jinde velmi podrobně jest popsána (Owen a j.). U pštrosů *(Struthio)* po každé straně nad prsní kostí viděti po páru kostí širokých, hořejšími i dolejšími konci spolu srostlých, čímž mezi oběma kostmi těmi kulatý otvor povstává. Na hořejším konci svém nesou rudiment lopatky. Z obou kostí jest vnější bez odporu korakoidem, o vnitřní pak do té chvíle není rozhodnuto, je-li pouhým přírůstkem korakoidu, t. j. dolů prodloužená *tuberositas furcularis* (Huxley), anebo výběžkem lopatky; kostí vidličnou není již z té příčiny, poněvadž *clavicula (furcula)* z pravidla vyvinuta bývá toliko tam, kde také *episternum* se nalézá, a tohoto hořejšího výběžku kosti prsní běžci nemají právě tak, jako hřebene. Kasuáři mají jen široký korakoid po každé straně, s nímž lopatka do zadu namířená pevně jest srostlá, což se také u r. kivi (*Apteryx australis*) spatřuje. Pštrosové američtí, *nandu* řečení (*Rhea americana*),

nemají lopatku s korakoidem srostlou, nýbrž kloubem k němu připojenou. Poměry tyto živě připomínají úpravu kruhu lopatkového u krokodilův, u nichž z obou párů kostí klíčních také jen korakoidy vyvinuty bývají, kdežto clavicula zůstává zakrnělou.

B. Déle ovšem prodleti musíme u těch ptáků, kteří na kosti prsní mají hřeben dobře vyvinutý (*Carinatae*). Počítáme sem veškery naše ptáky, jichž si také v prvé řadě povšimneme a k nimž se vztahují skoro všecka naše vyobrazení, vesměs originaly.

1. Ze ptáků plovacích (Natatores) zvláště potáplice, *Colymbus* (tab. I. obr. 2.), podivnou formou korakoidů poměrně krátkých a zvláště dole širokých, až neforemných se vyznačují; u žádného jiného rodu ptačího — mimo sluky — není *processus exterior* (*e*) tou měrou vyvinut, jako u těchto ptáků vodních; i *tuberositas scapularis* (*s*) značně do výše jest ohnuta, jsouc jako u všech ptáků s výběžkem pro kosť vidličnou spojena pevnou šlachou (*š*). Cizí ptáci této skupiny ptáků vodních — z podřadí Urinatores řečeného — mají taktéž korakoidy krátké a široké, arci ne tou měrou, jako buřňáci (*Procellaria,* podřadí Longipennes), jichž korakoidy přímo na krátké a statné kosti ty u běžcův upomínají. Štíhlejší korakoidy, ovšem vždycky sploštělé a dole rovněž velmi široké, mají plavci z podřadí *Lamellirostres* (*Cygnus,* tab. I. obr. 3. *a, b, Anas,* tab. I. obr. 4. *a, b*). U labutí má korakoid dolejší okraj výběžku *processus exterior* řečeného (*e*) nepravidelně laločnatý, jakoby třepenitý, a kloub ramenní (*h*) vyniklý jest tou měrou, jako u žádného téměř jiného rodu ptačího. Na zpodní straně (obr. 3. *b*) viděti nízké, drsné hrany rovnoběžné. Kachny (obr. 4.) i husy mají korakoidy v dolejší polovici zvlášť silně sploštělé a neveliký *processus exterior* (*e*) na konci svém v ostrou a vzhůru vyhrnutou špičku jest protažen. Otvoru vzdušního (*foramen pneumaticum*) u nejobecnějších těchto našich ptáků vodních, jak již řečeno, není žádného; korakoid není také uvnitř docela dutý, nýbrž jen pórovitý (obr. 4. *c*).

2. Ptáci bahňáci (Grallae) z podřadí čápovitých (Ciconiae) mají korakoidy již štíhlejší, s hranatým kloubem ramenním (tab. I. obr. 5. *a, h*) a s dolejším koncem rozšířeným i sploštělým, na jehož zadní části dolejší (obr. 5. *b*) nad jamkou kloubní veliká prohlubina (*x'*) se spatřuje. Špička výběžku vnějšího (*e*) u čápův a zvláště u volavek poněkud vzhůru bývá protažena. Z ostatních bahňáků zasluhuje pozornosti korakoid sluk (*Scolopax rusticola,* tab. I. str. 6. *a*) vezpod sploštělý, ba vyhloubený s dlouhým svým výběžkem vnějším (*e*); slípky (*Gallinula chloropus,* tab. I. obr. 7. *a, b*) a chřástalové

(*Ortygometra crex,* tab. I. obr. 6. *b*) mají korakoidy krátké a silné, s výběžkem vnějším nepříliš vyvinutým, a vezpod alespoň v polovici dolejší silně sploštělé. Na přední ploše dolejší té polovice (obr. 6. *a, b*) zřetelně bývá viděti lamelly ossifikační střídavě světlejší a tmavší. U bahňáků foramen pneumaticum leží v hořejší polovici korakoidu, právě pod kloubem vidličným (obr. 7. *b*); korakoid sám bývá dutý, málo jen síťkovaný.

3. Kurovití (R a s o r e s s. G a l l i n a e) mají až na tropický rod *Tinamus* (s korakoidy nápadně krátkými, ač silnými) kosti tyto poměrně dlouhé a statné, což u některých ve přímém jest odporu s tou okolností, že létati dovedou jen málo nebo pranic. U takových ovšem — viz na př. korakoid krocana (tab. I. obr. 12.) — klouby dolejší málo bývají vyvinuty, následkem čehož korakoidy na kosti prsní nesedí tak pevně, jako u těch kurů, kteří dobrými jsou letouny (*Tetrao*, tab. I. obr. 9. *a, b*). Ode všech ptákův ostatních však se kurovití liší jednak tím, že mají korakoidy v předu i v zadu drsné, opatřené vyniklými a ostrými hranami (tab. I. obr. 9., 11. *z*, obr. 12. *z'*), tak že korakoid nemá průřezu oblého (obr. 12. *b*), jednak hlavně i tím, že veliký otvor vzdušní (*foramen pneumaticum, fp*) v dolejší a nikoli v hořejší části korakoidu jest položen (tab. I., obr. 9. *b,* 10., 11. *b,* 12.). Kosť sama jest duta (obr. 12. *b*), majíc uvnitř jen nečetné a tenké lamelly kostěné. *Processus exterior* (*e*) u většiny kurovitých ptákův obzvláště domácích bývá až houbovitý i na okraji, i dále dovnitř.

4. Také u holubů (C o l u m b a e) vchází vzduch do vnitřní dutiny korakoidů v dolejší jich polovici, ačkoli tu není většího otvoru vzdušního zřetelně vyvinutého, nýbrž jen několik malinkých dírek ve zvláštní prohlubině (*x'*) na zadní ploše výběžku vnějšího (tab. I. obr. 8. *b*). Vnitřní dutina v korakoidech tak jest u holubů veliká, že stěny jejich jen teninké bývají; jiným pak znamením nepříliš veliké dokonalosti těchto korakoidů jest, že mají i dolejší výběžek vnější, i hořejší tři klouby pórovité a málo pevné.

5. Dravci (R a p t o r e s) mají korakoidy statné (tab. I. obr. 1., tab. II. obr. 13., 14., 15.) a zvláště na okraji dolejším velmi široké; klouby konce hořejšího jsou vysoké a vůbec důkladně vyvinuty. Následkem toho ovšem korakoidy i na kosti prsní pevně jsou vkloubeny, i zvláště se křídly přispěním silných těch kloubů dobře spojeny, což zajisté s tím souvisí, že dravci jsou letouny všech ptáků nejbystřejšími a nejvytrvalejšími; musíť pro létací apparat míti v korakoidech opory bezpečnější, než-li kteříkoli opeřenci jiní. Karakte-

ristickou známkou korakoidu ptáků dravých jest však zvláštní otvor (tab. II. obr. 13., 14., 15. *o*) u základu kloubu lopatkového, jenž až na sporé výjimky (r. *Falco*, na př. krahujec, tab. I. obr. 1.) na korakoidech všech dravců nočních i denních se vyskytuje. Z otvoru toho do vnitřní dutiny síťkované (obr. 15. *c*), vedou četné drobnější dírky pneumatické; hlavní *foramina pneumatica* však ústí svá mají pod kloubem vidličným, jakož nejlépe na korakoidu orlím se spatřuje (tab. II. obr. 13. *b*). Někdy zvláště u dravců nočních bývá korakoid v předu dole mělkou jamkou opatřen (obr. 14. *a*).

6. Na drobných*) korakoidech pěvcův (Oscines), skoro všude úplně stejných (tab. II. obr. 16. a 17. *a, b*), nemívají hořejší klouby zvláštní velikosti, vyjmu-li snad jen krkavce, vrány a špačky (obr. 16.); za to mají ptáci tohoto řádu, kteří téměř vesměs dobře létají, dolejší konec korakoidu značně široký; *processus exterior* na zpodu plochý (obr. 17. *b*) zvláště u ptáků r. *Fringilla* bývá nesmírně tenký, skoro až blanitý. Otvoru vzdušního na těch korakoidech našich pěvců, jež se mi událo viděti, nikde není; korakoidy jsou také uvnitř pórovité a toliko na obou koncích úplně massivné.

7. Z křikavců (Volucres) někteří jak celou kostrou, tak ovšem i úpravou korakoidův od ostatních ptáků značnou měrou se liší. Příkladem buďte nám zase křikavci domácí. U mandelíků (*Coracias*, tab. II. obr. 18.) kloub lopatkový (*s*) poněkud dolů se ohýbá; otvor vzdušní nahrazen jest malou dírkou pod kloubem vidličným, na obrazci našem dobře viditelnou. Podivnější formu má již korakoid ledňáčkův (*Alcedo*, tab. II. obr. 20.) s dolejším svým koncem jako lopatka rozšířeným; vedle toho místo šlachy, kteráž obyčejně spojuje kloub vidličný s kloubem lopatkovým (viz na př. tab. I. obr. 2. *š*), má tu korakoid příčku kostěnou, čímž mezi klouby vidličným a lopatkovým vzniká otvor podlouhlý, kolem dokonale uzavřený. Podivné konečně, krátké, silné a dole málo jen sploštělé korakoidy má rorýs (*Cypselus*, podřadí Macrochires; tab. II. obr. 19.); veškery klouby výborně jsou vyvinuty a malé *foramen pneumaticum* leží na zadní stěně kloubu lopatkového (*s*).

8. Konečně u šplhavců (Scansores) především korakoid kukačky (*Cuculus*, tab. II. obr. 22.) ode všech ostatních liší se tím, že *tuberositas scapularis* (*s*) asi jako u dravců značných dosahuje rozměrů, že nemá většího nějakého patrného otvoru vzdušního, ačkoli

*) Nejmenší korakoidy všech našich pěvců mají králíčkové (*Regulus*), sotva 8 *mm* zdélí.

jsou i tu korakoidy vesměs duty. Za to srovnává se s nimi v tom — a to pro korakoidy šplhavců jest karakteristické — že *processus exterior* od ostatní plochy dolejší části korakoidu oddělen jest vyniklou, až ostrou hranou podélnou (*z*, tab. II. obr. 21., 22., 23.), pak tím, že na zadní straně dolejší té části jest sploštělá, ba vyhloubená poněkud facetta (*b*), omezená ostřeji, než u kterýchkoli ptáků jinakých. U datlů (*Picus*, obr. 21.) a papoušků (Psittacus, obr. 23.) jest kloub vidličný táhlý, útlý a hořejší kloubní plocha jeho příliš vyvinuta nebývá; u obojích těch ptáků otvor vzdušní nalézá se na zadní straně kloubu vidličného (obr. 21. *c*, obr. 23. *b*), a to přímo téměř u hořejšího jeho obvodu.

II.

S úpravou a rozměry dolejšího konce korakoidů souvisí úzce zvláštní a zajímavý úkaz *asymmetrie v hořejší části ptačí kosti prsní*, se kterouž i u dokonalejších obojživelníkův ocasatých (*Urodela)*, z našich žab pak u kuněk (*Bombinator, Pelobates*) a konečně u většiny ještěrů se potkáváme.*) Věc ta naprosto neznáma není; leč ve spisech příslušných (Gegenbaur, loc. cit.; Blanchard: „Recherches sur les caract. ostéol. des oiseaux“ v Annales d. sciences nat. IV. s., XI. t.) učiněna o ní zmínka jen povrchní a toliko ku dvěma, třem rodům se táhnoucí, ačkoliv obšírnějšího vylíčení není nehodna, poněvadž z pravidla jen u jistých pokolení ptačích se vyskytuje a zároveň s mocnějším rozvojem dolejší části korakoidu vysvětliti se dá ze způsobu života těch ptákův, u nichž se nalézá.

Jako totiž u obojživelníkův ocasatých oba korakoidy, u žab uvedených i u ještěrův oba epikorakoidy, tak i u některých ptáků uloženy jsou oba korakoidy v hořejší části kosti prsní nesouměrně, t. j. pravý korakoid (tab. II. obr. 24., 25. co_1) položen jest z části — vnitřní svou špičkou (*) — před korakoidem levým (co_2). To za následek má dvojí nesouměrnosť v hořejší části prsní kosti, o níž zkrátka teď promluvím, odkazuje ku dotýčným obrazcům na tab. II., o nichž ovšem dlužno podotknouti, že k vůli větší zřetelnosti kresleny jsou odpolu schematicky.

1. *Obě jamky kloubní* na kosti prsní, v nichž uloženy jsou oba korakoidy svou dolejší ostrou hranou (tab. I. obr. 1., 2., 3. *x*), *ne-*

*) Zajímavá tato abnormita byla předmětem přednášky mé na sjezdě č. lékařův a přírodozpytcův o letnicích r. 1882. — Viz též práci moji: „O kostře žab z čeledi Pelobatid.“ (Pojednání král. č. společnosti nauk, ř. VI., d. 12., č. 13.). Tab. II. obr. 5.

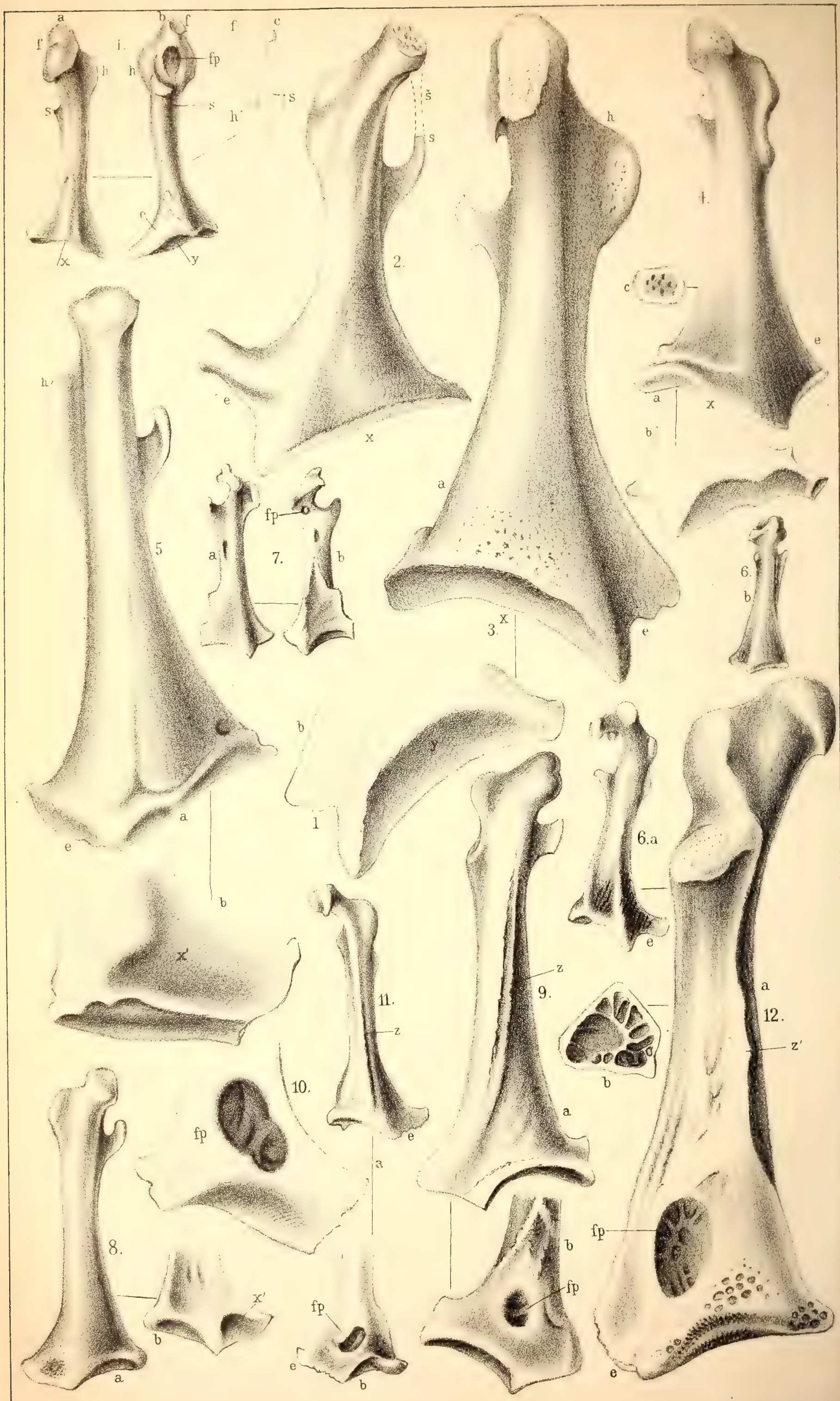
mívají vždycky polohy souměrné, jsouce posunuty tak, že jamka pro korakoid pravý (c_1, tab. II. obr. 27.—30.) předním cípem svým položena jest směrem v levo před jamku pro korakoid levý (c_2). Nejlépe viděti jest zvláštní tuto polohu u bahňáků z r. *Ardea* (*Botaurus* atd.), kdež obě jamky pro korakoidy leží pravá před levou alespoň do poloviny své délky (tab. II. obr. 27. c_1 a c_2). Ještě lépe zajímavou tuto asymmetrii viděti jest na obr. 26. (sternum bukače, *Botaurus stellaris,* z předu, poněkud zvětšeno), kdež jamka pro korakoid pravý (c_1), z předu ovšem neviditelná, ohraničena jest linií tečkovanou, dno pak jamky pro korakoid levý (c_2) naznačeno linií čárkovanou. Mimo r. *Ardea* vyznačují se podobnou asymmetrií na kosti prsní i bahňáci rodů *Phoenicopterus, Ciconia* (tu ovšem již měrou menší), vůbec pak všickni ostatní velicí bahňáci s dlouhýma nohama a táhlým krkem, kteříž obojživelníky, ryby i jinou potravu vůbec z bahen a hloubi vod si lovívají; u jiných našich bahňáků menších (*Scolopacidae* a pod.) podobné nesoumèrnosti viděti není. Zvláštní náhodou nalezl jsem tuto abnormitu i na kosti prsní zelených kukaček tropických (*Corythaix*), Gegenbaur pak u novohollandských běžců (Dromaeus).

Měrou poněkud skrovnější bývá nesouměrná poloha obou kloubních jamek pro korakoidy patrna u ptáků dravých (*Raptores*); nalezl jsem ji u všech skoro rodův; u orlů pravých (*Aquila*), u různých dravců sokolovitých (*Falco*, tab. II. obr. 28., 29.), u orlů říčních (*Pandion*), u supů (na př. u r. *Neophron*), u včelojedů (*Pernis*) a j. v., kdež všude jamka pro korakoid pravý (c_1) asi do třetiny své délky před jamkou pro korakoid levý (c_2) jest položena. Poněkud patrnější bývá asymmetrie ta u dravců nočních (tab. II. obr. 30., *Bubo maximus*), čemu dojista přisvědčí, kdo pohled na vnitřní stranu kosti prsní u výra srovná s pohledem na *sternum* sokolů (tab. II. obr. 29.). Zajímavo jest, že rod pilichů (*Strigiceps*) i v této věci prostřední asi drží místo mezi dravci denními a nočními, ježto jsou tam obě ty jamky souměrněji uloženy, než-li u sov, ale také zase méně souměrně, než-li u ostatních dravců denních.

2. Jiným následkem toho, že oba korakoidy u ptáků právě uvedených souměrně uloženy nejsou, jest taktéž *nesouměrná forma* hořejšího výběžku kosti prsní (*manubrium* s. *episternum*, tab. II. obr. 26., 29., 30. *m*), pak *nesouměrná poloha a nerovná velikosť obou kloubních ploch pro korakoidy* (k_1, k_2, tab. II. obr. 27.—30.). Co se tkne prvního, již povrchní pohled na manubrium (viz obzvláště obr. 26.) ukazuje nám, kterak pravý, dolejší cíp tohoto výběžku na kosti prsní (1) pravou jamkou pro korakoid (c_1) do výše jest zatlačen a z té

příčiny výše položen, než-li dolejší konec manubria na straně levé (2), že i celá basis jeho po pravé straně jest širší, než-li v levo. Podíváme-li se pak na obě kloubní plochy (k_1 a k_2 na obr. 26.—30.), o něž se korakoidy opírají rýhou na zpodní straně v zadu položenou (y, tab. I. obr. 1. *b*, 3. *b*), tož zvláště u bahňáků jest patrno, že následkem nesouměrného uložení kloubních jamek (c_1, c_2) i kloubní plochy (k_1, k_2) asymmetrickou mají polohu. Pravý kloub (k_1 obr. 27.) leží více do předu, než-li kloub levý (k_2); i nemůže ovšem býti jinak, považíme-li, že korakoid zpodní hranou ostrou (x) do jamky (c_1) jest uložen a současně rýhou (y) o kloubní plochu (k_1) opírati se musí. Kdyby obě kloubní plochy měly polohu souměrnou, byla by zajisté pravá kloubní plocha (k_1) od příslušné kloubní jamky (c_1) vzdálena nepoměrně více, než-li kloubní plocha levá (k_2) od levé jamky kloubní (c_2) — korakoid pravý pak nutně musel by mnohem tlustším býti korakoidu levého, aby udržel se v potřebném styku i s kloubní plochou i s jamkou, čemuž ovšem vzájemnou nesouměrnou polohou obou kloubních ploch jest vyhověno. U dravců (tab. II. obr. 29., 30.) nejsou oba klouby tak nesouměrně uloženy, jako u bahňákův, ale jinou za to mají zvláštnosť. V náhradu za to, že kloubní plocha pravá (k_1) není tou měrou v před pošinuta, aby od příslušné jamky (c_1) rovnou měla vzdálenosť, jako po levé straně, jest pravá ta kloubní plocha širší, než levá, čímž přední její okraj přece poněkud blíže ku příslušné jamce kloubní jest položen, než by při rovné šířce těch kloubů možno bylo. To pak opět jen za tím účelem tak jest upraveno, aby pravý korakoid beze všeho zbytečného rozšíření dolejšího konce svého do tloušťky i kloubní jamku, i kloubní plochu mohl obsáhnouti.

Co asi jest příčinou podivného tohoto úkazu asymmetrie, jež v kostře obratlovčí vůbec tak jest vzácnou? Není snad nesnadno, o věci té alespoň *domněnku* pronésti oprávněnou. Považme jen, že korakoidy jsou u ptáků všech vesměs hlavní oporou apparatu létacího, jenž i u bahňáků shora uvedených, kde všude na těžkém těle nésti musí dlouhý krk a dlouhé nohy, i u dravců všech při bystrém a vytrvalém letu jejich výborně musí býti sestrojen. Korakoidy mají u všech ptáků těch basis dolejší velice širokou, aby o sternum vydatně se mohly opírati. Kdyby však oba široké ty konce jejich nahoře na kosti prsní souměrně — třeba i v tupém úhlu — byly uloženy vedle sebe a nikoli jeden před druhým alespoň z části, jak široká by musila býti hořejší část kosti prsní, aby tam oba korakoidy vedle sebe místa nalezly, jakou asi formu by pak následkem



F. Bayer ad nat. del. Lith Farsky.

takového rozšíření kosti prsní měla vůbec celá prsa ptačího trupu? I jest patrno, že máme tu nový doklad *ekonomie* v úpravě těla zvířecího, kteráž učinila možným, že kosti tak široké směstnaly se na prostoru daleko menším toho, jehož by potřebovaly v poloze souměrné, vedle sebe jsouce uloženy. A dodáme-li, jdouce ještě dále, že ekonomie ta není zase než následkem všeobecného *přizpůsobení ústrojů tělesných veškerému života způsobu*, jenž u některých bahňáků kořisť z hlubin si lovících nezbytně vyžaduje dlouhého krku a dlouhých nohou, což ovšem všecko nésti jest apparatu létacímu, kterýž i tu, i u dravců k vůli rychlému a vytrvalému jich letu výborně sestrojen a mimo jiné o pevné a široké korakoidy opřen býti musí: tož není zajisté řečeno ničeho, co by bedlivému pozorovateli úkazů vytčených vidělo se býti výrokem jen dost málo odvážným, ať nedím pochybným.

Vysvětlivky k oběma tabulím.

Tab. I.

Obr. 1. *Falco nisus* (korakoid levý); *a* = z předu, *b* = ze zadu *c* = se strany.
„ 2. *Colymbus* (k. pravý).
„ 3. *Cygnus* (k. levý); *a* = z předu, *b* = konec dolejší ze zadu.
„ 4. *Anas* (k. levý); *a* = z předu, *b* = konec dolejší ze zadu, *c* = příčný průřez.
„ 5. *Ciconia* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = konec dolejší ze zadu.
„ 6. *a. Scolopax rusticola* (k. levý).
„ 6. *b. Ortygometra crex* (k. pravý).
„ 7. *Gallinula chloropus* (k. levý); *a* = z předu, *b* = ze zadu.
„ 8. *Columba livia* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 9. *Tetrao tetrix* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 10. *Tetrao urogallus,* dolejší konec korakoidu ze zadu.
„ 11. *Perdix cinerea* (k. levý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 12. *Meleagris gallopavo* (k. levý); *a* = ze zadu, *b* = příčný průřez.

Tab. II.

Obr. 13. *Aquila fulva* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = hořejší konec ze zadu.

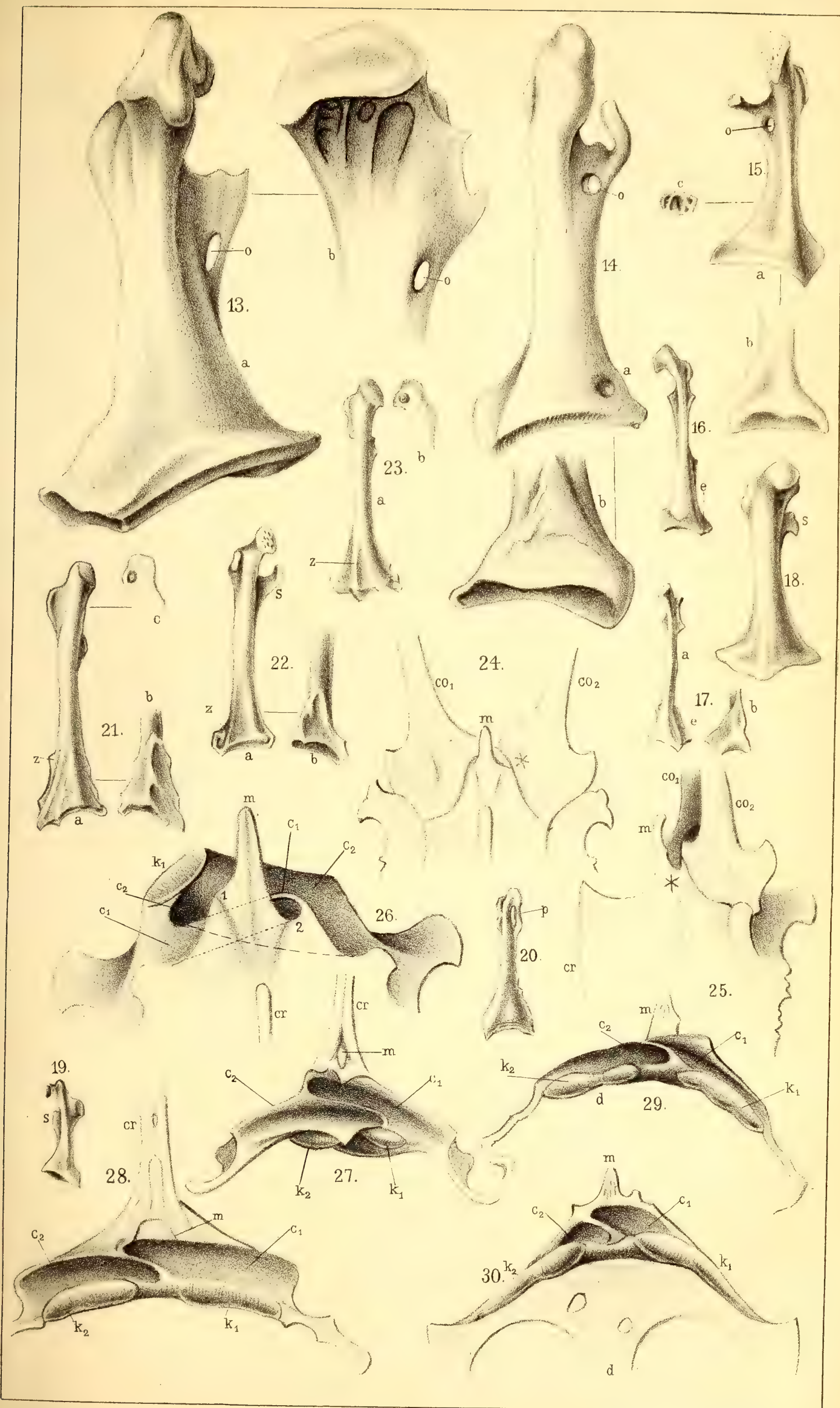
Obr. 14. *Bubo maximus* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 15. *Brachyotus palustris* (k. levý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu, *c* = průřez příčný.
„ 16. *Sturnus vulgaris* (k. levý), z předu.
„ 17. *Passer* (k. levý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 18. *Coracias garrula* (k. pravý), z předu.
„ 19. *Cypselus apus* (k. levý), z předu.
„ 20. *Alcedo ispida* (k. pravý), z předu.
„ 21. *Picus* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu, *c* = hoř. konec ze zadu.
„ 22. *Cuculus canorus* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = dolejší konec ze zadu.
„ 23. *Psittacus* (k. pravý); *a* = z předu, *b* = hoř. konec ze zadu.
„ 24. *Botaurus stellaris,* kosť prsní z předu.
„ 25. „ „ kosť prsní se strany.
„ 26. „ „ hořejší čásť kosti prsní z předu, poněkud zvětšená.
„ 27. „ „ kosť prsní s hora.
„ 28. *Falco brachydactylus,* kosť prsní s hora.
„ 29. *Falco lagopus,* kosť prsní ze zadu.
„ 30. *Bubo maximus,* kosť prsní ze zadu.

Obrazce 24.—30. odpolu schematické.

Vysvětlení znamének.

Obr. 1.—23.

f = tuberositas furcularis.
h = tuberositas humeralis.
s = tuberositas scapularis.
e = processus exterior.
fp = foramen pneumaticum.
x = dolejší hrana korakoidu.
y = prohlubina pro kloubní plochu kosti prsní.
x' = mělká jamka na zpodní ploše dolejší části korakoidu.
z = vyniklé lišty na přední,
z' = na zadní ploše korakoidu.
o = otvor na basi výběžku lopatkového.
š = šlacha spojující výběžek lopatkový s vidličným.



F. Bayer ad nat. del.

Lith. Farský.

Obr. 24.—30.

m = manubrium.
cr = crista sterni.
d = vnitřní dutina kosti prsní.
co_1 = pravý korakoid.
co_2 = levý korakoid.
c_1 = kloubní jamka pro pravý korakoid.
c_2 = kloubní jamka pro levý korakoid.
k_1 = kloubní plocha pro pravý korakoid.
k_2 = kloubní plocha pro levý korakoid.
1, 2 = základní body manubria.

Résumé des böhmischen Textes.

1. Die vorliegende kurze Studie über die ossa coracoidea der Vögel, welche ihrem Inhalte und Umfange nach nichts anderes sein soll, als ein bescheidener Beitrag zur vergleichenden Osteologie der Vögel, erachte ich aus zweifachem Grunde als gerechtfertigt: erstens werden auch selbst kleinere Details im Skelete wenn nicht gerade wichtig, so doch wenigstens sehr interessant, sobald sie in einzelnen Ordnungen oder Familien einer Wirbelthierklasse ihre besonderen, konstanten Merkmale und typische Formen haben, und zweitens können sie auch dem Palaeontologen oft als einziges Hilfsmittel bei Bestimmung von Skeletfragmenten gute Dienste leisten.

An den beigelegten Tafeln (Taf. I. Fig. 1.—12., Taf. II. Fig. 13. bis 23.) habe ich die Coracoide der wichtigsten hauptsächlich heimischen Repraesentanten aller Ordnungen der Vögel sorgfältig abgebildet (ausgenommen die Subclassis der Ratiten, die man anderswo: Owen u. A. ausführlich besprochen findet). Man sieht gleich auf den ersten Anblick die einzelnen Unterschiede in der Form, in der Stellung der oberen und unteren Gelenkflächen, dann der foramina pneumatica *(fp.)* an einzelnen Coracoiden, deren detailirte Schilderung ich im böhm. Originaltexte gegeben.

2. Von nicht geringem Interesse ist die Asymmetrie im oberen Theile des Brustbeines (Taf. II. Fig. 24.—30., halbschematisch), welche durch die Form und Dimension der Coracoide, und zwar ihrer unteren Hälfte bedingt ist. Man findet ähnliche Unregelmässigkeiten

im Schultergürtel der Urodelen, dann bei Bombinator, Pelobates*) und einigen Sauriern. Es ist zwar eine bekannte Thatsache (Gegenbaur, Blanchard), aber man hat sie bisher sehr kurz und nur bei wenigen Vögeln erwähnt (Ardea, Aquila, Dromaeus), obzwar sie einer eingehenden Besprechung gewiss nicht unwürdig ist.

Bei einigen Sumpfvögeln mit langem Halse und langen Füssen (Ardea, Botaurus, Phoenicopterus, Ciconiae; von den Scolopaciden und anderen kleineren Grallae gilt es nicht!), dann bei Tag- und Nachtraubvögeln (Aquila, Falco, Pernis, Pandion, Neophron und noch mehr bei Bubo; ausserdem merkwürdigerweise bei Corythaix, einem tropischen Kukuk) sind die beiden ossa coracoidea im oberen Rande des Brustbeines asymmetrisch eingebettet: das rechte Coracoid (Taf. II. Fig. 24. 25. co_1) liegt mit seiner inneren Spitze (*) vor dem linken Coracoide (co_2). Da aber jedes os coracoideum, die Hauptstütze des Flugapparates, mit seiner unteren, scharfen Kante (Taf. I. Fig. 1.—4. x) in korrespondirendem Coracoidenfalze am Sternum (Taf. II. Fig. 27.—30. c_1 und c_2) stecken und zugleich mit seiner unteren Furche (Taf. I. y) seinen Gelenkknopf (Taf. II. k_1 und k_2) umfassen muss, so sind in Folge der asymmetrischen Lage der beiden Coracoide nicht nur

a) die beiden Coracoidenfalze (c_1 und c_2, Fig. 26.—30.) asymmetrisch gelegen, sondern auch

b) das Manubrium (Fig. 26.—30 m) in seiner Basis (1, 2) asymmetrisch geformt, und

c) die beiden Gelenkflächen (k_1, k_2, Fig. 26.—30.) entweder auch asymmetrisch gelegen (Grallae), oder von ungleicher Grösse (Raptores); dadurch ist in beiden Fällen die rechte Gelenkfläche (k_1) dem rechten Coracoidenfalze (c_1) so nahe gerückt, als es nöthig ist, damit das rechte os coracoideum mit beiden diesen Bildungen fest verbunden wäre.

3. Und die Ursache dieser sonst im Wirbelthierskelet so streng vermiedenen Asymmetrie? Man könnte darüber vielleicht wenigstens eine Hypothese aussprechen. Bedenken wir nur, dass der Flugapparat bei den oben angeführten Sumpfvögeln neben dem Rumpfe auch einen langen Hals, einen schweren Schnabel und lange Füsse zu tragen hat, dass er also hier, wie bei den Raubvögeln in

---

*) Vergl. meine Arbeit über das Skelet der Pelobatiden („O kostře žab z čeledi Pelobatid.“ Pojednání král. č. společnosti nauk, ř. VI., d. 12., č. 13. Tab. II. Fig. 5.).

Anbetracht ihres wirklich enormen Flugvermögens vorzüglich konstruirt sein muss. (Vergl. die Ausdehnung der crista sterni.). Die Hauptstütze des Flugapparates sind aber vor allem die beiden ossa coracoidea, welche also nicht nur selbst recht stark sein, sondern auch am Brustbeine eine feste Stütze haben müssen: sie müssen folglich unten recht breit sein und am oberen Rande des Sternum eine breite, ausgiebige Basis haben. Wenn aber die breiten Unterenden der Coracoide regelmässig — wenn auch in einem gewissen Winkel — in ganz neben einander liegenden Gelenkgruben eingebettet wären, wie breit müsste die obere Partie des Brustbeines sein, um die mächtigen Basalenden der beiden Coracoide fassen zu können? Man muss also den Grund der besagten Asymmetrie nur in der Oekonomie suchen, durch die es möglich wurde, dass bei einer ziemlich bedeutenden Raumersparnis die Unterenden der Coracoide an ihrer nöthigen Breite nichts einzubüssen brauchen. Und wenn wir noch weiter gehen: könnte man diese Oekonomie nicht für die Folge der allgemeinen Anpassung des Körpers und seiner Organe der gesammten Lebensweise halten? Wenn man erwägt, dass die oben genannten, ihre Nahrung nur im Wasser oder in Sümpfen suchenden Sumpfvögel hiezu einen langen Hals und lange Füsse haben müssen, dass auch bei den Raubvögeln ihre Lebensweise ein solches Flugvermögen erheischt, wie fast bei keiner anderen Ordnung der Vögel, so wird man gewiss die eben ausgesprochene Vermuthung nicht für unberechtigt halten.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Fig. 1. Linkes Coracoid von Falco nisus; *a* = von vorne, *b* = von innen, *c* = von der Seite.
„ 2. Rechtes C. von Colymbus.
„ 3. Linkes C. von Cygnus; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von der Innenseite.
„ 4. Linkes C. von Anas; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von innen, *c* = Querschnitt.
„ 5. Rechtes C. von Ciconia; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von innen.
„ 6. *a* Linkes C. von Scolopax rusticola.

Fig. 6. *b* Rechtes C. von Ortygometra crex.
„ 7. Linkes C. von Gallinula chloropus; *a* = von vorne, *b* = von innen.
„ 8. Rechtes C. von Columba; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von der Innenseite.
„ 9. Rechtes C. von Tetrao tetrix; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von der Innenseite.
„ 10. Rechtes C. von Tetrao urogallus, unteres Ende von der Innenseite.
„ 11. Linkes C. von Perdix cinerea; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von der Innenseite.
„ 12. Linkes C. von Meleagris gallopavo; *a* = von innen, *b* = Querschnitt.

Tafel II.

Fig. 13. Rechtes Coracoid von Aquila fulva; *a* = von vorne, *b* = oberes Ende von innen.
„ 14. Rechtes C. von Bubo maximus; *a* = von vorne, *b* = Unterende von innen.
„ 15. Linkes C. von Brachyotus palustris; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von innen, *c* = Querschnitt.
„ 16. Linkes C. von Sturnus vulgaris, von vorne.
„ 17. Linkes C. von Passer; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende von innen.
„ 18. Rechtes C. von Coracias garrula, von vorne.
„ 19. Linkes C. von Cypselus apus, von vorne.
„ 20. Rechtes C. von Alcedo ispida, von vorne.
„ 21. Rechtes C. von Picus; *a* = von vorne, *b* = unteres Ende, *c* = oberes Ende von innen.
„ 22. Rechtes C. von Cuculus canorus; *a* = von vorne, *b* = hinteres Ende von innen.
„ 23. Rechtes C. von Psittacus; *a* = von vorne, *b* = oberes Ende von innen.
„ 24. Sternum von Botaurus stellaris, von vorne.
„ 25. Dasselbe von der Seite.
„ 26. Oberer Theil von demselben, von vorne, etwas vergrössert.
„ 27. Dasselbe Sternum von oben.
„ 28. Sternum von Falco brachydactylus, von oben.
„ 29. Sternum von Falco lagopus, von innen.
„ 30. Sternum von Bubo maximus, von innen.

(Fig. 24.—30. halbschematisch.)

Zeichenerklärung.

Fig. 1—23.

f = tuberositas furcularis.
h = tuberositas humeralis.
s = tuberositas scapularis.
e = processus exterior.
fp = foramen pneumaticum.
x = Untere Kante des Coracoides.
y = Furche für die Gelenkfläche des Brustbeines.
x' = Vertiefung an der Innenseite des unteren Theiles.
z = leistenförmige Erhöhungen an der vorderen, *z'* = an der hinteren Fläche der Coracoide.
o = kleine Öffnung an der Basis der tuberositas scapularis.
š = Sehne zwischen *s* und *f*.

Fig. 24—30.

m = manubrium.
cr = crista sterni.
d = innere Höhle des Brustbeines.
co_1 = rechtes Coracoid.
co_2 = linkes Coracoid.
c_1 = Gelenkgrube für das rechte Coracoid.
c_2 = Gelenkgrube für das linke Coracoid.
k_1 = Gelenkfläche für das rechte Coracoid.
k_2 = Gelenkfläche für das linke Coracoid.
1, 2 = Basalenden des manubrium.
* = Spitze des rechten Coracoides.

22.

O problemu tří a čtyr těles.

Přednášel prof. dr. **A. Seydler**, dne 26. června 1885.

V minulém roce podal jsem na tomto místě několik nových tvarů pro přesné integraly problemu dvou, a přibližné integraly problemu tří těles. V této přednášce chci obrátiti pozornost ctěného shromáždění k Lagrangeově theorii všeobecného pro-

blemu tří těles a ukázati, kterak lze methodu jeho upraviti ve formě poněkud jiné tak, že z ní jest patrna možnost rozšíření oné methody na problem čtyr (a bezpochyby i více) těles.

Jak známo, vyžaduje problem tří těles 18 integralů; 10 jich poskytují všeobecné principy mechanické (princip středu hmotného 6, princip ploch 3, princip živých sil 1); zbývajících 8 dosud nebylo nalezeno. Lagrange ukázal ve slavném pojednání svém: Essai sur le problème des trois corps (Prix de l'Ac. Roy. des Sc. de Paris, t. IX. 1772), kteréž vydavatel spisů Lagrangeových Serret právem počítá mezi nejznamenitější práce jeho, že lze problem tří těles řešiti již pomocí 7 integralů, po jejichž objevení zbývající osmý integral snadno se nalezne. Lze totiž voliti za jediné proměnné, které jakožto úkony času určiti musíme, tři vzdálenosti mezi gravitujícími hmotami, pro něž zjednává Lagrange dvě rovnice druhého a jednu rovnici třetího stupně. Lagrange určuje relativní pohyb tělesa B vzhledem ku A, a tělesa C vzhledem ku A i B; následkem této nesouměrnosti stávají se také rovnice jeho nesouměrnými a nepřehlednost jejich zvyšuje se zavedením celé řady pomocných veličin $(R, R', R'', Q, Q', Q'' \ldots)$. Výklad jeho methody lze zjednodušiti zavedením souměrnosti takové, při níž relativní polohy hmoty B ku A, hmoty C ku B, hmoty A ku C hledáme, jakož i úpravou počtů, která činí zavedení oněch pomocných veličin zbytečným. Úlohu zde naznačenou provedl skvěle J. A. Serret (Oeuvres de Lagrange t. VI., p. 324—330); přece se mi však zdá, že by se výklad methody Lagrangeovy ještě více mohl zjednodušiti následujícím způsobem.

Podstatným je pro tuto methodu okolnost, že potřebí jest sedmi integralů a není tedy nutné takové uspořádání, při kterém se konečně dvě rovnice druhého a jedna rovnice třetího stupně mezi vzdálenostmi tří hmot vyskytují. Každá soustava rovnic, aequivalentní 7 diff. rovnicím prvního stupně čili vyžadující 7 integrací, může sloužiti za výraz Lagrangeova theoremu. Vždyť Lagrange sám ony tři rovnice neodvodil, nýbrž jen naznačil možnost, zjednati si je eliminací jistých pomocných veličin z většího počtu rovnic. Věcně se nic nemění, zůstane-li eliminace pouze naznačena aneb-li se v skutku provede. Pak ale jest nám volno, stanoviti vedle základních hledaných úkonů (vzdáleností tří těles) takové pomocné úkony a v počtu takovém, by výsledná soustava rovnic, jichž integrování jest ku řešení problemu tří těles potřebné, měla tvar a uspořádání co nejjednodušší.

K tomu cíli hodí se tuším nejlépe relativní rychlosti tří těles a pomocná veličina ϱ, jejíž význam později bude objasněn.

Nazveme m_1, m_2, m_3 a m hmoty tří těles A, B, C a součet jejich; položme:

$$BC = r_1, \quad CA = r_2, \quad AB = r_3,$$

a průměty těchto veličin na osy X, Y, Z označme obdobně (x_1, y_1, z_1; x_2, ...). Podobně buďtež u_1, u_2, u_3 relativní rychlosti hmoty C vzhledem ku B, A vzhledem k C, B vzhledem k A.

Položme dále:

$$p_1 = -[x_2 x_3], \quad p_2 = -[x_3 x_1], \quad p_3 = -[x_1 x_2],$$

kdež dle označení častěji již užívaného závorky [ ] kolem jakési veličiny značí součet tří obdobných veličin, záměnou písmen x, y, z zjednaných.

Podobně budiž:

$$q_1 = r_2^{-3} - r_3^{-3}, \quad q_2 = r_3^{-3} - r_1^{-3}, \quad q_3 = r_1^{-3} - r_2^{-3},$$

$$2v_1 = u_2^2 + u_3^2 - u_1^2, \quad 2v_2 = u_3^2 + u_1^2 - u_2^2, \quad 2v_3 = u_1^2 + u_2^2 - u_3^2;$$

konečně položme:

$$\varrho = \left[x_1 \frac{dx_2}{dt}\right] - \left[x_2 \frac{dx_1}{dt}\right] = \left[x_2 \frac{dx_3}{dt}\right] - \left[x_3 \frac{dx_2}{dt}\right]$$

$$= \left[x_3 \frac{dx_1}{dt}\right] - \left[x_1 \frac{dx_3}{dt}\right].$$

Pak lze uvésti základní diff. rovnice problemu tří těles na tvar:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + m x_1 r_1^{-3} - m_1 (x_1 r_1^{-3} + x_2 r_2^{-3} + x_3 r_3^{-3}) = 0$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + m x_2 r_2^{-3} - m_2 (x_1 r_1^{-3} + x_2 r_2^{-3} + x_3 r_3^{-3}) = 0$$

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} + m x_3 r_3^{-3} - m_3 (x_1 r_1^{-3} + x_2 r_2^{-3} + x_3 r_3^{-3}) = 0.$$

Z těchto a podobných šesti rovnic pro směry y a z odvodíme nejprvé následující rovnice pro u_1, u_2, u_3 (soustava 24 u Serreta, l. c.):

$$\text{(I)} \quad \frac{d(u_1^2)}{dt} + 2\, m r_1^{-2} \frac{dr_1}{dt} + m_1 \left(q_2 \frac{dp_2}{dt} - q_3 \frac{dp_3}{dt}\right) + m_1 q_1 \varrho = 0$$

$$\text{(II)} \quad \frac{d(u_2^2)}{dt} + 2\, m r_2^{-2} \frac{dr_1}{dt} + m_2 \left(q_3 \frac{dp_3}{dt} - q_1 \frac{dp_1}{dt}\right) + m_2 q_2 \varrho = 0$$

$$\text{(III)} \quad \frac{d(u_3^2)}{dt} + 2\, m r_2^{-2} \frac{dr_3}{dt} + m_3 \left(q_1 \frac{dp_1}{dt} - q_2 \frac{dp_2}{dt}\right) + m_3 q_3 \varrho = 0$$

Součet těchto rovnic, dělených po sobě na m_1, m_2, m_3, lze integrovati; obdržíme totiž výraz principu živých sil, rovnici (7 S.):

$$\text{(A)} \qquad \left(\frac{u_1^2}{m_1}+\frac{u_2^2}{m_2}+\frac{u_3^2}{m_3}\right)-2\,m\left(\frac{1}{m_1r_1}+\frac{1}{m_2r_2}+\frac{1}{m_3r_3}\right)=f.$$

Dále obdržíme (22 S.):

$$\text{(IV)} \qquad \frac{d\varrho}{dt}+m_1p_1q_1+m_2p_2q_2+m_3p_3q_3=0.$$

Další rovnici mezi veličinami r_1, r_2, r_3, u_1, u_2, u_3, ϱ poskytuje princip ploch, pomocí něhož můžeme ze základních diff. rovnic odvoditi tři integraly. Součet čtverců těchto integralů dává následující rovnici (23 S.):

$$\text{(V)} \qquad \frac{r_1^2}{m_1^2}\left[u_1^2-\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2\right]+\ldots\ldots+\frac{2}{m_2m_3}\left[p_1v_1-\frac{1}{4}\left(\frac{dp_1}{dt}\right)^2\right]+\ldots$$
$$=k^2-\frac{m}{2\,m_1m_2m_3}\,\varrho^2,$$

kdež si zjednáme další čtyry členy na levé straně rovnice cyklickou záměnou přípon 1, 2, 3.

Šestá rovnice mezi těmitéž veličinami plyne ze vztahu, který se vyskytuje mezi 6 cosinusy úhlů, vytvořených směry r_2, r_3, u_2, u_3, neb r_3, r_1, u_3, u_1, neb r_1, r_2, u_1, u_2. Její tvar jest velmi složitý (21 S.):

$$\text{(VI.)} \qquad \left(\varrho^2+\frac{dp_2}{dt}\frac{dp_3}{dt}+\frac{dp_3}{dt}\frac{dp_1}{dt}+\frac{dp_1}{dt}\frac{dp_2}{dt}\right)^2=$$
$$4\,(\Sigma_1v_1+\Sigma_2v_2+\Sigma_3v_3)+$$
$$+16\,(p_2p_3+p_3p_1+p_1p_2)\,(v_2v_3+v_3v_1+v_1v_2),$$

kdež jest (20 S.):

$$\Sigma_1=r_1^2\varrho^2-2\left(p_2\frac{dp_3}{dt}-p_3\frac{dp_2}{dt}\right)\varrho+p_1\left(\frac{dp_2}{dt}+\frac{dp_3}{dt}\right)^2+p_2\left(\frac{dp_3}{dt}\right)^2+$$
$$+p_3\left(\frac{dp_2}{dt}\right)^2,$$

a kdež Σ_2, Σ_3 z tohoto výrazu cyklickou záměnou plynou. Za sedmou rovnici musíme voliti jednu z oněch rovnic obsahujících diff. poměry druhého stupně veličin r_1^2, r_2^2, r_3^2, které u Lagrange-e jsou základními, totiž (13 S.):

$$(\mathrm{VII}_1)\quad \frac{1}{2}\frac{d^2(r_1^2)}{dt^2}+mr_1^{-1}+m_1(p_2q_2-p_3q_3)-u_1^2=0,$$

$$(\mathrm{VII}_2)\quad \frac{1}{2}\frac{d^2(r_2^2)}{dt^2}+mr_2^{-1}+m_2(p_3q_3-p_1q_1)-u_2^2=0,$$

$$(\mathrm{VII}_3)\quad \frac{1}{2}\frac{d^2(r_3^2)}{dt^2}+mr_3^{-1}+m_3(p_1q_1-p_2q_2)-u_3^2=0,$$

aneb nějakou jich kombinaci. Z těchto se nejlépe odporučuje rovnice souměrná (14 S.):

$$(\mathrm{VII})\quad \frac{1}{2}\left[\frac{d^2(r_1^2)}{m_1dt^2}+\frac{d^2(r_2^2)}{m_2dt^2}+\frac{d^2(r_3^2)}{m_3dt^2}\right]-m\left(\frac{1}{m_1r_1}+\frac{1}{m_2r_2}+\frac{1}{m_3r_3}\right)=f.$$

Nyní máme sedm diff. rovnic, (I)—(VII), mezi sedmi úkony r_1, r_2, r_3, u_1, u_2, u_3, ϱ; z rovnic těch jsou všechny řádu prvního až na poslední, která jest řádu druhého, tak že by jejich integrování vyžadovalo osm integralů. Jeden z těchto integralů máme však v rovnici (A); zbývá tudíž vskutku jakožto úloha jen určení sedmi integralů. Můžeme také říci takto: rovnice (A) slouží k eliminaci jedné z veličin u_1, u_2, u_3, r_1, r_2, r_3; zbývá tudíž jen šest úkonů hledaných, a pro ně v soustavě rovnic (I)—(VII), z které však jednu z rovnic (I), (II), (III) odstraniti dlužno, pět diff. rovnic řádu prvého a jedna rovnice řádu druhého.

Při této úpravě methody Lagrangeovy na první pohled je patrná nemožnost, některou z rovnic (I)—(VII) vynechati, a nahraditi ji kombinací rovnic ostatních, kteréžto chyby se dopustil *O. Hesse* v Crelleově Journalu (sv. LXXIV.), chtěje dospěti k cíli bez upotřebení rovnice (VI).

Mohlo by se zdáti, že lze differencováním rovnice (V) neb (VI), a dosazením příslušných hodnot z rovnic (I)—(IV), (VII_1), (VII_2), (VII_3) zjednati sobě novou rovnici, která by byla jen prvního stupně. To by však znamenalo, že lze problem tří těles redukovati na šest integralů, což patrně bez nalezení nového integralu (mimo integraly určené již principem ploch a principem živých sil) jest nemožné. Problem tří těles jest totiž řešen, známe-li trojúhelník těchto těles, a polohu téhož trojúhelníku v prostoru. Polohu tuto určují tři veličiny. Ze čtyr konstant integraly již nalezenými zavedených, slouží dvě (vlastně poměry tří konstant principu ploch) k částečnému určení této polohy; zbývá tudíž jediná konstanta, kterou odjinud než z oněch čtyr konstant obdržeti můžeme. Tedy: z osmi integralů, jež po nalezení čtyr na základě všeobecných principů, ještě určiti máme, slouží na nejvýš jeden k určení polohy trojúhelníka tří těles

v prostoru a jest tudíž nejméně (a jak Lagrangeova methoda ukazuje, také ne více) než sedmi integralů k určení tvaru téhož trojúhelníka potřebí.

Tato úvaha může se rozšířiti na problem více než tří těles. Problem ten bude určen, známe-li tvar a polohu příslušného mnohoúhelníka; polohu tu určují však tři veličiny, z nichž dvě bezpečně poskytuje princip ploch; z toho následuje, že nanejvýš jeden ze zbývajících (t. j. hledaných) integralů k určení polohy sloužiti může, a že tedy při vyhledání tvaru mnohoúhelníku n těles, na které patrně všeobecný problem lze uvésti, počet hledaných integralů bez provedení skutečné integrace o více než-li o jeden snížiti nemůžeme.

Z druhé strany jest však dle analogie pravdě podobno, že takové snížení v případě problemu více těles vždy bude možné; a způsob, jakým jsem v předcházejícím upravil methodu Lagrangeovu, vede poměrně snadnou cestou k rozšíření této methody a k nalezení obdobného výsledku v případě čtyr (a nepochybně též více) těles. Toť také jediná příčina, pro kterou jsem si dovolil obrátiti pozornost k témuž způsobu, jenž by jinak co pouhá modifikace úpravy Serretovy pozornosti nezasluhoval.

V případě 4 těles hledáme 24, aneb, odbavíme-li pomocí principu středu hmotného 6 integralů a přihlížíme-li k relativnímu pohybu oněch těles, 18 integralů. Čtyry poskytuje opět princip ploch a princip živých sil; zbývá tudíž 14 integralů neznámých. Nyní máme větu, která jest rozšířením Lagrangeova theoremu o problemu tří těles:

Problem čtyr těles v obmezenějším tvaru, t. j. vyhledání *tvaru* čtyrúhelníku těchto těles vyžaduje k svému řešení pouze 13 integralů; zbývající ještě 14. integral všeobecnějšího problemu nalezneme po stanovení oněch 13 integralů dodatečně jako při problemu tří těles.

Obšírný důkaz této věty podám při jiné příležitosti, zde chci se obmeziti na naznačení cesty, kterou se k provedení téhož důkazu musíme bráti.

Čtyry body určují čtyrstěn, v němž se vyskytuje šest vzdáleností (r); dle analogie zavedeme též šest relativních rychlostí (u), a ve čtyrech stěnách tetraedru čtyry veličiny (ϱ). Součet veličin ϱ rovná se ovšem nule, máme však vždy ještě 15 veličin místo potřebných jen 13.

Pro veličiny ty máme:

6 rovnic tvaru (I)—(III),
3 rovnice tvaru (IV),
1 rovnici tvaru (V),
4 rovnice tvaru (VI),
1 rovnici tvaru (VII),

celkem tedy 15 rovnic, z nichž poslední jest druhého stupně.

Mezi veličinami r, $\frac{dr}{dt}$, u vyskytují se však, jak podrobnější geometrická úvaha učí, tři další rovnice, a pomocí těchto rovnic můžeme 3 z oněch veličin, třeba tedy 3 u, vyloučiti, tak že nám zbývají co neznámé úkony: 6 r, 3 u, 3 ϱ. Pro těchto 12 veličin máme rovnice shora uvedené s tím rozdílem, že místo 6 rovnic tvaru (I)—(III) zbývají jen 3 takové rovnice, tedy celkem 12 rovnic, z nichž poslední jest druhého stupně, které tudíž vyžadují 13 integralů.

Můžeme též následujícím způsobem upraviti soustavu neznámých a soustavu příslušných rovnic, při čemž analogie s problemem tří těles ještě lépe vysvitne. Podržme všechny r a všechny u za neznámé, ku kterým připojíme některé ϱ neb nějakou (nejlépe symmetrickou) kombinaci těchto veličin. Máme tudíž 13 neznámých, a rovnice pro ně následující:

6 rovnic tvaru (I)—(III),
3 nové rovnice mezi veličinami r, $\frac{dr}{dt}$, u,
1 rovnici tvaru (IV) pro onu kombinaci veličin ϱ;
1 rovnici tvaru (V) „ „ „ „ „
1 rovnici tvaru (IV) „ „ „ „ „
1 rovnici tvaru (VII), druhého řádu.

Pro tyto rovnice vyžadující 14 integrací jest však znám integral tvaru *(A)*, tak že zbývá vskutku jen 13 potřebných ještě integralů.

23.

Aeolosoma variegatum Vejd.

Příspěvek ku poznáni nejnižších Annulatův.

Přednášel prof. F. Vejdovský dne 26. června 1885.

(S 1 tabulkou.)

Každá větší skupina organismův obsahuje jisté formy, jež ve své ústrojnosti na nižším stupni vývoje stojíce, poutají na se zvláštní

pozornost badatele, ježto ukazují na bližší či vzdálenější vztahy příbuznosti se skupinami nižšími, čili jak zvykli jsme se vyjadřovati, systematicky podřízenými.

Ve velikém kmenu Annulatův poznali jsme teprvé v nejnovější době nejjednodušší, ve své organisaci na primitivném stupni vývoje se nalezající formy, jež ve svém díle[1]) sjednotil jsem v čeleď Aphanoneura a jichž hlavním zástupcem jest rod Aeolosoma, veskrze ve sladkých vodách bezpochyby celého světa život svůj trávící. Nepatrnost rozměrův tělních a způsob života byly zajisté příčinou, že známosti naše o rodu Aeolosoma až do nedávné doby tak nepatrné byly, i zdá se mi býti pro vědu velmi závažnou každá zpráva, jež může obohatiti vědomosti naše o této skupině Annulatův. Z té příčiny také neváhám, jakž jsem slíbil již v díle svém[2]) o nově v Čechách objeveném a jakožto Aeolosoma variegatum označeném druhu, podrobnější zprávy podati: jednak, že mohu veskrze potvrditi veškerá dřívější svá pozorování provedená na 3 dosud známých druzích českých a jednak, že mi možno poukázati na některá nová fakta, čeledi Aphanoneurů a vůbec Annulatův se týkající.

Čtenářům těchto řádkův, jimž snad není přístupné dílo mé, sdělím především kratičký historický nástin dosavadních známostí o dotčené familii, naznačím charakter její a pokusím se vypsati organisaci nového druhu; posléze podám z díla svého seznam známých již z Čech druhův.

I. Rod Aeolosoma byl stanoven *Ehrenbergem*[3]) a sice co člen skupiny Naidina, jež jakožto VII. čeled „Phytozoí Turbellarií" řečeným badatelem následovně byla charakterisována: „Ore infero, ano terminali." Aeolosoma tvoří devatenáctý, Ehrenbergem takto označený rod: Labio superiore, longium producto, dilatato, proteo (corpore vesiculis rubris variegato).

19. Aelosoma Novum genus, Familia Naidinorum.

Charakter generis: Corpus filiforme, molle, distincte articulatum, singuli articuli setarum fasciculis utriusque barbati, ocelli nulli; os

[1]) System und Morphologie der Oligochaeten. — Bearbeitet im Auftrage des Comités für naturhistorische Landesdurchforschung Böhmens von Dr. Fr. Vejdovský. Mit 16 Tafeln und 5 Holzschnitten. Veröffentlicht durch Subvention der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Prag 1884. (Přeloženo z českého rukopisu.)

[2]) l. c. pag. 113. Anm.

[3]) *Ehrenberg Ch. G.* Symbolae phys. seu icones et descript. anim. evertebr. Anim. evertebr. Decas I. Berolini 1828.

anticum inferum, labio dilatato, proteiforme superatum; anus terminalis, corpus globulis laete rubris, internis ubique variegatum."

Ehrenberg popisuje 3 druhy tohoto rodu a sice Aeol. Hemprichii, jež v Nubické provincii Dongole velmi četně prý přichází, dále 2 evropské druhy z okolí Berlína, Aeol. decorum a quaternarium.

O 3 leta později popsal *Dugès*[1]) mezi Turbellariemi také jeden druh, jejž zove Derostoma laticeps, který však později[2]) správně za červa štětinatého považuje a pod jmenem Nais(?) laticeps k Naidinům čítá. Dugèsova Nais laticeps není však ničím jiným, než Ehrenbergova Aeolosoma decorum. Také pozdější badatelé počítali Aeolosomu k Naidinům. *P. Gervais*[3]) označuje tento rod jako subgenus najidky, pojmenovav ji Aeolonais. *Oersted*[4]) vyvrací výklad Ehrenbergův, dle něhož najidky s turbellariemi jsou příbuzné i stanoví zvláštní čeleď Lumbricid „Naides" se 7 rody, z nichž Aeolosoma šesté, Chaetogaster sedmé genus tvoří.

Kdežto však Oersted druhy Ehrenbergovy Aeol. decorum a Hemprichii právem stahuje a jakožto Aeol. Ehrenbergii označuje, uvádí *Grube*[5]) všecky 3 berlínským zoologem stanovené druhy jako oprávněné. V tomto ohledě souhlasí však *D'Udekem*[6]) s Oerstedem a řadí Aeolosoma rovněž mezi „Naicidées" s následující diagnosou: Quatre rangées de faisceaux de soies. Soies de faisceaux superieurs et inférieurs subulées. Pas d'appendices en forme de branchies entourant l'anus. Anneau cèphalique fortement dilaté. Bouche en dessous de l'anneau cèphalique. Teguments transparents maculés de rouge, à peine visibles à l'oeil nu." *D'Udekem* necharakterisuje podrobněji Aeolosoma Ehrenbergii, vyslovuje však domněnku, že dříve

---

[1]) *Dugès Ant.* Aperçu de quelques observ. nouv. sur les Planaires et plusieurs genres voisins. — Ann. Sc. nat. I. Sér. Tom. XXI. 1830. pp. 72—90. Pl. 2.

[2]) — Nouv. Observ. s. la zool. et l'anatom. d'Annel. sétig. abranches. — Ibidem II. Ser. T. VIII. 1837 pp. 13—15. pl. 1.

[4]) *Gervais P.* Note sur la dispos. systémat. d'ann. chétop. du Genre Nais. — — Bullet. Acad. roy. Belg. T. V. 1838. p. 13—20. — Isis 1844. pp. 359—360.

[3]) *Oersted A. S.* Consp. gen. spec. Naidum, ad faun. danicam pertinentium. Naturhist. Tidsk. of H. Kröyer. 4 Binds. 1842. pp. 128—140. Taf. III. — Isis 1848. pp. 511—516.

[5]) *Grube Ed.* Die Familien der Anneliden etc. Berlin 1851.

[6]) *D'Udekem Jul.* Nouv. class. d'Annél. sét. abranches. Mém. Acad. roy. Belg. XXXI. 1858.

již popsaný *Leidy'm*[1]) druh Aeol. venustum za odrudu Aeol. Ehrenbergii považovati nutno. *D'Udekemovi*[2]) přísluší dále zásluha, že poprvé poznal a popsal pohlavní poměry našeho rodu, a byť líčení toto u porovnání s jinými oligochaety méně jest uspokojivé, tož nebyla pozorování D'Udekemova později ani *Maggi'm* zdokonalena. Téměř současně zabývali se skoumáním rodu Aeolosoma 2 věhlasní badatelé, z nichž jeden — *E. R. Lankester*[3]) podal vzácné příspěvky k poznání anatomie Aeolosomy. A rovněž *Leydig*[4]), jenž líčí životní poměry Aeol. quaternarium a podává zprávu o mnohých anatomických podrobnostech. Tu také podává vyobrazení nového druhu Aeol. niveum. Současně s *Lankesterem* a *Leydigem* zabýval se také *Maggi*[5]) s tímto rodem a popisuje 2 nové druhy Aeol. Bolsamo a Aeol. italicum, jež však dle mého náhledu jsou totožné s druhy Ehrenbergovými. O anatomii nepodává *Maggi* nic nového, ovšem ale dopouští se hrubých omylův.

Několik slov ještě o dosud známých druzích rodu Aeolosoma; ze všech vyjmenovaných forem oprávněné jsou pouze Aeol. Ehrenbergii, quaternarium a snad i niveum, ač toto poslední *Leydigem* nedostatečně charakterisováno. Aeol. Hemprichii, Aeol. venustum atd. jsou jen synonyma prvě dvou jmenovaných druhů. Avšak *Leidy*[6]) později změnil zcela libovolně staré rodové jmeno Aeolosoma v Chaetodemus, popisuje jakýsi druh Chaetodemus panduratus. Dle něho v nejnovější době také *Čerňavsky*[7]) přijal toto pojmenování a navrhl následující, nedostatečnou diagnosu rodu: „Fasciculi setarum utrinque biseriati. Cetera sicut in genere Aeolosoma" (?!)...... „4 sp. cognitae. Ch. panduratus Leidy, quaternarius Ehrbg., Balsamo Maggi et multisetosus Čerň."

---

1) *Leidy Jos.* Descript. of Some aquat. Worms of the fam. Naides. Journ. Acad. nat. Scienc. 2. Ser. Vol. 2. n. 46. 1857.

2) *D'Udekem Jul.* Notice sur les org. génit. d'Aeolosoma et Chaeotogaster. Bullet. Acad. Belg. 1861.

3) *Lankester E. R.* A contrib. to the Knowledg. of the lower Annelids. Trans Linn soc. Vol. XXVI. 1869.

4) *Leydig Franz.* Ueber die Annelidengattung Aeolosoma. Müller's Archiv 1868. pp. 90—125.

5) *Maggi Leop.* Intorno al genere Aeolosoma. — Soc. Ital. Scienc. Nat. Vol. I. 1865.

6) *Leidy Jos.* Corrections and Additions to former Papers on Helminthology etc. — Proceed. Acad. nat. Sciences. 1851. pp. 285—287.

7) *Čerňavsky Vlad.*, Materialia ad zoographiam ponticam comparatam. Fasc. III. Vermes. — Bullet. Soc. imp. nat. Moscou. 1880. Nro 4. pp. 213—363.

Některé jinokrajné a zajisté zajímavé formy našeho rodu poznal již dříve *Schmarda*,[1]) ač z hlediště nynějších požadavků vědy mnohé by se mohlo vytknouti. Z Ceylonu popisuje řečený autor Aeolosoma ternarium a pictum, ze střední Ameriky Aeol. macrogaster. Veškeré tyto druhy jsou prý jen 2 řadami štětin opatřeny, kdežto jen Aeol. pictum červenými olejnými žlazkami jest pokryta a lalok čelní postrádá vířivých brv. Ostatní 2 druhy postrádajíce prý olejných žlazek jsou žlutavě šedé, a což nad míru pozoruhodné, popisuje Schmarda u Aeol. ternarium 2 podél těla se táhnoucí cevy krevní, jež v laloku čelním se stýkají a ozdobnou síť cevní tvoří; totéž kreslí *Schmarda* i u Aeol. macrogaster.

II. Ve svém díle líčím povahu rodu Aeolosoma dle výsledků pozorování, vykonaných na 3 druzích, totiž: Aeol. quaternarium Ehrbg. Aeol. Ehrenbergii Oerst. a Aeol. tenebrarum Vejd.

Tělo všech těch druhů vyznačuje se zvláštní ohebností a měkkostí, jež nenacházíme u žádného jiného Oligochaeta. Jsou to veskrze malé, ve vodě a hlenu žijící formy, délky 0.2—10 mm., s malým počtem štětinatých segmentův. Délka tato řídí se ovšem dle počtu dělících se individuí, avšak velikost individuí odpovídá asi míře naznačené. Veškeré druhy jsou průsvitné, některé až sklovité a obsahují ve svém integumentu známé červené neb žlutavé žlázky olejné, jež tělu propůjčují ozdobné pestroty. Charakteristickou jest zde vždy zřetelně od následujících segmentův trupových oddělená hlava, skládající se ze širokého, stažitelného, na spodině obrveného laloku čelního a s ním úplně srostlého t. zv. úkrojku ústního. Na břišní straně tohoto posledního nalezá se veliký, skulinovitý otvor ústní. Po obou stranách laloku čelního vystupují mělké, delšími brvami vyložené jamky.

Segmenty trupové označeny jsou zevně pouze svazky štětinek; rýhy mezičlánkové, jako u ostatních annulatův, scházejí, naproti tomu v hojné míře a proměnlivě vystupují nepravidelné záhyby a brazdičky, dle stavu stažení a roztažení vaku tělního. Štětiny jsou ve 4 řadách, v málo svazcích vyvinuté; počínajíce na prvém segmentu trupovém, opětují se v středu těla, vynikajíce délkou svou nad povrch tělní. Čím dále na zad, tím jsou menšími, až zadní část tělní postrádá jich vůbec. U Aeolosoma Ehrenbergii a quaternarium jsou

---

[1]) *Schmarda C.,* Neue wirbellose Thiere, gesammelt auf einer Reise um die Erde. (1853—1857.) Leipzig 1861. Theil I. Heft 1. Oligochaeta pp. 1, 7—17 et 54—56.

štětiny veskrze vlásečnaté, slabě prohnuté, kdežto u Aeol. tenebrarum vyskytují se v tomto tvaru jen na předních segmentech, dále v středu a na zad těla přicházejí současně s vlásečnatými štětinami i háčky dvojklanné.

Hypodermis skládá se z poměrně nízkého epithelu, obsahujíc vedle těžce sledovatelných obyčejných jednobuničných žlaz kožních, ještě výše zmíněné, barevné žlazky olejné, jichž nad míru jemné kanálky vývodné prostupují cuticulou. Tato poslední jest pokryta na celém povrchu a zvláště na hlavě četnými brvami hmatacími. Svalovina tělní jest nad míru jednoduchá, ba i těžce dokázatelná. Přes to však působení její velmi značné; zvíře pohybuje se pomocí ní v rozličných směrech, může se až na třetinu původní délky zkrátiti a značně zúžiti, rovněž ale zase prodloužiti. U všech druhův možno se snadno přesvědčiti o peristaltických contrakcích vrstev svalových když zvíře po spůsobu některé Turbellarie volně ve vodě plove. Ještě více stahování a roztahování schopný než ostatní tělo jest lalok čelní, který hned mohutně naduří, hned zase ploše se stáhne; k tomu přispívá zajisté v největší míře celá soustava zřetelných vláken svalových, jež šikmo, dorsoventrálně probíhajíce, zřetelná jádra mají, a svalovým vláknům svazků štětinných se rovnají.

Nervová soustava jest na nejvýše jednoduchá, zauzlina mozková leží v laloku čelním před pharyngem a vykazujíc párovitou stavbu, vysílá jak ku předu okraje laloku čelního, tak ku stranám, k vířivým jamkám větevky nervové. Zadní lalůčky mozkové jsou pomocí stažitelných vláken svalových — cerebroparietalních — k stěně tělní připevněny. Zauzlina mozková setrvává po celý život ve spojení s hypodermis, i ukazuje tedy jasně na svůj epiblastový původ. U Aeol. Ehrenbergii a quaternarium nelze ani na živých červech, ani na jich průřezech znamenati nějaké stopy po pásmu břišním; ale u Aeol. tenebrarum zdají se jisté elementy v střední čáře tělní ukazovati povahu nervovou, ale tvrditi nelze, že by zde skutečné pásmo přítomno bylo.

V dutině tělesní splývající buňky mesoblastové představují malé, lesklé, eliptické neb kruhovité štítky. Bránice mezi segmenty štětinovými scházejí, pouze u Aeol. Ehrenbergii jest vyvinuto septum mezi hlavou a trupem. Zažívací apparát počíná šírým otvorem ústním, přecházejícím v mohutný, soudkovitý, nevychlipitelný pharynx. Tento jest pomocí četných, jednobuničných vláken svalových k stěně tělesné připevněn a přechází na zad v dlouhý trubicovitý oesophagus, jenž souvisí v třetím segmentu štětinatém se silně naduřelým střevním

žaludkem. Tento se zužuje ponenáhlu od segmentu štětinového až k zadnímu konci těla, kdež na hřbetní straně řití na venek ústí.

Hřbetní ceva objevuje se pouze v přední části těla, počínajíc v končině, kde oesophagus se střevním žaludkem souvisí, a prozrazuje se na stěně oesophagu pravidelným stahováním. Pod mozkovou zauzlinou dělí se hřbetní ceva ve 2 větve, jež objímajíce pharynx, ku spodu se chýlí, aby se tu v břišní cevu spojily. Tato poslední probíhá volně dutinou tělesní až ke zadnímu konci těla a větví se ve svém průběhu velmi rozdílně u jednotlivých druhův. U Aeol. tenebrarum u př. lze sledovati rozvětvení po celé délce střevního žaludku; postranní větve jsou párovité a vcházejí po stranách jeho pod peritoneální obal, tvoříce tu ozdobnou síť cevní, z níž hřbetní ceva původ beře.

Výměšné orgány scházejí v hlavě v 4—6 posledních segmentech. Prvý pár těchto orgánův leží u Aeol. Ehrenbergii a tenebrarum v prvém, u Aeol. quaternarum v druhém trupním segmentu a opětují se párovitě i v segmentech následujících; jen výminečně možno nalézti červy, jichž třetí segment trupní exkrečních orgánův postrádá. Tyto jsou těsně vinuté, na střevní stěnu se přikládající kanálky, jichž víťivé nálevky lze nesnadno objeviti. Zevní otvory nalezají se téměř v střední čáře břišní, těsně po obou stranách cevy ventrální.

Z vlastního názoru neznám poměry pohlavních orgánů, aniž mohu tudíž čas udati, kdy Aeolosoma jest pohlavně dospělou; avšak někteří z mých předchůdcův pozorovali orgány tyto. *Ehrenberg* (l. c.) praví, že viděl v „Aeol. decorum“ párovitý vaječník. Dle *D'Udekema* splývají spermatozoy volně v dutině životní, opustivše ložiště své — varlata, — která na hřbetní straně prý v 5. 6. a 7. segmentě leží — a prodělávají svůj úplný vývoj v dutině tělní. Vaječník jest na břišní straně v 5. segmentu upevněn, zralá, objemná a bílá vajíčka dostanou se do 6. a 7. segmentu. Na břišní straně posledně naznačeného segmentu nalezá se dle D'Udekema žlaznatý orgán, s centrálním otvorem, jímž vycházejí vajíčka na venek. Taktéž udává týž autor, že viděl před pohlavním apparátem pár váčkův, jež souměrně na každé straně těla na venek ústí a tudíž by mohly odpovídati zásobárnám chámu. Naproti tomu prý není zde žádných nálevek chámových. *Maggi* (l. c.) opakuje až doslovně udaje belgického zoologa, vedle toho prý znamenal vedle zásobáren i nepárovitý orgán jakýsi, stejné funkce. Dle těchto udajů, jež ovšem ještě znovu se musí potvrditi, mám za to, že pohlavní orgány Aeolosomy takto jsou

rozděleny, odpovídajíce vůbec plánu, dle něhož jsou založeny žlázy pohlavní a jich vývody u oligochaetův vůbec:

1. párovitá varlata v 3. trupovém segmentu.
2. párovitý vaječník ve 4. „ „
3. pár chámovodů na 4. segmentě trupovém na venek ústících.
4. pár zásobáren v 3. „ „

Dle *Maggi-ho* jsou brylky vaječné (kokony) eliptické, průsvitné, vývoj mohl by odpovídati úplně onomu, jejž oligochaeti vůbec prodělávají, takže hotový červ opouští blánu brylky vaječné. Naproti tomu kreslí *E. R. Lankester* (l. c.) zvláštní mladé stadium, o němž se domnívá, že náleží Aeolosomě. Jest to forma upomínající na larvové stadium jistých mořských polychaetů, jehož celý povrch laloku čelního živě víří a ústy, pharyngem, oesophagem a střevem jest opatřen.

Nepohlavní rozvoj hlavně dělením se děje a to cestou co možno nejjednodušší, o čemž níže více.

III. Poznavše tak povahu nejnižších annulatův, jichž hlavním zástupcem jest Aeolosoma, z pozorování dosavádních, při čemž jsme veskrze opakovali, ba slovně přeložili udaje z díla řečeného (l. c.), chceme podrobněji sledovati organisaci nově v Čechách objeveného druhu, pro nějž navrhuji název Aeolosoma variegatum. Zda-li souhlasí či úplně odchylná jest forma tato od Aeol. niveum Leydig, nemohu rozhodnouti. *Leydig* udává u posledně jmenovaného druhu, že jest pokryt veskrze bílými žlazkami olejnými, kdežto u naší formy jest vedle bílých žlazek ještě množství živě zelených, řidčeji žlutých žlazek přítomno; jinak nelíčí *Leydig* bližší povahu druhu Aeol. niveum.

Aeolosoma variegatum objevila se na podzim 1884 v několika exemplářích v nálevu, jejž můj posluchač p. E. Sekera z rašelinných vod okolí Hlinska do Prahy přivezl. Na dně láhve objevilo se veliké množství Rhizopodů skořepatých a to formy tak charakteristické, že mám v úmyslu o nich později ve zvláštní práci bližší sdělení učiniti. V tomto hlenu občas vyskytl se osamělý exemplář jmenovaného červa; zřetelněji však a již pouhým okem bylo lze jej sledovati, an po spůsobu plovoucích turbellarií v čisté vodě se pohyboval, aneb po stěnách nádoby se plížil. Shledal jsem na mnoze (asi 3) exempláry nedělící se, a jen 5 řetězů s málo zooidy; délka jedince obnášela v průměru asi 0.6—0.8 mm; délka řetězů něco málo přes to.

Tělo však individuí nejevilo nikterak stopy pravidelného článkování, jsouc nejvíce v střední části naduřelé a na zad se zužující. Segmentace označena jen zevně páry štětin břišních a hřbetních. Mimo hlavy napočítal jsem obyčejně 9 štětinonosných segmentů a nad to zbýval ještě zadní cípek těla bez svazků štětinných.

Integument našeho druhu jest úplně průsvitný, takže možno v mnohém ohledě organisaci vnitřní snáze sledovati než u ostatních známých druhův. Zevně jest Aeolosoma variegatum velice nápadná pestrými žlazkami olejnými; obsahujeť nízká hypodermis, kromě obyčejných jednobuničných žlaz kožních, jež zvláště ve velikém počtu na přídě laloku čelního a v menší míře na ostatním těle jsou roztroušené a svým bledým, nelesklým obsahem při silných zvětšeních ze zrnitého obsahu buněk vystupují (Tab. Fig. 5. *d*), ještě poměrně veliké žlazky barevné, jež jak v zbarvení, tak ve velikosti velmi se mění a dle toho zavdaly mi příčinu k pojmenování druhu „variegatum." Kdežto u ostatních známých druhův jsou tyto žlazky olejné pouze jedné stejné barvy, nalezáme u Aeol. variegatum nejméně dvojí zbarvení. U všech individuí nalezl jsem vždy veliké, lesklé, bílé, světlo lámající krůpěje v hypodermis, kdežto ostatní, současně s nimi přicházející žlazky v nejčetnějších případech světle zeleně, řidčeji žlutozeleně, a v jediném případě úplně žlutě byly zbarveny. Tvaru byly většinou kulovitého neb láhvičkovitého, velmi četné z nich byly jednoduše neb dvojnásobně zaškrcené, takže se zdálo, jakoby se dělily. Význam těchto podivných elementů kožních, či spíše jich obsahu není mi známým; chovajíť se vůči skoumadlům právě tak, jako žluté kapky olejné u Aeolosoma tenebrarum.

Štětiny jsou jemné, poněkud zakřivlé (Fig. 2.) dosahujíce délky průměru těla i více. Co do počtu v jednotlivých svazcích hřbetních nalezl jsem asi tento poměr:

1.	segment	trupový	2 štětiny
2.	„	„	2 „
3.	„	„	4 „
4.	„	„	4 „
5.	„	„	3 „
6.	„	„	3 „
7.	„	„	2 „
8.	„	„	2 „
9.	„	„	1 štětina.

Břišní svazky neliší se mnoho od hřbetních co do počtu štětin.

Jako u všech ostatních druhův stlušťuje hypodermis na břišní straně laloku čelního před ústy a právě zde pokryta jest přečetnými brvami, jež ve směru od předu na zad k otvoru ústnímu víří a proudem tak vzniklým potravu, jako malé řasy, hlen atd. k ústům přivádějí. (Obr. 4.) Velice hebká cuticula nese na celém povrchu tělním, zvláště ale na přídě hlavy jemné, ale tuhé brvy hmatací. (Obr. 3. *h*.) O svalových vrstvách těla nebylo lze mi se přesvědčiti; tak jsou nepatrně vyvinuté, ač účinek jich se jeví na mohutném stahování celého vaku tělního; zdá se však, že k tomuto stahování přispívají také vlákna stažitelná, jimiž zažívací roura — při nedostatku zvláštních bránic mezisegmentových, v dutině tělesní jest zavěšena. Jistě ale působí vlákna svalová na stahování a vůbec proměnu laloku čeního. Tento v klidu, a vůbec v normálním stavu jest silně nad úkrojkem ústním prodloužený, jako u žádného jiného druhu (srov. Fig. 1. a 3.). Pouze po obou stranách slabé hrbolky vířivé vystupují. Vlákna svalová však, jež prostupují dutinou hlavní, způsobují značné změny v zevnější formě laloku, jak znázorňuje Fig. 5. Tehdy se může hlava velmi zkrátiti, hrbolky postranní, dříve vychlípené (*j*), jeví se nyní jako hluboké jamky. Při sledování dutiny hlavní lze znamenati průběh zmíněných vláken ve 3 směrech a to 1. v největším množství a sice v 5 párech probíhají v střední čáře tělní inserující vlákna téměř kolmo dorsoventrálně (Tab. Fig. 4. *sd*) a působí na známé sploštění laloku čelního. 2. před zauzlinou mozkovou sbíhají rovněž od hřbetní strany k břišní, avšak více po stranách těla 3 páry vláken svalových šikmých (Fig. 4. *sš*). 3. Tam kde inserují vlákna třetího páru na břišní straně, vychází opět šikmo, avšak ve směru za zauzlinu jiný pár dorsoventrálních vláken, probíhaje až k svalům jícnovým.

Jasnost a průsvitnost pokožky a větší rozměry laloku čelního dovolují velmi zřetelně poznati poměry nervové soustavy, resp. zauzliny mozkové s jejími větevkami; neboť jen tato poslední jest vyvinuta z celé soustavy, kdežto po pásmu břišním není ani stopy. Zauzlina mozková jest jen nepatrně vytvořena a souvisí těsně s hypodermis, na jejíž povrchu lalok čelní jest značně v jamku prohlouben (Fig. 4. *m*).

Se hřbetní strany pozorována, jeví se zauzlina mozková jako malý, slabým zářezem na zadu a poněkud na přídě ve 2 symetrické laloky rozdělený štítek (Fig. 3. 5. *m*), s profilu pak (Fig. 4. *m*) jako zřetelný hrbolek s hypodermis souvisící, v níž ale těžko lze rozeznati histologické elementy, z nichž se skládá. Avšak průběh větví

nervových, z mozkové zauzliny vycházejících lépe lze u Aeolosoma variegatum sledovati než u ostatních druhův. Z mých pozorování jde na jevo: že ku přídě laloku čelního vycházejí 2 silnější a dlouhé větve (Fig. 3. *n*), jež po celém průběhu svém vysílá postranní větevky ku hřbetní straně laloku čelního. Pak i slabší a kratší větve vycházejí ku předu ztrácejíce se záhy v hypodermis. Žádnou z těchto předních větví mozkových nelze sledovati při pozorování z profilu; i zdá se, že běží tyto nervy těsně pod pokožkou laloku čelního.

Se stran mozku vychází ku pokožce po 3 párech větví nervových, jež lze i z profilu i se hřbetní strany sledovati (Fig. 3. 4. 1, 2, 3). Prvý pár vysílá jednu postranní větevku, tenkou a nezřetelnou, jež přikládá se k ztluštěné bási vířivých jamek (Fig 3. *wg*).

Jiných elementů nervových nelze znamenati, tím méně možno se přesvědčiti o jakémsi břišním ztluštění, v němž by se mohl spatřovati aspoň rudiment pásma břišního. Aeolosoma variegatum ukazuje nade vše zřetelně, že pouze mozková zauzlina bez comissur jícnových a břišního pásma jest hlavním charakterem nejnižších annulatův — Aphanoneurův — jež činí přechod k turbellariím.

Vířivé jamky, — lze-li tak správně pojmenovati postranní stlustnutí hypodermis, jež delšími brvami jsou pokryty (Fig. 3. *vg*) — a tuhé brvy hmatací jsou jediné orgány smyslové.

Dutina tělesná prostoupena jest jednak vlákny svalovými pharyngu, jednak četnými pojnými vlákenky, jimiž zažívací roura připevněna k stěně tělesné; zvláštních branic mezisegmentových zde není, jako vůbec u celé čeledi Aphanoneurů. Jinak splývají v tekutině perienterické nečetné buničky lymfatické, jasné, terčovité neb eliptické.

Zažívací apparát odpovídá vůbec onomu, jaký jsem vylíčil u ostatních druhův rodu Aeolosoma. Veliký skulinovitý otvor ústní přechází do požeráku (pharynx), jenž jeví se vůbec jako pouhé vchlípení epiblastu a postrádá onoho dorsálního ztluštění, jež jest charakteristickým pro pharynx všech vyšších annulatův. Pharynx Aeolosomy ohýbá se téměř pod pravým úhlem a v prvém trupovém segmentu pojí se s jícnem.

Jemnými jednobuničnými vlákny svalovými připevněn k stěně tělní, nemůže se vychlípiti, aby potravu sám pojímal, nýbrž tato, z jemných řas jednobuničných neb detritu se skládající, proudem brv laloku čelního do úst se shání. Jícen (Tab. Fig. 4. *oe*) jest úzká tenkostěnná trubice, uvnitř, ako požerák živě vířící, jež táhne se dvěma segmenty trupovými, na povrchu jsouc slabě pokryta jemnými žlazkami, často hnědými, často však bledými a tudíž nezřetelnými

(Tab. Fig. 5. *oe*). Aeolosoma variegatum před ostatními druhy toho rodu vyznačuje se nedostatkem klíčky jícnové; neboť oesophagus téměř rovně prostupuje prvé 2 trupové segmenty a přechází v třetím v mocně naduřený žaludek střevní, jenž asi ve 4. štětinovém segmentě z ponenáhla se zužuje a na konci těla, na hřbetní straně řití ústí na venek. Skladba histologická se opětuje jako u všech druhů Aeolosoma; jen sinem krevním mezi vrstvami svalovými a epithelem vnitřním blíží se Aeol. variegatum k Aeol. quaternarium; jinak vše souhlasí s poměry zažívacího ústrojí jako u Aeol. Ehrenbergii a tenebrarum. Buňky zevnější jsou sice hnědě zbarvené a upomínají tak na chloragogení žlázy vyšších oligochaetův, jsou však celkem velmi nepatrné, nízké, nezřetelně se zdvihající nad povrchem vrstev svalových; zřetelného konečníku v posledním segmentě není, aspoň s jistotou dokázati se nedá.

Cevní soustava trvá u našeho druhu jako u Aeol. quaternarium na úplně embryonálním stupni; hřbetní ceva totiž probíhá nad jícnem a pharyngem, kdežto na zad přechází ve výše zmíněný sinus, uzavřený ve stěnách střevního žaludku; sinus ten pak jest párovitý, po obou stranách probíhající (Tab. Fig. 5. *sc*) a slučuje se na počátku střevního žaludku v cevu, jež nad stěnami jícnu ku předu se vine, silně pulsujíc a uvnitř jasné, nehybné buňky obsahujíc, jak vylíčil jsem již u ostatních druhů Aeolosoma. Nad pharyngem ohýbá se hřbetní ceva ku straně břišní a to hned, že dělí se ve 2 větve, jež objímajíce požerák, k břišní straně se sklání, aneb nepárovitě na jednu stranu se uchyluje (Tab. Fig. 3. *c*), a pak přímo po břišní straně v střední čáře tělní těsně pod zažívacím ústrojím až ku konci těla se táhne a zvláštním spůsobem, jejž se mi však blíže vyšetřiti nepodařilo, se sinem střevním komunikuje.

Výměšný apparát skládá se ze 3 párů zřetelněji vystupujících vinutých prvoledvin v prvých třech segmentech střevního žaludku (Fig. 5 *e*), jejíž však ústí vnitřní a vnější nesnadno lze objeviti; dle celkového tvaru možno však za jisté pokládati, že neodchylují se tyto výměšné trubice od téchže orgánův ostatních druhův. V končině oesophagu není žádných prvoledvin.

Ani u Aeolosoma variegatum není mi ničeho známo o pohlavním apparátu; většina exemplářův, které jsem pozoroval, množily se nepohlavně, dělením, i zdálo se mi, že tomuto pochodu předcházel jakýsi druh pučení, t. j. nezřetelně na břišní straně vystupující t. zv. pásy pučící. Avšak nesnadno mi, pro nepatrnost těchto ztluštění hypodermis, něco podrobnějšího sděliti, takže musím mluviti opět pouze

o procesech dělení, jímž rozmnožuje se Aeolosoma tenebrarum. Prvé stopy dělení u individua, jež čítá 9 dvojpárů štětin, objevují se zřetelnějším zaškrcením, mezi 7. a 8. párem. Matičné zvíře i nově povstávající zooid rostou na zadních koncích zřetelněji, kdežto přední část dceřinného individua jen nezřetelně se prodlouží. Po prvém zaškrcení jeví se tudíž na novém zooidu jen 2 štětinové segmenty a část beze vší stopy zaškrcení segmentových, a ovšem i bez štětin. Brzy však vyrůstá třetí pár štětin, kdežto na matičném individuu netrvávají štětiny v původním počtu. Zadní zooid rychleji tudíž roste, a brzy počíná i tvořiti orgány na svém předním konci. Celkem pozoroval jsem následující řetězy, k jichž označení modifikuji navržené schema *Semperovo* tak, že hlavu považuji jen za jediný segment a označuji římskou jedničkou *(I)*; oesophagové segmenty jak učí vývoj, náleží již k trupu a poněvadž jsou štětinami opatřené, vystupují vždy zřetelně jako většina následujících segmentů. Trupové segmenty označím číslicemi arabskými, pokud lze na nich znamenati svazky štětinné, kdežto nesegmentovanou, štětin postrádající zadní část těla označím jakožto *x*.

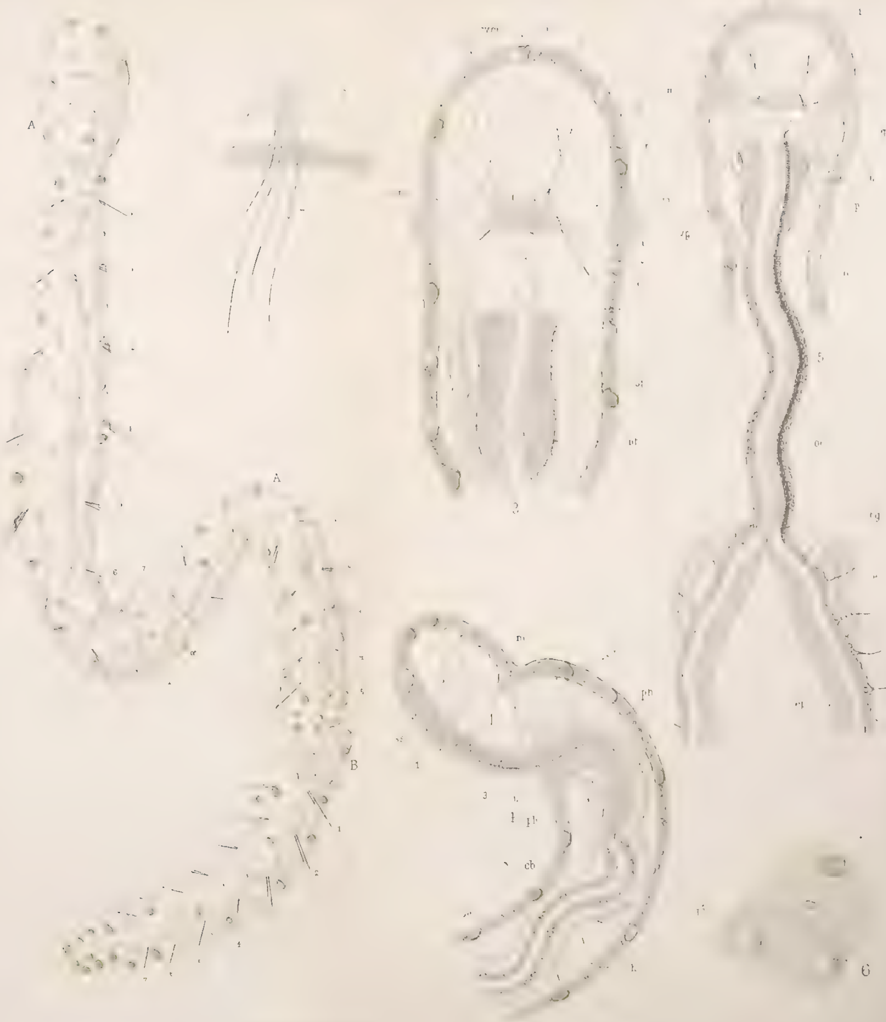
1. Individuum nedělící se: $I + 9 + x$
2. „ „ „ $I + 8 + x$
3. Řetěz s 2 zooidy: $\underbrace{I + 7 + x}_{A} + \underbrace{(I) + 2 + x}_{B}$
4. „ „ 2 „ $\underbrace{I + 7 + x}_{A} + \underbrace{(I) + 3 + x}_{B}$
5. Řetěz s 2 zooidy: $\underbrace{I + 8 + x}_{A} + \underbrace{I + 5 + x}_{B}$
6. „ „ 3 „ $\underbrace{I + 8 + x}_{A} + \underbrace{I + 4 + x}_{a} + \underbrace{I + 6 + x}_{B}$
7. „ „ 4 „ $\underbrace{I + 7 + x}_{A} + \underbrace{1 + x}_{\alpha} + \underbrace{I + 5 + x}_{a} + \underbrace{I + 7 + x}_{B}$

Posledně naznačené stadium v souhlasných poměrech dvakráte jsem nalezl a tudíž zobrazil ve Fig. 1. *A* jest matečné zvíře, z něhož povstal nejblíže starší zooid *B*, pak *a* a posléze *α*. Brzy na to odloučí se *B* od matečného trsu a hned *a* zaujímá jeho místo. Tento zákon sledu vývoje bude asi pro veškeré druhy Aeolosoma platným.

V takovém řetězci a přibližných mu stadiích lze sledovati také vývoj orgánů v hlavě se nalezajících a přetváření se přídy střeva v oesophagus. Pochody ty jsou tytéž, jakéž jsem vytkl již pro Aeo-

losoma tenebrarum i zdá se býti nejpřiměřenějším, uvedu-li je zde v překladě z mého díla (System u. Morphologie etc. pp. 161—162). Prvý počátek hlavy jeví se v dorsálním ztluštění epiblastu, kdežto staré střevo a cevní system zůstávají nezměněné (odpovídá vyobrazení fig. 1 *a*). Zmíněné ztluštění představuje počátek tvoření se zauzliny mozkové, jež jest nepárovitá a podmiňuje později slabé vchlípení pokožky na dotyčném místě; zřetelněji vystupuje na individuích, jichž zauzlina mozková úplně jest vyvinuta (Fig. 1. *B*). V následujícím stadiu tvoření se hlavy naduří značně přední okraj nově se tvořícího zooidu nad posledním segmentem starého individua, resp. předcházejícího zooidu a jeví se jakožto nový lalok čelní. Ztlustění epiblastu jest daleko značnější, poněkud polokulovité a vniká hluboko do dutiny hlavy. Tu také povstávají po obou stranách zauzliny krátké větve nervové, jež ale vždy nelze objeviti. Před zauzlinou objeví se také jemná, šikmo běžící vlákna svalův čelních, s postranními jádry. Mimo to nastává slabé zužení starého střeva, jež probíhá touto hlavou nového individua. Později nenastává již žádné značnější změny v stavu zauzliny mozkové, leda že větve nervové zřetelně z ní vystupujíce, k okraji laloku čelního sbíhají. Zauzlina mozková jest tudíž nejstarším orgánem hlavy. V následujícím stadiu jeví se hlava zřetelně již vystupující s postranními stopami jamek vířících. Povrch laloku čelního postrádá však dosud vířících brv. Starým střevem a břišní cevou souvisí ještě staré zvíře s nově se tvořícím dceřinným; z břišní cevy vynikají však již 2 postranní cevy, jakožto počátky tvoření se cevního kruhu jícnového. Zdali nezřetelné, podél střední čáry tělní v integumentu roztroušené buňky rudimenty pásma břišního označují, nemožno rozhodnouti. Avšak již v tomto stadiu vystupují poprvé provisorní orgány výměšné, jsouce dorsálním koncem k integumentu připevněné, na druhém pak konci slepě končíce. Zřetelněji jeví se v stádiu následujícím (l. c. Tab. I. Fig. 33. *k*), kde jest organisace vůbec ostřeji vyznačena, a hlavně hlava definitivní tvar dosáhla, úst však dosud postrádajíc. Avšak lalok čelní živě víří na spodní straně, jakož i po stranách jeho úplně hotové vířivé jamky se jeví. Staré střevo sužuje se značně v obou za hlavou následujících segmentech, představuje nyní tvořící se oesophagus individua dceřinného. Cevní soustava jeví se jako v stadiu předcházejícím.

Pharynx povstává teprvé v nejbližším stadiu, avšak ještě v době, kdy zooid dceřinný s matečným zvířetem souvisí. Tehdy zmizely již provisorní orgány exkreční, učinivše místo novému jícnu. Tento jeví se jakožto mohutně naduřelý, slepý vak, povstavší vchlípením integumentu a spojivší se s novým oesophagem.



Lith. Farský

Brzy na to oddělí se nové hotové individuum od řetězce a počíná život volný.

V Čechách známe tudíž nyní 4 druhy čeledi Aphanoneurů, nejdůležitější to zajisté skupiny annulatův vůbec a oligochaetův zvláště. Od této čeledi, jakožto nejnižší, musíme vždy vycházeti, máme-li posuzovati organisaci vyšších forem celé třídy Annulatův, neboť Aeolosoma vykazuje veskrze embryonální stav vývoje jednotlivých soustav orgánův, zvláště svalstva, nervstva a cevní soustavy. Známé u nás druhy jsou tyto:

1. Aeolosoma quaternarium Ehrbg.
2. „ Ehrenbergii Oersted.
3. „ tenebrarum Vejd.
4. „ variegatum Vejd.

Posléze připomíná *Otto Zacharias* (Studien über die Fauna des Grossen und Kleinen Teiches im Riesengebirge. — Zeitschrift für wiss. Zoologie. Bd. 41. 1885. pp. 499—500), že nalezl v Krkonoších, na české straně, nedaleko Wiesenbaude, v malé tuni, kde se sbírá voda rašelinná, zvláštní Aeolosomu, u níž olejné žlázy nikoliv žlutozlaté, nýbrž šťavnatě zelené byly barvy. „Použitím homogení immerse (Leitz: $^1/_{16}$ palce) viděl jsem zřetelně, že více těchto plochých, okrouhlých neb oválních tělísek počínalo se děliti. Jádrovité tělísko bylo lze bez obtíží poznati v několika dílcích, a „olejné žlázky“ autorů vypadaly nápadně podobně jednobuničným řasám. Po obou stranách velmi širokého laloku čelního byly vířivé jamky zřetelné, rovněž jako víření uvnitř oesophagu a střeva.“ Též lalok čelní na spodině jest brvami pokryt, avšak nepodařilo se Zachariasovi objeviti exkreční orgány.

Dle všeho bude nutno označiti formu krkonošskou jakožto nový druh, význačný širokým svým lalokem čelním a zelenými žlazkami olejnými. Jinak ovšem nutno znovu veškerou organisaci tohoto druhu proskoumati.

V Praze dne 22. června 1885.

Vysvětlení vyobrazení.

Fig. 1. Řetězec o 4 zooidech, z nichž *A* jest individuum matičné *B* nejblíže nejstarší, pak *a* a *α*.

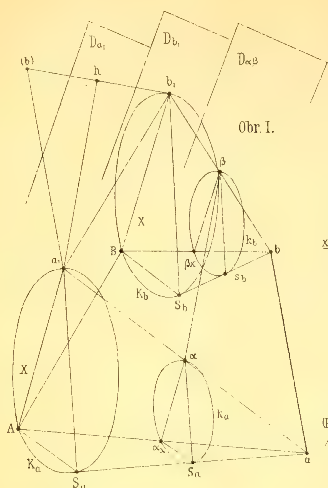
Fig. 2. Svazek štětin:
v, váček štětinný.
s, svalové vlákno.

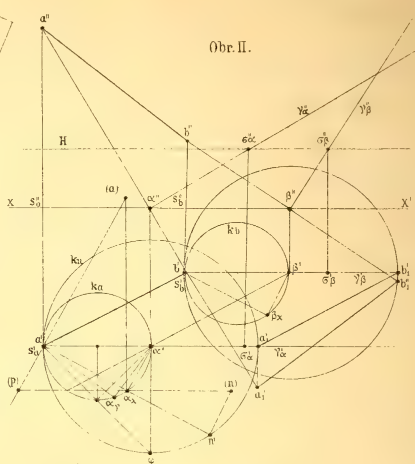
Fig. 3. Hlava silně zvětšená v průřezu optickém.
ož, olejné žlázky, bílé a zelenavé.
h, hmatací brvy.
vj, vířivá jamka, vychlípená.
ph, pharynx.
c, ceva hřbetní, ubírajíc se jednostranně ku straně břišní.
sj, svaly jícnové.
m, zauzlina mozková.
n, vlákna nervová k přídě laloku čelního vycházející.
1, *2*, *3*, postranní a šikmé zadní větve nervové.

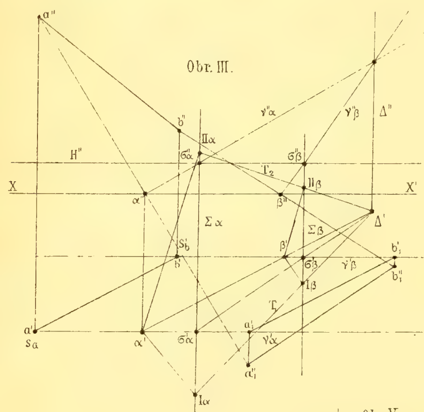
Fig. 4. Přída těla z profilu pozorovaná, opět v průřezu optickém.
m, mozková zauzlina.
1, *2*, *3*, postranní větve nervové.
sš, šikmé svaly dorsoventrální v laloku čelním.
ph, pharynx.
sj, svaly požerákové.
oe, oesophagus.
ch, ceva hřbetní.
cb, ceva břišní.
ú, ústa.

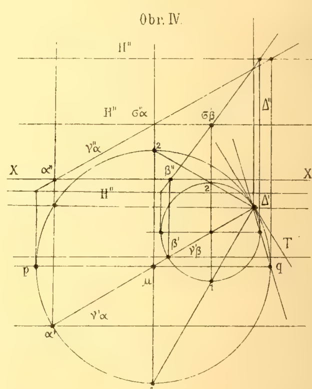
Fig. 5. Hlava se staženým lalokem čelním.
d, obyčejné žlázy kožní.
j, vchlípené jamky čichové.
g, žlázky olejné zelené.
b, „ „ bílé.
p, pharynx.
oe, oesophagus.
h, hřbetní ceva.
ep, epithel střevní.
pt, peritoneální obal střeva.
sc, sinus střevní, z něhož povstává nad oesophagem hřbetní ceva *h*.
bg, pojná vlákna, jimiž upevněno střevo k vaku tělnímu.
e, exkreční orgány prvého páru.

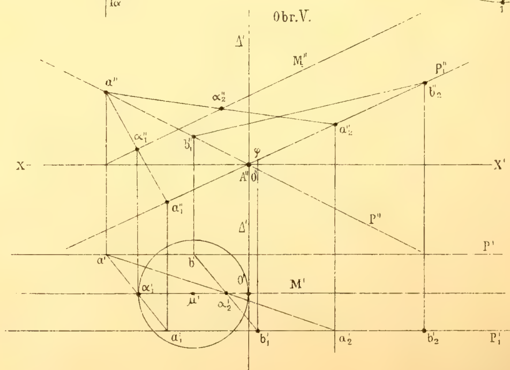
Fig. 6. Okolí jamky čichové *(jč)*, s 2 bílými a jednou zelenavou žlazkou olejnou.











Lith. Farský v Praze.

24.

O místě os pohybův šroubových, jimiž lze délku *ab* do libovolné polohy a_1 b_1 v prostoru převésti.

Sepsal assistent **Miloslav Pelíšek**, a předložil prof. dr. Ed. Weyr, dne 26. června 1885.

(S tabulkou.)

Za příčinou řešení vytčené úlohy přidržíme se fundamentálních vět kinematiky:

1. Libovolný pohyb pevného tělesa v prostoru z polohy P do P', při kterémž jakýsi bod a svého místa nemění, jest aequivalentní jediné rotaci, jejíž osa prochází bodem a.

2. Libovolný pohyb pevného tělesa z polohy P do P' jest aequivalentní translaci, jíž jakýsi bod a v P dojde do příslušného a' v P, a rotaci, jejíž osa prochází bodem a'.

Translace ona se však může rozložiti v komponenty rovnoběžnou a kolmou k zmíněné ose. Kombinujíce tuto poslední s onou rotací, obdržíme rotaci o jistou osu rovnoběžnou s předešlou a konečně kombinací této rotace se zbývající translací pohyb šroubový.

Libovolnému pohybu v prostoru můžeme tedy substituovati určitý pohyb šroubový a naopak, jakémukoliv pohybu šroubovému translaci spojenou s rotací.

Máme-li tedy délku ab převésti do polohy a_1b_1 (obr. 1.), pošineme ab rovnoběžně k sobě do polohy $a_1(b)$; pak jest místo os rotačních, jimiž lze $a_1(b)$ do a_1b_1 převésti, svazek paprsků o vrcholu a_1, jehož rovina D půlí kolmo úhel přímek a_1b_1, $a_1(b)$, tedy i úhel daných přímek.

Jak ze svrchu uvedeného patrno, jsou hledané osy šroubové rovnoběžny s těmito paprsky, rovina D jest jim tedy rovinou řídící a místo os těch jest tedy jakýsi konoid.

Vedeme-li bodem a_1 a taktéž bodem b_1 roviny rovnoběžné s D a zvolíme-li v nich jakýsi směr $a_1x \,||\, b_1x$, pak můžeme bod a_1 převésti zpět do a na šroubové křivce, jejíž osa s vytčeným směrem jest rovnoběžna. Pohybu tomu můžeme však substituovati translaci a_1A ve směru a_1x a rotaci v rovině procházející bodem a kolmé k a_1x. Má-li bod b_1 zmíněným šroubovým pohybem dospěti současně do b, dá se to též docíliti translací $b_1B \,||\, a_1A$ a rotací v rovině vedené bodem b kolmo ku b_1B, a sice musí dle výše uvedených vět $a_1A = b_1B$ a rotace býti totožné. Zkrátka, můžeme přímku a_1b_1 po-

šinouti ve vytčeném směru do polohy AB a pak rotací převésti do ab. Osu rotace té obdržíme, jak známo, půlíce kolmo aA, bB v α, pokud se týče v β rovinami ϱ_α, ϱ_β; jich průsek jest hledaná osa. Osa tato jest identická s neznámou osou šroubovou. Nastává nyní otázka, co jest místo bodů A, potažmo B, zaujme-li a_1x veškeré směry v rovině řídící.

Poněvadž roviny procházející bodem a kolmo k směrům a_1x též jsou kolmé k D, obsahují všechny kolmici aS_a bodem a k rovině této vedenou; stopy jejich v rovině řídící jsou však kolmy k příslušným směrům a_1x. Místo bodů A jest tedy kružnice K_a o průměru a_1S_a.

Místo bodů B obdržíme taktéž, spustivše kolmici bS_b k řídící rovině, jakožto kružnici K_b o průměru b_1S_b. Kružnice ty jsou shodné, poněvadž tětivy rovnoběžné, vycházející z bodů S_a, S_b mají stejnou délku.

Přímky a, A jsou tedy povrchovými přímkami šikmého kužele kruhového, jehož strana aS_a k základně stojí kolmo. Totéž platí o přímkách bB potažmo bS_b.

Půlící body α_x, β_x přímek těchto naplňují tedy též shodné kružnice k_a, k_b, jejichž roviny jsou rovnoběžné k D. Dá se však lehce provésti důkaz, že roviny ty v jednu splývají. Jest totiž známo, že spojivá přímka bodů $\alpha\beta$ délky aa_1, bb_1 půlících jest též osa šroubová a sice polovičního otočení, tedy rovnoběžná s D. Z toho však patrno, že k_a, k_b jsou v téže rovině.

Označíme-li průseky přímek aS_a, bS_b s rovinou touto s_a, s_b, seznáme lehce, že průměry $s_a\alpha$, $s_b\beta$ kružnic k_a, k_b jsou rovnoběžné.

Rovinu kružnic těchto předpokládejme za vodorovnou průmětnu, za svislou však rovinu rovnoběžnou s vytknutými průměry. (Obr. 2.) Abychom obdrželi některou hledanou osu, vedeme rovnoběžné tětivy $\alpha\alpha_x$, $\beta\beta_x$ (Obr. 1., 2.), dále k přímkám povrchovým $a\alpha_x$, $b\beta_x$ kolmé roviny v bodech α_x, β_x; průsek těchto rovin jest, jak z dřívějšího patrno, hledaná osa. Průsek tento jest však rovnoběžným s tětivami $\alpha\alpha_x$, $\beta\beta_x$ a zároveň jest $\alpha\alpha_x = \beta\beta_x$ polovina translace ve směru této osy. Na tento způsob máme snadný přehled, jak se mění délka translace se směrem osy. Vedouce na příklad tečny v α a β, shledáváme, že v tomto směru žádné translace není, a vskutku se protínají příslušné roviny v ose rotační daných délek.

Délka translace při měnění směru osy roste, až dosáhne maximum $2\,\alpha s_a = 2\,\beta s_\beta$.

Při tom existuje následující jednoduchá relace:

$$x^2 + y^2 = const = \overline{a_1 S_a^2} = \overline{b_1 S_b^2},$$

značí-li x délku translace v jakémsi směru, y pak v směru kolmém.

Důležité jest nyní, že se dá provésti důkaz, že roviny v bodech kružnic k_a, pokud se týče k_b, na přímkách $\alpha_x a$, $\beta_x b$ kolmé, obalují kužel druhého stupně s vrcholem α, pokud se týče β.

Především jest jasné, že libovolná přímka $\alpha\alpha_x$, jsouc kolmá k příslušné $a\alpha_x$, náleží rovině kolmé k přímce této a jest tedy stopou oné kolmé roviny ve vodorovné průmětně. Tím jest dokázáno, že všechny uvažované kolmé roviny procházejí bodem α, obalují tedy jakýsi kužel o vrcholu α.

Abychom vyhledali povrchovou přímku kužele toho, zvolíme k $a\alpha_x$ nekonečně blízkou přímku povrchovou kužele o vrcholu a, totiž $a\alpha_y$ a vyhledáme průsek rovin příslušných přímkám $a\alpha_x$, $a\alpha_y$. Limita průseku tohoto jest hledaná přímka povrchová kužele α. Jelikož α jest již jeden průsečík, vyhledáme ještě jeden, nejlépe onen, jenž zapadá do svislé roviny, která se promítá do $a\alpha_x$. Otočivše rovinu tuto o její stopu $s_a\alpha_x$ do vodorovné průmětny, při čemž a zapadne do (a), přímka povrchová do $(a)\alpha_x$ a průsek uvažovaných rovin do kolmice $\alpha(p)$, shledáme, že stanovení limity průsečíku rovin příslušných k $\alpha_x\alpha_y$ a promítající roviny $a\alpha_x$ jest totožné se stanovením dotyčného bodu přímky $\alpha_x(p)$ s parabolou, jež určena jest ohniskem (a) a vrcholovou tečnou $s_a\alpha_a$.

Tento dotyčný bod (n) se nachází, jak známo, v dvojnásobné vzdálenosti od osy paraboly jak α_α. Otočíme-li tudíž rovinu zpět, dospěje (n) do n', takže $n'\alpha_x = \alpha_x s_a$.

Body n' naplňují tedy kružnici k_n, jež má dvojnásobný průměr dřívější kružnice, jíž se dotýká v bodu s_a. Kružnice tato jest základna hledaného kužele o vrcholu α, jenž jest tedy kužel druhého stupně. Vše platí do slova o kuželi o vrcholu β.

Vodorovnou stopu roviny dotýkající se k_α v dané přímce $\alpha n'$ nalezneme, jak patrno, rozpůlíce úhel $s_a\alpha n'$; půlící přímka tato udává dle dřívějšího směr osy v této rovině se nalezající. Tímto způsobem shledáváme mimo jiné, že bodu α na k_a přísluší povrchová přímka αv_α kužele k_α, dále bodu s_a přímka αs_a, z čehož soudíme, že osa X a přímka $\alpha'' v_\alpha'' \perp a''\alpha''$ tvoří svislý průmět kužele k_α. Stejným způsobem najdeme svislý průmět kužele β.

Poněvadž se vodorovná průmětna dotýká obou kuželův k_α a k_β v přímkách αs_a, βs_b, jsou průseky libovolné vodorovné roviny H s kužely těmito paraboly P_α, P_β, jichž vodorovné průměty mají $s_a\alpha$, $s_b\beta$

za osy a jejichž vrcholy a tečny vrcholové obdržíme, promítneme-li průsečíky σ_α'' σ_β'' stopy H'' s přímkami $\alpha''\nu_\alpha''$ a $\beta''\nu_\beta''$ do bodů σ_α' σ_β'.

Průseky dvou příslušných rovin dotyčných ku k_α a k_β s rovinou H jsou tedy dvě rovnoběžné tečny k P_α a P_β; nalézá-li se však v rovině H nějaká z hledaných os, musí býti tato společnou tečnou obou parabol a naopak, každá společná tečna parabol P_α a P_β jest hledaná osa šroubová, při čemž však patrně vyloučiti musíme nekonečně vzdálenou přímku.

Dálší závěrka jest, že každý průsečík společných tečen jest dvojným bodem plochy.

Jelikož paraboly P_α, P_β mají rovnoběžné osy, musíme, jak známo, nekonečnou přímku co dvojnou společnou tečnu počítati, paraboly ty mají tedy ještě dvě společné tečny, buď skutečné neb pomyslné.

K vůli přehledu vytkneme nyní věty, jež se dají o systému parabol P_α a P_β a jejich společných tečen dokázati.

1. Vodorovné průměty veškerých parabol P_α pokud se týče P_β jsou konfokálné se společným ohniskem v α potažmo β.

2. Průměty společných tečen ku dvěma parabolám P_α P_β v téže rovině H procházejí pevným bodem Δ'.

Abychom dokázali větu první, vezměme v úvahu rovinu, která se k_α v přímce $\alpha\varphi$ dotýká a uzavírá s přímkou αs_a pravý úhel. Stopa roviny této uzavírá dle dřívějšího úhel 45° s αs_a a tudíž i tečny v bodech přímky $\alpha\varphi$; pak ale jest α průmět ohniska všech parabol P_α, poněvadž tečna, dotýkající se bodu, jehož průmět na osu jest ohnisko, uzavírá s osou úhel 45°, čímž věta první dokázána.

Buďtež T_1 a T_2 dvě společné tečny parabol P_α P_β a Δ' jejich průsek (obr. 3), dále $I_\alpha I_\beta$, $II_\alpha II_\beta$ průseky těchto tečen s vrcholovými tečnami Σ_α Σ_β; pak jsou trojúhelníky $I_\alpha II_\alpha \alpha$ a $I_\beta II_\beta \beta$ podobné a leží podobně, při čemž jest Δ' středem podobnosti. Z toho však plyne, že $\alpha\beta$ prochází též bodem Δ'.

Dále shledáváme $I_\alpha \alpha \sigma_\alpha \sim I_\beta \beta \sigma_\beta$ a homologické se středem Δ'; prochází tudíž středem tím též σ_α σ_β.

Mění-li nyní rovina H svou polohu, zůstávajíc si pořád rovnoběžnou, jsou spojivé přímky σ_α σ_β povrchovými přímkami stejnostranného paraboloidu hyperbolického, jehož přímky řídící jsou $\alpha\nu_\alpha$, $\beta\nu_\beta$ a jehož roviny řídící jsou vodorovná a svislá průmětna.

Mezi těmito povrchovými přímkami musí býti j e d n a, náležející systému, ku kterému σ_α σ_β nepatří, a jež jest k vodorovné průmětně

kolmá a promítá se tedy co bod. Jelikož přímku tu protínati musí veškeré přímky σ_α σ_β, procházejí průměty jejich σ_α' σ_β' tímto bodem.

Pošineme-li H tak aby H' procházela průsekem přímek $\alpha''v_\alpha''$ a $\beta''v_\beta''$, aby tedy H procházela osou rotační, jež nalézá se mezi hledanými osami šroubovými, prochází též tato $\alpha'\beta'$ řečeným bodem. Bod tento jest tedy Δ', čímž i druhá věta dokázána.

Nejbližší závěrka jest nyní, že místo dvojných bodů plochy jest přímka kolmá k rovině řídící a tvoří přímku nejmenší vzdálenosti mezi osou rotační a osou šroubovou polovičního otočení daných přímek ab a a_1b_1.

Poloha této dvojné přímky k daným jest velmi jednoduchá. Budiž o bod půlící nejmenší vzdálenost přímek, na nichž se nalézají délky ab, a_1b_1, veďme bodem tímto řídící rovinu D, tedy rovinu úhel daných přímek kolmo půlící a vztyčme v tomto bodu k této rovině kolmici, již zoveme přímkou půlící úhel daných, pak jest tato totožná s naší dvojnou přímkou Δ.

Ačkoliv jest výrok tento z předešlých úvah patrným, připomínáme k vůli přesnému důkazu, že veškeré osy rotační, jimiž lze převésti ab do a_1b_1, tvoří stejnostranný paraboloid hyperbolický, jehož jedna hlavní přímka povrchová jest tato půlící přímka úhlu. Poněvadž ale Δ osu rotace, jíž ab do a_1b_1 převésti lze, dále osu $\alpha\beta$ polovičního otočení šroubového protíná pravoúhelně, musí býti s přímkou úhel daných půlící totožná.

Konstrukce veškerých os šroubových jest na základě uvedených výsledků velmi jednoduchá. Opišme (obr. 4) kružnici o průměru $\alpha\Delta$ (neb $\beta\Delta$), veďme libovolnou H'' a promítejme průsek její σ_α'' s přímkou $\alpha''v_\alpha''$ do bodů *12*, pak jsou přímky *1*Δ *2*Δ osy šroubové, nacházející se v rovině H, poněvadž jest *12* vrcholová tečna, α ohnisko paraboly P_α a *1*Δ, *2*Δ společné tečny parabol P_α P_β.

Z této konstrukce vyplývá následující rozdělení hledaných os šroubových v prostoru.

1. Zvolme H tak, že příslušná tečna vrcholová *12* neprotíná kružnici, pak není žádné reálné osy v této rovině.

2. Dosáhne-li H polohy, že příslušná tečna vrcholová dotýká se kružnice v p, splývají v Δp dvě osy. Přímka tato jest nejnižší přímka plochy a sice tak zvaná hrana plochy (arrête, singuläre Erzeugende), ležíc se sousední v rovině. Směr přímky té půlí úhel přímek $\alpha\beta$ a $s_a\alpha$.

3. Pošineme-li H ještě dále, tak že příslušná tečna vrcholová kružnici ve dvou bodech *12* protíná, jsou *1*Δ, *2*Δ dvě osy, jež vždy

více divergují. Prochází-li tečna *12* středem kružnice, jsou příslušné osy k sobě kolmé, prochází-li však bodem Δ', mají příslušné osy za vodorovné průměty tečnu kružnice v bodu Δ' a onu tečnu vrcholovou *12*; tato jest osa rotační, vyskytující se v systému.

4. Dotýká-li se tečna vrcholová kružnice v bodě q, splývají zase dvě osy v přímce Δq, tvoříce nejvyšší přímku povrchovou, jež jest druhou hranou plochy. Jest patrno, že obě hrany plochy jsou k sobě kolmé.

5. Pohybuje-li se H dále, stávají se osy zase imaginárnými. Celá plocha leží tedy mezi dvěma rovnoběžnými rovinami procházejícími zmíněnými hranami.

Nebude snad zbytečné podotknouti, že jest velmi snadné k dané ose nalézti kolmou, tedy jí involutorně sdruženou; jest nám jen vésti průměr onoho bodu, v němž daná osa v projekci kružnici protíná. Diametralním bodem prochází průmět druhé osy. Dále snadno určiti vzdálenosť takových os.

Z konstrukce vychází na jevo, že má plocha naše následující elementy řídící:

1. Přímku Δ.

2. Ellipsu, jejíž vodorovný průmět jest nadřečená kružnice a jež tedy přímku protíná.

3. Nekonečně vzdálenou přímku, kterou procházejí veškeré roviny řídící, a jež tedy neprochází žádným bodem ellipsy.

Jest však s důstatek známo, že plocha tak určená jest zborcená plocha třetího stupně, jejíž dvojná přímka jest Δ.

Doposud jsme se zabývali převedením délky ab pohybem šroubovým do a_1b_1. Chceme-li však převésti ab do b_1a_1, bude místo všech os vyhovujících této podmínce jiná plocha třetího stupně, jejíž rovinou řídící jest druhá rovina úhel daných přímek kolmo půlící a jejíž přímka dvojná jest druhá přímka úhel daných kolmo půlící.

Na základě předcházejících úvah můžeme nyní snadno zodpověděti otázku, co jest místo os šroubových pohybů, jimiž lze vůbec přímku P do libovolné polohy P' převésti.

Pošiňme délku a_1b_1 do poloh a_2b_2, a_3b_3 .... (obr. 5), takže délka tato poznenáhle zaujme všechny možné polohy v P', pak odpovídá každé poloze jakási plocha třetího stupně co místo os. Body

$\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots$ naplňují přímku M, rovnoběžnou s P_1; kružnice o průměrech $\alpha_1'\Delta'$, $\alpha_2'\Delta'$.... tvoří svazek kružnic dotýkajících se v Δ', jsou tedy vodorovným průmětem svazku válců kruhových, dotýkajících se podél přímky Δ.

Roviny kolmé k $a\alpha_1$ $a\alpha_2$.... protínají rovinu aM, jak lehce seznáme, v tečnách paraboly, jež určena jest ohniskem a a tečnou vrcholovou M; roviny tyto jsou tedy dotyčné roviny parabolického válce, kolmého k rovině aM. Poněvadž i řada rovin i svazek válců jsou perspektivné k řadě bodů α, jsou tedy k sobě prométné.

Místo ellips co křivek řídících veškerých ploch třetího stupně jest tedy výtvar svazku ploch druhého stupně a prométného k němu svazku rovin druhé třídy.

Zde budiž jen řečeno, že plocha taková jest obecně osmého stupně a může za výhodných podmínek redukovati se na stupeň čtvrtý. O speciálním takovém případě promluvíme při jiné příležitosti.

Pro naše další úvahy má jen ta okolnosť důležitosti, že každým bodem B prostoru jest určena jedna plocha svazku a tedy i jakási rovina prométného svazku rovin druhé třídy. Spustíme-li totiž bodem B kolmici k Δ a s koncového bodu σ této kolmice rovinu kolmou k M, jest průsekem α určen válec svazku, jehož průsek s onou rovinou jest ellipsa. Z toho jest patrno, že ona kolmice k Δ jest povrchovou přímkou plochy třetího stupně určené ellipsou, přímkou Δ a rovinou k této kolmou co řídícími elementy. Jest to tedy osa šroubová procházející bodem B a vyhovující úkolu. Spustíme-li kolmici k druhé přímce $[\Delta]$ úhel daných půlící, obdržíme též šroubovou osu, kterouž lze převésti P do P', při čemž však přičítáme přímce P' směr opáčný dřívějšího. Vyloučivše tuto možnost, seznáme: Všechny osy pohybův šroubových, jimiž lze přímku P do polohy P' převésti, jsou v prostoru tak rozděleny, že

1. každým bodem (jenž neleží na přímce Δ) jest určena jediná osa, totiž kolmice k přímce Δ spuštěná,

2. v každé rovině (jež není kolmá k Δ) nalézá se jediná osa, totiž kolmice, již k průseku roviny s přímkou Δ k této vésti můžeme.

Veškeré osy šroubové tvoří tedy linearnou kongruenci, jež jest určena přímkou Δ a přímkou v nekonečnu kolmo k Δ co řídícími přímkami.

Každým bodem těchto přímek řídících prochází nekonečně mnoho os, tvořících rovinný svazek kolmý k Δ, a v každé rovině procházející přímkou Δ, nachází se řada rovnoběžných os kolmých k Δ.

25.

Spongilla fragilis (Leidy) v Čechách.

Sdělil **Frant. Petr** dne 26. června 1885.

(S 1 tabulkou.)

(Práce z české university.)

Mezi nejzajímavější houby sladkovodní náleží zajisté Spongilla fragilis Leidy, vyznačující se hlavně svým zvláštním zeměpisným rozšířením, jakož i typickým uspořádáním svých gemmulí. Druh tento, známý nyní již ze tří dílů světa, nebyl až do nedávna v Čechách nalezen, takže jej ani prof. Vejdovský ve své zevrubné monografii o fauně českých hub sladkovodních [1]) neuvádí. Teprvé roku minulého nalezl jej horlivý sběratel jur. stud. p. Č. Šandera v tůni u Ostroměře, jemuž náleželo první zprávu o tomto novém nálezu svém podati. Poněvadž však úkolu toho se vzdal, odhodlal jsem se podstoupiti práci tuto, vybídnut jsa k tomu p. prof. Fr. Vejdovským, jemuž vysloviti musím povinné díky své za laskavé půjčení krásných jeho praeparátů, jakož i veškeré literatury předmětu toho se týkající a vůbec za účinnou radu a obzvláštní pozornost, se kterou první tuto práci mou sledoval.

Spongilla fragilis Leidy nalezena byla v Čechách poprve v letě r. 1884 v nehluboké tůni u potoka Javorky nedaleko Ostroměře, [2]) jež jest dosud jediným nalezištěm v Čechách, kde druh tento přichází. Exempláře z místa toho pocházející jeví se v podobě mocných, až 3 cm tlustých povlaků obalujících kořeny a větve vrb. Povrchu jsou skoro rovného, s četnými otvůrky (pory), které na celé hoření ploše houby jsou rozestaveny. Mezi těmito malými (1—1·5 mm dosahujícími) otvory, nacházejí se v počtu mnohem menším nepravidelně roztroušena veliká, 5 ba až 8 mm v průměru mající, oscula (ústí vyvrhovací), jež zvláště na lihových exemplářích mohutně vynikají a velikosti svou pro tento druh jsou charakteristická. Do těchto velikých osculí ústí jiná menší, počtem 3—7, průměru as 3—4 mm,

---

[1]) Die Süsswasserschwämme Böhmens von Dr. Fr. Vejdovský. (Abhandlungen d. böhm. Gesellschaft d. Wissenschaften in Prag 1883.)

[2]) Dle soukromého dopisu p. Š. panu prof. Vejdovskému.

jež často ještě jiné zcela malé otvory v sobě obsahují, čímž celé osculum příčkovaným se jeví. Břeh osculí bývá obyčejně trochu vyniklý a představuje dle *Wierzejského*[1]) zkrácenou rourku, která se může za živa nad otvor vysunouti, což zvláště zřetelně u forem amerických se vyskytuje. Celý trs jest za živa potažen rosolovitým, mázdřitým povlakem, jenž na suchých formách jako hebounká pavučinka se jeví.

Barvy jest za živa hnědavé, popelavé, řídčeji také nazelenalé; exempláře v líhu uschované jsou velmi křehké, barvu mají špinavě šedou, sušené pak hnědou. Velikosť její jest různá, dosahuje však, (dle udání p. Šanderova) délky až 45 cm.

Trsů mohutně rozvětvených, jaké u ostatních hub sladkovodních se vyskytují, zde vůbec nenalezáme. Trsy s rozvětvením velmi nepatrným (2 až 3 malé výběžky) objevují se celkem spoře; rovněž tak udávají i *Wierzejski*[2]) i *Dybowski*[3]), takže plochý, nerozvětvený tvar jest vlastním znakem tohoto druhu.

Co se týče vnitřní stavby této houby, tu jehlice skeletové jsou rovné, ku konci dlouze nebo krátce kopinaté, řídčeji poněkud zahnuté délky 0·224—0·189 mm a tlouštky 0·006—0·008. Na povrchu jsou hladké, často, jak již Bowerbank připomíná, uprostřed aneb i blíže konců více méně kuličkovitě naduřelé. Abnormitou vyskytují se někdy jehlice na koncích anebo ještě řídčeji na celém povrchu jemnými ostěnky opatřené; někdy bývají konce jich také zaokrouhleny.

Jehlice pupenové (pąkowe, Belegnadeln) jsou rovné nebo mírně zahnuté, délky 0·052—0·074 mm, tlouštky 0·0028 mm, na celém povrchu útlými ostěnky opatřené; na koncích bývají tupé, obyčejně v jemný hrůtek vybíhající. Mezi těmito jsou roztroušeny jehlice hladké, velmi dlouhé, úzké, dlouze přišpičatělé dosahující délky až 0·17 mm a tlouštky 0·003 mm.

Zimní pupeny (gemmulae, pąki) jsou tvaru pravidelně elipsoidního nebo kulovitého, úplně neprůsvitné, barvy tmavožluté až hnědavé, za sucha tmavé a průměrné velikosti (velká osa) 0·32—0·37 mm. Na hořením polu opatřeny jsou oblou, na basi v četných případech

---

[1]) O rozwoji pąków gąbek słodkowodnych europejskich, tudzieś o gat. Spongilla fragilis Leidy (Sp. sibirica Dyb.).

[2]) l. c. pag. 36.

[3]) Monographie d. Spongilla sibirica Dybow. von Dr. W. Dybowski. Sitzungsberichte d. Dorpater Naturfor.-Gesell. 1884. pag. 64—75.

poněkud nadufelou vzdušní trubkou (Luftröhre Vejd., szyjka Wierz.), jež jest buď přímá nebo lukovitě zahnutá, délky 0·09—0·10 mm a průměru 0·05 mm. Stěny její jsou jen o něco málo slabší, než obal chitinový, po němž volně sbíhají, ztrácejíce se znenáhla ve t. zv. vrstvě parenchymové, čili lépe v obalu vzduchonosném; rovněž i barva jejich (stěn) jest poněkud bledší.

Vnitřek gemmule vyplněn jest zárodečným tělesem, kteréž v málo zřetelné buňky jest rozděleno a velmi mnoho škrobových zrnek obsahuje; to obdáno jest otočkou chitinovou jevící zřejmou vrstevnatosť a barvu žlutavohnědou.

K ní přikládá se mocný obal vzduchonosný, jenž zvláště v místech, kde vyplňuje mezery mezi jednotlivými gemmulemi, bývá mohutně vyvinut. Skládá se z polygonalních, více méně pravidelných, obyčejně šestibokých komůrek velikosti 0·008—0·012 mm, které v pravidelné, na povrch gemmulae kolmé sloupce jsou sestaveny; za živa jsou komůrky jakož i trubka bublinkami vzduchu naplněny a představují, jak *Vejdovský* u Trochospongilla erinaceus Ehbg.[1]) ukázal apparat aërostatický (powietrzne komory). Stěny jejich jsou velmi jemny a v hranách nanmoze něco málo kollenchymaticky stlustlé Na zevnějšku kryty jsou dosti silnou tuhou blanou, barvou i složením rovnající se rource vzdušní, ku které se bezprostředně přikládá a s níž, podobně jako komůrky vzdušné má také stejný původ Gemmulae obdány jsou velikým množstvím jehlic pupenových, které ve všech směrech, na povrchu i uvnitř vrstvy komůrkové a kolem vzdušní rourky jsou roztroušeny.

Uspořádání gemmulí, jež hlavně uvnitř a na spodní straně trsů ve značném počtu se vyskytují, jest dvojího způsobu. Jedny gemmulae, nacházející se na basi trsu, sestaveny jsou *jednotlivě* do řady a vrstvou vzdušních komůrek obdány (do ní jakoby ponořeny), z níž toliko vzdušní rourka na hoření straně vyniká. Takovéto uspořádání nazývá *Wierzejski* „pąkami brukowémi“ [2]). — Oproti tomuto sestavení gemmulí vyskytuje se druhý spůsob; nachází se totiž uvnitř těla houby gemmulae po 2, 3 až 7 a často i více *ve shlucích* (skupione w bryłki) a tvoří tak jakési, od sebe oddělené kolonie. Jsou-li dvě gemmulae v jedno spojeny, tu obaleny jsou vrstvou komůrkovou, z níž pak rourky na protivných polech na zevnějšek vyčnívají. Vyskytuje-li se v jednom shluku pohromadě více gemmulí,

---

[1]) Příspěvky ku známostem o houbách sladkovodních. Král. česká společnosť nauk 1883.

[2]) l. c. p. 39.

leží jedna ve středu skupiny a ostatní kol ní pravidelně jsou sestaveny. Prostora pak mezi jednotlivými gemmulemi vyplněna rovněž hojnou vrstvou vzdušných komůrek.

Co do vnitřní stavby gemmulí není žádného rozdílu mezi gemmulemi různým způsobem skupenými — toliko funkce jejich jest různou. Gemmulae uspořádané prvým způsobem a obyčejně ku podkladu přirostlé, slouží *k zachování* druhu na témže místě, kde vegetoval dosavadní trs, kdežto druhým způsobem seřaděných a volně v těle houby uložených jest úkolem *rozšíření* druhu, při čemž jim obal vzdušných komůrek a z něho vyniklá a vzduchem naplněná rourka výtečné služby konají. Pomocí tohoto apparatu aërostatického, jenž značně zmenšuje vlastní váhu gemmulae, mohou býti přenášeny cestou passivní (vodou i větrem) zárodky hub na místa vzdálená.

Dle vylíčených vlastností zní diagnosa:

Spongilla fragilis Leidy vyskytuje se ve tvaru plochých, nerozvětvených trsů, barvy hnědavé, popelavé, řídčeji nazelenalé. Pory jsou četné, oscula neobyčejně veliká. Jehly skeletové jsou rovné, kopinaté, někdy poněkud zahnuté, povrchu hladkého, uprostřed často kulíčkovitě naduřelé. Jehlice pupenové, jež ve velikém množství obdávají gemmulae, jsou rovné nebo zakřivené, četnými ostěnky opatřené. Velmi mohutný obal t. zv. parenchymový tvořen jest z polygonalních, obyčejně šestibokých komůrek vzdušních, jež jsou v pravidelné řady sestaveny. Uspořádání zimních pupenů jest dvojí: Jedny, na basi trsu houby, vyskytují se jednotlivě, druhé v koloniích (v bryłkách) po několika pospolu.

Rozšíření.

Druh tento nalezen byl poprvé *Leidym* v řekách okolí Philadelphie, kterýžto badatel jej pode jménem Spongilla fragilis r. 1851. popsal.[1]) Jeho diagnosa zní: „.... lichenoidní, rostoucí ve shlucích plochých, zaokrouhlených nebo kulatých, na okraji laločnatých, průsvitných, bělavě žlutavých anebo smetanově zbarvených. Tělesa reproduktivní, seřaděná v jednoduché, těsné vrstvě na basi houby, jsou leskle, bělavě žlutá, v centralní papillu nad hořením povrchem svým vyvýšená.

Rozměry: průměr její jest $\frac{1}{2}$—2 palce, tloušťka 1—$1\frac{1}{2}$ čárky .... Roste hojně na spodu kamenů ve mělké vodě .... Pojivo skládá se

[1]) Proceedings of the Academy of Natur. Sciences of Philadelphia. Oct. 1851. Pag. 278.

z jehlic as $\frac{1}{400}$ čárky dlouhých, povrchu hrbolovitého. — Poznámka: Po odumření houby rozrušuje se tkanivo, zanechávajíc tělesa reproduktivní v těsné vrstvě přitisklá na spodu kamenů. — „Houba živá není nikdy zelenou, poněvadž neroste obrácena ku světlu“ (?) — Později hojně sbírána podél atlant. pobřeží od Floridy [1]) až ku Nov. Skotsku, podél břehu řeky Sv. Vavřince a ve velikých jezerech kanadských. Roku 1863 obdržel ji *Bowerbank* z mnoha míst v britické Columbii a popsal pode jmenem *Spongilla Lordii.* [2])

V Asii nalezena byla v sibiřském jezeře Pachabicha (na severozápadním břehu jezera Bajkalského), pak v Kavkazském jezeře Čaldir a na Kamčatce v jezerech Načiki a Paratunka a W. Dybowskim pode jmenem Spongilla sibirica popsána. [3])

V Europě nebyla dlouho známou, až teprve Dr. Stepanow nalezl ji v Donci u vsi Kačetóku v gubernii Charkowské. [4]) Dr. Noll naleznul svoji *Spongilla contecta* = *Sp. fragilis* v Rýnu a Mohanu. [5]) V Haliči nalezena byla Dr. Wierzejskim na četných místech, [6]) hlavně v řekách Sanu, Visle, Prutu, Seretu, Čeremoši a jich přítocích, jakož i v mnohých rybnících v Křešovicích, v Břežansku a Tarnopolsku. V Čechách známá toliko z jediného naleziště u Ostroměře a posléze uvádí ji nejnověji *Carter* i z Anglie [7]) Prostírá se tedy vlasť této houby ve třech dílech světa: Europě, Asii a Americe a to mezi 30°—60° na sev. polokouli,

---

[1]) Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia 1884. pag. 237.

[2]) Proceedings Zoolog. Society of London 1863. Part III. pag. 466.

[3]) Spongilla sibirica W. Dybowski: Zoolog. Anzeiger 1878 p. 53.

[4]) Sitzungsber. d. Dorp. Naturfor.-Gesell. 1884: Mongr. d. Sp. sibirica von Dr. Dybowski. pag. 66.

Bemerkungen über einige Süsswasserschwämme v. prof. Dr. F. Vejdovský. (Sitzungsber. der k. böhm. Gesellsch. d. Wissensch. p. 54.)

Observations on some Freshwater Sponges. By Prof. Fr. Vejdovský. (Annals and Magazine of Natural History 1885.)

[5]) Die deutschen Süsswasserschwämme. Inaug.-Dissert. von Wilhelm Retzer 1883, pag. 20. Diagnosa, dle pojednání Dr. Nolla v Zool. Garten 1870 pag. 173, zní: „. . . . jako tenký povlak na dřevě a kamenech; — jehlice pupenové jsou ostnité, rovné nebo zcela slabě zahnuté a velmi silné. Obdávají gemmulae jako hustý povlak a jsou hojně roztroušeny v pletivu. Temnohnědě zbarvené gemmulae jsou hustě, dlažbovitě nahloučeny. Jehlice skeletové scházejí.“ — Dle tohoto popisu vidno, že Noll sbíral toliko vrstvu gemmulovou, která po zrušení vlastního pletiva houbového jako „tenký povlak na dřevě a kamenech“ zbývá.

[6]) l. c. pag. 33.

[7]) *Carter:* Ann. Mag. nat. hist. 1885.

čímž jest pro pásmo palaearktické a nearktické tvarem velice charakteristickým.

Úvahy.

Přirovnáváme-li naši Spongilla fragilis Leidy s formami jinozemskými, není žádných značných rozdílů; úchylky, jež shledáváme, jsou rázu podřízeného. — Trsy v Čechách nalezené vynikají svou velikostí, zvláště však svou tlouštkou, která jak praveno, až 3 cm dosahuje. Rozměrů takovýchto nenalezáme ani u forem amerických ani haličských. Podobně i velikosť osculí jest u našich tvarů mnohdy daleko značnější. Co se týče *vnitřní stavby*, tu především nápadnou jest u forem cizozemských velikosť jehlic pupenových, které zvláště u amerických mohutností svou vynikají, takže od jehlic skeletových svým ostnitým povrchem a jen málo menší délkou se liší. Podobně i Noll charakterisuje *Sp. contecta* mezi jinými znaky, mohutnými jehlicemi pupenovými. Wierzejski [1]) udává, že naleznul u forem haličských na různých gemmulích jehlice pupenové dvojího způsobu: jedny rovné nebo lehce zahnuté, drobnými osténky pokryté, druhé značně větší, silnější a pokryté četnými, silnějšími a ostřejšími hrboly. Oba druhy jehlic však na téže gemmuli nevystupují. Rozdílu takovéhoto jsem u tvarů našich nenaleznul.

Velikosť gemmulí jest u naší Sp. fragilis stejná jako u amerických; podobně i délka rourky. Toliko gemmulae forem ruských jsou o něco větší našich, délka vzdušné rourky však jest stejná.

Co se týče *obalu vzdušného* (t. zv. parenchymatického), vyniká u všech forem stejnou svou mohutností; toliko rozměry jednotlivých komůrek vzdušních poněkud varirují. — *V rozestavení* jednotlivých gemmulí souhlasí naše formy úplně s jinozemskými, toliko formy ruské vynikají nad naše neobyčejnou četností (20—30) jednotlivých gemmulí v jednom shluku.

O vrstvě t. zv. parenchymové, kteráž na gemmulích všech našich druhů hub sladkovodních v různé mohutnosti se objevuje, praví *Vejdovský* ve svém pojednání: „Bemerkungen über einige Süsswasserschwämme“ [2]), že vrstva komůrek vzdušných u *Sp. fragilis* Leidy (Sp. sibirica Dyb.) a *Trochospongilla erinaceus* Ehbg. jest „toliko modifikací obyčejného zrnitého obalu parenchymového, jejž u našich

---

[1]) l. c. pag. 38, 39.

[2]) pag. 57.

domácích druhů *Euspongilla* a *Ephydatia* shledáváme." Použijeme-li silnějšího zvětšení na tenkém řezu, shledáme, že také u těchto našich rodů onen zrnitý obal parenchymový skládá se z velikého množství komůrek vzdušných, jež nejsou ale tak zřetelnými a nápadnými, jako shledáváme u Spongilla fragilis a mnohých druhů tropických; jest tedy vrstva komůrek vzdušných zcela *identickou* s obalem parenchymovým, toliko velikosť jednotlivých komůrek jest velice různou. Ta mění se dle druhů, u nichž se vyskytují. Velmi nepatrnými a nezřetelnými komůrkami vyniká *Euspongilla lacustris*. Mezi těmito uloženy jsou pak spoře roztroušené, mohutné jehlice (Fig. 9.).

U *Ephydatia amphizona* Vejd. nacházíme vrstvu vzdušnou, tvořenou již z dosti zřetelných 0·0042—0·005 mm v průměru dosahujících komůrek, v níž pak umístěny jsou ve dvou vrstvách hvězdovité amphidisky (Fig. 10.).

Podobně také u amerického druhu *Heteromeyenia argyrosperma* jsou vytvořeny komůrky vzdušné velikosti 0·0043—0·0057 mm, jež jsou skoro v pravidelné řady srovnány, ač velmi četné, kolmo na povrch gemmulae sestavené, hákovité a hrubými ostny posázené jehly překážejí jich vývinu, tak že toliko na menší mezery mezi jehlicemi jsou omezeny (Fig. 11.).

Zajímavé poměry jeví vzdušný obal severoamerické Spongilla igloviformis Potts. Gemmulae její, jež, pokud jsem měl příležitosť ohledati, tvoří shluky obyčejně mističkovitě vyduté, jsou opatřeny na plochém polu svém kuželovitou vyvýšeninou (porus), která mívá nizounkou ovrubu. Vzdušný obal obejímá v nestejné mohutnosti gemmulae. Na vypouklé straně onoho shluku mističkovitého, jest obal sestávající z dosti pravidelných více (4—7)bokých vzdušných komůrek velikosti 0·0042—0·0053 mm, mocně vyvinut, kdežto vnitřní vydutá strana jest jím toliko nepatrně obdána. Na zevnějšku modifikuje se blána, která pokrývá vrstvu vzdušných komůrek a často (jako u Euspongilla lacustris) značné tlouštky dosahuje, v překrásnou síť velikých, 0·0143—0·0185 mm pravidelných šestihranů nebo mnohohranů, která, jakoby mříží nějakou, spíná veškery komůrky celého obalu vzdušného.

Náhled tudíž Dra *Marshalla* [1]), jenž udává, že obal komůrek vzdušných jest vlastním znakem gemmulí hub tropických, není zcela správným; zařízení toto „souvisí prý s bydlištěm jejich, jež jest ve vodách často vysýchajících. Pomocí tohoto apparatu aërostatického

---

[1]) Einige vorläufige Bemerkungen über die Gemmulae d. Süsswasserschwämme. Zoolog. Anzeiger 1883 Nro. 154 p. 632.

jsou pak gemmulae přenášeny větrem přes veliké plochy africké atd. a na příhodná místa uloženy.“ U našich hub sladkovodních, žijících ve vodách stálých, není prý takovéhoto opatření zapotřebí. Tomuto tvrzení odporují však vzdušné komůrky hub domácích (Euspongilla lacustris, Ephydatia amphizona, Trochospongilla erinaceus, Spongilla fragilis), mnohdy i velikostí svou a zřetelností vynikající. Jest proto oprávněnou domněnka, že u gemmulí *všech* hub sladkovodních nalezáme více méně vyvinutý obal vzdušný, byť i jednotlivé komůrky, jež vzduchem bývají naplněny, byly velmi nezřetelnými. — S podobným apparatem aërostatickým setkáváme se také u mechovek sladkovodních (Bryozoa), jichž statoblasty i původem (nepohlavním) i zařízením svým zcela odpovídají gemmulím hub; jich prsténec plovací se svými často různě vytvořenými háčky zachycovacími odpovídá úplně vzdušnému obalu gemmulí s vyčnívajícími často ostnitými anebo různě hákovitými (Heteromeyenia argyrosperma) jehlicemi pupenovými. U některých druhů cizozemských (Carterius) jest vytvořen úplný přístroj zachycovácí podobně jako u mnohých mechovek na př. Cristatella a Pectinatella.[1])

Dodatek.

Po skončení rukopisu tohoto pojednání nalezena Sp. fragilis panem prof. Vejdovským v nejbližším okolí pražském, t. j. v rybníku Kejském, jinak na houby a mechovky sladkovodní velmi bohatém. Z těchto posledních objevil zde prof. Vejdovský Fredericella sultana u velikém množství, dále Plumatella repens v rosolovitém obalu svých komůrek, a posléze Paludicella Ehrenbergii. Z hub sladkovodních žijí zde: Ephydatia fluviatilis, Eph. amphizona, Euspongilla lacustris a Spongilla fragilis. Tato poslední tvoří velmi tenké, zelenavé, bělavé neb mléčně bílé povlaky na spodině kamenů pobřežních. Povrch těchto povlaků jest charakteristický 1. velikými oskuly a drobnými, již pouhým okem zřetelnými pory a 2. ozdobnými rýhami, jež obyčejně z jednoho bodu vycházejíce, paprskovitě se rozbíhají a opět ku stranám se rozvětvují. Znamenité jest, že gemmule (což ostatně platí i pro ostatní zde pozorované houby) již v červnu (19. června 1885) se objevují a sice těsně vedle sebe na basi trsu. Nejmladší

[1]) Na fysiologický význam těchto vnějších zařízení gemmulí hub a statoblastů mechovek ukázal poprvé ve svých přednáškách na universitě p. Dr. Vejdovský v zimním semestru 1884/85.

jsou bělostné, starší žlutavé a dospělé hnědé, vězíce ve společném obalu vzdušném. Též tlusté vrstvy lonských gemmulí možno zde na kamenech nalezti. Pro studium vývoje gemmulí Sp. fragilis odporučuje se přede všemi ostatními domácími druhy.

V Praze, dne 20. června 1885.

Vysvětlení vyobrazení.

Fig. 1—8.

Spongilla fragilis Leidy z tůně u Ostroměře.

Fig. 1. Dorostlý trs, dle líhového exempláře; v přirozené velikosti

Fig. 2. Různé tvary jehlic skeletových, při mírném zvětšení.

Fig. 3. Hladké a ostnité tvary jehlic pupenových; mírně zvětšené.

Fig. 4. Průřez dvou gemmulí na basi trsu houby. Rourka vzdušní *(r)* vyčnívá ze společného obalu vzdušného *(v. o.),* v ně roztroušeny jsou jehlice pupenové *(j)* — (při slabém zvětšen

Fig. 5. Průřez vzdušní rourkou *(r),* k níž se přikládají v pra delných řadách komůrky vzdušné; při silnějším zvětšen *Ch* = chitinová otočka gemmulae.

Fig. 6. Vzdušní komůrky při velmi silném zvětšení. Ve dvou komůrkách uzavřeny jsou bubliny vzduchové *(v).*

Fig. 7. Skupení dvou gemmulí v těle houby. Obě gemmulae jsou protivnými poly proti sobě postaveny; vzdušné rourky *(r)* vyčnívají ze společného obalu vzdušných komůrek *(v. o.),* které pravidelně jsou seřaděny. Uvnitř těchto roztroušeny jsou jehlice pupenové.

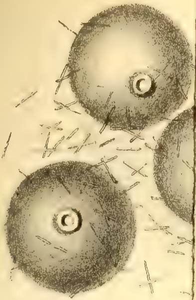
Fig. 8. Skupení více na basi trsu se nacházejících gemmulí s povrchu; *r* vzdušné rourky jednotlivých gemmulí, *j* jehlice pupenové, *vo* vzdušný obal jen jako nádech zřetelný. Při slabém zvětšení.

Fig. 9. Euspongilla lacustris Vejd. sbíraná r. 1883 u Počátek. Část vrstvy t. zv. parenchymové skládající se z malých komůrek vzdušných; *b* zárodečné těleso gemmulae, *zb* zevnější blána chitinová, *j* jehlice pupenové.

Fig. 10. Část vzdušného obalu gemmulae u Ephydatia amphizona Vejd. se dvěma vrstvami amphidisků *(a); b* zárodečné těleso.

Fig. 11. Heteromeyenia argyrosperma Potts. Část vzdušného obalu komůrkového mezi hákovitými jehlicemi *j.*

Fig. 12—13. Spongilla igloviformis.


Fig. 11

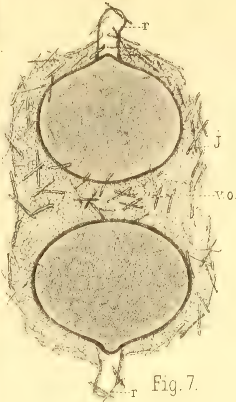
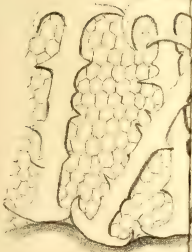


Fig. 7.



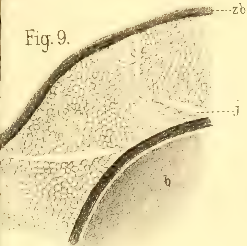


Fig. 9.



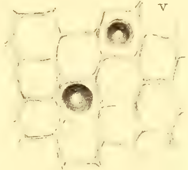
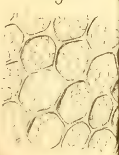


Fig. 6.

Fig 13.



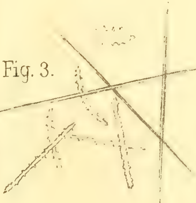

Fig. 3.

Fig. 1 Jiří Janda, Fig. 2–13 F

Lith. Farský.

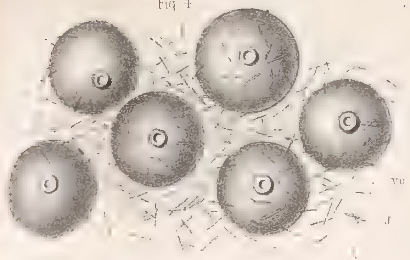


Fig 4

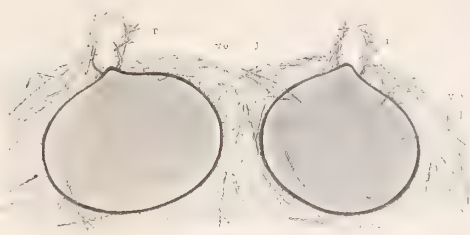


Fig 8

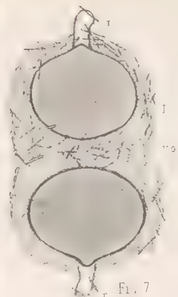
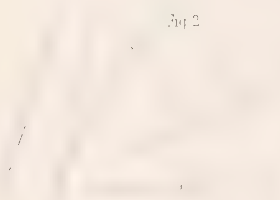


Fig 7


Fig 11


Fig 2

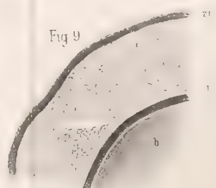


Fig 9



Fig 12


Fig 1

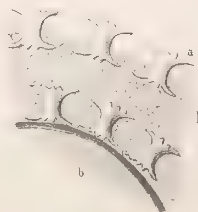


Fig 10



Fig 6



Fig 13



Fig 5

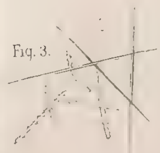

Fig. 3.

Fig 1 hrt Janda. Fig 2–13 Fr Petr del. *Lith Farsky*

Fig. 12. Část vzdušného obalu *(vo)* gemmulae, na povrchu kryty jsou jednotlivé vzdušné komůrky sítí pravidelných mnohohranů; *j* jehlice pupenové.

Fig. 13. Síť velikých polygonů kryjících vzdušné komůrky v *K* s povrchu.

Résumé des böhmischen Textes.

Spongilla fragilis Leidy [1]), welche schon aus drei Welttheilen bekannt ist, wurde im Jahre 1884 auch in Böhmen vom Hrn. Č. Šandera in Umgebung von Ostroměř und im Juni 1885 von H. Prof. Vejdovský in dem Teiche bei Kej gefunden. Die böhmischen Exemplare sind unverzweigt, und zeichnen sich durch ihre bedeutende Dimensionen (bis 45 cm. lang und 3—4 cm. dick) aus. Die Farbe des Schwammes ist bräunlich gelb oder grünlich aber auch weisslich und ganz weiss (Kej), die Spiritusexemplare sind sehr brüchig und schmutzig aschgrau, die trockenen braunfärbig. Zwischen kleinen, zahlreichen Poren befinden sich zerstreut sehr grosse Oscula (bis 9 mm. im Durchmesser), welche in ein System von kleineren Osculen führen und eine verkürzte Röhre, die sich über die Oberfläche — ähnlich wie bei Spongilla lacustris — erheben kann, darstellen.

Was die innere Structur anbelangt, stimmt die böhmische Form im Wesentlichen mit den ausländischen überein, und Unterschiede, welche man bemerkt, sind wohl nur unbedeutend. — Die Skeletnadeln einzelner Gemmulen sind 0·224—0·189 mm. lang und 0.006 bis 0·008 mm. dick, gewöhnlich allmälig oder scharf zugespitzt, glatt, gerade oder schwach gekrümmt und oft in der Mitte kugelig aufgetrieben.

Die Belegnadeln, welche in einer grossen Menge die Gemmulae bedecken, sind 0·042—0·063 mm. lang und 0·0038 mm. dick und mit kleinen Stacheln versehen, die Belegnadeln der amerikanischen Formen sind dagegen weit grösser, gewöhnlich gekrümmt und mit mächtigen, hakenförmigen Stacheln bedeckt. Bei den böhmischen Formen sind zwischen diesen stacheligen auch glatte, längere (bis 0·17 mm.) Belegnadeln zerstreut; solche habe ich — soweit ich es

---

[1]) In Deutschland fand sie Dr. Noll im Flusse Main und Rhein und bezeichnet sie als Spongilla contecta. Nach seiner Beschreibung ist es aber nur Basis des Stockes von Spongilla fragilis Leidy „mit vielen pflasterförmig geordneten Gemmulen, welche mit zahlreichen Belegnadeln bedeckt sind."

zu vergleichen Gelegenheit gehabt hatte — bei keiner ausländischen Form gefunden. Dr. A. Wierzejski erwähnt zwar, er habe bei der Spongilla fragilis aus Galizien ausser den kürzeren stacheligen auch längere glatte Belegnadeln gefunden; aber sie kommen auf einer und derselben Gemmula nicht gemeinschaftlich vor.

Die Grösse der einzelnen Gemmulen gleicht jener der amerikanischen, die Gemmulen des russischen Schwammes sind etwas grösser.

Die Luftröhre ist ganz ähnlich wie bei den übrigen Formen entwickelt. Ihre Wandungen, welche ein wenig heller gefärbt sind und etwas schwächer erscheinen als die der inneren braunfärbigen Chitinmembran, verschmelzen allmälig mit dieser letzteren. An die Luftröhre knüpft sich unmittelbar die mächtige Luftkammerschicht, welche schon durch ihre, mit der Luftröhre gleiche Farbe auf den gleichen Ursprung hinweist. Sie besteht aus polygonalen, in regelmässige Reihen geordneten Kästchen; die Grösse der einzelnen Kästchen variirt bei den verschiedenen Formen. Die verhältnissmässig grössten findet man bei unserer Form. Die Anordnung einzelner Gemmulen ist dieselbe, wie bei den ausländischen, nur eine solche Menge von Gemmulen (20—30) in einer Gruppe, wie bei den russischen, habe ich bei den böhmischen Exemplaren nie gefunden.

Die Luftkammerschicht, welche so deutlich bei Spongilla fragilis Leidy entwickelt ist und von *Vejdovský* auch bei Trochospongilla erinaceus zuerst nachgewiesen wurde, ist nichts anderes, als die gewöhnliche „Parenchymhülle", die man bei den einheimischen Euspongilla- und Ephydatia-Arten findet. Denn, wenn man einen dünnen Schnitt von Gemmula dieser letztgenannten Arten betrachtet, so bemerkt man, dass jene „körnige Parenchymschicht" aus einer grossen Menge von kleinen Luftkammern besteht, welche aber nicht in so regelmässige Reihen gestellt sind, wie bei Spongilla fragilis Leidy. Die Grösse einzelner Luftkammern variirt sehr, je nach den Arten. So bei Euspongilla lacustris Vejd. sind sie sehr unbedeutend und undeutlich.

Bei Ephydatia amphizona Vejd. ist die Luftkammerschicht von ziemlich deutlichen und 0·0043—0·005 mm. grossen Luftkammern gebildet; in dieser Luftkammerschicht findet man zwei Reihen von Amphidisken.

Ziemlich grosse (0·00—0·00 mm.) Luftkammern bemerkt man bei der nordamerikanischen Heteromeyenia argyrosperma Potts, welche sich durch ihre grosse Belegnadeln auszeichnet.

Besondere Verhältnisse zeigt Spongilla igloviformis aus Amerika; ihre Gemmulae, welche einseitig abgeplattet sind, sind von einer Luftkammerschicht umgegeben, diese ist aber auf der gewölbten viel stärker entwickelt, als auf der platten Seite. Die Grösse einzelner Luftkammern beträgt hier 0·0042—0·0053 mm. Auf der Oberfläche modificirt sich die äussere Chitinmembran zum schönen Gitter von Polygonen, welche bis 0·0185 gross sind.

Hiernach muss man aber die Angabe des Herrn Dr. *Marshall*, nach welcher die Luftkammerschicht nur bei den tropischen Arten vorhanden ist, in der Weise modificiren, dass dieser Apparat vielleicht *allen* Süsswasserschwämmen zukommt, obwohl derselbe nicht gerade von mächtiger entwickelten Luftkammern gebildet ist.

Tafelerklärung.

Fig. 1—8.

Spongilla fragilis Leidy aus der Umgebung von Ostroměř.

Fig. 1. Ein ausgewachsener Stock, nach einem Spiritus-Exemplare. Nat. Grösse.

Fig. 2. Verschiedene Formen der Skeletnadeln — mässig vergrössert.

Fig. 3. Glatte und stachelige Belegnadeln bei mässiger Vergrösserung.

Fig. 4. Querschnitt einer Gemmulenschicht an der Basis der Spongilla. Die Luftröhre *r* ragt aus der gemeinsamen Umhüllung (Luftkammerschicht). *v. o.* nach aussen, *j* Belegnadeln — schwach vergrössert.

Fig. 5. Ein senkrechter Schnitt durch die Luftröhre *r.* — *v*, *o* Luftkammerschicht, welche aus einer Anzahl von Luftkammern besteht; *ch* innere Chitinmembran.

Fig. 6. Die Luftkammerschicht bei starker Vergrösserung. In zwei Kammern sind die Luftblasen *v* eingeschlossen.

Fig. 7. Querschnitt durch eine, aus zwei Gemmulen bestehende Gruppe. Eine jede Gemmula ragt aus der gemeinsamen Luftkammerschicht *v. o.*, durch die Luftröhre *r* nach aussen, *j* Belegnadeln.

Fig. 8. Eine an der Basis des Schwammes befindliche Gemmulen-Gruppe, von der Oberfläche aus betrachtet, bei schwacher Vergrösserung, *r* Luftröhre, *j* Belegnadeln, *v*, *o* Luftkammerschicht.

Fig. 9. Euspongilla lacustris Vejd. Längsschnitt durch die Luftkammerschicht. *v* Keimkörper, *z*, *b* äussere Chitinmembran, *j* Belegnadeln, sehr stark vergrössert.
Fig. 10. Ephydatia amphizona Vejd. Luftkammerschicht einer Gemmula mit der doppelten Amphidiskenschicht.
Fig. 11. Heteromeyenia argyrosperma Potts. Ein Theil der Luftkammerschicht.
Fig. 12. Spongilla igloviformis Potts. Luftkammerschicht, welche von einem Gitter von vieleckigen „Zellen“ bedeckt ist.
Fig. 13. Gitter von grossen „Zellen“, welche die kleinen Luftkammern belegen. Von der Oberfläche aus betrachtet.

26.

Dero digitata O. F. Müller.

Anatomická a histologická studie.

Podává **Antonín Štolc.**

(*S 2 tabulkami.*)

(Práce z české university, předložená v sezení dne 26. června 1885.)

Literatura.

O. F. Müller — Von Würmern des süssen und salzigen Wassers, Koppenhagen 1771.

Oken — Lehrbuch der Naturgeschichte III. 1815.

Dutrochet — Sur un annélide d'un genre nouveau (Xantho) Paris, Soc. Philom. Bull. 1819.

Blainville — Dictionnaire des sc. nat. Tom. XLVII. LVII. 1828.

Gervais — Note sur la disposition systématique d. Annel. chétop. du genre Nais. Bull. Acad. r. Belg. 1838.

Oersted — Naturhist. Tidskrift. af. H. Kröyer, 1842.

Grube — Die Familien der Anneliden — Berlin 1851.

D'Udekem — Nouvelle classification des Annélides sétigères abranches — Académie royale de Belgique 1855.

Houghton — On the occurence of the Fingered Nais (Proto digitata) in England. Ann. mag. nat. hist. — 1860.

Schmarda — Neue wirbellose Thiere, gesammelt auf einer Reise um die Erde — Leipzig 1861.

Perrier — Histoire du Dero obtusa — Arch. de Zool. exp. et gén. 1872.

Semper — Beiträge zur Biologie der Oligochaeten. Arbeiten aus dem zool.-zoot. Inst. in Würzburg 1877.

Leidy — Notice of some aquatic worms of the family Naides. American Naturalist, June 1880.
Reighard — On the anatomy and histology of Aulophorus vagus Proceedings of the American Academy of Art and Sciences 1884.
Vejdovský — System und Morphologie der Oligochaeten, Prag 1884.

Práce, jejíž resultaty tuto podány, konána byla v zimních měsících semestru r. 1884-5 v zoologické laboratoři pana prof. dra Vejdovského. — Konaje tuto přemilou svou povinnosť vzdávám velectěnému učiteli svému díky nejsrdečnější za účastenství, jímž zprovázel tuto první mou práci.

Úvod historický.

První, jenž naši zajímavou formu skupiny „Naidomorpha" u vědu uvádí, jest *O. F. Müller*. Bystrý tento badatel nazývá ji v díle svém (Von Würmern des süssen und salzigen Wassers, Kopenhagen 1771) „die blinde Naide" a správně dle dobrých znakův přiřaďuje ji k Naidkám ostatním, ačkoliv analními přívěsky svými, jež již tehdy jakožto plátky žaberní označuje, na mořské annulaty poukazovati se mu zdá.

Po Müllerovi *Oken* (Lehrbuch der Naturgeschichte III. 1815) označuje formu jeho novým jménem rodovým jakožto „Dero digitata" — tutéž pak formu Müllerovu nazývají *Dutrochet* (Bulletins de la Société philomatique 1819) „Xantho hexapoda," *Blainville* (Dictionnaire de sc. nat., Tom. XLVII. 1828) „Proto digitata" a *Gervais* (Bulletins de l'Académie royale de Bruxelles, 1838) „Uronais digitata". — *Oersted* (Kroyer Tidsk. B. IV., 1842) vrací se k pojmenování staršímu (Proto digitata), *Grube* (Die Familien der Anneliden, Berlin 1851) pak k nejstaršímu, Okenem zavedenému (Dero digitata). — Všichni tito badatelé Okenem počínaje uvádějíce na mnoze krátký toliko popis, nijak v podstatě nerozšiřují pozorování Müllerovo. — Teprve *D'Udekem* (Nouvelle classification des Annélides sétigères abranches. Académie royale de Belgique 1855) podává obšírnější popis a vedle Dero digitata popisuje novou specii, „Dero obtusa," k níž zároveň vyobrazení žaberního apparátu se systémem cévním připojuje. — Velmi krátce zmiňuje se o Dero digitata *Houghton* (Ann. mag. nat. hist. 3 ser. Vol. 6. 1860) podávaje zprávu o nálezu jejím v Anglii, ač nikoliv vyobrazení pravé formy Müllerovy, nýbrž jeho „Blumenthier" reprodukuje. — Důkladnému zkoumání, stanovisku vědy odpovídajícímu podrobena byla Dero teprve *Perrierem*, jenž ve své důležité práci (Histoire du Dero obtusa, Arch. de Zool. expérimentale et générale, 1872) D'Udekemův druh za předmět svého studia

byl si obral. — Počet specií rozmnožil pak *Semper*, připojiv k dosavádním dvěma nové dva druhy: D. philippinensis a D. Rodriguezii. (Viz Arbeiten Zool. Inst. Würzburg, 1877.) Poslední však druh nutno dle *Čerňavského* identifikovati s *Grebnického* Dero palpigera. V době nejnovější učinil *Čerňavský* pokus (Bullet. Soc. imp. nat. Moscou 1880) utvořiti pro rod Dero a jemu příbuzné formy skupinu „Branchinaididae“, však vnitřní znaky anatomické nijak nepřipouštějí stavěti rod Dero do skupiny jiné, od Naidomorph odchylné. — Konečně prof. *Leidy* popisuje (Notice of some, aquatic vorms of the family Naides — From the American Naturaliste, June 1880) z okolí Philadelphie druh, jejž již r. 1857 (Proc. Acad. Nat. Sci.) jakožto „Dero limosa“ byl označil. — Domněnku pak o totožnosti druhu amerického s Dero digitata Müll. jím samým projevenou *) nutno uznati za úplně správnou, neboť důkladným srovnáním popisu Leidyho s karaktery evropské specie objeví se úplná identita obou. —

Až do let šedesátých znám byl toliko jediný rod (pomineme-li formy *Grube*-ovy, Alma nilotica) ze sladkovodních annulatův branchialním apparátem opatřený.

Teprvé r. 1861 připojil *Schmarda* (Neue wirbellose Thiere, II.) k rodu Dero nový rod Aulophorus se dvěma druhy exotickými (A. discocephalus a A. oxycephalus), jež *Leidy* rozmnožil r. 1880 druhem americkým, jako A. vagus označeným. (Viz Notice atd.) Na tomtéž místě popisuje Leidy nový druh evropského rodu Pristina (P. flagellum), jehož však postavení systematické z nedostatku anatomických detailů domnělého apparátu žaberního za pochybné považovati se musí. Nejnověji podrobil *Reighard* (On the anatomy and histology of Aulophorus vagus. — Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences 1884) Leidyho druh podrobnému anatomickému i histologickému rozboru, jenž na novo velikou příbuznosť zmíněného rodu s rodem Dero potvrdil. — Z rodu Dero uvádí prof. *Vejdovský* v Čechách jen Dero obtusa, jíž pouze ve 2 exemplářích v rybníce Běchovickém na lasturách škeble nalezl prof. Uličný, kdežto Dero digitata u nás až dosud známou nebyla. Mám tudíž za to, že vyplním jistou mezeru v známostech o domácích Naidomorphách, když v řádcích následujících podám podrobnější rozbor anatomický a histologický tohoto zajímavého červa.

*) Pravíť na uvedeném místě: „One of these, formerly described under the name of Dero limosa, appears to accord so closely with the European species, Dero digitata of Oken, that better means of comparison may prove it to be the same.“

Biologické poměry.

Dero digitata jest malý, úhledný annulát barvou i jinak svým habitem mladému Tubifexu ne nepodobný. — Tělo úplně dospělého červa skládá se obyčejně ze 30—40 segmentův; lze však nalézti individua i s téměř 80 segmenty tělními.

Pozoruhodným jest způsob života, jenž zajímavý tento oligochaet ve vodách, obyčejně malých to tůňkách, tráví. Je-li dno bahnité, tu ve sporém sítivu řas žijí celé kolonie. Jednotlivá individua tkví přídou svého těla v bahnitém podkladu, kdežto část analní s rozevřeným, vířícím apparátem žaberním v rythmických pohybech volně ve vodě splývá. Je-li dno hustě látkami zetlívajícími pokryto, přispůsobuje se Dero těmto poměrům a žije hromadně buď v dutinách zetlívajících stébel, buď na povrchu listův a jiných předmětův.

Každé individuum vězí tu pak v rource, jež z humusu, drobných řas a pod. jest zbudována a těsně na podkladu přitisklá. Za letních měsícův konečně, kdy ve vodě bující pletivo řas se rozkládá, opouští Dero na mnoze dno vodní a shromažďuje se v malých klubíčkovitých koloniích, jež ve vláknech žabince neb jiné řasy splývají. Takovéto kolonie vylovené a do sklenice s čistou vodou vložené objeví se velmi vděčným předmětem k pozorování lupou. Za nastalého klidu vynořují se jednotlivá individua analním koncem svým nad povrch klubka, apparát žaberní, Fig. 2., 3., 4., Tab. I., dříve stažený, opětně se rozkládá a v brzku objeví se v podobě překrásné rosetty osmipaprskové, jež vlnivými svými prohyby a barevnou hrou prosvítajících cev velmi půvabný obraz diváku skytá. Exkrementy obyčejně z blan jednobuničných rostlin, skořápek rhizopodův a pod. složené vycházejí časem řití a daleko unášeny jsou proudem vodním, jenž nad vířícím apparátem neustále se objevuje. Nejmenší však otřes dostačí, aby apparát v okamžiku se stáhl a s análním koncem ve společném klubku zmizel. Zajetí při dostatečné potravě nezdá se jim býti nikterak na újmu. Velmi rychle se rozmnožujíce, hromadně na dně se usazují, kde brzy zbudováním rourek zrakům pozorovatele úplně se ukrývají. Toliko násilím donuceny opouštějí svůj úkryt, v pohybech hadovitých čile k povrchu se vymršťují, klesají však v několika vteřinách opětně ke dnu. Ve příčině této liší se Dero velmi markantně od většiny Naidomorph, jako rodův: Nais, Stylaria, Bohemilla, Ophidonais. Toliko Slavina zdá se poněkud značněji upomínati způsobem svého života na rod Dero. S rourkovitým obalem svým dá se Dero vypreparovati z podkladu, na němž rourka jest

přitisklá, velmi zřídka. Nelze tedy za to míti, že by individuum s rourkou svou volně ve vodě pohybovati se mohlo; nezmiňujeť se tak *Perrier* u D. obtusa a podobně u D. digitata nelze konstatovati poměry, jaké *Leidy* a *Reighard* líčí u Aulophorus vagus, jenž dle autorů těchto volně rourku svou ssebou vláčeti může. Karakteristické postavení u Dero v době klidu zajímavo jest však i proto, že připomíná na skupinu Tubificidův v ohledu tom velmi dobře známou. Tuto situaci těla zajisté podmíňuje funkce dýchací, již u Dero zvláštní apparát modifikací analního konce vzniklý vykonává, kdežto u dotýčné skupiny děje se dýchání celou částí řitní, hustě periviscerálními kličkami cévními proniklou.

Dero digitata nalezena ode mne dosud toliko na dvou lokalitách: Na tak zvané „Vápence“ za Žižkovem, v tůňce v křemencích drabovských založené, pak na vrchu Ládví u Ďáblic, v nádržkách vodních, v buližníkových lomech vzniklých.

Lze však očekávati, že v potocích i mírně tekoucích vodách i jinde v Čechách při bedlivějším zkoumání nalezena bude. Hojné objevování se její v roce minulém vřaditi lze mezi zjevy periodické, jimž ostatně i jiní červi fauny naší podléhají.

Hypodermis, cuticula a štětiny.

Epithelialní pokrývka tělní (Fig. 9. Tab. I.) odpovídá hypodermálnímu typu u Naidomorph obyčejnému. Složena jest z krásných kubických buněk, jichž velikosť 0·0085—0·011 mm. obnáší. Na básí, jež apparátu žabernímu za pochvu slouží (Fig. 7. *bb*, Tab. II.) zmohutňuje hypodermis velmi značně, skládajíc se z buněk téměř cylindrických, až 0·028 mm. dosahujících. Na preparátech jeví se plasmatický obsah buněk jemně zrnitým se značným jádrem centrálním, jehož zrnitý chromatin krásně pikrokarminem se zbarvuje. Hypodermis apparátu žaberního (Fig. 6. *gr*, Tab. II.) modifikuje se v epithel vířivý, jehož buňky nahoře s cuticularní obrubou nesouvisí, nýbrž částečně odstávají. Poněkud elliptické jejich jádro slabě pikrokarminem se barví. Dosti spoře po celém povrchu tělním roztroušeny jsouce objevují se v hypodermis žlázy jednobuničné, přeměnou z obyčejného epithelu vzniklé a malým kanálkem na venek ústící. Celkem lze rozeznati dobře dvojí tvar jejich: ony na přídě a v ostatních segmentech tělních jeví na řezích obsah hrubě zrnitý, beze stopy jaderné (Fig. 23. *a*, Tab. I.); jiné, v epithel žaberního apparátu vsunuté, ukazují obsah homogenní, tinkcí netknutý, často se stopou degenerujícího jádra (Fig. 23. *b*, Tab. I.).

Cuticula jsouc productem hypodermis, pokrývá tuto v podobě jemné, bezvrstevnaté kožky. Známými reagenciemi, k. př. kyselinou chromovou objeví se velmi zřetelně odstávajíc spolu i s hypodermis od svaloviny tělní (Tab. I., Fig. 8. *cu*). Však i na živých dospělých exemplárech často lze pozorovati, zejména na rozhraní segmentův, odstávající, jemnou a třásnitou kožku, patrně na regeneraci cuticuly poukazující.

Zvláštním výtvorem pokožky jsou tuhé, nepohyblivé brvy, jež ve velkém množství na laloku čelním a jinak i na ostatních segmentech tělních jsou roztroušeny. Vyskytují se ostatně u všech Naidomorph a mladých červův vyšších skupin. Slušíť je považovati za brvy citové, jak ukazuje spojení jich s elementy nervovými dosti snadno, k. př. u Bohemilla comata Vejd. pozorovatelné, u Dero však pro značnou neprůhlednosť pokožky velmi nesnadno dokázatelné. Udání *Perrierovo*, jakoby brvy tyto neb jim podobné na laloku čelním u Dero obtusa vířily, povstalo patrně přehlédnutím, zvláště dělo-li se zkoumání na individuu, jehož vířící pharynx byl vychlípen.

Štětiny histogeneticky jakožto produkty hypodermis povstalé objevují se na těle červa ve čtyřech podélných řadách, dvou dorsálních a dvou ventrálních. Toliko čtyry po hlavě následující segmenty postrádají řad dorsálních. V ostatních segmentech tělních objevují se štětiny hřbetní vždy po dvou na každé straně segmentu. Jest to vždy jedna dlouhá štětina vlasovitá bez nodulu (Tab. I., Fig. 1. *c*), druhá pak mnohem menší, slabě nahoře zahnutá, se zoubkem větším a druhým menším na vrcholu svém; nodulus umístěn v polovici hoření, (Tab. I., Fig. 1. *b*). Štětiny břišní jsou formy jediné, nahoře i dole slabě prohnuté, na vrcholu pak velmi značně ve dva hákovité zoubky rozeklané; nodulus tkví přibližně v polovici délky celé štětiny (Tab. I., Fig. 1. *a*).

Počet štětin břišních v jednotlivých svazečkách mění se v prvních čtyrech segmentech trupových mezi 4—6, v ostatních pak mezi 3—4. Jednotlivé pak svazky štětin vězí ve follikulech (Tab. II. Fig. 3. *vd*, *vv*), váčcích to ze zřetelné membrany složených, v níž jednotlivě roztroušená, vřetének ovitá jádra dosti jsou patrna (Tab. II., Fig. 3. *np*).

Pohyb váčku, jemuž ovšem podřízeny jsou pohyby štětin, řízen jest pak dvojí soustavou svalův: 1. parietovaginálních, 2. interfollikulárních.

První modifikace představuje nám buňky silně do osy protáhlé, s jádrem elliptickým uprostřed; konec jeden upevněn na basálním vrcholu váčkovém, druhý pak na integumentu tělním (Tab. II., Fig. 3. *spo*).

Funkce této soustavy záleží ve vsunování i vysouvání štětin, jehož dosah opětně nodulus reguluje.

Svaly soustavy druhé jsou formy pásovité, jemně podélně rýhované a upevňují se vždy párovitě. Jeden konec má inserci svou na dolení straně váčku hřbetního, blíže samého ústí, druhý pak upevněn na podobném místě váčku břišního téže strany tělní (Tab. II., Fig. 3. *ipo*). Svaly tyto působí jednak jakožto řiditelé polohy váčkův jedné strany tělní, jednak i jakožto částeční retraktoři váčkův jednotlivých.

Výklad *Perrierův*, jakoby váčky štětinné prvních čtyř segmentův splynutím váčkův ventrálních i dorsálních byly povstaly, nelze nijak potvrditi. Odporuje tomu jednak sama poloha těchto váčkův, jednak přítomnosť svalův interfollikulárních i zde. Štětiny hřbetní skutečně se tu nevyvinují, tak jako vůbec chybí u Chaetogastridův, skupiny to phylogeneticky s Naidomorphy velmi příbuzné. Ostatně opětuje se tento případ, vyjma rodů Pristina a Naidium, u všech ostatních Naidomorph, jak vidno z díla *Vejdovského.*

Svalstvo.

Bezprostředně pod hypodermis umístěny jsou obě vrstvy svalové, vnější se svaly okružními a vnitřní se svaly podélnými. Svaly příčné u Dero digitata, jakož i u Naidomorph vůbec, velmi nepatrně jsou vyvinuty. Na živých exemplárech lze je dosti zřetelně sledovati toliko na hořením okraji pochvy žaberního apparátu; jinak nutno jest tkanivo maceraci podrobiti, aby zřetelně vystoupla jemná vlákenka okružní, v jediné vrstvě s dosti zřetelnými mezerami uložená. Na příčných řezech (Tab. II., Fig. 1.—6. *so*), jeví sice vlákna tato tvar rourkovitý, však průměr jejich tak jest nepatrným (0.0007 mm), že i nejsilnějším zvětšením nelze osu centrální od vrstvy obvodové rozeznati.

Vrstva svalův podélných (Tab. II., Fig. 1.—6. *sp*) vytvořena u porovnání se svaly příčnými značně mohutněji. Neníť však vrstva tato úplně souvislou, nýbrž rozdělena rýhami tělními v osmero pásem. Rýh samých jest taktéž osmero: Dorsální a ventrální rýha medianní, dvě postranní rýhy laterálních pásem nervových a 4 rýhy pro váčky štětinné a inserce jich svalův.

Nejméně vyvinuta medianní rýha dorsální, jejíž existenci ve mnohých případech ani dokázati nelze.

Zřetelněji jeví se poněkud rýha medianní ventrální, kdežto ostatní rýhy postranní vyvinuty ovšem velmi značně. Svaly každého

z osmera pásem jedinou vrstvu tvoří, těsně beze všech mezer k sobě přiléhajíce. Jsou to vlákna tvaru pásovitého, se stran smáčklého, dolení užší stranou svou k centrální podélné ose tělní obrácené Silným zvětšením dobře dá se pozorovati jemné podélné rýhování, na některých zřetelno pak i elliptické jádro, jímž sval značněji naduřuje. Dle *Perriera* vyplňují mezery pásem svalových zvláštní buňky, jež za jakousi matrix svalovou považuje: „Il est permis de se demander si, pendant l'accroissement de l'animal ces cellules ne peuvent pas aussi se transformer en fibres musculaires.“ Patrně však míněno tuto postranní pásmo nervové, o němž později řeč bude.

Dutina tělní.

Zajímavo jest, že zřetelná dutina tělní, v níž nervová soustava, zažívací roura, cévstvo, orgány exkreční a pohlavní uloženy jsou, souvisí na venek malým pórem tělním. Ačkoliv přítomnosť podobných pórův velmi nesnadno lze dokázati, nicméně pozorovány byly u většiny známých oligochaetův. U Dero digitata objevuje se na spodu pod vrcholem laloku čelního jakožto malá okrouhlá skulina; tedy v poměrech podobných jako u Nais elinguis.

Dutina tělní jinak rozdělena v ose příčné i podélné. Napříč rozdělují dutinu dissepimenty (septa), jednotlivé segmenty omezující. Nevykazují sice ve příčině histologické onu složitější strukturu svalovou, jaká u vyšších skupin zejména pozorována, nicméně rozeznati lze i zde vedle pojiva hojnější vlákna svalová, ponejvíce dorsoventrálně probíhající. V ose podélné rozdělen coelom toliko v dolní polovici své nedokonalou příčkou pojivou. Jest to rudiment medianního mesenteria, jež v době embryonální splynutím somitův obou dvou stran bylo povstalo a u některých červův i po vytvoření dutiny tělesné se zachovalo. U Dero digitata zdá se sestávati ze souvislého pojiva, jež mezi cévou ventrální a rourou zažívací se táhne.

Peritonaeum dokázati lze v dutině tělní velmi snadno: ať již v podobě primitivnější jakožto vlákna pojivá se zřetelným jádrem vřetenkovitým, utkvělá na stěně tělní neb některých orgánech vnitřních, ať v podobě modifikované na orgánech segmentálních, rouře zažívací a cévě dorsální.

Soustava nervová.

Soustava nervová vyvinuta u Dero digitata, jakož i u Naidomorph vůbec, dokonale a dá se jak na individuu živém, tak i na preparatech velmi dobře sledovati.

Skládá se ze zauzliny mozkové nad jícnem uložené a z pásma břišního, jež s mozkem commissurami souvisíc, pod rourou zažívací podél strany břišní se táhne a před apparátem žaberním končí. Zauzlina mozková (Tab. II., Fig. 5.), poněkud do délky jsouc protažena a z předu i v zadu vykrojena, dosti značně párovitý původ svůj embryonální ukazuje. Složena pak jest z dvou lalokův vnitřních a z dvou vnějších, menších a hořeji umístěných. Mohutné laloky vnitřní (Tab. II., Fig. 5. l_2), zužují se nenáhle vzad a tupě zakončujíce, poskytují místo k upevnění obou svazův cerebroparietálních (Tab. I., Fig. 5. *sc*). Pásovitými svazy těmito, jež jemnou strukturu vláknitou vykazují a druhými konci svými v integumentu mizí, upevněna jest zauzlina mozková ku stěně tělní. Laloky vnější (Tab. I., Fig. 5. *l*) taktéž do zadu směřujíce, přecházejí v commissury, jež pod jícen se obrací, kdež v pásmo břišní splývají (Tab. I., Fig. 5. *cm*). Větví nervových vybíhá ze zauzliny mozkové několik. Především jsou to dvě mohutné větve, jež z hořeního okraje nad vnějšími laloky vznikají; jemně vláknitá struktura jejich brzy však pro krátký jich průběh v integumentu mizí (Fig. 5., I.). Ve středu okraje obou polovin mozkových vybíhá značněji toliko jediný pár, jenž na vrcholu laloku čelního v četné větévky se rozbíhá, (Fig. 5., II.). Konečně dobře znatelným jest krátký běh několika menších větví nervových, jež na obou stranách výkrojku medianního pod okrajem uzliny mozkové vycházejí a k cévě dorsální směřují (Fig. 5., II.). Co pak pásma břišního se dotýče, lze je bezpečně po celém průběhu jeho sledovati. Zauzliny jeho více méně mohutně vytvořené zřetelně po segmentech tělních rozděleny jsou. První z nich, tak zvaná zauzlina podjícnová (Tab. I., Fig. 5.), dosahuje značné velikosti, rovněž i zauzliny po ní následující. V zadní části těla, kde menší vyvinutosť vnitřních orgánův nezakrývá obrysy jejich, dobře možno rozeznati zřetelnou dvojitosť zauzlin v každém segmentu tělním (Tab. I., Fig. 6.). Konec pásma břišního (Tab. I., Fig. 7.), značně naduřuje, naznačuje tak místo tvoření se nových segmentův. Pásmo břišní dává dále vznik nervům periferickým, po obou stranách pásma vybíhajícím (Tab. I., Fig. 6. *np*). Dle udání *Semperova* měly by se u Naidomorph v určitém počtu a souměrně pro každou zauzlinu vyskytovati. Dle pozorování dra. *Vejdovského* nedá se zákon tento u žádného z rodův jím pozorovaných potvrditi. Podobně u Dero digitata mění se počet nervův, jež z jednotlivých zauzlin vystupují, velmi značně. Zvláště zajímava jest svými nervy periferickými zauzlina podjícnová. Vystupujeť tu v úhlu, jejž konce obou commissur tvoří, značný počet větévek nervových, jež mnohonásobné výběžky své v in-

tegument laloku ústního vysílají (Tab. I., Fig. 5. *np*). Tento poměr zauzliny podjícnové nezůstává však pro Dero osamělým; podobné utváření se zauzliny podjícnové shledati lze ku př. i u Stylaria lacustris. (Viz Dr. *Vejdovský*, System und Morphologie der Oligochaeten, Taf. IV, Fig. 1.) Vůbec dají se poměry soustavy nervové u Dero digitata velmi dobře srovnat se všeobecným typem u Naidomorph panujícím. Tak forma zauzliny mozkové zdá se nejvíce upomínati na onu, jíž Ophidonais serpentina se vyznačuje. Jak dalece shoduje se s tvarem mozku u rodu Aulophorus, zejména A. vagus, nesnadno jest patrně dle povrchního výkresu *Reighardova* rozhodnouti.

Histologická struktura soustavy nervové na řezích sledována jeví poměry, jak následuje.

Mozek jakož i pásmo břišní složeny jsou z elementův dvojích: z buněk nervových a ze substance vláknité. V zauzlině mozkové seřaděny oba tyto elementy tak, že substance vláknitá zaujímá místo spodní, jsouc nahoře i se stran objata buňkami nervovými. Společným obalem obou jest tak zvaný neurilem zevnější. Na preparátech jeví se jakožto jemná, však dosti zřetelná membrána, jejíž vtroušená, temně zbarvená vřeténkovitá jádra zřejmě na peritoneální původ poukazují. Elementy svalové a neurilem vnitřní, jež u vyšších skupin zřetelně se vyvinují, nelze tuto dostatečně dokázati. Buňky nervové (Tab. I., Fig. 5., Tab. II., Fig. 1. *bn'*), v několika málo řadách nad substancí vláknitou jsou seřaděny a výběžky svými k této obráceny. Slabě zbarvená jich prototoplasma obsahuje veliké silně se barvící jádro, jež obyčejně 0.007 mm. velikosti dosahuje a několik jadérek v sobě chová.

Substance vláknitá sestává z fibril velmi jemných, nebarvících se a beze vší struktury buňkovité (Tab. II., Fig. 1. *sv1*). Probíhají pak ve směru příčné osy zauzliny mozkové, jež předními konci obou commissur jest vyznačena. Commissury jeví na vlastním průběhu svém strukturu vesměs vláknitou; toliko konce zadní v pásmo břišní splývající obaleny jsou sporými buňkami nervovými, (Tab. I., Fig. 5. *cm.*)

Pásmo břišní ukazuje podobné složení elementův nervových, jež zauzlinu mozkovou vytváří; substance vláknitá (Tab. I., Fig. 5.—7., Tab. IV., Fig. 1.—4. *vs*), zaujímá však zde polohu hoření, buňky pak kupí se dole a po stranách (Tab. I., Fig. 5.—7., Tab. II., Fig. 1.—4. *bn*). Zevnější neurilem jest struktury téže jako onen zauzliny mozkové (Tab. II., Fig. 2. *bp*); svalstvo a neurilem vnitřní nejsou opětně do-

statečně vyvinuty, aby přítomnosť jich nade vši pochybnosť zjištěna byla. Zato existuje v pásmu břišním orgán, jehož postrádá uzlina mozková. Jesti to *neurochord* (Tab. I., Fig. 5.—7., Tab. II., Fig. 1.—4. *n*). Zajímavý tento orgán uložen ve středu hoření strany pásma břišního nad substancí vláknitou. Představuje pak tři duté roury z jemného pojiva, táhnoucí se po celé délce pásma břišního. Vznik jejich sluší hledati v zauzlině podjícnové (Tab. I., Fig. 5. *n*), kde roura prostřední jest nejširší, roury postranní objevují se pak jen jako přívěsky roury střední, z níž patrně vznikly.

V dalším průběhu svém zvětšuje se lumen rour postranních, tak že v segmentech středních objevují se všecky tři roury s objemy skoro stejnými. V segmentech zadních zúžují se roury nenáhle, až v naduřelém konci pásma břišního beze stopy mizí (Tab. I., Fig. 7 *n*). *Perrier*, který, zkoumav Dero obtusa jen za živa, vůbec sporé zprávy o soustavě nervové podává, nezmiňuje se o neurochordu.

V práci *Reighardově* výhradně skoro methodou řezací provedené zjištěn však neurochord u Aulophorus vagus. Praví *Reighard* doslovně: „Lying in the floor of the superior groove are the three „primitive nerve fibres“ of Ratzel.“ Povaha neurochordu až do nedávna nebyla dostatečně vysvětlena. Poukazování na jakési homologon s chordou obratlovcův rozhodně nelze nazvati šťastným. Již *Bülow*[1]) poukazuje na mesoblastický původ neurochordu, drem *Vejdovským* pak embryologickými studiemi na Rhynchelmis limosella, rovněž i zkoumáním na Criodrilu (Viz System etc., pag. 93.) otázka tato zajisté nade vši pochybnosť rozřešena. Pokusy vysvětlovati původ neurochordu jako hypoblastický nelze nikterak vztahovati na neurochord oligochaetův a annulatův vůbec.[2]) Nicméně pojímá-li se věc ve smyslu *Saint-Hilaireových* „analogií,“ možno fysiologickou funkci neurochordu, jakožto svazovité opory pásma břišního, považovati za náhradu oné, jakou obratlovcům chorda poskytuje.

Nervové buňky pásma břišního seřaděny jsou, jak řezy příčné ukazují, ve třech shlucích kol substance vláknité. Tvar jejich neliší se ničím od buněk uzliny mozkové; toliko jádro u většiny jest poněkud menší (0.0057 mm.). Výběžky svými směřují buňky vesměs k substanci vláknité; lze pak pozorovati jakožto nejhojnější buňky unipolární a bipolární, řídčeji vícepolární. Na velmi tenkých řezech

---

[1]) Bülow, Die Keimschichten des wachsenden Schwanzendes von Lumbriculus variegatus. Z. f. w. Zool. Bd. XXXIX, 1883.

[2]) Nusbaum Jos., Bau, Entwicklung und morphologische Bedeutung der Leydigschen Chorda der Lepidopteren, Zool. Anz. VIII. Jahrg. 1884.

podélných i příčných jest i patrno počátečné rozvětvení těchto výběžkův v substanci vláknitou, však další jich sledování v substanci pro nepatrnosť předmětu není možné. Substance vláknitá podobné jest struktury jako mozková; fibrily její ve dva proudy ve směru osy podélné jsou seřaděny zřejmě na původní dvojitosť ukazujíce.

Zbývá ještě zmíniti se o postranních pásmech nervových. Tato poprvé *Semperem* vysvětlená pásma vyplňují souvisle jednoduchými buňkami nervovými obě rýhy postranní, dajíce se snadno nalézti na řezech příčných i přiměřeně tangentiálních (Tab. II., Fig. 2.—4. *pnp*). Souvislosť jejich s uzlinou mozkovou postihuje se na živých individuích velmi těžce; však na vhodných řezech tangentiálných nade vši pochybnosť jest zjištěna. Poněvadž pak místo souvislosti bezprostředně nad počátkem commissur se nalézá, není pravdě nepodobno hledati původ jejich v mohutném krátkém páru nervovém, jenž nad vnějšími laloky vzniká.

Soustava zažívací.

Zažívací roura dělí se v odstavce následující:

Ústa, pharynx, oesophagus, žaludek střevní a řiť.

Ústa umístěna jsou na spodní přídě těla. Počínajíce pak značnou příční štěrbinou mezi lalokem čelním a lalokem ústním, vedou do vlastního prostoru ústního, jenž krásným, nevířícím epithelem kubickým vyložen jest (Tab. II., Fig. 1. *nb*). Pohyb úst řízen svaly četnými (Tab. II., Fig. 1. *sIII*), k nimž zejména ony patří, jež ústa otevírají v laloku ústním a čelním inserujíce a jiné, jež ústa svírají a po obou stranách stěnu úst na způsob svalův okružních obemýkají.

Pharynx od úst zřetelně se odděluje, nad to pak i vířivým epithelem značně se liší. Hoření stěna jeho velmi mohutně jest stloustlá sestávajíc z buněk cylindrických (0.031 mm.) s jádry elliptickými, jež blíže base jejich jsou umístěna, silně pikrokarminem se barví a velmi malými rozměry se vyznačují (0.04 mm. v ose užší Tab. II., Fig. 1.—2. *bp*). Stěna dole ní není buď vůbec stloustlá, neb jen velmi málo mohutní. Nad stě nou hoření táhne se ač velmi jemná, přec zřetelná vrstva fibrilovi tých svalův příčných (Tab. II., Fig. 1. *sp*), a nad touto podobná, toliko na řezech příčných pozorovatelná vrstva svalův podélných (Tab. II., Fig. 2. *sp*).

Nad těmito elementy pokryta dále hoření strana pharyngu buňkami zvláštními (Tab. II., Fig. 1.—2. *žp*).

Obrysy jejich nejsou na preparátech dosti zřetelny, však chromatin jader velmi značných intensivně pikrokarminem se barví. Patrně nelze jim jiné úlohy přiděliti nežli funkci žláz. Mezi těmito žlázami jednobuničnými ústí dále ve pharynx žlázy jiné, tak zvané septální.

Žlázy septální představují za živa mohutně laločnatá, ostře světlo lámající tělesa, jež po obou stranách oesophagu se táhnou, nad pharyngem se spojují a v tento ústí. Struktura těchto žláz zřetelně na preparátech se objevuje (Tab. II., Fig. 1. a 3. *žs*). Jeví se tuto jako laločnaté tvary, složené z velkých buněk. Každá z buněk objevuje v homogenní krásně zbarvené protoplasmě značné jádro se zřetelným jediným jadérkem. Obalem těchto buněk jest pojivo, jež vřeténkovitými jádry svými na peritoneální původ ukazuje (Tab. II., Fig. 1. a 3. *pp*).

Vychlípování pharyngu, jež *Perrierem* velmi důkladně jest vylíčeno, řízeno jest zvláštními svaly. Jsou to především dlouhá vlákna svalová od přídy pharyngu v lalok čelní se táhnoucí, s funkcí protractorův (Tab. II., Fig. 1. *sII*), dále pak přečetná vlákna vtahovací (retraktoři), jež nejen mezi hoření stěnou pharyngu a hoření stěnou tělní šikmo probíhají, nýbrž i od postranních míst pharyngu vycházejí (Tab. II., Fig. 1. *sI*).

Oesophagus, jenž v segmentu šestém za pharyngem počíná, táhne se jakožto roura s průměrem u porovnání s žaludkem střevním značně zúženým až na konec segmentu devátého. Na průběhu svém netvoří nižádné naduřeniny, jaká u většiny Naidomorph pozorována byla. Poněvadž i *Perrier* u D e r o o b t u s a oesophagus v podobném stavu nalézá, má rod Dero vlastnosť tuto společnou pouze s rodem Ophidonais; neboť i *Reighard* u A u l o p h o r u s v a g u s podobné naduřeniny na oesophagu shledává pravě: „In the eighth, ninth, and tenth segments it is much swollen.“ Histologická struktura oesophagu neliší se v podstatě od složení žaludku střevního. Toliko buňky epithelu vnitřního poněkud menší jsou velikosti, těsně k sobě seřaděny a mohutnými brvami opatřeny (Tab. II., Fig. 3. *bo*).

Žaludek střevní počíná segmentem desátým, a zavěšen jsa na dissepimentech probíhá v podélné ose tělní segmenty následující, až na konci těla bezprostředně před apparátem žaberním v řiť ústí. Mohutné stěny jeho za živa v neustálém pohybu se nacházejí, velké pak žlázy jednobuničné, jež se svými ostře světlo lámajícími exkrementy povrch jeho pokrývají, dodávají mu rázu velmi význačného.

V mnohém ohledu zajímavým jest histologický rozbor stěny střevní. Povrch vnitřní vyložen jednovrstvým epithelem, jehož na mnoze až 0.04 mm. dosahující buňky hluboce v lumen roury zažívací (Tab. II., Fig. 4. *bs*) zasahují. Jejich konce distální lopatkovitě jsou rozšířeny a hustými, mocnými brvami posázeny, konce pak proximální násadcovitě prodlouženy (Tab. II., Fig. 5. *a*). V jemně zrnitém plasmatickém obsahu uložené jádro ellipsovité zaujímá v buňce polohu hořejší i jest na preparátech pěkně barvícím se chromatinem svým zřetelně viděti (Tab. II., Fig. 5. *n*). Však mezi těmito obyčejnými buňkami žaludku střevního pozorovati lze elementy od prvých velmi podstatně se lišící (Tab. II., Fig. 5. *b*). Jsou to buňky obrysu kulovitého neb hranatého, umístěné na basi obyčejných buněk epitheliálních mezi násadcovitými jich prodlouženinami. Plasmatický obsah redukován jest na míru nejmenší, celá pak skoro buňka vyplněna velikým, intensivně barvícím se jádrem. Brv postrádají vůbec. Podobné poměry epithelu střevního shledány nejen u jiných rodův Naidomorph (Stylaria lacustris), nýbrž i u skupin vyšších (Criodrilus, Rhynchelmis, Lumbriculus), a považovati je nutno dle výkladu dra. *Vejdovského* za reservní, teprve se vyvíjející epithel střevní. *Reighard* v práci své popisuje podobné elementy, však konstatuje přítomnosť jejich pouze v naduřelé části oesophageální.

Bezprostředně na epithel uložená vrstva jest vrstva cévní. Poněvadž o ní v části následující důkladněji pojednáno bude, postačí snad toliko dodati, že jak na řezech příčných, tak i podélných zřetelně jako ostře světlo lámající element pikrokarmínem nebarvitelný vystupuje. (Tab. 4. a 5. *sc.*)

Podobně následující vrstvy, vrstva svalův příčných a na ní uložená vrstva podélná, ač elementy jejich nesmírně malými rozměry se vyznačují, na vhodných řezech vystopovati se dají (Tab. 4. a 5. *ps*). Jeví se jako jednoduchá řada vláken buď ve směru okružním (ve vrstvě příčné), buď v podélné ose tělní (ve vrstvě podélné) probíhajících, aniž při sledování jejich možno bylo detaily strukturní blíže vystopovati. Vrstva poslední, ze žláz chloragogenních (Tab. I., Fig. 10., Tab. II., Fig. 4. a 5. *žch*), se skládající, obejímá žaludek střevní jakožto mohutný žláznatý povlak. Jednotlivé, těsně vedle sebe stlačené žlázy této vrstvy představují veliké kulovité buňky, jemnou membranou obdané a basí svou na capillary sítě střevní přisedlé.

Obsah buněk vyplněn čirou, hyalinní tekutinou, v níž tkví značné jádro (Tab. I., Fig. 10. *n*), obdané množstvím zvláštních tělísek (Tab. I., Fig. 10. *ex*, Tab. II., Fig. 5. *ex*). Ač na preparátech chromových mem-

brana buničná značně se redukuje, jádro pak samo po upotřebení pikrokarminu zřetelně barví, nicméně nepodléhají ona tělesa změně nižádné. Kolem každého jádra ve značném počtu se kupíce, často i v celé shluky splývají. Jednotlivé elementy mají formu okrouhlou, ze shora i zdola sploštělou a zřejmě jeví se obdány tuhou, světlo lámající membranou (Tab. I., Fig. 11 *a*). Na některých sledovati lze velkým zvětšením i způsob podvojného a počtverného dělení (Tab. I., Fig. 11. b_1 b_2), ač-li přítomnosť mnohem menších, jednoduše conturovaných tělísek (Tab. I., Fig. 11. *c*), i na jiný způsob jich povstávání nepoukazuje.

Původ tělísek těchto dosud jest záhadným. Jisto jest, jak pozorování dra. *Vejdovského* ukazují, že utrhlé a v dutině tělní volně se změněnými elementy oněmi plující žlázy chloragogenní rozhodně s funkcí orgánův segmentálních souvisí. Název Perrierův, jenž tyto exkrementy zřetelnou membranou obdané „gouttes d'un liquide huileux“ jmenuje, nelze ovšem nazvati případným. Podobně i označení žláz chloragogenních (jehož ostatně i *Reighard* se přidržuje) jakožto buněk jaterních není správným, béře-li se ohled na peritoneální původ oněch žláz.

Zakončení soustavy zažívací děje se řití; postavení její u četných forem oligochaetův lze za živa jen velmi nesnadno pozorovati. U Dero však, kde kolem ní apparát žaberní se rozkládá, vždy dobře jest ji viděti. Představujeť příčný, vířící otvor, jenž dorsálně nad vchodem do apparátu žaberního jest umístěn (Tab. I., Fig. 3. *oř*).

Soustava cévní.

Systém cévní representován především kontraktilní cévou dorsální a nestažitelnou cévou ventrální, jež obě spojeny jsou systémem cév postranních (Tab. I. Fig. 13.).

Céva dorsalní přijavši nad řití jeden systém žaberních cév postupuje po hřbetě ku předu roury zažívací, pokryta jsouc na celém průběhu svém žlázami chloragogenními; teprve nad oesophagem obalu toho se zbavuje, probíhá pak volně až v samý vrchol laloku čelního, kdež na obě strany vidličnatě se rozdělivši mnohonásobnými větévkami s vidlicí cévní splývá, jež rozštěpením se cévy ventrální za uzlinou jícnovou (suboesophagealní) byla povstala. Céva ventrální pokryta jsouc toliko sporými jádry peritonea táhne se odtud volně mezi rourou zažívací a pásmem břišním až v apparát žaberní, kdež obvodním prsténcem svým s druhou soustavou cév apparátu žaber-

ního souvisí. Cévy postranní, jež v prvních segmentech tělních z cévy dorsální vycházejí (Tab. I. fig. 12), neústí po jednoduchém průběhu přímo v cévu ventrální, nýbrž v krásnou síť přemnohých větévek a capillar se rozštěpují, jež teprve po splynutí ve větve značnější do cévy ventrální ústí. Tak v hlavě samé vysílá céva dorsální, dříve než pod uzlinu mozkovou byla vstoupila, jeden pár cév postranních, jenž po mnohonásobném rozvětvení ve zmíněnou vidlici ventrální splývá. V následujících segmentech 2., 3., 4. a 5. celkem vždy jeden pár postranních cév znamenati jest, jež z cévy dorsalní nesouměrně vybíhajíce v složitou síť větévek se rozplývají, jež dále anastomosami jednotlivých cév téže strany větší ještě komplikovanosti nabývá a teprve po splynutí v jednoduché větve mohutnější s cévou ventrální se spojuje. V segmentu šestém, kde jeden slabě vytvořený pár postranních cév v přední části a druhý mohutně vytvořený v části zadní se nalézá, poprvé cévy postranní bez rozvětvení do ventrální splývají. Zmíněný druhý pár cév postranních mocně jest naduřen a pulsuje jako všecky následující, jež vždy toliko po jednom páru v zadní části každého segmentu se nalézají a v úplně dospělých červech až do segmentu patnáctého sledovati se dají. — Odtud pak teprvé nastává jiný způsob spojení obou hlavních cév. Jsou to kličky periviscerální, (Tab. I. fig. 15), jimž úkol tento svěřen. Představujíť tenké, téměř kapillarovité cévky, jež bezprostředně před zadním dissepimentem každého segmentu párovitě z cévy dorsální až ku samému integumentu vybíhají; tuto pak ku předu se obrací, těsně podél stěny běží, brzy však opětně na zad se obrací, aby po krátkém běhu s cévou ventrální se spojily. Majíť zajisté kličky tyto za účel zásobovati integument tekutinou krevní. Proto pozorovati jest na některých, že vedle jednoduchého běhu svého oddělují zvlášť ještě větévku malou (Tab. I. fig. 15. *pp*), jež nepochybně v integument četnými kapillarami se rozvětvuje.

Z vylíčené právě části systému cévního patrno, že složitějším jest než u ostatních forem Naidomorph. I Dero obtusa ukazuje dle *Perriera* značně menší komplikovanosť. Tak ono pravidelné, však jednoduché rozvětvení cévy dorsální v hlavě naprosto u D. digitata nelze konstatovati. Z cév postranních udává *Perrier* pouze patero párův (Viz Histoire atd., Appendice), kličky perivisceralní pak nejspíše pro nepatrné jich vyvinutí vůbec neuvádí. Z ostatních pak Naidomorph nejvíce ještě svým systémem cévním upomíná na Dero zajímavá Nais Josinae, jež podobnou sítí cévní v přídě těla svého se honosí.

Vedle popsaného právě systému cévního existuje však u Dero jako u všech Naidomorph vůbec zvláštní ještě cévní systém střevní (Tab. I. fig. 13). *Perrier*, jenž první jej byl popsal a jako typický pro ostatní Naidomorpha označil, praví před popisem jeho takto: „Dans les anneaux suivants on peut constater une disposition des vaisseaux très-remarquable. Le vaisseau dorsal et vaisseau ventral ne communiquent pas directement l'un avec l'autre par des anneaux vasculaires embrassant le tube intestinal, comme on l'admet pour la plupart des Annélides Oligochètes. Tout un réseau vasculaire très régulier du reste se trouve interposé entre les deux grands canaux situées sur la ligne médiane."

Poměry systému tohoto jsou u Dero digitata následující:

V každém segmentu, jímž žaludek střevní probíhá, obemknut jest po každé straně 6—9 podélnými cévami (Tab. I. fig. 13. *A*), jež opětně mezi sebou až šesti cévami okružnými (Tab. I. fig. 13. *tr*), z cévy dorsální vycházejícími spojeny jsou. Oba systémy těsně ku stěně žaludeční přiléhajíce velmi úhledný vzhled pravidelného mřížování jí dodávají. Počet cév okružních může se měniti (obyčejně šest párův), vždy však céva bezprostředně za předním dissepimentem umístěná vytvořena jest nejzřetelněji. Spojení pak této sítě střevní s cévou ventrální děje se toliko jedinou, nepárovitou, však mohutnou cévou, jež ve středu každého segmentu z jedné cévy podélné, souměrně mezi oběma stranami žaludečními uložené, vychází a po krátkém průběhu v cévu ventrální se ústí.

I oesophagus opatřen jest podobnou sítí střevní, počet cév však pro menší lumen jeho značněji zredukován. Na rozhraní mezi oesophagem a pharyngem mizí zajímavá tato síť úplně. Ony prázdné prostory na rouře zažívací, jež křižující se cévy obou směrův omezují, nezůstávají prázdny. Případným zvětšením lze se přesvědčiti, že celý prostor vyplněn jest četnými kapillarami, které z cév jednoho směru vycházejíce, příčnými chodbičkami do cév směru druhého vcházejí, (Tab. I. fig. 14. *sk*.)

Jak praveno, vyskytuje se síť střevní u všech Naidomorph, ba lze ji v podobě ovšem změněné sledovati i u všech skupin vyšších; však jednak pro bezbarvosť cév, jednak pro přílišné mohutnění žláz chloragogenních nebývá vždy zřetelně viděna. Proto k studiu jejímu nejlépe hodí se příbuzná čeleď Chaetogastridův, kde průzračnosť těla spolehlivé pozorování velmi usnadňuje.*)

*) Illyodrilus coccineus, tato zajímavá forma amerického rodu Eisenova, jejíž anatomické zpracování velectěným učitelem mým mně svěřeno bylo, jeví pře-

O histologické struktuře cév velmi málo lze dodati. Hvězdovitě rozvětvené buňky cévu dorsální i ventrální, jakož i pulsující cévy postranní pokrývající pokládají se dosud od mnohých autorův, tak i *Perriera* a *Reigharda* za vlastní elementy svalové, jisto však, že původ stažitelnosti cévy dorsální v přejemných fibrillách nutno hledati, jichž přítomnosť jemné, při pulsaci jevící se rýhování zdá se prozrazovati. Tekutina krevní zbarvena jest u Dero digitata červenožlutě. Okrouhlá tělíska, jež na průřezech v luminu cév i na okraji jejich jsou nahromaděna, nejsou dle všeho ničím jiným, než tělísky krevními.

Apparát dýchací.

Funkce dýchací vykonávána jest u Dero orgánem zvláštním. U všech ostatních oligochaetův děje se dýchání hlavně způsobem dvojím: celým povrchem tělním (integumentem) a dle *Eisiga**) i rourou zažívací, kterýžto způsob podporuje theorie *Dohrnovy***) a *Semperovy****), důležitým jest ve příčině příbuzenských vztahů annulatův s formami vyššími (Balanoglossem, Ascidiemi a Amphioxem). Poněvadž však u Dero roura zažívací se svou sítí cévní a integument s cévami periviscerálními tytéž poměry vykazuje jako ostatní, apparátu žaberního postrádající rody Naidomorph, nelze za to míti, že by aspoň síť střevní vedle hlavního svého úkolu střebacího i částečně v processu okysličovacím se neúčastnila. Že integument pro rourkovitý obal zvířete pochodu dýchacího dobře vykonávati nemůže a že tudíž cévy periviscerální hlavně jen úkol vyživovací mají, jest dosti patrno. Proto soustřeďuje se u Dero činnosť dýchací hlavně ve zvláštní apparát žaberní (Tab. I. fig. 2., 3., 4.). Rozkládá se pak apparát tento kol otvoru řitního a skládá se z dvojích orgánův: pochvy (Tab. I. fig. 2. *p*), a osmi plátkův žaberních (Tab. I. fig. 2. I—IV). Pochva obejímá dokola otvor řitní i jest orgánem dvojitým, z laloku dorsálního a ventrálního se skládajícím. Lalok dorsální

krásnou síť střevní, zcela dle typu Naidomorph vytvořenou. Patrný to doklad (vedle interessantních poměrův pohlavních) považovati rod tento jakožto typ přechodný, Naidomorpha s Tubificidy spojující.

*) „Über das Vorkommen eines schwimmblasenähnlichen Organs bei Anneliden." Mitth. a. d. Zool. St. zu Neapel. Vol. II. 1881.

**) Der Ursprung der Wirbelthiere und das Princip des Funktionswechsels, Leipzig 1875.

***) Die Stammesverwandschaft der Wirbelthiere u. der Wirbellosen. Arbeiten a. d. zoot.-zool. Institut Würzburg. Vol. II. 1875.

(Tab. I. fig. 3. a 4. *ld*), obejímá hoření okraj řitní a táhne se přes něj jakožto dosti úzká, celokrajná obruba, která po obou stranách těla dolů se ohýbá a v lalok ventrální (Tab. I. fig. 3. a 4. *lv*), přechází.

Tento obejímá dolení okraj řiti, značně však do zadu se prodlužuje a jakožto trojhranně okrouhlý, uprostřed prohloubený útvar se jeví.

Stahování a roztahování obou lalokův pochvy vykonávají obě vrstvy svalové, zde právě nejmohutněji vytvořené.

Každý z lalokův jest dále duplikován skládaje se z dvojí stěny: vnější, tvořené ztlustlými buňkami hypodermálními, a vnitřní, opatřené epithelem vířivým. Toliko vrcholový cíp laloku ventrálního (Tab. I. fig. 4. *lc*) nevíří, slouže zároveň s poněkud přehrnutými okraji postranními za jakousi kápi stažených plátkův žaberních. Tyto básemi svými na vnitřní pochvu jsouce upevněny, rozděleny jsou tak, že tři páry (Tab. I. fig. 3. I—III), sedí na laloku ventrálním a toliko jediný pár na laloku dorsálním (Tab. I. fig. 3. IV). Tento hoření pár vyvinut jest nejméně, objevujeť se na apparátu staženém jen jako dvě nepatrné bradavky, jež často zúplna lalokem hořením jsou zakryty.

Tři páry ostatní vyvinuty jsou stejnoměrně a při úplném roztažení svém nabývají tvarů dosti značných, tupě trojhranných plátkův. Povrch jejich vyložen jest epithelem vířivým, pod nímž zvláštní elementy jsou uloženy. Jsou to především hvězdovité buňky (Tab. I. fig. 17., Tab. II. fig. 6. a 7. *es*) s velikým jádrem zrnitým chromatinem opatřeným. Nepřiléhají však těsně na jednu stranu žaberního plátku, nýbrž umístěny jsou v několika málo řadách v dutině jeho, odkud hvězdovitě seřaděné výběžky své na všecky strany ku stěnám plátkův vysílají. I prostor mezi oběma stěnami ventrálního laloku obsažený vyplněn jest těmito zajímavými buňkami (Tab. II. fig. 6. a 7.), jež primitivní, z mesoblastu povstalé elementy svalové představují a především smršťování plátkův vykonávají.

Vlastní vtahování plátků v pochvu řízeno jest elementy jinými, tuto však již svaly dokonalými. Na živých exemplárech objevují se jakožto zřetelná, světlo lámající a poněkud splošená vlákna, jež v dosti značných vzdálenostech dutinou plátku se táhnou a v hoření části jeho se upevňují (Tab. I. fig. 16. *pt*). Řezy příčně i tangentialně apparátem vedené nás poučují, že svalům podélným náleží (Tab. II. fig. 6. a 7. *pt*). Nepřiléhají však těsně k stěnám, aniž jeví se jako pokračování vrstvy svalové v plátky žaberní, nýbrž vycházejí do plátkův přímo z pásma podélných svalův, jež z vlastní stěny tělní až do báse laloku ventrálního se prodlužují, zde však úplně zakončují.

Vedle buněk hvězdovitých vyskytují se v dutině plátkův ještě zvláštní vlákna podélná s jádrem nezřetelným; avšak elementy tyto na živých exemplarech pozorované, nedaly se pro nepatrnosť svou na preparátech zjistiti.

Jest tedy žaberní apparát orgánem jevícím dosti značnou složitosť, jež ovšem stupňována jest dvojím systémem cévním, v něm uloženým. Poměry jeví se tuto následovně:

Céva ventrální (Tab. I. fig. 19. *a*, fig. 20. *co*), vchází pod řití v lalok břišní a prorážejíc mesoblastické shluky nově se tvořících segmentův, postupuje středem laloku až k cípu vrcholovému. Tuto štěpí se céva ventrální v cévy dvě, jež z každé strany obvodem laloku se ubírají, v lalok hřbetní vcházejí, okrajem jeho až do středu běží a tuto v sebe splývají. Takto utvořen cévou ventrální prsténec cévní (Fig. 19. fig. 20. *po*), jenž okraj obou lalokův obejímá a za východiště ventrálních cév spojných slouží. Spojení s cévou dorsální děje se pak pomocí obou cév každého z plátkův ventrálních. Pro umístění těchto cév důležitým jest seřadění plátkův kol obvodního prsténce cévy ventrální. Vnější konce jejich basí umístěny jsou totiž nad prsténcem, kdežto vnitřní konce seřaděny jsou v půlkruh obejímající centrum laloku břišního. Právě vnějšími konci basálními vchází vždy jedna ze zmíněných cév spojných (Fig. 19. a Fig. 20 *vco*), do dutiny jednotlivého plátku, v němž až k vrcholu se ubírá, aby zde spojila se s cévou druhou (Fig. 29. a 20. *vcd*), jež podobným způsobem dutinu plátku proběhnuvši, vnitřním koncem basálním z plátku vychází, aby po proběhnutí dutiny laloku břišního (Fig. 19. a 20. *vd*), s cévou dorsální (Fig. 19. a 20. *cd*), nad řití se spojila.

Vysílá tedy prsténec ventrální z každé strany tré cév spojných a podobně céva dorsální z každé strany tré větví přijímá.

Existuje však ještě jiný způsob spojení obou systémův cévních v plátcích. Jsouť to kapillárovité cévy (Fig. 19. a 20. *cko*), jež ze spojné cévy ventrálné nad vnějším koncem basálním vycházejí, těsně podél okraje plátkův probíhají a podobně nad vnitřním koncem basalním do spojné cévy dorsální ústí. Zbývá ještě zmíniti se o obou plátcích hořeních, jež skutečně nejspořeji cévstvem jsou opatřovány. Oběma společně probíhá jediná céva kapillární (fig. 20 *a*), jejíž oba konce souměrně ústí do prsténce cévního blíže přechodův laloku drosálního ve ventrální. Podobně ještě dvě kapilláry (Fig. 20. *b*), probíhají oba postranní úšty

laloku ventrálního; brzy však do prsténce cévního se vrací, z něhož na počátku každého úštu byly vznikly.

Porovnáním s Dero obtusa jsou poměry žaberního apparátu u D. digitata značně složitější, než jak je *Perrier* u *D'Udekemova* druhu konstatuje. Uvádí *Perrier* pouze čtyry plátky žaberní, v nichž spojení obou systémů cévních toliko jediným způsobem provedeno. Mnohem jednodušší byl by apparát žaberní u Aulophorus vagus, kde dle *Reigharda* toliko dva skutečné plátky žaberní funkci dýchací vykonávají.

Tážeme-li se po morphologickém významu apparátu žaberního, nebude nesnadno vysvětliti jej jakožto vychlípeniny konce řitního. Dokazují tak jednak epithel vířivý a nedostatek zřetelných vrstev svalových, jednak řezy podélné i tangentialní (Tab. II. fig. 6.), na nichž souvislosť epithelu řitního s epithelem apparátu velmi jest patrna.

Interessantní byla by snad dále otázka, jak vysvětliti ono vyplňování plátkův žaberních hvězdovitými buňkami vzhledem k coelomové theorii bratří *Hertwigův.* Jsouť dutiny plátkův žaberních i laloků břišního částí dutiny tělesné a přece způsobem pravého mesenchymu vyplňují je mesoblastové elementy svalové zcela.

Dle theorie přicházel by tedy zde pravý enterocoelomát s pseudocoelomem! Patrno z toho, že sekundární pochody vývoje mesoblastových elementův jsou tak rozmanity, že nelze naprosto skupiti je toliko ve způsoby dva, jak by duchaplná theorie ve všech případech předpokládati chtěla.

Orgány exkreční.

Orgány exkreční od segmentu šestého počínaje uloženy jsou párovitě ve všech segmentech následujících. Táhnouť pak se po obou stranách roury zažívací, ústí po obou stranách plochy břišní před váčky štětinovými. Úplně vyvinuty jsou v segmentech středních; postupováním do zadu klesá jich dokonalosť, až v segmentech nejmladších z mesoblastických shlukův teprvé se vyvinují. Jednotlivý orgán složen jest z částí následujících: 1. nálevky, 2. vývodu vlastního, 3. stažitelného váčku. Nálevka (Tab. I. fig. 21. *nb* a fig. 22.) upevněna jest vždy v předním dissepimentu každého segmentu, ční pak volně předním koncem svým v segment předcházející. Se strany jeví zakončení její karakteristickou formu nálevkovitou s krajem poněkud uprostřed prohnutým. Při pohledu se shora jeví se okraj ná-

levky okrouhle elliptickým i posázen jest na celém průběhu svém dlouhými, v neustálé činnosti se nacházejícími brvami. Dolů zúžuje se nálevka dosti nenáhle v delší vývod, jehož živě uvnitř vířící stěny po obou stranách opatřeny jsou zvláštními, pro Dero význačnými křídélky (Tab. I. fig. 21. a 22. *k*). Jsouť to blánky struktury jemně zrnité, patrné to zbytky původního povlaku peritonealního. Těsně za dissepimentem přechází vývod nálevky ve žláznatou část značně naduřelou (Tab. I. fig. 21. *ze*). Tato jeví formu téměř válcovitou, jen poněkud dole zúženou a pokryta jest na celém povrchu svém zrnkovitými světlo lámajícími tělísky. Průběh vlastního vývodu, jenž po části žláznaté hned následuje, velmi nesnadno jest sledovati. Tvoříť přečetné záhyby, jež na mnoze i pod sebe se kupíce velice pozorování znesnadňují. Proto průběh jeho u většiny annelidologův, kteří nižšími skupinami oligochaetův se zabývali, jen schematicky jest naznačován.

Teprve dr. *Vejdovský* zkoumaje vývoj orgánův segmentálních poprvé objasnil vlastní průběh vývodu, jenž v prvém stadiu svém jako jednoduchá klička se objevuje, která v principu u Naidomorph i na dokonalém orgánu se zachovává. (Viz dr. *Vejdovský*, System etc. pag. 123—124.) Poměry průběhu tohoto jeví se u Dero digitata následovně: Z části žláznaté vycházeje (Tab. I. fig. 21. I), směřuje vývod k váčku stažitelnému i vytvořuje na cestě své četné záhyby. Náhle však se obrací a veškeré předešlé záhyby své opakuje (fig. 21. II), až skoro pod dřívější své východiště, kde teprvé od první části chodby své, s níž pojivem peritoneálním byl spojen, se odděluje a jako jednoduchá chodba (fig. 21. III), v původní směr se obrací a po dosti dlouhém průběhu ve stažitelný váček ústí.

Jest tedy průběh ve větší části své duplikován, skládaje se z jedné chodbičky směru původního a druhé směru opáčného. Poněvadž pak chodby takové provrtáním toliko jediné řady buněk byly povstaly a tudíž lumen a velikosť jejich jsou nepatrny, snadno mohou se považovati za stěny, pás pak, jenž obě chodbičky spojuje, za vlastní lumen jednoduché chodby. Nicméně sledováním směru brv, jimiž chodbičky víří, pozná se bezpečně duplikatura domnělé jednoduché chodby. Úzké, uvnitř vířící stěny vývodu pokryty jsou na povrchu svém povlakem peritonealním, jehož vřeténkovitá jádra tu a tam těsně ku stěnám jsou přitisknuta. V části, kde vývod jest duplikován, modifikuje se původní povlak peritonealní ve veliké hruškovité buňky (Tab. I. fig. 21. *ze*), jež zúženými básemi svými na stěnách chodbiček tkvíce, cele tyto obalují. Jemná blánka jejich

uzavírá hyalinní, čirý obsah tekutý, v němž pozorovati jest zřetelné jádro s jadérkem.

Posledním odstavcem orgánu segmentálního jest váček (Tab. I. fig. 21. *ze*), jenž na jedné straně vývod chodby exkreční přijímá a na straně protější malým otvorem na venek ústí. Jest formy protažené kulovité a nevíří uvnitř. Stlustlé pak stěny jeho vykonávají pohyby stahovací, jimiž tekutina exkreční ven se vytlačuje.

Závěrek.

Rozbor orgánův pohlavních jakož i poměry nepohlavního množení, jež u Dero přítomností apparátu žaberního zvláště jest zajímavo, nucen jsem pro nedostatečný dosud material ponechati sobě na dobu nejblíže příští. Zbývá toliko ještě zmíniti se o phylogenetickém vztahu rodu Dero k ostatním rodům Naidomorph. Z vylíčených právě poměrův anatomických a histologických zřejmo jest, že umístění tohoto rodu mezi Naidomorpha nade vši pochybnosť jest oprávněno.

Proti těmto faktům nelze na přítomnosť apparátu žaberního tak veliký důraz klásti. Nejméně oprávněn pak jest pokus některých starších i novějších autorův jedině z tohoto důvodu vylučovati Dero z Naidomorph. Jest to zajisté orgán, jenž přispůsobením sekundárně byl vznikl a na phylogenetický vývoj žádného vlivu neměl, poněvadž jej nepředcházel. Právě biologické poměry u Dero, jež celý život svůj v rource nehybně na dně vod tráví, snadno dají uhádnouti, který as to byl fysiologický process, jenž k vytvoření zvláštního orgánu byl vedl. Tím, že téměř celé tílko rourkou se pokrylo, stal se povrch jeho neschopným funkce dýchací, jež jinak zajisté i nepohyblivostí červa porušována byla. Na nejmenší míru zredukovaný povrch dýchací bezpochyby tedy vedl k modifikaci analního konce v apparát dýchací. Dle tohoto výkladu dobře by se dalo spojiti velmi nepatrné vyvinutí dýchacího apparátu u Aulophorus vagus s větší pohyblivostí tohoto červa, jež k okysličování značnější příležitosť poskytovati může než úplná nepohyblivosť u Dero. Naopak vezme-li se ohled na podstatné znaky anatomické, tak na vždy zřetelně vyvinuté cévy periviscerální s počátky tvořícího se kutanního systému (jež by přece pro částečné umenšení funkce zpětnému pochodu vývoje podrobeny býti měly), pak na konstantnější vystupování rour neurochordových, kteréž oba znaky, zejména kličky periviscerální, u některých Naidomorph mnohdy velmi těžce dokázati

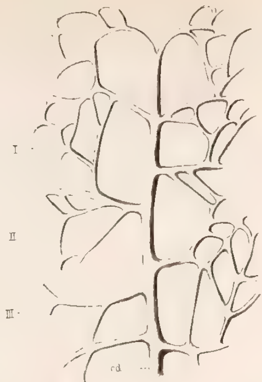


Fig 12

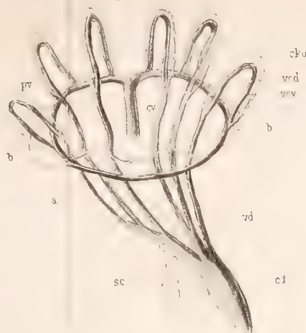


Fig 20

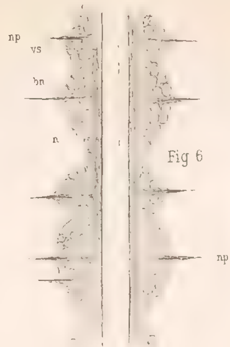


Fig 6



Fig 7


Fig 14

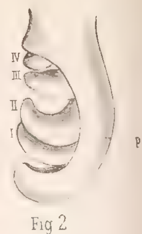


Fig 2

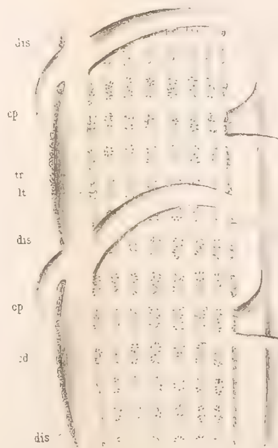


Fig 13

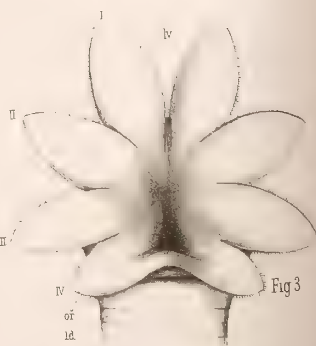


Fig 3

Fig 5

Fig 1

Fig 22

Fig 21

Fig 19

Fig. 23.

Fig 16

Fig 17

Fig 10

Fig. 11

Fig. 18.

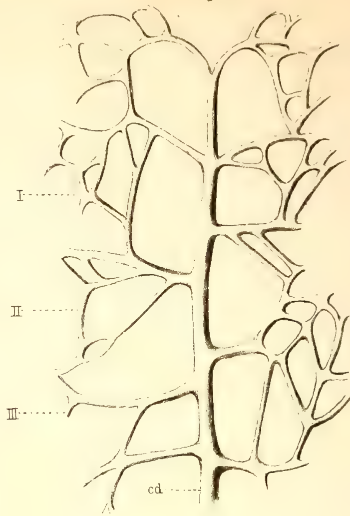
Fig 15

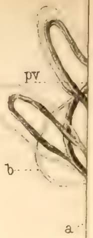
Fig. 8.

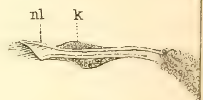
Fig 9.

Fig 4

Fig. 12.







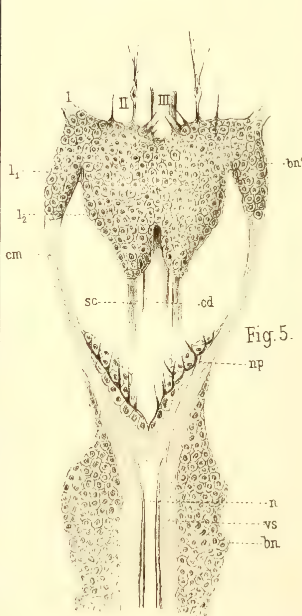


Fig. 5.



Fig. 1.

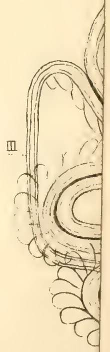
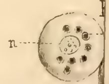


Fig. 16.





Fig. 17.



A. Štolc del.

lze, nutno organisaci rodu Dero položiti nejblíže oné, jakou složitější rodem Naidium representovaná Naidomorpha se vyznačují.

Vysvětlení k vyobrazením.

Tabulka I.

Fig. 1. Štětiny: *a,* břišní; *b, c,* hřbetní.

Fig. 2. Apparát žaberní částečně rozevřený.
p, pochva; *I, II, III, IV,* plátky žaberní.

Fig. 3. Apparát žaberní rozevřený.
lv, lalok ventrální; *ld,* lalok dorsální; *oř,* otvor řitní; *I, II, III, IV,* plátky žaberní.

Fig. 4. Apparát žaberní stažený.
lv, lalok ventrální; *ld,* lalok dorsální; *I, II, III, IV,* plátky žaberní.

Fig. 5. Mozek a přední část pásma břišního (uzlina podjícnová).
I, II, III, větve nervův mozkových; l_1, lalok vnější; l_2, lalok vnitřní; *sc,* sval cerebroparietalní; *cd,* céva dorsální; *cm,* commissura; *np,* nervy periferické; *n,* neurochord; *vs,* vláknitá substance; *bn* buňky nervové.

Fig. 6. Pásmo břišní ze dvou segmentův zadnějších.
np, nervy periferické; *n,* neurochord; *vs,* vláknitá substance; *bn,* buňky nervové.

Fig. 7. Zakončení pásma břišního.
n, neurochord; *vs,* vláknitá substance; *bn,* buňky nervové.

Fig. 8. Hypodermis po upotřebení kyseliny chromové.
hp, hypodermis; *cu,* cuticula.

Fig. 9. Hypodermis (zvětšení immersní).
nc, nucleus; *chs,* chromatinová substance.

Fig. 10. Žlázy chloragogenní.
ex, tělíska čočkovitá; *n,* nucleus.

Fig. 11. Tělíska čočkovitá.
a, tělísko isolované; b_1, b_2, tělíska se dělící.

Fig. 12. Céva dorsální a její síť cévní v hlavě a prvních třech segmentech tělních.
I, II, III, dissepimenty; *cd,* céva dorsální.

Fig. 13. Céva dorsální s cévami postranními a se sítí střevní.
cd, céva dorsální; *cv,* céva ventrální; *cp,* cévy postranní;

tr, větve okružní; *tl,* větve podélné; *sv,* céva spojná; *dis,* dissepimenty.

Fig. 14. Druhotná síť cévní.
lt, větev podélná; *tr,* větev okružní; *sk,* síť kapillar.

Fig. 15. Kličky periviscerální.
cd, céva dorsální; *cv,* céva ventrální; *kp,* klička periviscerální; *kp',* větev kličky periviscerální.

Fig. 16. Plátek žaberní s retractory.
rt retractoři.

Fig. 17. Tentýž plátek žaberní s elementy svalovými.
es, elementy svalové.

Fig. 18. Buňka svalová, silně zvětšená.

Fig. 19. Soustava cévní v plátku žaberním.
rcd, větev cévy dorsální; *vcv,* větev cévy ventrální; *pv,* prstenec cévy ventrální; *cko,* kapillara okružní; *cv,* céva ventrální; *cd,* céva dorsální; vd_1, vd_2, vd_3, spojné větve cévy dorsální.

Fig. 20. Systém cévní celého apparátu žaberního.
vcd, větev cévy dorsální; *vcv,* větev cévy ventrální; *cko,* okružní kapillara; *pv,* prstenec cévy ventrální; *vd,* spojné větve cévy dorsální; *cv,* větev ventrální; *cd,* céva dorsální; *sc,* síť cévní; *a,* společná céva dvou žaberních plátků hřbetních; *b,* kapillary prsténce cévy ventrální.

Fig. 21. Orgán exkreční.
nl, nálévka; *k,* křídélko; *žl,* část žláznatá; *I,* chodba jednoduchá; *II,* chodba dvojitá; *III,* konečná část chodby; *vs,* váček složitelný; *žl,* žlázy jednobuněčné.

Fig. 22. Nálevka zvětšená.
k, chodba vířící; *k,* křídélka.

Fig. 23. Jednobuněčné žlázy hypodermální.

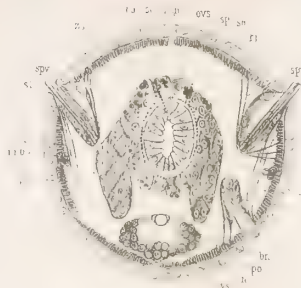
Tabulka II.

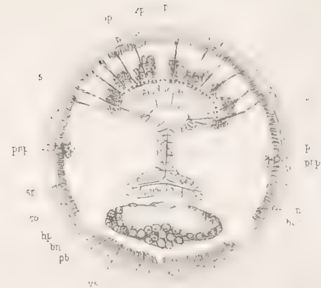
cu, cuticula
hp, hypodermis
so, svaly okružní
sp, svaly podélné
pb, pásmo břišní
vs, substance vláknitá
bn, buňky nervové
n, neurochord
žs, žlázy septální
ps, povlak peritonealní
žch, žlázy chloragogenní
sc, síť cévní
pnp, postranní pásmo nervové.

A.

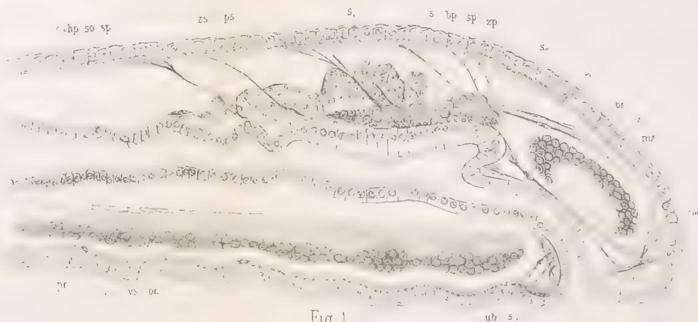
A.Št

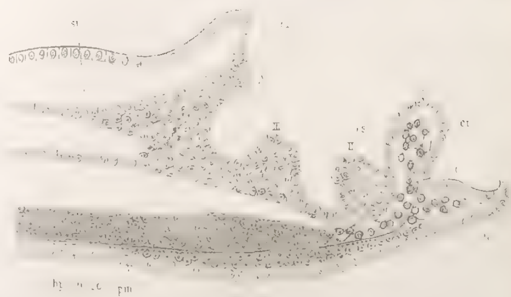

Fig 4


Fig 3


Fig 2




Fig 1


Fig 6



A Štolc del.

Lith Farský

Fig. 1. Podélný řez přídou těla.
mz, uzlina mozková; *bn'*, buňky nervové; *sv'*, substance vláknitá; *pb*, pásmo břišní; *bp*, buňky pharyngu; *sp*, pásmo svalové; *žp*, jednobuněčné žlázy pharyngealní; s_I, s_{II}, svaly pharyngeální; s_{III}, svaly stěny ústní.

Fig. 2. Řez příčný segmentem obejímajícím pharynx.
p, stěna pharyngu; *bp*, buňky pharyngeální; s_1, svaly pharyngeální; *sp*, vrstva svalová; *bpr*, buňka povlaku peritoneálního.

Fig. 3. Řez příčný segmentem obejímajícím oesophagus.
bo, buňky stěny oesophageální; *ovs*, vrstva svalová; *vd*, vak štětinný dorsální; *vv*, vak štětinný ventrální; *spv*, svaly parietovaginalní; *sip*, svaly interfollikulární; *št*, štětiny.

Fig. 4. Řez příčný zadnější části těla.
bs, buňky střevní; *ps*, vrstva svalová; *cd*, céva dorsální; *cv*, céva ventrální.

Fig. 5. Stěna žaludku střevního silně zvětšená.
a, buňky střevní obrvené; *b*, buňky střevní neobrvené; *sc*, síť cévní; *vs*, vrstvy svalové; *žch*, žlázy chloragogenní; *ex*, tělíska žláz chloragogenních.

Fig. 6. Řez tangentiální apparátem žaberním.
I, *II*, *III*, *IV*, plátky žaberní; *ld*, lalok dorsální; *lb*, lalok ventrální; *rt*, retraktoři plátku žaberního; *es*, elementy svalové; *sř*, stěna řitní; *pm*, pásmo elementův mesoblastických.

Fig. 7. Řez příčný apparátem žaberním.
I, II_1, *III*, III_1, plátky žaberní; *rt*, retraktoři; *es*, elementy svalové; *lb*, lalok ventrální; *cv*, céva ventrální; *pm*, pásma elementův mesoblastických.

Résumé.

Les principaux résultats de ce travail sont les suivants:

1. *L'épiderme* se compose de cellules de la forme ordinaire et de glandes unicellulaires. Les cils vibratiles se trouvent seulement à la surface supérieure du pavillon et de ses digitations; les poils, produits de la cuticule, étants distribués à la surface de la tête et des autres régions du corps, ne sont agités par aucun mouvement.

2. *Les soies dorsales et ventrales* ont la même forme qui est décrite chez Dero obtusa (Perrier, Histoire du Dero obtusa, Arch. de zool. exp. et gén. 1872). Le mouvement des poches sétigères est exécuté par des muscles de deux sortes: ce sont „musculi parieto-vaginales" et „musculi interfolliculares". Les derniers muscles sont aussi développés sur les poches sétigères dans quatre anneaux qui viennent après la tête; par conséquent ils prouvent la degénération des soies dorsales de ces anneaux.

3. *Le muscles annulaires et longitudinaux* forment deux couches distinctes sous l'épiderme. Leur structure est la même qu'ont les muscles de la famille „Naidomorpha".

4. *Les ganglions sus-oesophagien* avec plusieurs nerfs cérébraux et *la moelle ventrale* avec des nerfs periphériques forment un système nerveux central. Toutes les deux parties du système nerveux réunies par un collier oesophagien se composent d'une enveloppe peritonéale, de cellules nerveuses et d'une substance filamenteuse. Le cellules nerveuses sont unipolares, bipolares et rarement multipolares; les fibres de la substance filamenteuse ne montrent aucune structure cellulaire. Trois tubes du neurochord sont placés au dessus de la substance filamenteuse de la moelle ventrale. Les cordons nerveux latéraux (Seitliche Ganglienzellstränge, Vejdovský) provenant probablement de deux grands nerfs cérébraux, remplissent deux intervalles latéraux qui séparent les bandes musculaires.

5. Quant à *l'appareil digestif* on distingue la bouche, le pharynx, l'oesophage, le tube intestinal et l'anus. Les cellules de la bouche ne sont pas ciliées. Les cellules de la partie supérieure du pharynx sont très-prolongées et ciliées; ou dessus de ces cellules se trouvent deux couches de fibres musculaires très-minces et une masse de glandes unicellulaires.

Une autre masse de grandes cellules avec une enveloppe peritonéale compose les glandes septales (salivaires) communiquant avec le pharynx. L'oesophage (entre le 4.—10. segment) n'est pas renflé et sa structure ressemble à celle du tube intestinal. Une couche de cellules intestinales, un réseau vasculaire, deux couches de fibres musculaires peu développées et une couche de glandes chloragogènes forment les parois du tube intestinal. Entre les cellules intestinales de forme ordinaire on en trouve encore d'autres qui ne sont pas prolongées et n'ont pas de cils. Les glandes chloragogènes renferment dans leur contenu une grande quantité d'éléments lenticulaires avec une membrane distincte. Cette circonstance ainsi que leur repro-

duction par division (fig. 11. pl. I.) permettent de les tenir pour des organismes parasites.

L'ouverture de l'anus a la position dorsale.

6. Le réseau vasculaire qui réunit le vaisseau dorsal au vaisseau ventral dans la tête et dans quatre anneaux antérieurs est plus compliqué que celui chez Dero obtusa (Perrier, Histoire etc.).

Il y a toujours deux vaisseaux latéraux dans chaque anneau suivant jusqu'au treizième anneau (si l'animal est complètement développé). Dans les anneaux postérieurs les anses vasculaires remplacent les vaisseaux latéraux. Le réseau vasculaire intestinal est très-régulier; 12—18 branches longitudinales et ordinairement six paires de branches transversales le composent dans chaque anneau qui renferme l'oesophage et le tube intestinal. Toujours une branche dans chaque anneau réunit ces réseau au vaisseau ventral.

Les cellules peritonéales qui couvrent les parois des vaisseaux n'exécutent pas la contraction du vaisseau dorsal et des vaisseaux latéraux; celle-ci provient probablement de fibres très-délicates se trouvant dans les parois des vaisseaux.

7. *L'appareil branchial* forme un pavillon qui porte six digitations ventrales et deux digitations dorsales, moins développées que les digitations ventrales. Leur contraction est exécutée non seulement par des éléments musculaires, mais aussi par un système de retracteurs; ce sont des fibres assez longues qui ont leur naissance dans les muscles longitudinaux à la base du pavillon.

Le vaisseau ventral forme dans le pavillon un anneau vasculaire qui entoure le bord de deux partie (ventrale et dorsale) du pavillon.

Deux branches vasculaires dans chaque digitation ventrale réunissent le système du vaisseau ventral au système du vaisseau dorsal; les vaisseaux capillaires qui entourent le bord des digitation ont la même fonction. Deux digitations dorsales ont de commun seulement un vaisseau qui ressemble à deux autres qui sont placées dans les angles entre la partie ventral et la partie dorsale du pavillon.

8. Entonnoir avec un renflement postseptal, le tube couvert d'un revêtement glandulaire et la bourse avec les parois dilatantes forment *un organe d'excrétion.* Le tube ne se dirige pas simplement vers son orifice, mais ayant fait quelques détours il se retourne vers son point de départ et fait un tube doublé; puis il se retourne de nouveau et remonte definitivement vers son orifice.

Explication des figures.

Tab. I.

Fig. 1. *a*, soies ventrales; *b*, *c*, soies dorsales.

Fig. 2. Appareil respiratoire ouvert en partie.
p, poche; *I*, *II*, *III*, *IV*, digitations branchiales.

Fig. 3. Appareil respiratoire ouvert.
lv, partie ventrale; *ld*, partie dorsale; *oř*, ouverture de l'anus; *I*, *II*, *III*, *IV*, digitations branchiales.

Fig. 4. Appareil respiratoire contracté.
lv, partie ventrale; *ld*, partie dorsale; *I*, *II*, *III*, *IV*, digitations branchiales.

Fig. 5. Cerveau et partie antérieure de la moelle ventrale (ganglion sousoesophagien).
I, *II*, *III*, nerfs cérébraux; l_1, lobe extérieur; l_2, lobe intérieur; *sc*, muscle cérébroparietal; *cd*, vaisseau dorsal; *cm*, collier oesophagien; *np*, nerfs periphériques; *n*, neurochord; *vs*, substance filamenteuse; *bn*, cellules nerveuses.

Fig. 6. Moelle ventrale dans deux anneau postérieurs.
np, nerfs periphériques; *n*, neurochord; *vs*, substance filamenteuse; *bn*, cellules nerveuses.

Fig. 7. Terminaison de la moelle ventrale.
n, neurochord; *bn*, cellules nerveuses; *vs*, substance filamenteuse.

Fig. 8. Hypoderme décomposé par acide chromique.
hp, hypoderme; *cu*, cuticule.

Fig. 9. Hypoderme (immersion).
nc, nucleus; *chs*, substance chromatiques.

Fig. 10. Glandes chloragogènes.
ex, éléments lenticulaires; *n*, nucleus.

Fig. 11. Eléments lenticulaires.
a, un élément isolé; b_1, b_2, éléments au moment de division.

Fig. 12. Vaisseau dorsal et son réseau vasculaire dans la tête et dans trois anneaux qui viennent a près la tête.
I, *II*, *III*, dissépiments; *cd*, vaisseau dorsale.

Fig. 13. Vaisseau dorsal et vaisseaux latéraux avec le réseau vasculaire intestinal.
cd, vaisseau dorsal; *cv*, vaisseau ventral; *cp*, vaisseaux latéraux; *tr*, branche annulaire; *tl*, branche longitudinale;

sv, vaisseau réunissant le réseau au vaisseau ventral; *dis*, dissépiments.

Fig. 14. Réseau vasculaire secondaire.
lt, branche longitudinale; *tr*, branche annulaire; *sk*, réseau de vaisseaux capillaires.

Fig. 15. Anses vasculaires.
cd, vaisseau dorsal; *cv*, vaisseau ventral; *kp*, anse vasculaires; *kp'*, branche de l'anse vasculaires.

Fig. 16. Digitation branchiale avec des retracteurs.
rt, retracteurs.

Fig. 17. Digitation branchiale avec des éléments musculaires.
es, éléments musculaires.

Fig. 18. Cellule musculaire fortement grossie.

Fig. 19. Système vasculaire dans une digitation branchiale.
vcd, branche du vaisseau dorsal; *ncv*, branche du vaisseau ventral; *pv*, anneau vasculaire; *cko*, vaisseau capillaire entourant la digitation; *cv*, vaisseau ventral; *cd*, vaisseau dorsal; vd_1, vd_2, vd_3, branches communiquantes avec le vaisseau dorsal.

Fig. 20. Système vasculaire dans l'appareil respiratoire.
vcd, branche du vaisseau dorsal; *vcv*, branche du vaisseau ventral; *pv*, anneau vasculaire; *cko*, vaisseau capillaire entourant la digitation; *cv*, vaisseau ventral; *cd*, vaisseau dorsal; *sc*, réseau vasculaire; *a*, vaisseau de deux digitations dorsales; *b*, anses capillaires de l'anneau vasculaire.

Fig. 21. Organ d'excrétion.
nl, entonnoir; *k*, aile; *žl*, renflement postseptal; *I*, tube simple; *II*, tube doublé; *III*, partie terminale; *vs*, bourse; *žl*, glandes unicellulaires.

Fig. 22. Entonnoire fortement grossi.
k, parois intérieures avec des cils vibratiles; *k*, aile.

Fig. 23. Glandes hypodermiques unicellulaires.

Tab. II.

cu, cuticule
hp, hypoderme
so, muscles annulaires
sp, muscles longitudinaux
pb, moelle ventrale
vs, substance filamenteuse
bn, cellules nerveuses
n, neurochord
žs, glandes septales (salivaires)
ps, enveloppe peritonéale
žch, glandes chloragogènes
sc, réseau vasculaire intestinal
pnp, cordons nerveux latéraux (Ganglienzellstränge, Vejd.)

Fig. 1. Section longitudinale par la partie antérieure du corps. *mz*, ganglion sus-oesophagien; *bn*, cellules nerveuses; *sv'*, substance filamenteuse; *pb*, moelle ventrale; *bp*, cellules du pharynx; *sp*, couche de fibres musculaires; *žp*, glandes unicellulaires du pharynx; s_I, s_{II}, muscles du pharynx; s_{III} muscles des parois de la bouche.

Fig. 2. Section transversale par la région qui renferme le pharynx. *p*, paroi du pharynx; *bp*, cellules du pharynx; *s*, muscles du pharynx; *sp*, couche de fibres musculaires; *bpr*, cellule de l'enveloppe peritonéale.

Fig. 3. Section transversale par la région qui renferme l'oesophage. *bo*, cellules des parois de l'oesophage; *ovs*, couche de fibres musculaires; *vd*, poche sétigères dorsale; *vv*, poche sétigère ventrale; *spv*, musculi parietovaginales; *sip*, musculi interfolliculares; *št*, soies.

Fig. 4. Section transversale par la partie postérieure da corps. *bs*, cellules intestinales; *ps*, couche de fibres musculaires; *cd*, vaisseau dorsal; *cv*, vaisseau ventral.

Fig. 5. Paroi du tube intestinal fortement grossie. *a*, cellules intestinales ciliées; *b*, cellules intestinales qui n'ont pas de cils; *sc*, réseau vasculaire; *vs*, couches de fibres musculaires; *žch*, glandes chloragogènes; *ex*, éléments lenticulaires.

Fig. 6. Section tangentiale par l'appareil respiratoire. *I*, *II*, *III*, *IV*, digitations branchiales; *ld*, partie dorsale de la poche; *lb*, partie ventrale de la poche; *rt*, retracteurs des digitations; *es*, éléments musculaires; *sř*, paroi de l'anus; *pm*, masse d'éléments mésodermiques.

Fig. 7. Section transversale par l'appareil respiratoire. *I, II, III, IV,* digitations branchiales; *rt*, retracteurs; *es*, éléments musculaires; *lb*, partie ventrale de la poche; *cv*, vaisseau ventral; *pm*, masse d'éléments mésodermiques.

27.

O některých nových pozorováních, jak jeví se škody krupobitím na obilí způsobené.

Přednesl **Fr. Sitenský**, prof. v Táboře dne 10. července 1885.

Všímaje si škod způsobených kroupami, přesvědčil jsem se, že nejsou způsobovány jen vlivem pouhých nárazů, jako pohmožděniny, roztříštěniny, zlomeniny a vůbec poranění, jak se všeobecně za to má, nýbrž že ku těmto škodným vlivům druží se ještě i vliv jiný. Náhlým totiž ochlazením, způsobeným množstvím napadlých krup na obilí, ruší se činnost životní, ano působí se i odumření útlejších jeho částek podobně jako zmrznutím.

Pozoruje tento zjev v přírodě, chtěl jsem se o něm přesvědčiti pokusem:

Čině nárazy hrubým velkozrným mokrým pískem, teplým tak jako vzduch, v němž obilí, ku pokusu zvolené, rostlo, docílil jsem sice nárazů, jevících se již po několika málo dnech na první pohled podobně jako pohmožděniny na útlejších částech stébel a klasů kroupami způsobené. Ohledávaje je však zevrubněji, našel jsem přece rozdíly. Při poranění kroupami způsobeném, nehledíme-li ku silným škodám, jako jsou roztříštění, zpřerážení, roztřepení, zurážení částí obilí, jeví se místa zraněná zběláním, později sežloutnutím místa kroupou zachyceného.

Místo zbělalé od buněk odumřelých, vzduchem naplněných, jeví pak ve středu svém anebo výše, někdy jen nepatrné stopy roztříštěného porušeného pletiva.

U pohmožděnin však způsobených tělesy neledovými zůstává odumírání buněk více jen obmezeno na místo ranou přímo postižené, a při rázech stejně prudkých jako u krup větrem hnaných, málo jen šíří se ve svém sousedství. Rozdíl ten hlavně tam se patrně jeví, kde kroupy napadly na zelené ještě obilí v takovém množství, že stébla a klasy sehnuté pokrylo vrstvou svou, byť i na dobu nedlouhou.

Nejcitlivější jsou tyto škodné vlivy ledu krup pro květní částky, hlavně pro mladý semenník v době opylení a zúrodnění. Haberlandt*) zjistil, že pro ječmen, pšenici a vikev vypěstovanou za 10° až 12° C jest teprv —9° až —12° zimou je smrtící. — Přesvědčil jsem se

*) Centralblatt für Agriculturchemie 1876 I. p. 496.

však, že zmíněné částky květu pšenice již ochlazení —2° C ano i —1° C ničí. To v té okolnosti zajisté má hlavní příčinu, že jak tomu v letě bývá, krupobití po dusném horku přicházívá, a po krupobití dosti záhy jasno a s ním i rychlé oteplení se dostavuje. Konal jsem, abych to zjistil, pokusy se pšenicí obecnou, zimní se špaldou a se samopší. Způsoboval jsem na nich pohmožděniny kousky ledu velikosti krup, a skláněl jsem klasy s rozevřenými právě za květu kvítky po způsobě větru k zemi, a zakryl jsem je zde drobným ledem tak, jak tomu někdy bývá po krupobití, když větší množství krup napadlo. Když led roztál, a klásky uvolnil, vzpřímila se opět stébla. Semeníčky však záhy jevily odumírání, ustály v dalším vývoji, a následek toho byla částečná aneb i úplná hluchost klasu, jevící se již předčasným zběláním míst zachvácených škodným vlivem ledu.

I v přírodě jsem často nacházel mezi obilím potlučeným takovéto stopy rázu i mrazu, navzájem se provázející, a to obyčejně na klase celém, jindy na jeho jen špičce, jindy opět jen místy, a to na té straně, odkud kroupy větrem byly hnány. Stébla klasů těch vždy se strany téže bývají skvrnami bělavými tím více označena, čím větší množství krup na ně narazilo. A s téže strany jako stébla i klasy bývají označeny skvrnami rázem vzbuzenými, leda že klas větrem semo tam klácený a skloněný mnohému nárazu ujde, a i se strany zachycen bývá.

Tam, kde rázem způsobena byla ona skvrna, jeví se pod lupou ať na plevách, či pluchách, či jinde uprostřed nich podélné trhlinky. U skvrn, mrazem způsobených, nepozorujeme však trhlin těch. Bývá tu větší část klasu zažloutle bílá, a to obyčejně současně na několika klasech v nejbližším sousedství, poněvač větrem ne klas jeden, ale více jich sehnutím dostalo se pod ledový ten pokrov*). Zjev ten

*) Totální i lokální sbělání klasů zaviněno bývá i hmyzem. To však dle škůdců i škod jimi způsobených snadno bývá k poznání. Jsou to hlavně pilořitka stébelná (Cephus pigmaeus), jejíž larva, vrtajíc v stéble obilí hlavně žita, prokusuje kolénka, a způsobuje tím předčasné usýchání, a proto i sbělání celého klasu, jakož i stébla alespoň ve svrchní části. Druhý hojný tu škůdce jest mšice obilní (Aphis cerealis), jež ssaje ze pluch i semeníčků, a později ze zrn působíc lokální odumírání míst jí napadených. Třetí hojný škůdce podobnou škodu páščí jest puchýřnatka obilní (Thrips cerealium), jež zejmena na pšenici ssáním působí pometání některých zrn, a i zbělání lokální. Škodu způsobenou prvním škůdcem poznáme snadno již dle úplného sbělání horní části stébla i klasu, jakož i dle toho, že možno klas s nejhořejší části stébla snadno vytrhnouti z prvního kolénka prokousaného

shledal jsem hlavně na místech výslunných, kde postup ochlazení a pak zase oteplení byl nejnáhlejší.

28.

Nouveau Crustacé Phyllocaride de l'étage F—f2, en Bohême.

Par **Ottomar Novák.** (Lu le 16. Octobre 1885.)

(*Avec une Planche.*)

Pendant les vacances dernières, nous avons pris à tâche de visiter, à diverses reprises la célèbre localité de *Koněprusy — calcaire blanc — étage F—f2 de Barrande.*

Nos études actuelles sur les Crustacés paléozoiques de la Bohême, que nous nous proposons de publier prochainement comme *II^e Suppl^t au Vol. I. de Barrande,* nous ont surtout donné l'occasion de diriger nos recherches dans ces couches riches en Crustacés divers tels que les *Euryptérides,* les *Ostracodes* et les *Phyllocarides.*

Ce dernier ordre nous a livré quelques formes nouvelles, peu nombreuses à la vérité, mais cependant assez caractéristiques pour mériter une place distincte dans la série des Crustacés paléozoiques.

Au premier coup d'oeil jeté sur notre planche ci-jointe, on reconnaît aisément que les carapaces des 2 formes figurées appartiennent à un seul genre, auquel nous donnons le nom de *Ptychocaris.*

La réunion de ces 2 espèces dans un seul genre nous semble être justifiée par l'analogie remarquable de leurs caractères génériques, et aussi par leur apparition simultanée dans le même horizon.

Description générique de Ptychocaris Nov.

„Carapace composée de deux valves faiblement bombées, présentant une forme ovalaire, allongée, et s'unissant par une ligne de

---

larvou, jíž v stéble nalezneme. Druhého a třetího škůdce poznáme dle stop patrných po bodech způsobených jejich rypáky. Ty v bílých skvrnkách na místech výše udaných silnou lupou snadno spatříme. Škody bejlomorky pšeničné (Cecidomyia tritici) neuvádím, poněvadž dosud v Čechách pozorována nebyla.

jonction droite ou légèrement convexe, un peu plus courte que la longueur totale de la carapace. — Bords antérieur et postérieur arrondis; ce dernier légérement projeté en arrière. Bord ventral, *(basal),* plus ou moins convexe. — Surface des valves marquée par une arête saillante, droite, ou légèrement arquée, aigue au sommet, se dirigeant diagonalement entre l'angle antérieur-supérieur, *(antéro-dorsal),* et l'angle postérieur-inférieur, *(postéro-basal.)*"

„Outre cette arête, la surface de chacune des valves est marquée, dans nos deux espèces, par trois groupes des protubérances, savoir:

1°. Un groupe antérieur, composé de trois nodules à peine indiqués et placés près de l'extrémité antérieure de la valve.

2°. Un groupe postérieur, composé de deux protubérances plus ou moins prononcées, juxtaposées en sens transverse, et placées entre le bord dorsal et l'extrémité antérieure de l'arête. Les deux protubérances de ce groupe sont isolées par des dépressions ou des sillons plus ou moins marqués.

3°. Un nodule isolé, luisant, plus fort que les autres, dit *nodule oculaire (optic node, Beecher),* et situé entre le premier groupe et le groupe postérieur.

Tout le contour, excepté le bord, est entouré d'un limbe très-distinct, représentant l'extension de la doublure.

L'ornementation consiste en des stries longitudinales. Entre ces stries, se trouvent quelquefois de petits scrobicules très-fins et très-serrés ou des stries parallèles très-minces.

Toutes les autres parties de ce crustacé restent inconnues.

Rapports et différences.

Parmi les crustacés paléozoiques, attribués aux *Phyllocarides,* trois genres présentent, par leurs valves, de grandes analogies avec celui, que nous nommons *Ptychocaris.*

Ces trois genres sont: 1°. *Dithyrocaris Scouler*,
2°. *Echinocaris Whitfield*,
3°. *Tropidocaris Beecher.*

Le genre *Ptychocaris* se distingue:

1°. Du genrè *Dithyrocaris Scouler*, en ce que l'angle *postéro-basal* de ce dernier se prolonge toujours en une pointe plus ou moins développée, et par l'absence des groupes de protubérances dans la région céphalique, à l'exception du nodule oculaire.

2°. Du genre *Echinocaris Whitfield*, par sa ligne de jonction beaucoup plus longue; par le prolongement à peine sensible de l'extrémité postérieure des valves; par la disposition entièrement différente des protubérances de la partie céphalique.

3°. Du genre *Tropidocaris Beecher,* par 3 groupes distincts de protubérances dans la région céphalique; par une arête longitudinale, unique, commençant toujours en arrière du nodule oculaire, au lieu de se prolonger jusqu'à l'extrémité antérieure de la valve.

Nous nous bornerons à indiquer succinctement les contrastes entre nos deux nouvelles espèces *Ptych. parvula* et *Ptych. simplex,* figurées sur notre planche.

Ptychocaris parvula Nov.

(Fig. 4—9.)

Cette espèce se distingue de sa congénère, par le développement plus prononcé du groupe postérieur des tubercules; par le sillon trans verse en arrière de ce groupe; par les dimensions beaucoup plus exigues; enfin par les apparences du test.

Ptychocaris simplex Nov.

(Fig. 1—3.)

Dans cette espèce, le sillon transverse, en arrière du groupe postérieur, n'est indiqué que par une légère dépression. La même remarque s'applique également au sillon séparant les 2 tubercules du même groupe.

Le test de *P. simplex* n'est strié que dans la région dorsale, tandis que les stries s'étendent sur toute la surface dans *P. parvula.*

Nous donnons ci-après un tableau nominatif de la distrubution verticale des *Phyllocarides,* en Bohême.

Ce tableau contient 5 genres, dont 4 ont été réunis par Barrande à des ordres différents; savoir:

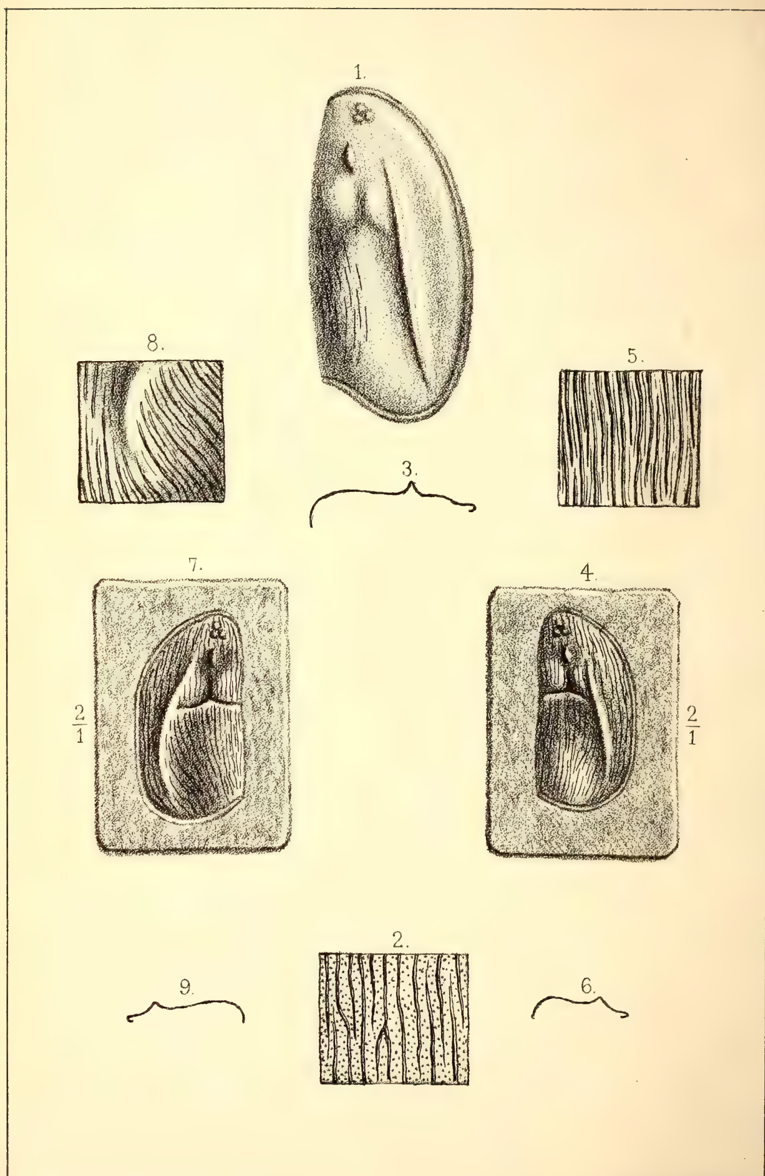
1. *Ceratiocaris* M[c] Coy, à l'ordre des *Phyllopodes,*
2. *Aristozoe* Barr. }
3. *Callizoe* „ } aux *Ostracodes.*
4. *Orozoe* „ }

Nos observations personnelles, déjà exposées en partie dans nos *Remarques sur le genre Aristozoe — 1885,* ainsi que les grandes analogies offertes par les formes dévoniennes de l'Amérique, décrites par *Beecher, (Ceratiocaridae, etc. Sec[d]. Geol. Surv. of Pennsylv. PPP. 1884.),*

nous induisent à ranger les 5 genres, que nous exposons, dans l'ordre des *Phyllocaridae*, *Packard.*

Tableau nominatif de la distribution verticale des Phyllocarides en Bohême.

Genres et Espèces	Cambrien	Silurien inférieur					Silurien supér.		Hercynien					
		D					E		F		G			
	C	d1	d2	d3	d4	d5	e1	e2	f1	f2	g1	g2	g3	H
Aristozoe *Barrande.*														
1. amica Barr.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
2. bisulcata „	.	.	.	.	.	.		.	.	+	.		.	.
3. inclyta „	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.
4. Jonesi „	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.
5. lepida „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
6. memoranda „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.		.
7. orphana „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
8. perlonga „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.		
9. regina „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	
Callizoe *Barrande.*														
1. Bohemica Barr.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
Ceratiocaris *M'Coy.*														
1. Bohemicus Barr.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.
2. decipiens „	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.
3. docens „	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.
4. gratus „	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.
5. inaequalis „	.	.	.	.	.		+	+	.	.	.	.	.	
6. id. Var. decurtata „		.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.
7. primulus „	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.
8. Scharyi „	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.
9. tardus „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	
Orozoe *Barrande.*														
1. mira Barr.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
Ptychocaris *Novák.*														
1. parvula Nov.	.		.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.
2. simplex „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.



O.Novák ad nat. delin. et lith. Jmprim. Farský.

Explication des figures.

Fig. 1. *Ptychocaris simplex Nov.* Valve droite, grandeur naturelle. — *Koněprusy — f2.*
„ 2. *id.* Fragment du test grossi, pour montrer les stries en relief et les scrobicules, dont la surface est ornée.
„ 3. *id.* Section transverse, prise vers le milieu de la longueur.
„ 4. *Ptychocaris parvula Nov.* Valve droite, grossie 2 fois. — *Koněprusy — f2.*
„ 5. *id.* Partie du test grossi, montrant les stries en relief.
„ 6. *id.* Section transverse, prise vers le milieu de la longueur.
„ 7. Valve gauche, grossie 2 fois. — *(Même localité).*
„ 8. *id.* Fragment montrant la partie postérieure de la valve avec les stries caractéristiques.
„ 9. Section transverse, prise vers le milieu de la longueur.

29.

Über die Zusammensetzung des Vitriolsteines und Colcothars.

Vorgetragen von Prof. **Franz Štolba** am 16. October 1885.

Der Vitriolstein ist bekanntlich jenes wichtige Material, aus welchem die sogenannte rauchende oder böhmische Schwefelsäure dargestellt wird. Man gewinnt den Vitriolstein hauptsächlich im Pilsner Kreise auf den Werken der Firma J. Dr. Starck auf folgende Art. —

Man lässt in eigenen Anlagen grosse Massen von sogenanntem Vitriolschiefer verwittern, und laugt das entstandene Produkt aus. Der Vitriolschiefer, welcher der Silurformation angehört, besteht aus einer quarzigen Masse, welche neben etwas Kohle und Thon fein eingesprengten Schwefelkies enthält. Dieser verwittert allmählig und liefert die bekannten Oxydationsprodukte: Ferrosulfat und Schwefelsäure, welche letztere auf den Thon energisch einwirkt und Aluminiumsulfat neben anderen Sulfaten liefert.

Das ursprünglich vorhandene Ferrosulfat wird durch Oxydation zu Ferrisulfat, so dass dieses schliesslich neben dem Aluminiumsulfat das Hauptprodukt der Verwitterung der Vitriolschiefer bildet, während das Ferrosulfat nur in untergeordneten Mengen auftritt.

Nachdem der Verwitterungs- und Oxydationsprozess des Vitriolschiefers drei Jahre gedauert hat, schreitet man zum Auslaugen, welches Laugen liefert, die man zunächst in Flammöfen bis zu einer Dichte von 40° B. concentrirt und schliesslich in Pfannen so weit abdampft, dass die Masse beim Erkalten zu einem Kuchen erstarrt.

Der so gewonnene Vitriolstein wird behufs seiner weiteren Verarbeitung in einem Flammofen durch Calciniren von seinem Wassergehalte der Hauptmasse nach befreit, und schliesslich in feuerfesten Thonretorten bei Weissglühhitze geglüht, wobei er einerseits Schwefelsäureanhydrid und im Rückstande Caput mortuum liefert.

In welchem Umfange die Erzeugung von Vitriolstein stattfindet, ergibt sich daraus, dass im Jahre 1884 im Pilsner Kreise in drei in Betrieb stehenden Unternehmungen mittelst 38 Arbeitern 43.491 Meter-Centner Vitriolstein im Werthe von 92.919 fl. erzeugt wurden.

In demselben Jahre wurden 251.973 Meter Ctr. Vitriolschiefer mittelst 112 Arbeitern in 4 Unternehmungen gewonnen, welche einen Werth von 23.410 fl. hatten.

Die Probe von Vitriolstein, auf welche sich die nachfolgenden Untersuchungen beziehen, erhielt ich Mitte Mai l. J. von Kasnau, in Form eines grossen Blocks.

Derselbe liess an den Bruchstellen durch dunklere Streifen abgesonderte Schichten erkennen. Die Farbe war grau, der Geschmack eigenthümlich scharf, die Masse verbreitete einen eigenthümlichen Geruch. Die Dichte des Pulvers betrug 2·0383 (17½° C.). Im Wasser löste sich die Masse allmählig und bis auf einen ganz geringen gelblichen Rückstand auf, an der Luft überzieht sie sich mit einer gelblichen Rinde.

Die Analyse ergab für 100 Theile:

Eisenoxyd Fe_2O_3	20·07%
Thonerde Al_2O_3	4·67 „
Eisenoxydul FeO	0·64 „
Manganoxydul MnO	Spuren
Kalk CaO	0·14%
Magnesia MgO	0·39 „
Kali K_2O	0·07 „
Natron Na_2O	0·05 „

Kupferoxyd CuO	0·10%
Kieselerde SiO_2	0·10 „
Phosphorsäure	Spuren
Schwefeltrioxyd SO_3	40·51%
Arsen	Spuren
Wasser	32·58%
Summa . .	99·32%

Hienach enthält der Vitriolstein nach anderer Zusammenstellung:

Ferrisulfat $Fe_2(SO_4)_3$	50·17%
Aluminiumsulfat $Al_2(SO_4)_3$	11·94 „
Ferrosulfat $FeSO_4$	1·35 „
Magnesiumsulfat $MgSO_4$	1·17 „
Calciumsulfat $CaSO_4$	0·33 „
Kupfersulfat $CuSO_4$	0·20 „
Kaliumsulfat K_2SO_4	0·13 „
Natriumsulfat Na_2SO_4	0·11 „
Schwefelsäure H_2SO_4	1·49 „
Spuren von Manganoxydul, Arsen, Phosphorsäure	
Kieselerde	9·10%
Wasser	32·31 „
Summa . .	99·29%

Wie diese Zusammenstellung ergiebt, besteht demnach schon der nichtcalcinirte Vitriolstein im wesentlichen aus Ferrisulfat und Aluminiumsulfat, nebst unbeträchtlichen Mengen von Ferrosulfat. — Durch das folgende Calciniren verliert er nahezu alles Wasser und wird der geringe Gehalt an Ferrosulfat zu Ferrisulfat.

Aus dem Angeführten ergiebt es sich, wie falsch die Angaben jener Werke sind, welche in dem Vitriolstein hauptsächlich Ferrosulfat annehmen, grössere Mengen desselben können im Vitriolstein schon in Folge seiner Bildung nicht vorkommen.

Es ist einleuchtend, dass die quantitative Zusammensetzung des Vitriolsteines je nach dem ursprünglichen Rohmateriale und seiner Behandlung Schwankungen unterliegen müsse, allein die qualitative Zusammensetzung wird gleich bleiben.

Dass die quantitative Analyse des Vitriolsteines sehr merklich schwanken müsse, ergiebt sich auch aus einer Analyse von Caput mortuum, welches ich gleichzeitig mit dem Vitriolstein von Kasnau erhielt.

Die Probe stellte ein Gemenge gut durchgebrannter rother und schlecht durchgebrannter gelber etwa Bohnen- bis Haselnuss- grosser

Stücke dar, zu Folge des Umstandes, dass der calcinirte Vitriolstein vor dem Brennen in Form solcher Stücke gebracht werden muss.

Ich analysirte lediglich die scheinbar gut durchgeglühten schön rothen Stücke.

Die Analyse ergab für die ganz frische Probe für 100 Theile:

Eisenoxyd Fe_2O_3	74·62%
Thonerde Al_2O_3	12·53 „
Magnesia MgO	3·23 „
Kalk CaO	0·82 „
Schwefeltrioxyd SO_3	5·17 „
Kieselerde SiO_2	1·17 „
Kupferoxyd CuO	0·20 „
Wasser	1·30 „
Summa . .	99·04%

Der Rest entfällt auf Alkalien und andere in sehr kleinen Mengen vorkommenden Stoffe, die nicht quantitativ bestimmt wurden, wie Manganoxydul, Phosphorsäure etc.

Das Caput mortuum wird bekanntlich in neuester Zeit mittelst chemischer und mechanischer Prozesse auf diverse rothe und violette Mineralfarben verarbeitet.

Zum Aufschliessen der Silicate mittelst der Alkalicarbonate.

Durch die folgende Mittheilung beabsichtige ich darauf aufmerksam zu machen, dass sich mittelst eines einfachen Kunstgriffes die weitere Behandlung der mittelst Alkalicarbonaten aufgeschlossenen Silicate, wie die Entleerung des Platinatiegels und rasche Lösung des aufgeschlossenen Silicates ungemein erleichtern lässt, nach einem Verfahren, welches ich schon seit einiger Zeit anwende, und welches in Folgendem besteht.

Das Silicat wird wie gewöhnlich mit etwa dem vierfachen Gewicht kohlensauren Natriums innig gemischt und in bekannter Art behandelt, bis es bei Glühhitze keine weitere Einwirkung erleidet.

Alsdann überschichte ich die glühende Masse mit seinem halben bis gleichen Volum vorher abgeknisterten Chlornatriums und erhitze bei bedecktem Platintiegel, bis es ruhig fliesst. Sobald der Inhalt des Platintiegels eine dünnflüssige Masse darstellt, wird derselbe auf eine passende Unterlage entleert, und wenn hinreichend erkaltet, mit heissem Wasser gekocht. Die Masse zergeht bis auf die vor-

handenen im Wasser unlöslichen Stoffe ungemein rasch, und wird hierauf in bekannter Art mit Salzsäure behandelt, zum Trocknen abgedampft usw.

In manchen Fällen wird das Aufschliessen beim nachherigen Zusatz von Chlornatrium noch vervollständigt, namentlich wenn Stoffe vorhanden sind, welche ein Zusammenfliessen verhindern, nachdem in der nunmehr dünnflüssigen Masse eine Einwirkung auf etwa unaufgeschlossene Theile des Silicats erleichtert wird.

Die Vortheile des angegebenen Kunstgriffes sind demnach diese:

1. Wird an den ersten Arbeiten nichts geändert.

2. Wird durch den Zusatz von Chlornatrium die Masse stets dünnflüssig und ist demnach zum Ausgiessen geeignet.

3. Wird sie leichter löslich, da sämmtliche Theile von dem leichtlöslichen Chlornatrium durchdrungen und eingehüllt sind, wodurch die Einwirkung des Wassers und der Säure erleichtert wird.

4. Geschieht dieses ohne dass man unverhältnissmässig viel kohlensaure Alkalien nehmen und demnach schliesslich sehr viel Salzsäure anwenden muss.

5. Erzielt man leichter ein vollkommenes Aufschliessen.

6. Wird der Platintiegel in Folge des Ausgiessens sehr geschont.

Schliesslich muss ich bemerken, dass ich bei meiner Analyse eine etwaige Verflüchtigung von Chloriden solcher Stoffe, welche bestimmt werden sollen, nicht beobachtet habe.

30.

Jedna věta z nauky o funkcích.

Sepsal **Matyáš Lerch** a předložil prof. dr. Fr. Studnička dne 16. října 1885.

„Nabude-li analytická funkce $f(z)$ jednoznačně definovaná v libovolném konečném oboru $\mathfrak{A}$ v rovině komplexní proměnné z, uvnitř něhož i na mezích má povahu funkcí celistvých, v jednom bodě uvnitř tohoto oboru $\mathfrak{A}$ hodnoty menší než je minimum m absolutních hodnot funkce té na obvodě oboru $\mathfrak{A}$, pak obdrží uvnitř oboru $\mathfrak{A}$ funkce $f(z)$ každou hodnotu absolutně menší nežli m a to ve stejném počtu míst, předpokládaje, že místa vícenásobná tolikrát jsou vzata do počtu, kolik udává jich stupeň.“

Při tom rozumí se tu r- násobným místem z_0 takový bod, v jehož okolí začíná rozvoj v řadu mocninovou funkce $f(z) - f(z_0)$ členem $(z - z_0)^r$.

Důkaz. Buď $z = x$ onen bod, v němž má funkce $f(z)$ hodnotu menší nežli m; pro všecka místa z na obvodě oboru $\mathfrak{A}$ má platnosť nerovnosť $|f(z)| \geqq m$; volíme-li tedy c libovolně, ale tak, aby $|c| < m$, bude $|f(z)| > |c|$, a tedy obdržíme

$$\frac{1}{f(z) - c} = \frac{1}{f(z)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c^\nu}{f(z)^\nu},$$

takže máme pro okrajový integrál

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z) - c} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)} + a_1 c + a_2 c^2 + \ldots$$

$$(1) \qquad a_\nu = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)^{\nu+1}}.$$

Integrál v levo má za hodnotu buď nullu aneb kladné číslo celistvé, podobně integrál v pravo, a proto je hodnota řady

$$a_1 c + a_2 c^2 + a_3 c^3 + \ldots$$

buď 0 aneb číslo celistvé. Volíme-li c dosti malé, bude hodnota této řady menší než 1, a tedy rovna nulle, z čehož plyne $a_\nu = 0$ $(\nu + 1, 2, \ldots)$, takže máme identicky pro všecka c menší než m

$$(2) \qquad \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z) - c} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)};$$

poněvadž ale existuje uvnitř oboru $\mathfrak{A}$ místo $z = x$, v němž $|f(x)| < m$, můžeme voliti $f(x) = c$, a pro tuto zvláštní hodnotu c má levá strana v (2) hodnotu nejméně rovnou jednotce, a tedy musí také pravá strana býti větší než 0, a poněvadž tato nezávisí na c, je hořejší výrok dokázán.

NB. Bod, v němž obdrží funkce největší hodnotu v $\mathfrak{A}$, leží na obvodě tohoto.

Applikace. Je-li $G_0(z)$ celistvá transcendentní funkce, která nikde nemizí, nesestává žádná větev křivky definované rovnicí $|G_0(z)| = \text{const.}$ z čáry uzavřené. Je-li pak $G(z)$ libovolná funkce transcendentní celistvá, nesestává žádná větev křivky real. část $G(z) = \text{const.}$ z čáry uzavřené. Neboť klademe-li $G_0(z) = e^{G(z)}$, máme funkci, která nezmizí, a rovnice real. část $G(z) = \text{const.}$ přejde na tvar $|G_0(z)| = \text{const.}$ —

Pan prof. Weierstrass dokázal ve svých přednáškách na universitě Berlínské v zimě r. 1884—5 následující větu: „Má-li řada mocninová stále konvergentní tu vlastnosť, že existují kruhy soustředné s bodem $z = 0$, na nichž absolutní hodnota její neklesá pod sebe větší danou veličinu, pak existují v rovině body z, v nichž řada má hodnotu 0.“

Naše věta však ukazuje, že taková místa nejen existují, ale že počet jich je nekonečný; zároveň vysvítá, že řada ta obdrží každou libovolně předepsanou hodnotu na nekonečném počtu míst. Naše věta má pro zpodobování stejnoúhlé cenu fundamentální.

31.

Geologie výšiny Rohatecké u Roudnice n. L.

(*S 2 tabul.*)

Sepsal **Čeněk Zahálka** a předložil prof. dr. Jan Krejčí dne 16. října 1885.

Přehled.

Sotva hodinu na severozápad od města Roudnice zdvihá se nad Labem mezi Židovicemi a Hrobci osamocená opuková výšina, která se rozkládá od Labe na západ ku Chvalínu a Doksanům. Výšina tato — již nazýváme Rohateckou — tvoří spolu se Skálou u Dolánek nejsevernější výběžek opukové vysočiny Řipské v Labskoohareckém cípu. Na severním úbočí jejím leží obec Rohatce.

Výšina Rohatecká má asi tvar trojúhelníka, jehož strany nalézají se na severu, východu a jihozápadu. Jihozápadní boky, 20—30 m vysoké, jsou nejpříkřejší; sklon obnáší tu 15 až 30°. Poněvadž jsou tyto boky složeny z opuky na povrchu snadno zvětrávající, tvoří se v nich rušivou mocí vody hluboké výmoly, „žlaby“ zvané, při čem se objevují střední opukové vrstvy, jež tuto pahorkatinu skládají. Východní boky, svažující se v údolí Labe, mají menší úhel sklonu, 5 až 15°. Výmoly jejich jsou mnohem širší a tvoří tři široké doly, zvané: Pod vinicí (u Židovic), Sádka (u cukrovaru) a Suchý dol (u Hrobec). Po jejich stranách vystupují ostré výběžky kopcovité: Na vrchách, Na vinici, Na Bulfě a Skalka u Libotejnice. Severní bok svažuje se povlovně v údolí Libotejnické, a jest rozryto jen v západní části údolím „Ladka“ zvaným, jež rozděluje tento výběžek, ku Doksanům směřující, na dvě části, z nichž západní sluje Sviní hora.

Uvedené stráně jsou posázeny ovocným stromovím rozličného druhu, jemuž se v jilovité půdě, zvětráním opuky povstalé, velmi dobře daří. Víno pěstuje se pouze na jižním svahu Židovických vinic; druhdy zkvétalo i na Bulfě. Tam, kde je úklon půdy mírný, vzdělává se role. Tu a tam oživuje tu stráň dobrá pramenitá voda, která se shromažďuje v studánkách kolem výšiny Rohatecké Úpatí jest písčité a kde není kryto dostatečně ornicí, tam živoří chudá pole a borové háje.

Od uvedených boků vyzdvihuje se Rohatecká výšina, úrodnými rolemi krytá, mírně ve stranu jižní, tvoříc pláň, která v nejjižnější části své „Na horách“ dosahuje největší své výše (218 m n. m.)

Úpatí výšiny Rohatecké nalézá se mezi 155 a 170 m; boky mezi 170 a 200 m; témě mezi 200 a 218 m nad mořem. Vrchol je povýšen nad Labem o 74 m. Poněvadž temeno toto je nad nejbližší okolí dosti vyvýšeno, a příznivě položeno jednak mezi Českým Středohořím a vysočinou Řipskou, jednak mezi Oharkou a Labem, proto se otvírá na uvedený kraj malebná vyhlídka z vyšších kopců, jmenovitě z vrcholu „Na horách“ aneb z „Bulfy“ (207 m n. m.)

Vrstvy, z nichž je Rohatecká výšina složena, náleží třem útvarům: křidovému, diluvialnímu a alluvialnímu. Nejmocnější jest útvar křidový, který je zastoupen dvěma mladšími pásmy českými: Teplickým a Březenským. Pro neobyčejnou polohu pásem křidových ku starším v okolí města Roudnice, pro jich zvláštní ráz geognostický a velmi zajímavé poměry palaeontologické věnoval jsem větší pozornost jmenovaným pásmům křidovým po několik let. Roku 1884., když byla stavěna silnice z Roudnice do Rohatec prostředkem celé výšiny, měl jsem příležitost poznati zevrubně veškery poměry vrstev útvaru křidového od paty až ku vrcholu, čím také byla urychlena práce, vztahující se ku objasnění geologických poměrů výšiny Rohatecké.

Doba třetihorní a diluvialní nejvíce sice působily k tomu, že výšina Rohatecká a její okolí obdržely nynější podobu, avšak i v nejmladší době geologické, alluvialní, porušuje se výšina splakováním vrstev a tvořením se hlubokých výmolů.

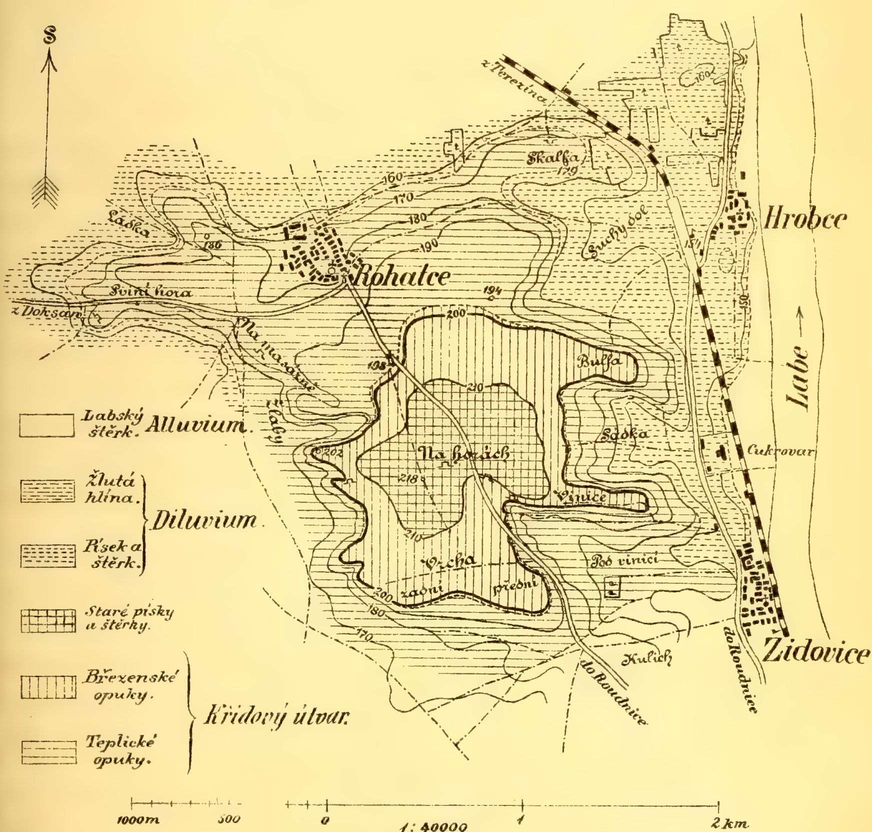
I. Útvar křidový.

Prof. dr. Jan Krejčí zmiňuje se o dvou pásmech útvaru křidového Rohatecké výšiny.*) Drobivé, nižší opuky počítá ku pásmu Teplickému, kdežto vyšší, světložluté, pevné, deskovité slíny vápnité s význačným Inoceramus Cuvieri, za pásmo Březenské považuje.

Veškery přístupné vrstvy Teplického pásma rozdělil jsem podle fysikálních vlastností na 9 vrstev, pásmo Březenské na 10 vrstev. Skoumaje pak mineralogickou a palaeontologickou povahu každé vrstvy o sobě, dospěl jsem místy ku zajímavým výsledkům. Mnohé skameněliny, význačné pro pásmo Teplické, a v Březenských vrstvách posud neuvedené, objevily se tu v Březenských vrstvách. Některé skameněliny

*) Archiv pro přír. prosk. Čech. I. str. 77 a 78.

GEOLOGICKÁ MAPA
ROHATECKÉ VÝŠINY
u Roudnice.



Sestrojil Zahálka. Fotolit. Farský v Praze.

jsou známy pouze z nižších vrstev útvaru křidového, v jiných seznány nové druhy.*) Zvláštním zjevem ve zdejších opukách jsou velké, pevné kusy vápnité, zvané „svíry“, které porušují vrstevnatost opuky a na styčných plochách s opukou vyloučeny mají vláknitý vápenec. Krystallinický vápenec, pecky pyritové a limonitové objevují se zřídka. Povlaky limonitové, místy v pestrých barvách naběhlé, bývají na plochách rozsedlin hojné.

Nejvyšší vrstvy štěrku a písku, které pokrývají pásmo Březenské, mám za starší než-li je útvar diluvialní a počítám je k útvaru křidovému.

Sklon u vrstev křidových nepozorován.

A) Pásmo teplické.

K tomu pásmu náleží obyčejně měkké opuky nerovného lomu, které se na povrchu drobí v nepravidelné kousky neb oblé pecky. Barva opuk jest modravá. V čerstvém lomu jsou pevnější. Zřídka nalézají se bělavé tvrdé stolice s lomem nerovným nebo mísovitým. Tenké desky zní, udeříme-li na ně kladivem. Měkčí stolice obsahují větší množství skamenělin. Toto pásmo vychází na povrch na úpatí a v úbočích výšiny ve výši 165—199 m n. m. Mocnosť přístupných vrstev obnáší 34 m. Pásmo to rozdělil jsem zdola nahoru v 9 vrstev, jež nyní popíši.

Vrstva 1.

Tato nejnižší vrstva je přístupna na severním úpatí výšiny v úvoze polní cesty vedle Rohateckého hájku (u křížku). Jest 3 m mocná ve výši asi od 164 až do 167 m n. m. Opuka, z níž vrstva se skládá, je pevná, bělavá, vápnitá. Na povrchu odděluje se v desky lomu mísovitého. V ní se nacházejí:

Chondrites sp. (v. h.)**) Proniká u velikém množství opuku v podobě větviček barvy modravé. Větvičky jsou ojedinělé, rozvětvené nebo v chomáčích nahromaděné. Větší mají povrch rýhovaný. Šířka 0·5—25 mm.

---

*) Za mnohou vzácnou radu, poskytnutou mně v příčině palaeontologické vzdávám tímto nejsrdečnější díky pp.: prof. dr. C. Schlütrovi v Bonnu, prof. K. A. Zittlovi v Mnichově, prof. dr. Ot. Novákovi, assist F. Počtovi, dr. J. Velenovskému a assist. V. Weinzettlovi v Praze.

**) V závorce vyznačeno poměrné množství, v jakém se uvedené druhy objevují: (v. h.) = velmi hojně, (h.) = hojně, (zř.) = zřídka, (vz.) = vzácné. Mnohé skameněliny z útvaru křidového výšiny Rohatecké, jmenovitě Inocerамy a Echinodermy, jsou tak stlačené, že druh jejich určiti se nedal.

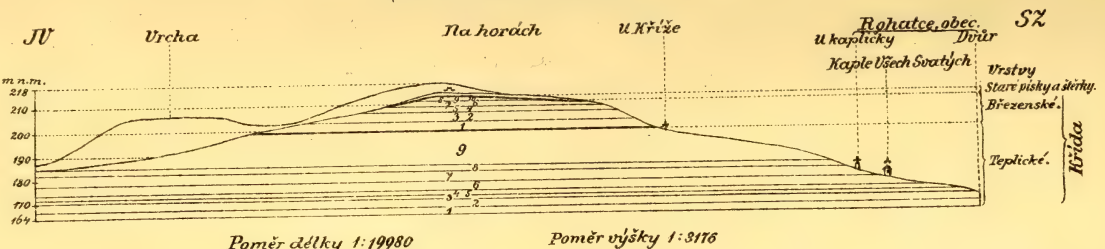
Micraster cor testudinarium Goldf. (zř.)
Inoceramus Cuvieri Sow. ?, vždy stlačené.
Lima Hoperi Mant. (vz.)
Ventriculites radiatus Mant. (vz.)

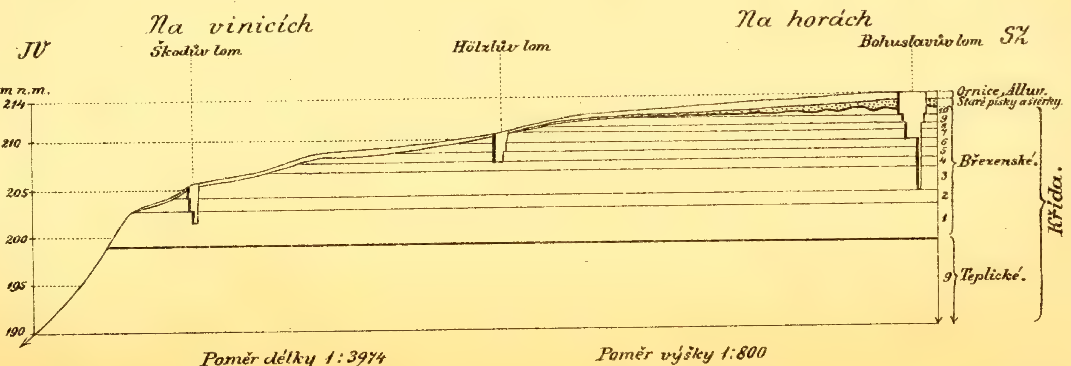
Vrstva 2.

Nejblíže vyšší opuky přístupny jsou v poučném lomu, dále na severovýchod od předešlého místa. Lom ten založen je v návrší „Skalka“ zvaném, na poli p. Pavla Hančla z Libotejnice. V západním sousedství tohoto lomu nalézají se posud stopy velkých lomů, z nichž opuky použilo se ku stavbě pevnosti Terezína. Sled vrstev s příslušnou mocností a výškou nadmořskou jest tento:

				174·8 m n. m.
Alluvium.		Ornice s úlomky opuky	0·50 m	
				174·3 m n. m.
Křída. Vrstvy Teplické.	5.*)	c) Opuka modravá, zvětralá, se slujemi jemného písku diluvialního	0·55 m	
		b) Opuka tence deskovitá, snadno se rozpadávající, šedá, místy modravá	0·60 „	
		a) Modravá, zvětralá opuka se zvětralými peckami žlutohnědého limonitu. (Až do této vrstvy sahají sluje písku uvedeného)	0·40 „	
				172·75 m n. m.
	4.	Opuka bělavá, místy modravá, pevnější. Na vzduchu snadno se rozpadává	0·70 „	
				172·05 m n. m.
	3.	b) Opuka modravá, v pecky se drobící	0·35 „	
		a) Pevná, modrá opuka, lámající se v nepravidelné ostrohranné kusy. Na dešti rozpadává se snadno v pecky	1·20 „	
				170·50 m n. m.

*) Čislá vrstev pásma Teplického na výšině Rohatecké.





Sestrojil Zahálka.

Fotolit. Farský v Praze.

			170·50 m n. m.
Křída. Teplické vrstvy.	2.	b) Opuka modravá, v pecky se drobící	0·50 m
		a) Opuka tvrdá, šedá nebo bílá, místy do modra přecházející. Má rovný lom a v pevné mocné stolice je rozdělena. Tenčí desky její, lomu mísovitého jsou zvonivé	3·00 m
			167·00 m n. m.
	1.	Opuka rozpadlá, vodu nadržující.	

2. *a)* Rozsedliny vrstvy 2. *a)* jsou svislé a prostupují i ostatní, vyšší vrstvy uvedeného lomu; hlavní směr jejich jde od severu k jihu, vedlejší kolmo ku předešlým a jinými různými směry. Stěny rozsedlin potaženy jsou hydratem kysličníku železitého, jímž jsou zbarveny žlutohnědě nebo potaženy v podobě pestrých pruhů. Na plochách rozsedlin bývá též vyloučen krystallinický vápenec, jenž hydrátem kysl. železitého žlutě nebo žlutohnědě je zbarven. Vedle krystallinického vápence objevuje se též vláknitý vápenec, jehož usazování děje se rovnoběžně s úklonem rozsedlin. Tento vápenec jest usazeninou z vod, které vniknuvše do opukových rozsedlin s povrchu zemského, ve vyšších místech uhličitanem vápenatým pomocí kyseliny uhličité se nasytily, v nižších pak místech vypustily opět uhličitan vápenatý odpařováním.

Opuka vrstvy 2. *a)* jest velmi vápnitá a tvrdá. Poskytuje dobrý stavební kámen pro zdejší okolí.

Tam, kde se protíná více rozsedlin různých směrů vedle sebe, vytínají se tak zvané „svíry“, osamocené to kusy opuky, rozsedlinami plochami vrstevnatosti nebo plochami, dle nichž odděluje se opuka v podobě mís. Poněvadž se na plochách rozsedlin tvoří desky vláknitého vápence, bývají i svíry obaleny tímto vápencem a mimo to jílovitou látkou, zplodinou to proměněné opuky. Když svír z ložiště je vyňat, opadá tento obal snadno a jen stopy vláknitého vápence bývají na povrchu zachovány v podobě rýh.

Opadá-li obal, zbude vnitřní, velmi pevné jádro, které se skládá obyčejně z látky světlejší a vápnitější nežli je okolní opuka. Na některých místech viděti také, jak na povrchu hmota svíru přechází v opuku. Hutnosť svíru je 2·6. Svíry bývají zproráženy žilkami krystallinického vápence. Místy mají také dutiny, na jichž plochách nalézají se čisté drůzy klenčů vápence a na těchto pak sedí krystally křemene. Tyto jsou buď ojedinělé anebo tvoří chomáče srostlic. Krystally

jsou čiré v obyčejných tvarech šestibokého hranolu a jehlance. Zřídka nalezneme v celistvé vápencové hmotě svíru roztroušené krychle pyritové, změněné valně v limonit. Odstraníme-li obal, t. j. jíl a vláknitý vápenec, je tvar svíru pohárovitý, při dolní zašpičatělé části zahnutý. Někdy zase bývá tvar svíru zakulacený nebo hranolovitý s okulacenými konci ano i jinak nepravidelný. Povrch bývá rýhován tam, kde jest anebo kde byl vyloučen vláknitý vápenec.

Svíry obyčejně se vyskytují — jak z pozdějšího pojednání bude patrno — ve vápnitějších a tvrdších stolicích opuky ve všech polohách výšiny Rohatecké jak v Teplickém tak v Březenském pásmu. V lomu „Na Skalce“ objevují se svíry tyto dosti často, avšak výhradně ve vrstvě 2. *a)*.

Rozměry jednoho exemplaru (průměrné velikosti) byly tyto: délka 35, šířka 24, výška 43 cm.

Tenké, vyschlé desky této opuky zvoní, udeříme-li na ně kladivem, takže se podobají zvonivým opukám ve vrstvách Březenských.

V opuce 2. *a)* je málo skamenělin:

Beryx ornatus Ag., šupiny.
Inoceramus sp.
Micraster sp. Jeden nalezen i ve „svíru“.
Neurčitelná větevka.

2. *b)* Opuka předešlá přechází výše v opuku 0·5 m mocnou, v pecky proměněnou, barvy modravé (2 *b*). V břehu potoka v Rohatcích proti dvoru nalezneme ji v téže výšce nadmořské a v téže mocnosti; také vyčnívá zde pod ní svrchní část pevné opuky 2. *a)*.

Vrstva 3.

a) V lomu „Na Skalce“ uložena jest na rozdrobené opuce 2. *b)*, pevná, modrá opuka, místy se šedými skvrnami, která se láme v nepravidelné ostrohrané kusy. Vystavena jsouc dešti a slunci, zvláště však mrazu, rozpadává se snadno v drobné pecky. Je-li čerstvě vylámána, užívá se jí s menším prospěchem ku stavbě. Na rozsedlinách objevuje se povlak limonitový, někdy v podobě rovnoběžných pestře zbarvených pruhů; též se vyskytují vrstvičky krystallinického vápence, jenž limonitem bývá do žluta zbarven. Zřídka nalezneme v opuce pecky pyritové, které mají na povrchu srostlice krychlové, na průřezu pak jeví sloh paprskovitý. Některé pecky bývají částečně nebo zcela v limonit změněny. Jedna pyritová pecka měla jádro v sádrovec změněné. Pecky pyritové snadno se mění ve vodnatý síran železnatý.

V opuce jest dosti skamenělin:

Beryx ornatus Ag. (zř.) Chomáče kostí a šupin.

Inoceramus annulatus Gldf. ? (h.)

Některé obrovské exemplary dosahují 27 cm délky a 22 cm. šířky, s mocným až 2 cm silným zámkem. Bývají stlačené.

Lima Sowerbyi Gein. (vz.)

Ostrea Hippopodium Nilss. (zř.)

Spondylus latus Sow. sp. (vz.)

Rhynchonella sp. (vz.)

Membranipora sp. (vz.) Přirostlá na Micraster cor testudinarium.

Berenicea sp. (vz.) Přirostlá na Micraster cor testudinarium.

Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (zř.)

Serpula sp. (vz.) Přirostlá na Micraster cor testudinarium.

Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)

Holaster planus Mant. sp. (vz.) Stlačené exemplary mají průměr až 8·5 cm.

Parasmilia centralis Mant. sp. (vz.) Krásný tento exemplar má výšku 38 mm. Na dolním konci má připevňovací desku.

Ventriculites angustatus Röm. sp. (zř.)

Chondrites sp. (zř.)

Cyparissidium ? (větvička; vz.)

V lomu „Na Skalce“ je spojena pevná opuka 3. *a)* s modravou opukou vyšší 3. *b)*, v pecky rozpadlou.

Vrstvy opuky 3. *a)* i 3. *b)* nalezneme dosti zvětralé v téže vzájemné poloze ku 2. *b)* a v téže výšce nadmořské v břehu potoka v Rohatcích proti dvoru. V pevnější modré vrstvě 3. *a)*, nalezeny:

Beryx ornatus Ag. (h.) Chomáče šupin a kostí.

Cladocyclus Strehlensis Gein. (vz.)

Inoceramus sp. (h.)

Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)

S toutéž vrstvou 3. shledáváme se konečně v nižší části zářezu silnice na Sviní hoře, nejzápadnějším to výběžku Rohatecké výšiny proti Doksanům. Veškerá opuka jest na povrchu rozdrobena, barvy modravé. Naléză se ve výši 170 až 172 m n. m. V ní se nalézá:

Terebratula semiglobosa Sow.
Terebratulina gracilis Schlb. sp.
Membranipora sp. a } Obě přirosté na Plocosc. labyrinth.
Berenicea sp.
Membranipora tuberoa Nov. na Micraster cor testudinarium.
Ventriculites radiatus Mant.
Plocoscyphia labyrinthica. Rss.

Vrstva 4.

Na opuce 3. spočívá pevnější opuka barvy bělavé, místy modravé. Vychází-li na povrch, rozpadá se snadno. Jest 0·7 m mocná. Užívá se jí též místy ku stavbě, jako ku př. z lomu na Sviní hoře, kde čerstvě vylámaná je velmi pevná a ve větší kusy se láme. Přístupna je v lomu „Na Skalce“, v Rohatcích proti dvoru a na Sviní hoře v jmenovaném již lomu, na vrcholu kopce založeného, jakož i v zářezu silnice. Nalézá se mezi 172 až 173 m n. m.

V lomu „Na Skalce“ u Libotejnic vyskytují se:

Nautilus sublaevigatus d'Orb.
Inoceramus sp. (h.)
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Holaster planus Mant.
Cristellaria rotulata Lam. sp.
Ventriculites angustatus Röm. sp.

V lomu, jenž nalézá se na vrcholu Sviní hory, jeví se tento postup vrstev:

		173·4 m n. m.
5.	b) Bělavá opuka, rozpadlá v kousky .	0·3 m
	a) Drobivá, šedá op. s peckami limonitu	0·4 „
4.	Pevná, bílá op. s tmavými tu a tam pruhy .	0·7 „
		172·0 m n. m.

Vrstva 4. obsahuje:

Inoceramus sp. Velké exempláry.
Micraster cor testudinarium Goldf.
Chondrites sp. (h.) Velké větévky.

Tutéž opuku nalezneme ve vedlejším zářezu silnice Rohatecko-doksanské a sice v horní části.

Vrstva 5.

V nejvyšší části lomu „Na Skalce“ nalezneme tři vrstvy. Spodní z těchto je zvětralá, modravá opuka se zvětralými peckami žlutohnědého limonitu — 5. *a)*. Jest 0·4 m mocná. Na této je uložena opuka šedá a modravá v tenké desky rozpadlá — 5. *b)*. Jest 0·6 m mocná. V ní jsou:

Inoceramus sp., velké kusy.
Micraster cor testudinarium Goldf.
Ventriculites angustatus Röm. sp.
Chondrites sp.
Sequoia Reichenbachi Heer.

Třetí vrstvu tvoří zvětralá, modrá opuka — 5. *c)*. Jest 0·55 m mocná. Na ní spočívá ornice. Všecky tři lavice vrstvy 5., prostoupeny jsou slujemi jemného, křemitého, diluvialního písku.

Vrstvy 5. *a)* i *b)* nalézají se též v lomu na Sviní hoře a v zářezu vedlejší silnice. (Viz předchozí průřez.) Ve vrstvě 5. *a)* nalezl jsem pouze:

Micraster sp.

V Rohatcích lze nalézti v téže výšce nadmořské všecky tři lavice vrstvy 5., při čem pevná 5. *b)* má velký

Inoceramus sp.

Vrstva 6.

Na vrstvě 5., nad 174·3 m n. m., spočívá šedá, pevnější opuka, která je místy modravá. V Rohatcích naleznem ji u nové silnice, při usedlosti č. 4., kde se v ní objevuje:

Velký Inoceramus sp.
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Ventriculites radiatus (h.)
Chondrites sp.

Při stavbě nové silnice v Rohatcích pozorováno, že opuka ta ve vyšších místech jest rozdrobená, místy pevnější, až do výše asi 178 m n. m.

S touže opukou shledáme se v nejnižší části holé stráně, která „Na masárně“ sluje a jihozápadně od Rohatec se rozkládá. (V místě tom rozbíhají se dvě cesty: ku Chvalínu a k Novým dvorům). Ve výši asi 176—178 m n. m. nalezl jsem gasteropoda:

Aporhais Reussi Gein.

Opuka jest na povrchu úplně rozdrobená, nebo v jíl změněná, hlouběji pod povrchem je však pevnější.

Vrstva 7.

Ač se opuka této vrstvy, pokud se fysikalních vlastností týče, s předešlou shoduje, přec uvádím ji zvláště, poněvadž jsem měl příležitost v ní větší množství skamenělin nalézti. Opuky ty zahrnuji do výšky as od 178 do 182 m n. m. Byly odkryty při stavbě nové silnice v Rohatcích od kaple Všech Svatých na jih až za kapličku. Na povrchu byly rozdrobené, měkké, hlouběji však pevné. Mají barvu modravou se šedými skvrnami.

U kapličky, 180 m n. m., nalezl jsem v opuce toto zajímavé skupení skamenělin:

Velké Inoceramus sp. (h.)
Lima Hoperi Mant. (vz.)
Terebratula semiglobosa (h.)
Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (h.)
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Micraster breviporus Ag. (zř.)
Holaster planus Mant. (zř.)
Cristellaria rotulata Lam. sp. (h.)
Craticularia Beaumonti Rss. sp. (vz.)
Ventriculites radiatus Mant. (h.) Má tvar obráceně kuželovitý neb talířovitě rozprostřený; talířovité vyskytovaly se dosti často, a v některých kusech opuky bylo několik talířovitých na sobě stlačených exemplárů pohromadě.
Cyrtobolia formosa Rss. sp. (vz.)
Chenendopora producta Poč. (vz.)
Verruculina tenue Röm. sp. (vz.)
Scytalia pertusa Rss. (vz.)
Thecosiphonia ternata Rss. sp. (vz.) Jeden exemplar byl celý, podoby hruškovité s třemi hlavními otvory. Rozměry jeho byly tyto: délka 16, šířka 9·5 a výška 15 cm. Základ i temeno jest krycí křemitou blanou dosti po-

kryto. Kromě toho nalezl jsem úlomek tohoto druhu a sice hlavici s otvorem hlavním.

Amorphospongia rugosa Röm. (vz.)

Záhadné tělo, tvaru vejčitého, 1 mm dlouhé a 0·75 mm široké i menších rozměrů. Povrch hladký.

Tentýž horizont opuky nalézáme též v Masárně, na holé stráni při cestě Chvalínské ve výši od 178 až do 182 m n. m. Opuka je zde na povrchu v jíl proměněná, hlouběji pevnější. Poznáváme v ní opuku téže vlastnosti, co v Rohatcích. V ní se vyskytuje:

Ostrea Hippopodium Nilss. (h.) Přirostlá na Terebrat. semigl., Micrast. c. testud., Amphith. tenue.

Terebratula semiglobosa Sow. (v. h.)

Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)

Proboscina sp. (vz.) Přirostlá na Terebratula semiglobosa.

Ventriculites angustatus Röm. sp. (zř.)

Amphithelion tenue Röm. sp. (zř.)

Cystispongia verrucosa Rss. sp. (zř.)

Amorphospongia rugosa Röm. (h.) s drobnými foraminiferami, zejmena Cristellaria rotulata Lam. sp.

Vrstva 8.

a) Předešlá opuka přechází v čerstvém lomu v opuku pevnou, modrou, někde šedou, jako to ku př. pozorovati bylo při stavbě domu p. Černého v Rohatcích, anebo při stavbě silnice Roudnickorohatecké u Rohatců. Na stráních, kde byla podrobena vlivu povětrnosti, je rozdrobena.

Na vrcholu stráně, zvané „Na masárně“, nalézáme na opuce 7. opuku pevnou, deskovitou, šedou. Výška toho místa, kde opuka 8. počíná, jest 182 m n. m.

V ní se vyskytuje: Micraster sp. a Inoceramus sp.

V lomu p. Černého na jihovýchodním konci Rohatců, při cestě do Hrobec byla dostižena pevná, modrá opuka se šedými skvrnami v hloubce 1.5 m, v tomto vrstevném sledu:

				185·— m n. m.
		Ornice	0·5	m
8.	b)	Bílá, rozdrobená opuka . . .	0·5	„
		Opuka proměněna v modrý jíl	0·5	„
	a)	Pevná, modrá opuka s šedými skvrnami, lomu mísovitého. Tenké desky zvoní	0·75	„
				182·75 m n. m.

V opuce *a)* byly:

Obrovský Inoceramus sp.
Micraster sp.
Ventriculites radiatus Mant.
Chondrites sp.

b) Z předešlého průřezu vysvítá, že se nad pevnou opukou *a)* nalézají vrstvy rozdrobené opuky.

c) Málo přes 100 m na jihovýchod od uvedené několikráte stráně „Na masárně“ nalézá se pole p. Tachecího z Rohatců. Pole toto na vrcholu stráně mělo na povrchu pevnou, deskovitou opuku půl m mocnou, která měla lom nerovný a mísovitý. Pro tento mísovitý lom vylupují se z ní někdy tvary úsekům koule podobné. Desky její jsou na povrchu žlutobílé; v čerstvém lomu jeví však barvu modravou se šedými skvrnami; místy jest zcela šedá. Udeříme-li kladivem na tenčí desky, zvoní. Opuka tato jest ve výši 185 m n. m. Základem jejím je opuka v jíl proměněná (8. *b)*). Pan Tachecí dal pevnou opuku onu vylámati, aby mohl vzdělati role ve zpodnější jílovité vrstvě. Při té příležitosti nalezl jsem v pevné opuce:

Inoceramus Cuvieri Sow. ? (v. h.)
Micraster sp. (v. h.) Nejsou tak zachovalé, aby se z nich s určitostí dalo souditi, zda-li některé náleží ku druhu cor testudinarium, některé ku breviporus.
Holaster planus Mant. (zř.) Smáčklé exempláry dosahují až 9 cm v průměru.
Scaphites Geinitzii d'Orb. (zř.)
Cristellaria rotulata Lam. sp. (zř.)
Ventriculites radiatus Mant. (zř.)

Vrstva 9.

Mezi 185 a 199 m n. m. obsahuje výšina Rohatecká měkké, modravé opuky se šedými skvrnami, které hlouběji pod povrchem

skládají se z pevnějších lavic. Zřídka nalezneme v nich lavici opuky s převládající šedou barvou, jako ku př. na silnici Roudnickorohatecké mezi křížkem (198 m n. m.) a Rohateckou kapličkou. Opuky, které jsou vystaveny dešti, slunci, zvláště však mrazu, rozdrobují se napřed v nepravidelné kusy, pak v pecky a konečně v jíl. Jíl ten splavuje se po deštích se strání dolů, čím povstávají ve stráních údolí a žlaby, které výšinu Rohateckou mezi 185 a 199 m n. m. valně rozbrázďují.

Opuky tohoto horizontu jsou nejpřístupnější na stráních jižní polovice Rohatecké výšiny a pak na severním svahu silnice Roudnicko-rohatecké.

Kráčíme-li po silnici z Roudnice do Rohatec a přejdeme písčito-vápnité opuky Roudnické, shledáme za cestou Židovickochvalínskou ve škarpě silnice modravou, velmi měkkou opuku, která se snadno v jíl mění. V ní je význačná Terebratula subrotunda. Počíná ve výši asi 185 m n. m. Silnice jest prohloubena v opuce té až do výše 199 m n. m. Nejobyčejnější skameněliny jsou v ní:

Terebratula semiglobosa Sow.
Micraster cor testudinarium Goldf.
Ventriculites angustatus Röm. sp.
Ventriculites radiatus Mant.

Jen jednou nalezl jsem:

Cystispongia verrucosa Rss. sp.

V uvedených místech pokryta jest opuka jemným pískem křemitým s četnými střípky bílé opuky, která pochází z horních deskovitých opuk Březenských. Písek ten dosahuje místy až 2 m mocnosti a tvoří v opuce koryta, jichž směr se shoduje se sklonem stráně. Také uložení střípků opukových souhlasí se směrem sklonu. Písek ten je z temene Rohatecké výšiny splaven, a splakování jeho mohlo se díti od doby třetihorní až po nynější dobu.

Takový písek pokrývá stráně opukové vrstvy 9. i na jiných místech, jmenovitě: na jižní straně „Vrchů“, „Na Zlámaném“ (východní svah Vinic), V sádkách a pod Bulfou (u Hrobec).

Nejvydatnější místo ku vyhledávání skamenělin v tomto horizontu shledal jsem na stráni, která sluje „Na vinici“, v níž nalézají se pozemky Židovické. V posledních letech vykopávány byly ve stráni této hluboké jámy pro ovocné stromoví, strouhy ku svádění vody s hůry tekoucí a zřizovány tarasy ku lepšímu vzdělávání pozemků. Množství

opuky při těchto pracích dobyté poskytlo mi příležitost seznati palaeontologický charakter tohoto zajímavého horizontu. Na pozemku p. Bureše ze Židovic (asi 500 m na východ od silnice Roudnické) přístupny byly opuky ty mezi 190 a 199 m n. m. Nad 199 m pokrývá ji opuka pásma Březenského.

V ní se nacházejí:

Osmeroides Lewesiensis Ag. (zř.), šupiny.
Beryx ornatus Ag. (h.), šupiny.
Inoceramus sp. (h.)
Nucula sp. (vz.)
Ostrea Hippopodium Nilss. (h.) Zřídka volná, až 16 mm dlouhá. Obyčejně přirostlá na Micraster c. testud.
Spondylus latus (zř.) Volné až 32 mm dlouhé. Přirostlá na Isoraphinia texta.
Neurč. vroubkovaná lastůrka (vz.)
Terebratula semiglobosa Sow. (zř.) S přirostlou Ostrea Hippopodium. Jádra někdy v limonit proměněna.
Terebratula Faujassi Röm. (vz.)
Rhynchonella plicatilis var. Mantelliana (vz.)
Membranipora sp. (vz.)
Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (zř.)
Neurč. Ostracody (zř.)
Serpula sp. (vz.) Přirostlá na Phymatella intumescens.
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.) S přirostlými Ostrea Hippop. a Membranipora sp.
Holaster planus Mant. (vz.)
Cristellaria rotulata Lam. sp. (h.)
Haplophragmium irregulare Röm. sp. (zř.)
Ventriculites angustatus Röm. sp. (h.)
Ventriculites radiatus Mant. (h.) Typické exemplary pohárovitého tvaru až 14 cm dlouhé (kořen není celý) a 8 cm široké. Kostra slušně zachována.
Plocoscyphia labyrinthica Rss. (zř.)
Cyrtobolia formosa Rss. sp. (vz.)
Cystispongia verrucosa Rss. sp. (vz.)
Isoraphinia texta Röm. sp. (vz.) O této pro český útvar křídový nové houbě pojednám zevrubněji na jiném místě.
Phymatella intumescens Röm. sp. (zř.)
Amorphospongia rugosa Röm. (vz.) s četnými drobnými skamenělinami.

Chondrites (virgatus Feistm. O.) (vz.)
Sequoia microcarpa n. sp. Vel. (vz.), šištička.
Chomáče jehlic z rodu Pinus. (zř.)
Neurčený posud list. Přenechán k studiu p. Dru. Velenovskému.

Místy objeví se v opuce pecky s větším množstvím nahromaděných foraminifer a j. drobných skamenělin, mezi nimiž Cristellaria rotulata Lam. sp. jest nejčetnější. Tu a tam objeví se nějaká Frondicularie, Haplophragmium irregulare Röm. sp., Bairdia subdeltoidea a j. Ostracody, ostny ježovek, zub neb šupina rybí, úlomky Inoceramů, hub a j.

Tytéž opuky nalezneme na západních stráních výšiny „Na horách“, kde hluboké rokle jsou vymleté. „Na ládku“, proti Chvalínu nacházejí se v nich hojně:

Smáčklé Micraster sp. s hoj. Ostrea Hippopodium.
Terebratula semiglobosa Sow.
Zřídka úlomky Plocoscyphia labyrinthica Rss.

Na silnici Roudnické u křížku Rohateckého a severozápadně od něho, byly modravé opuky odkryty ve výši 185—199 m n. m., kdy se stavěla silnice. V čerstvém lomu byly pevnější. V nich vyskytovaly se četné:

Micraster cor testudinarium Goldf. S přirostlými: Serpula sp., Ostrea Hippopodium a Membranipora tuberoa Nov.
Velký Inoceramus sp. (h.)
Zřídka Ventriculites angustatus Röm. sp.

B. Pásmo Březenské.

Témě výšiny Rohatecké je složeno od 199 m n. m. z pevných, deskovitých opuk zvonivých, které se střídají s drobivými, často v jíl změněnými vrstvami.

Světlejší, vápnitější a tvrdé opuky nezvětrají tak snadno na vzduchu jako spodní Teplické. Lavice tmavších opuk se však na povrchu snadno rozpadnou.

Ve vápnitějších tvrdých stolicích shledáváme opět ony kusy vápnité — svíry —, které jsme již poznali v pásmu Teplickém ve

vrstvě 2. *a*. Opuky se oddělují často ve tvarech mísovitých. Skameněliny nejsou poměrně tak hojny jako v pásmu Teplickém. Na povrch vychází jen nejspodnější vrstva tohoto pásma; ostatní bylo lze stopovati kdy se stavěla silnice a v několika lomech. K vůli podrobnému poznání tohoto pásma rozdělil jsem jej zdola nahoru podle fysikálních vlastností na 10 horizontů a každý zvlášť o sobě jsem prozkoumal. Mocnosť pásma Březenského obnáší 14·1 m. a sahá od 199 až do 213·1 m. n. m. Jednotlivé vrstvy popisuji zdola nahoru.

Vrstva 1.

Bezprostředně na drobivé, modravé opuce 9. pásma Teplického uložena je pevná, tvrdá, velmi vápnitá opuka. Blíže povrchu odděluje se v tenčí desky lomu mísovitého. Oddělíme-li totiž dvě desky od sebe, má jedna z nich na povrchu prohlubeň v podobě mísy, druhá přilehlá má příslušnou vypuklou plochu. Zřídka oddělují se desky podle rovných ploch. Desky opuky mívají barvu bělavou do žluta, zřídka s tmavšími místy. Vzdorují dosti vlivům povětrnosti. Udeříme-li na ně kladivem, zní někdy tou měrou, že uši velmi zaléhají. Čerstvá opuka, více od povrchu vzdálená, tvoří mocnější stolice. Proto bývá vyhledávána pro stavby s dobrým prospěchem. Vrstva 1. má mocnosť 3·8 m. a sahá od 199 až do 202·8 m. n. m. a jest spolu s 9. vrstvou pásma Teplického nejpřístupnější vrstvou na celé Rohatecké výšině. Příkré stráně výšiny Rohatecké skládají se, jak již uvedeno, z drobivých Teplických opuk, na vrcholech těchto strání pak vyčnívají ostře zvonivé opuky vrstvy 1., chráníce spodní Teplické od rychlejšího splakování.

Vrstva 1. přístupna jest zvláště „Na Vinicích“ u Židovic, v zářezu silnice Roudnickorohatecké „Na Vrchách“, po západních stráních výšiny „Na horách“ (ku př. „Na ládku“, „Nad studánkou“, v „Kunigrově lomu“), v zářezu silnice Roudnickorohatecké nad křížkem a na Bulfě u Hrobec. Ku stavbě vybírala se opuka v lomu p. Pav. Škody „Na vinicích“, v lomu p. Kunigra „Na horách“ a pak na „Bulfě.“

Na vinicích u Židovic, a sice na pozemcích pp. Bureše a Basaře nalezl jsem:

Chomáče šupin, ostnů a zubů rybích (zř.)
Inoceramus Cuvieri Sow.*) (h).
Ostrea Hippopodium Nilss. (h.) Přirostlé na Micraster cor testudinarium.

*) Uvádí již prof Dr. Jan Krejčí: Archiv pro přírod. prozk. Čech. I. str. 78.

Terebratulina striatula Mant. (vz.)
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Holaster planus Mant. (zř.)
Cristellaria sp. (zř.)
Ventriculites sp. (vz.) Pěkný kořen 9 cm. dlouhý na konci se rozvětvující.
Thecosiphonia ternata Rss. sp. (zř.)
Úlomky neurč. hub.

U hranic Židovickorohateckých, nedaleko předešlého místa, nalézá se lom p. Pav. Škody z Rohatec, kde vybírá se táž opuka z tohoto uložení:

			205·0 m n. m.
Vrstvy Březenské	3. Opuka bílá, v desky rozpadlá	1·0 m	
	2. V malé kousky rozdrobená nebo v jíl proměněná opuka šedá	1·2 „	
			202·8 m n. m.
	1. Bělavá, pevná opuka ku stavbě se lámající.		

V tomto lomu pozoroval jsem ve vrstvě 1. velké Inoceramy sp.

Na vrcholu západní stráně „Na horách" v místě, jež slove „Na ládku", objevují se v téže výšce nadmořské:

Inoceramus Cuvieri Sow.? Stlačené kusy.
Nucula pectinata Sow. (zř.)
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Chondrites sp. (zř.)

Nedaleko předešlého místa mezi studánkou a Kunigrovým lomem vystupuje mezi dvěma roklema ostroh, na jehož temeni opět nad 199 m n. m. ve vrstvě 1. více skamenělin nalezeno:

Cladocyclus Strehlensis Gein. (h.), šupiny.
Inoceramus Cuvieri Sow.? Stlačené kusy.
Pecten Nilssoni Goldf.
Terebratulina striatula Mant.

Micraster cor testudinarium Goldf.
Neurčitelná ježovka, malá, stlačená, jen 13 mm dlouhá.
Stellaster sp.
Plocoscyphia labyrinthica Rss. S kořenem 65 mm dlouhým, na konci rozvětveným a v limonit proměněným.
Amorphospongia rugosa Röm.

Ve vedlejším Kunigrově lomu naleznem opět zvonivé, bělavé, pevné opuky nad 199 m n. m. v tomto uložení:

		203·8 m n. m.
Vrstvy Březenské	2. Opuka drobivá, bělavá . . .	1·0 m
	1. Opuka zvonivá, bělavá, pevná	3·8 „
		199·0 m n. m.

Vrstva 1. láme se v mocné desky a obsahuje četné svíry. Svíry mají zde tvar nepravidelně kulovitý, poněkud prodloužený. Svír v opuce uložený bývá obalen zetlelou opukou. Kolem svíru jdou rozsedliny, jimiž se opuka od svíru odděluje, a v nich dává se podnět ku tvoření se vláknitého vápence, který na povrchu svíru jest vyloučen a spůsobuje povrch jeho rýhovaný. Pod vláknitým vápencem bývá hmota svíru obyčejné opuce podobna. Čím hlouběji do středu, tím více stává se hmota svíru pevnější, hutnější, vápnitější, při čem má barvu světlejší a podstatně se od hmoty opukové liší. Jest prošlehána žilkami čistého, krystallinického vápence. Když jsem jeden svír rozbil, shledal jsem, že poblíž povrchu rozšířila se jedna ze žil a obsahovala dutinu asi 10 cm širokou, na jejíž stěnách nalézaly se drůzy klenčového vápence, a na těchto opět seděly skupiny krystallinického křemene v obyčejných spojkách šestibokého hranolu a jehlance.

Při jedné návštěvě své nalezl jsem tu 10 svírů.

V této opuce je málo skamenělin:

Inoceramus sp. Velké kusy, stlačené.
Lima Hoperi Mant.
Serpula gordialis Schl., přirostlá na Inoceramu.

V téže výši nadmořské dostihneme těch opuk nad křížkem Rohateckým v zářezu silnice nové. Když se silnice stavěla, shledány v opuce:

Úlomky obrovských Inoceramů sp. (h.)
Špatně zachovalé a rozmačkané Micraster sp. (h.)
Ventriculites angustatus Röm. sp. (zř.)
Chondrites sp. (h.)

Konečně nalezneme velmi zvonivé opuky vrstvy 1. na Bulfě u Hrobec. Tvoří bílé, tvrdé, tenké desky, lomu mísovitého. Tu a tam spatřiti je úlomky Inoceramů, desky ježovek, úlomky Chondritů. Druhdy vybíraly se tu opuky ku stavbě.

Vrstva 2.

Na opuce vrstvy 1. uložena jest rozdrobená opuka barvy bílé nebo šedé, která se na povrchu snadno promění v jíl. Přístupna jest v lomu p. Škody na Vinicích, v lomu p. Kunigra na Horách a v zářezu silnice nad křížkem Rohateckým. Poněvadž má mocnosť 1·2 m, sahá od 202·8 až do 204 m n. m.

Vrstva 3.

Na rozdrobené opuce 2. uložena je bílá deskovitá opuka lomu rovného nebo mísovitého. V lomu p. Škody na Vinicích (viz uvedený sled vrstev) naleza se nejspodnější část této vrstvy, v níž shledána pouze jedna Ostracoda. Mezi lomem p. Škody a lomem p. Hölzla (tento leží severozápadně od předešlého při silnici Roudnickorohatecké) nalézaly se v lomech tu otevřených tytéž opuky deskovité. V téže výšce nadmořské a opět nad drobivou vrstvou 2. naleznem opuky ty nad křížkem Rohateckým v zářezu silnice.

V lomu p. Tom. Bohuslava z Rohatec, který se nalézá uprostřed temene „Na horách“ mezi silnicí Roudnickou a cestou, která vede z Rohatec „Na hory“, byla bílá pevná opuka 3. dostižena ve hloubce 206·6 m n. m.

Sled vrstev v lomu Bohuslavově jest tento:

			214·0 m n. m.
Alluvium.	Ornice černá nebo šedočerná, vespod pískem nebo štěrkem promíšená	0·5 m	
			213·5 m n. m.

Útvar	Oddíl	Vrstva	Mocnost	Výška
	Staré štěrky vysočiny Řipské.			213·5 m n. m.
		Písek jemný, křemičitý, se stříbrolesklou slídou	0·3 m	
		Štěrk co pěsť velký hlavně z křemene a modrého buližníku	0·1 „	
				213·1 m n. m.
		(Místy bývá pod tímto štěrkem jemný písek, jenž vniká až 0·8 m hluboko do 10. vrstvy Březenské)		
Křída.	Vrstvy Březenské.	10. Opuka v jíl proměněná 0·8 m; Opuka v kousky rozpadlá 0·4 „	1·2 „	
				211·9 m n. m.
		9. Opuka tmavošedá, pevnější, deskovitá zvonivá 0·4 m; Opuka drobivá tmavošedá 0·4 m	0·8 „	
				211·1 m n. m.
		8. Místy pevná, místy rozpadlá op., táž co 7	0·5 „	
				210·6 m n. m.
		7. Opuka tmavošedá s bělavými vrstvičkami se střídající, pevná, deskovitá, zvonivá, ve dvou stolicích po 0·5 m	1·0 „	
				209·6 m n. m.
		6. Opuka tmavošedá, v pecky rozpadlá	1·0 „	
				208·6 m n. m.
		5. Opuka tmavošedá, pevná, ve dvou stolicích	1·0 „	
				207·6 m n. m.
		4. Opuka modravá, drobivá	1·0 „	
				206·6 m n. m.
		3. Opuka bílá, deskovitá	2·6 „	
				204·0 m n. m.

Lom tento je pro studium Březenských vrstev výšiny Rohatecké důležitý. Založen byl r. 1883., a když se stavěla silnice Roudnicko-rohatecká, poskytoval kamene k jejímu provedení. Před založením tohoto lomu nebylo mi známo, jaké jsou vrstvy opukové, skládající nejvyšší část Rohatecké výšiny, poněvadž známosť vrstev Březenských

vztahovala se hlavně ku nejnižší vrstvě 1., která, jak jsme již dříve uvedli, vychází na povrch na pokraji temene výšiny Rohatecké.

Vrstva 4.

V lomu Bohuslavově došlo se nad opukou 3., na modravou, drobivou opuku, 1 m mocnou, mezi 206·6 až 207·6 m n. m., v níž byla hojná:

Terebratula semiglobosa Sow.

Vrstva 5.

Nad drobivou vrstvou 4. nalézají se dvě stolice tmavošedé, vápnité opuky, s tmavšími nebo světlejšími skvrnami. Čerstvě vylámaná jest pevna a tvrda. Leží-li déle na dešti, rozpadává se snadno. Lom má mísovitý. Tenké desky zvoní. Mocnosť její jest 1 m. Zaujímá výšku 207·6 až 208·6 m n. m.

V lomu Bohuslavově jeví se v ní:

Terebratula semiglobosa Sow.
Inoceramus sp.
Micraster sp.

V lomu Hölzlově byla v následujícím uložení vybírána:

				211·05 m n. m.
Alluvium.		Ornice šedočerná s oblázky buližníku a křemene promíšena	0·25 m	
Křída.	St. štěrky vys. Řipské	Stopy štěrku rozpadlého z buližníku a křemene	—	
Křída.	Březenské vrstvy	7. Opuka bílá, tu a tam s tmavšími skvrnami, v tenkých deskách zvonivá	0·8 „	
Křída.	Březenské vrstvy	6. Tmavošedá opuka v pecky rozdrobená	1·4 „	
Křída.	Březenské vrstvy	5. Opuka tmavošedá, pevná, ve dvou stolicích	1·0 „	
				207·6 m n. m.

V Hölzlově lomu ve vrstvě 5. byly nalezeny tyto skameněliny:

Osmeroides Lewesiensis Ag. (zř.), šupiny.
Beryx ornatus Ag. (zř.), šupiny.
Cladocyclus Strehlensis Gein. (zř.), šupiny.
Inoceramus Cuvieri Sow. (h.)

Některé kusy dosahují obrovských rozměrů. Obyčejně se nalézají plosce stlačené. Některé kusy opuky bývají prostoupeny množstvím misek a zámků od Inoceramů.

Ostrea Hippopodium Nilss. (h.) Obyčejně přirostlá na ježovkách.

Pecten Nilssoni Goldf. (zř.).

Spondylus latus Sow. sp. (zř.). Přirostlý na Inoceramech.

Terebratula semiglobosa Sow. (zř.).

Terebratulina striatula Mant. (zř.)

Rhynchonella plicatilis Sow. (vz.).

Pollicipes conicus Rss. (vz.)

Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (h.).

Micraster sp. (zř.).

Ježovka, malý exemplár neurčitelný. Touž nalezl jsem v 1. vrstvě Březenské.

Frondicularia striatula Rss. (zř.).

Cristellaria rotulata Lam. sp. (zř.).

Ventriculites angustatus Röm. sp. (zř.).

Neurč. úlomky mořských hub, obyčejně v limonit proměněných. Jeden kořen 4 cm dlouhý na konci rozvětvený podobal se kořenu u Plocoscyph, labyrinth.

Amorphospongia globosa (zř.)

Chondrites sp. (zř.).

Chomáče jehlic z rodu Pinus (zř).

Někdy objeví se v opuce pecka, která mívá chomáče skamenělin, v nichž nejobyčejnější jsou Ostracody, Frondicularie a Cristellarie, úlomky Inoceramů a šupiny rybí.

Vrstva 6.

V Bohuslavově i Hölzlově lomu následuje po pevné opuce 5., tmavošedá, v pecky rozpadlá opuka, která se na dešti snadno v jíl promění. V lomu Bohuslavově měla mocnosť 1 m. Zaujímá výši 208·6 až 209·6 m n. m. V lomu Hölzlově měla vrstva opuky v pecky rozdrobené mocnosť 1·4 m. Možná, že vyšší částť (0·4 m) rozdrobené vrstvy v lomu Hölzlově jest proměněná vrstva 7. Přesvědčil jsem se v lomu Bohuslavově, že jedna a táž vrstva, která na jedné straně lomu byla pevna (ku př. vrstva 8.), na druhé straně lomu (sotva 10 m vzdálenější), byla rozdrobena.

Vrstva 7.

Opuky tohoto horizontu jsou deskovité. Barva jest tmavošedá, v té pak objevují se proužky bělavé. Často bývá opuka na téže desce dvojího druhu. Na jedné straně jest tmavá, na druhé světlá, jedna v druhou přecházejíc, nebo se střídají po sobě několikráte. Opuka ta vybírá se ku stavbě z lomu Bohuslavova. Zde, jsouc 1 m mocna, tvoří dvě stolice (po $^1/_2$ m), které se lámou v pevné, tvrdé, slabší nebo silnější desky. V lomu Hölzlovu, kde nalézá se spodní část vrstvy její, jest více proměněna, poněvadž je blíže povrchu zemského. Zde jest u samé ornice rozpadlá v tenké desky a teprve hlouběji v mocnější desky se rozděluje; má mocnost 0·8 m.

Desky vrstvy 7. oddělují se dle ploch rovných nebo mísovitých. Rozsedliny opuku prostupující, které ostatně i do vyšších i nižších vrstev se prodlužují, mají hlavní směr od severu k jihu a od západu k východu. Kromě toho jsou jiné vedlejší.

Vrstva 7. jest zvláště zajímavá po stránce palaeontologické; nacházejíť se v ní v lomu Bohuslavově:

Oxyrhina Mantelli Ag. (vz.). Od toho druhu nalezl jsem jeden zub 22 mm dlouhý.

Obratel Placoidea (vz.) Jeden nalezený exemplář měl 58 mm průměr. Největší šířka u okrajů byla 10 mm.

Beryx ornatus Ag. (zř.). Zbytek jednoho exempláře náleží mezi nejvzácnější nálezy ve vrstvě 7. Jest 12 cm dlouhý a 5 cm široký. Zachovány jsou některé kosti lebky a střední část těla s paprsky hřbetní ploutve. Sloh šupin jest místy zachován. Osamocené šupiny jsou v opuce hojnější.

Cladocyclus Strehlensis Gein. (vz.)

Aptychus cretaceus v. Münst. (vz.). Shoduje se úplně s popisem a vyobrazením Reussovým V. d. b. K. I. 24. T. 7. F. 13.

Gastrochaena amphisbaena Goldf. (vz.)

Pholas sclerotites Gein. (zř.)

Inoceramus sp. Dosahuje velkých rozměrů. Kusy jsou stlačené.

Lima Hoperi Mant. (h.) Na jedné desce objevilo se jednou 8 exemplářů pohromadě.

Ostrea Hippopodium Nilss. (h.) Přirostlá na Terebratula semiglobosa a Micraster cor testudinarium.

Spondylus spinosus Sow. (zř.)

Terebratula semiglobosa Sow. (zř.) Tyto dosahují zde neobyčejné velikosti. Exempláře 35 mm dlouhé a široké,

22 mm tlusté jsou obyčejné. Největší, jejž jsem tu nalezl, byl 46 mm dlouhý a široký, 25 mm vysoký. Některé Terebratuly bývají též duté. Na stěnách dutin bývají pak drůzy krystallinického vápence a na tom pak skupení čirých krystallů křemene v podobě šestibokých hranolů a jehlanců.

Micraster cor testudinarium Goldf. (h.) Bývají někdy velmi stlačené, takže mívají průměr až 8 cm dlouhý.

Cristellaria rotulata Lam. sp. (zř.).

? Pleurostoma bohemicum Zitt. (vz.).

Ventriculites radiatus Mant. (zř.). Velké talířovitě rozprostřené exempláry.

Amorphospongia globosa v. Hag. (zř.)

Chondrites sp. (zř.). V podobě větviček až 1 cm mocných a až několik dm dlouhých. Přímé nebo rozmanitě ztočené.

Chondrites (virgatus Feistm. O.) (h.). Od tohoto druhu vyskytují se až 25 cm dlouhé, rozvětvené, zuhelněné větvičky.

Sequoia Reichenbachi Heer. (h.), větvičky.

Cyparissidium? (zř.), větvičky.

Chomáče jehlic z rodu Pinus. (h.). Neurčitelné větevky, kůry a dřeva, často až 10 cm široká.

Neurčený podlouhlý list. Přenechán ke studiu p. dru. J. Velenovskému.

Někdy bývají větve a dřeva zuhelněná, a na povrchu jejich bývají vakovitá tělíska: Pholas sclerotites Gein.

V téže vrstvě nalezl jsem v lomu Hölzlově:

Geinitzia cretacea Ung. Stará větévka tato s pěkně zachovalými jizvami a stopami listů, jest 25 cm dlouhá a 12 mm široká.

Micraster cor testudinarium Goldf.

Inoceramus sp.

Osmeroides Lewesiensis Ag., šupina.

Vrstva 8.

Nad oběma stolicema vrstvy 7. nalézá se stolice opuky, která se barvou podobá předešlé. Na jižní straně lomu jest pevná a vybírá

se tak jako stolice vrstvy 7. ku stavbě. V severní části lomu jest však vrstva tato rozpadlá. Chová v sobě „svíry“. Tyto mají tvar obráceně kuželovitý, dole poněkud zahnutý a přišpičatělý, nebo hranolovitý nahoře a dole zakulacený. Tam, kde se stýkají s opukou, jest mezi nimi a opukou obal jílovitý z proměněné opuky povstalý. Svíry mají na povrchu pruhy od vláknitého vápence. Na některých místech, kde vláknitý vápenec nebyl vyvinut, svír nebyl od opuky rozsedlinou oddělen zřejmě, takže svír přecházel ve vedlejší opuku. Svíry mají šířku až $^1/_2$ m, výšku až $^3/_4$ m, takže hlava jejich přechází až do vrstvy 9. Mocnosť vrstvy 8. jest 0·5 m, sahá tedy od 210·6 až do 211·1 m n. m. V ní se nacházejí:

Inoceramus sp. Velké stlačené kusy.
Ostrea Hippopodium Nilss. (zř.)
Spondylus spinosus Sow. (zř.)
Terebratula semiglobosa Sow. (h.). Exempláry bývají velké jako ve vrstvě 7.
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)
Cristellaria rotulata Lam. sp. (zř.)
Ventriculites radiatus Mant. (zř.)
Neurčená rozvětvená houba (vz.)
Neurčitelná kůra (vz.)

Tu a tam objevily se modrošedé pruty až 1 $^1/_2$ cm mocné a několik dm dlouhé, které uprostřed chovaly krystallinický vápenec.

Vrstva 9.

Vrstvu 8. pokrývá rozdrobená opuka tmavošedá (0·4 m), která výše přechází v pevnější, zvonivé desky (0·4 m). Desky mají lom mísovitý, podobný úsekům kruhovým, které mají průměr až 30 cm a hloubku 6 cm.

V té vrstvě jsou:

Šupiny rybí.
Inoceramus sp. Stlačené kusy.
Exogyra lateralis Rss. (vz.)
Ostrea Hippopodium Nilss. (zř.) Volná i přirostlá na Micr. c. testud.
Terebratula semiglobosa Sow. (h.).
Rhynchonella plicatilis Sow. (h.) Stlačené.
Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (zř.)
Micraster cor testudinarium Goldf. (h.)

Pleurostoma bohemicum Zitt. (zř.)
Ventriculites angustatus Röm. sp. (vz.)
Ventriculites radiatus Mant. (h.) Talířovitě rozprostřené až o 12 cm v průměru.
Chondrites sp. (zř.)

Vrstva 10.

Poslední, nejvyšší horizont pásma Březenského v Bohuslavově lomu tvoří opuka v kousky rozpadlá 0·4 m mocná a nad ní opuka v jíl proměněná 0·8 m mocná veskrze šedé barvy. Sahá od 211·9 až do 213·1 m n. m. Vrstva tato pokryta jest starým pískem a štěrkem vysočiny Řipské, jenž vniká též v podobě hlínovité do vrstvy 10 až 0·8 m hluboko. Tyto hlínovité, pískem vyplněné sluje bývají v hořejší části 0·25—2 m široké.

Ve spodní opuce v kousky rozpadlé zřídka nalezneme Terebratulu semiglobosu Sow.

Ve svrchní jílovité vrstvě zřídka objeví se větší skamenělá houba, která svým tvarem krásným nad jiné vyniká. K těm náleží:

Thecosiphonia ternata Rss. sp.
Verruculina miliaris Rss. sp. S přirostlou Serpula (macropus Sow.?). O obou těchto znamenitých druzích hub pojednám na jiném místě.
Ammonites sp.

Jediný velký exemplár tu nalezen, který dobře nebyl zachován.

Ve vypláknutém jílu vyskytlo se množství drobných skamenělin a úlomků větších, jichž seznam částečný tuto podávám:

Malé zoubky rybí.
Úlomky Inoceramů, ústřic (h.)
Bairdia subdeltoidea Mün. sp. (h.)
Phymosoma radiatum Sorig. (h.), ostny.
Cidaris Reussi Gein. (h.), ostny.
Desky ježovek (h.)
Antédon Fischeri Gein. (vz.)
Nodosaria annulata Rss. (h.)
Nodosaria inflata Rss. (zř.)
Nodosaria oligostegia Rs. (zř.)
Frondicularia Cordai Rss. (vz.)
Frondicularia striatula Rss. (h.)
Frondicularia sp. (zř.)

Cristellaria rotulata Lam. sp. (v. h.)
Cristellaria ovalis Rss. (zř.)
Cristellaria intermedia Rss. (vz.)
Bulimina Murchisoniana d'Orb. (vz.)
Globigerina cretacea d'Orb. (h.)
Rotalina nitida Rss. (zř.)
Haplophragmium irregulare Röm. sp. (h.)
Záhadné tělo válcovité na koncích zakulacené.
Četné úlomky mořských hub, a j.

Srovnání pásma Teplického s Březenským.

Srovnáme-li mezi sebou obě popsaná pásma křidová výšiny Rohatecké, shledáváme, že hlavní znak Březenských vrstev jest pevnosť, tvrdosť, deskovitosť, zvonivosť, barva bělavá až tmovošedá, kterými fysikálními znaky liší se podstatně od měkkých, modravých Teplických vrstev, snadno se rozpadávajících. Co se poměrů palaeontologických týče, ty objasňuje tento:

Přehled skamenělin

z Teplických a Březenských vrstev výšiny Rohatecké.

Skamenělina	Teplické vrstvy	Březenské vrstvy
Pisces.		
Oxyrhina Mantelli Ag.	. . . .	. . . . . 7 . . .
Osmeroides Lewesiensis Ag.	 9	. . . 5 . 7 . . .
Beryx ornatus Ag.	2 3 9	. . . 5 . 7 . . .
Cladocyclus Strehlensis Gein	. 3	1 . . . 5 . 7 . . .
Obratel Placoidea	. . . .	. . . . . 7 . . .
Cephalopoda.		
Nautilus sublaevigatus d'Orb.	. . . 4	. . . .
Ammonites sp.	. . . .	 10
Scaphites Geinitzi d'Orb.	. . . . 8 .	. . . .
Aptychus cretaceus Münst.	. . . .	. . . . . 7 . . .
Gasteropoda.		
Aporhais Reussi Gein.	. . . . . 6 . .	. . . .

Skamenělina	Teplické vrstvy	Březenské vrstvy
Lamellibranchiata.		
Gastrochaena amphisbaena Goldf. . .	. . . .	. . . . . . 7 . . .
Pholas sclerotites Gein.	. . . .	. . . . . . 7 . . .
Inoceramus annulatus Goldf.?	. . 3	. . . .
Inoceramus Cuvieri Sow.	1? . . . . . . 8? .	1 . . . 5 . . . . .
Inoceramy stlačené, neurčitelné . . .	1 2 3 4 5 6 7 8 9	. . . . . . 7 8 9 10
Lima Sowerbyi Gein.	. . 3	. . . .
Lima Hoperi Mant.	1 . . . . . 7 . .	1 . . . . . 7 . . .
Nucula pectinata Sow.	. . . .	1 . . . .
Nucula sp.	 9	. . . .
Exogyra lateralis Rss.	. . . .	. . . . 9 .
Ostrea Hippopodium Nilss.	. . 3 . . . 7 . 9	1 . . . 5 . 7 8 9 .
Ostrea sp.	. . . .	 10
Pecten Nilssoni Goldf.	. . . .	1 . . . 5 . . . . .
Spondylus latus Sow. sp.	. . 3 9	. . . . 5 . . . . .
Spondylus spinosus Sow.	. . . .	. . . . . . 7 8 . .
Neurčená lastůrka	 9	. . . .
Brachiopoda.		
Terebratula semiglobosa Sow.	. . 3 . . . 7 . 9	. . . 4 5 . 7 8 9 10
Terebratula Faujassi Röm.	 9	. . . .
Terebratulina striatula Mant.	. . . .	1 . . . 5 . . . . .
Terebratulina gracilis Schlb. sp. . . .	. . 3	. . . .
Rhynchonella plicatilis Sow.	 9	. . . . 5 . . . 9 .
Rhynchonella sp.	. . 3	. . . .
Bryozoa.		
Membranipora sp.	. . 3 9	. . . .
Membranipora tuberoa Nov.	. . 3 9	. . . .
Berenicea sp.	. . 3	. . . .
Proboscina sp.	. . . . . . 7 . .	. . . .
Crustacea.		
Pollicipes conicus Rss.	. . . .	. . . . 5 . . . . .
Bairdia subdeltoidea Mün. sp. . . .	. . 3 . . . 7 . 9	. . . . 5 . . . 9 10
Vermes.		
Serpula gordialis Schl.	. . . .	1 . . . .
Serpula (macropus Sow. ?)	. . . .	 10
Serpula sp.	. . 3 9	. . . .
Echinodermata.		
Phymosona radiatum Sorig.	. . . .	 10
Micraster sp.	. 2 . . 5 . . 8 .	1 . . . 5 . . . . .

Skamenělina	Teplické vrstvy	Březenské vrstvy
Micraster cor testudinarium Goldf.	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 . . . . . 7 8 9 .
Micraster breviporus Ag.	. . . . . . 7 8 ? .	. . . .
Cidaris Reussi Gein.	. . . .	 10
Holaster planus Mant.	. . 3 4 . . 7 8 9	1 . . . .
Malá neurčitelná ježovka	. . . .	1 . . . 5 . . . . .
Stellaster sp.	. . . .	1 . . . .
Antédon Fischeri Gein.	. . . .	 10
Korály.		
Parasmilia centralis Mant. sp.	. . 3	. . . .
Foraminifera.		
Nodosaria annulata Rss.	. . . .	 10
Nodosaria inflata Rss.	. . . .	 10
Nodosaria oligostegia Rss.	. . . .	 10
Frondicularia Cordai Rss.	. . . .	 10
Frondicularia striatula Rss.	. . . .	. . . . 5 10
Frondicularia sp.	. . . .	 10
Cristellaria rotulata Lam. sp.	. . . 4 . . 7 8 9	. . . . 5 . 7 8 . 10
Cristellaria ovalis Rss.	. . . .	 10
Cristellaria intermedia Rss.	. . . .	 10
Cristellaria sp.	. . . .	1 . . . .
Bulimina Murchisoniana d'Orb.	. . . .	 10
Globigerina cretacea d'Orb.	. . . .	 10
Rotalina nitida Rss.	. . . .	 10
Haplophragmium irregulare Röm. sp.	 9	 10
Spongiae.		
Craticularia Beaumonti Rss. sp.	. . . . . . 7 . .	. . . .
Pleurostoma bohemicum Zitt.	. . . .	. . . . . . 7 ? . 9 .
Ventriculites angustatus Röm. sp.	. . 3 4 5 . 7 . 9	1 . . . 5 . . . 9 .
Ventriculites radiatus Mant.	1 . 3 . . 6 7 8 9	. . . . . . 7 8 9 .
Ventriculites sp.	. . . .	1 . . . .
Plocoscyphia labyrinthica Rss.	. . 3 9	1 . . . (5) . . . . .
Cyrtobolia formosa Rss. sp.	. . . . . . 7 . 9	. . . .
Chenendopora producta Poč.	. . . . . . 7 . .	. . . .
Cystispongia verrucosa Rss. sp.	. . . . . . 7 . 9	. . . .
Verruculina tenue Röm. sp.	. . . . . . 7 . .	. . . .
Verruculina miliaris Rss. sp.	. . . .	 10
Scytalia pertusa Rss. sp.	. . . . . . 7 . .	. . . .
Isoraphinia texta Röm. sp.	 9	. . . .
Phymatella intumescens Röm. sp.	 9	. . . .
Thecosiphonia ternata Rss. sp.	. . . . . . 7 . .	1 10
Amorphospongia globosa v. Hag.	. . . .	. . . . 5 . 7 . . .

Skameněliна	Teplické vrstvy	Březenské vrstvy
Amorphosponhia rugosa Röm.	. . . . . . 7 . 9	1 . . . .
Neurčená houba	. . . .	. . . . 8 . .
Plantae.		
Chondrites sp.	1 . 3 4 5 6 8 .	1 . . . 5 . 7 . 9 .
Chondrites (virgatus Feist. O.) . . .	 9	. . . . 7 . . .
Sequoia Reichenbachi Heer.	. . . . 5	. . . . 7 . . .
Sequoia microcarpa (n. sp.) Vel. . . .	 9	. . . .
Chomáče jehlic z rodu Pinus . . .	 9	. . . . 5 . 7 . . .
Geinitzia cretacea Endl.	. . . .	. . . . 7 . . .
Cyparissidium ? Vel.	. . 3	. . . . 7 . . .
Neurčené posud listy	 9	. . . . 7 . . .
Neurčitelné větevky různé	. 2	. . . . 7 . . .
Neurčitelná dřeva a kůry	. . . .	. . . . 7 8 . .
Záhadná těla vějčitá	. . . . . . 7 . .	 10

C. Staré štěrky vysočiny Řipské.

Temeno výšiny Rohatecké je nad 210 m n. m. pokryto vrstvami štěrku a písku.*) V lomu Bohuslavově „Na horách“ (viz průřez dříve uvedený), vyplňuje křemitý písek klínovité sluje v 10., jilovité vrstvě Březenského pásma. Sluje jsou až 0·8 m hluboké, nahoře 0·25—2 m široké. Směr slují je nepravidelný. Na tomto písku ve slujích a zároveň na 10. vrstvě Březenské (pokud nemá slují) leží jediná vodorovná vrstva štěrku 0·1 m mocného. Štěrk se skládá z oblázků jako pěst velkých, zřídka větších a vězí v jemném křemitém písku. Na vrstvě štěrku leží vodorovná vrstva jemného křemitého písku v mocnosti 0·3 m. Je tedy mocnost pískových a štěrkových vrstev v lomu Bohuslavově 0·4 až 1·2 m a spadá tu do výše od 212·3 nebo 213·1 m až do 213·5 m n. m. Z jediného tohoto místa nelze však ještě souditi o pravé mocnosti písku a štěrku, jež temeno výšiny Rohatecké po-

*) Prof. dr. Jan Krejčí vyslovuje se o štěrkách vysočiny Řipské takto: „Štěrk a hlína (namnoze snad z rozpadlých vyšších vrstev křidového útvaru povstalé) pokrývají velké plochy vytknuté vysočiny“. Geologie, Praha 1877, str. 779.

krývají, neboť místo, v němž lom Bohuslavův je založen, není nejvyšším místem Rohatecké výšiny; nejvyšší místo leží o něco dále k jihozápadu na cestě polní (218 m n. m.) a je mocnou ornicí kryto.

Na temeně výšiny Rohatecké lze však i pod 210 m n. m. pozorovati jmenované štěrky, místy dosti hojně. Netvoří však souvislou vrstvu, nýbrž jsou s ornicí promíšeny. To platí zejména o místech „Na vrchách“ a „Na vinicích“. Štěrky tyto lze považovati za rozpadlé vrstvy štěrkové, které spolu s písky druhdy temeno Rohatecké výšiny pokrývaly. Písky z tohoto zrušeného pásma splaveny byly dolů a pokrývají boky, zvláště však úpatí výšiny Rohatecké kolkolem.

Oblázky štěrku skládají se z

křemene bělavého (v. h.),
buližníku modravého (v. h.),
buližníku červenavého a černého (zř.),
slepence (zř.),
křemence (zř.),
ruly šedé se stříbrolesklou slídou (zř.),
fyllitu (zř.),
amphibolitu (zř.),
dioritu zelenavého až tmavého (zř.).

Písek je žlutavý, křemitý, s šupinkami stříbrolesklé slídy.

Čedič nebyl ani ve štěrku ani v písku nalezen; ani pozůstatky zvířeny diluvialní nebyly v nich nalezeny. Uložení pásma našeho na Březenských vrstvách shoduje se s uložením pískovcových vrstev Chlomeckých v jiných krajinách českých, jako ku př. v kraji Mladoboleslavském a Jičínském. Není tedy vyloučena možnost, že by vrstvy štěrku a písku, jež pokrývají temeno výšiny Rohatecké, byly zbytkem pásma Chlomeckého útvaru křidového.

Ještě jiná okolnost nasvědčuje tomu, aby se usazování našeho písku a štěrku počítalo do dob starších než do dob diluvialních. Tytéž štěrky a písky, které pokrývají témě výšiny Rohatecké a jiná místa vysočiny Řipské, nalezl jsem i na levé straně Oharky, kde pokrývají témě výšiny Brozanské*) a jsou znamenitě odkryty ku př.

*) O těchto štěrkách podám podrobný popis v pozdějších „zprávách o geolog. poměrech výšiny Brozanské“. K těmto štěrkům nesmí se však počítati ty, které obsahují čedič a pokrývají úpatí výšiny Brozanské, jako ku př. štěrky mezi Lovosicemi, Čížkovicemi a Lukavcem. Viz mé pojednání: „První zpráva o geologických poměrech výšiny Brozanské. Krajina mezi Lovosicemi Čížkovicemi a Lukavcem“. Zprávy o zasedání kr. čes. společnosti nauk ze dne 31. října 1884.

u Chotěšova. Uložení štěrků na obou stranách Oharky na Březenských vrstvách se shoduje a štěrky ty jsou tedy soudobné. Štěrky ty usadily se dříve, než se utvořilo údolí Oharecké. Poněvadž počátek tvoření se Ohareckého údolí nejspíše spadá do doby třetihorní, následuje z toho, že již před touto dobou usadilo se pásmo našich štěrků a písků

II. Diluvium.

Boky výšiny Rohatecké jsou pokryty na některých místech pískem, ku př.: na východní straně „Předních vrchů" podle silnice Roudnickorohatecké; na jižní straně „Zadních vrchů"; mezi „Masárnou" a Rohatci; pod Bulfou, „pod Vinicí" („Na Zlámaném"). Písek ten shoduje se s jemným, křemitým pískem, jenž pokrývá temeno výšiny Rohatecké. Chová v sobě množství ohlazených, drobných střípků opukových, barvy bílé, jež se úplně shodují s hmotou opuk v oboru deskovitých opuk Březenských na Rohatecké výšině. Místy jsou tyto střípky opukové nahromaděny u velkém množství v písku. Písek ten tvoří v opukách, na nichž spočívá, žlaby, jež shodují se s úklonem boků. To se dá pozorovati u Rohatců na silnici Doksanské a v zářezu silnice na Předních vrchách. Ano i střípky opukové bývají uloženy ve směru sklonu boků. Štěrk jen tu a tam v písku jest roztroušen. V zářezu silnice na Předních vrchách má písek mocnost 1 až 2 m. Vytknutý písek se štěrkem tu a tam se objevujícím, je tedy splavený písek ze starých štěrků výšiny Rohatecké, jenž pojal do sebe četné úlomky z opuk Březenských.

Týž písek se střípky bílé opuky a řídkým štěrkem pokrývá též úpatí Rohatecké výšiny. Na severní straně sahá průměrně do výše 165 m n. m. Po východní straně, objímaje Skalku, Bulfu a Vinici a vyplňuje Suchý dol i Sádka, sahá až přes 170 m n. m. Trosky písku a štěrku toho nalezneme též na jižním a západním úpatí. Na uvedených místech možno též pozorovati, jak písky v bocích uložené souvisí s písky na úpatí. I tento písek pochází ze starých štěrků výšiny Rohatecké.

Pro srovnání s výšinou Rohateckou jest zajímavý „Mrchový kopec," který se vypíná severně od Rohatec, do výše 208 m n. m. Ten má temeno pokryté mocným pískem (staré štěrky vysočiny Řipské). Poněvadž se tento písek splakoval a sesouval, obalily se jím boky a úpatí tak dokonale, že nevycházejí opuky na povrch.

K diluviu náleží též mocné písčiny mezi Hrobci a Libotejnicí, na nichž živoří chudé borové háje, chránice písčiny ty před větším

splakováním. Zaujímají výšku 150 až 160 m n. m. Obsahují vrstvičky drobného štěrku, místy i hrubší oblázkovitý štěrk. Štěrk se skládá z křemene, buližníku, břidlice, ruly, žuly a písčité opuky. Písčité opuky mohou pocházeti od Židovic aneb i z jiných míst Polabských, kde písčité opuky jsou domovem.

Štěrky, jimiž jsou pokryty boky a úpatí výšiny Rohatecké a Mrchového kopce, vyplňují jmenovitě rozsedlinu Židovickochvalínskou, která jest pokračováním rozsedliny Oharecké.*) Z té příčiny jsou mladší než-li doba třetihorní. Poněvadž zaujímají tutéž polohu ku výšině Rohatecké, jako ty písky a štěrky ku výšině Brozanské, o nichž jsem dokázal, že jsou diluvialní,**) považuji tyto štěrky a písky na úpatí a bocích výšiny Rohatecké za diluvialní.

Na jihozápadní straně Hrobec pokryt je štěrk žlutou, písčitou hlínou, 1 m mocnou, která před lety v cihelně tamnější byla spracována.

III. Alluvium.

K tomuto útvaru náleží ornice vůbec, některé písky a jíly na výšině Rohatecké a štěrky na pobřeží Labském.

Ornice, která pokrývá temeno výšiny Rohatecké, je šedočerná, pískem, štěrkem aneb opukou promíšená dle toho, jakou vrstvu pokrývá. Mocnost její v lomu Bohuslavově obnáší 5 až 6 dm, na silnici Roudnickorohatecké poblíže Hölzlova lomu 6 dm. Pokrývá staré štěrky vysočiny Řipské, a kde těch není, opuku Březenského pásma.

Boky jsou pokryty ornicí na severní a východní straně. Kde je svah povlovný, tam je ornice mocnější, jako ku př. u Rohatců, při silnici Doksanské, kde pokrývá diluvialní písek půl m mocný, štěrkem promíšený a jest 1 m mocná.

Na úpatí jest ornice místy dosti mocná, ku př. „Pod vinicí“, kde u Sušárny (blíže Židovic) má mocnost 1·2 m, pokrývajíc diluvialní písek s úlomky opuky Březenské promíšený. Místy jest velmi slabá a pískem silně promíšena, jako ku př. v Suchém dole u Hrobců.

*) Prof. dr. Jan Krejčí: Archiv pro přír. prosk. Čech I. str. 77.

**) Viz mé pojednání: První zpr. o geol. pom. výš. Brozanské. Krajina m. Lovosicemi, Čížkovicemi a Lukavcem. Zprávy o zased. kr. čes. spol nauk ze dne 31. října 1884.

Zřídka spočívá na Teplické opuce, jako „Pod vinicí“, při polní cestě ze Židovic ku Remízku vedoucí, kde 0·5 až 0·75 jest mocna.

Sem patří též jednak některé písky, které po větších deštích se splakují z výšiny Rohatecké v údolí, jednak jíly, které se tvoří ze zvětralé opuky Teplických vrstev.

Konečně sem náleží říční štěrk, jenž lemuje břeh Labský od Židovic ku Hrobcům a Libotejnici.

32.

O středech křivosti parabolí a hyperbolí vyšších stupňů.

Sepsal **Fr. Machovec** a předložil prof. dr. J. Krejčí dne 16. října 1885.

Rovnice křivek těchto pro soustavu souřadnic rovnoběžných obsaženy jsou v rovnici

$$y^n = a^r x^{n-r},$$

která pro $n > r$ značí parabolu a pro $n < r$ hyperbolu. Tečna jedné i druhé té křivky (K_1) v libovolném bodě a_1, který má souřadnice x' a y' tvoří na ose Y úsek $o_1 b_1 = \frac{r}{n} y'$, na základě čehož ji snadno zobraziti lze.

Z této konstrukce tečny dají se odvoditi způsobem geometrickým zajímavé vlastnosti a konstrukce středů křivosti parabol i hyperbol stupňů vyšších, z nichž vyplývají jakožto zvláštní případy známé konstrukce středů křivosti parabol a hyperbol stupně druhého.

Rovinu křivky K_1 pokládejme za rovinu průmětnou, křivku K_1 za orth. průmět nějaké křivky K a osy soustavy, t. j. přímky X_1 a Y_1 za průměty rovin X a Y na průmětně kolmých. K promítající ploše válcové křivky K mysleme si v jednotlivých bodech této křivky normály N. Ty tvoří plochu mimosměrek N, jejíž obrysová křivka má za průmět evolutu S_1 křivky K_1. Body křivky S_1, čili středy křivosti jednotlivých míst křivky K_1 jsou tedy průměty bodů, v nichž se na průmětně kolmé roviny tečné plochy N této plochy dotýkají. Aby tyto průměty zobrazeny býti mohly, půjde o přiměřené určení plochy N.

Plocha N má za řídící útvary křivku K a rovinu průmětnou (s níž jsou její povrchové přímky rovnoběžny) a mimo to jest každá její povrchová přímka N_a kolma na příslušné povrchové přímce T_a

plochy T, která jest tvořena rovnoběžnými s průmětnou tečnami promítající plochy válcové křivky K v bodech této křivky.

Na základě svrchu vytčené konstrukce tečny lze vyhledati druhou řídící křivku plochy T. K tomu cíli mysleme si křivku K promítnutou ve směru X_1 na rovinu Y. Ku povstalému průmětu K_y budiž v rovině Y křivka K_y' křivkou příbuznou, při čemž jest osou příbuznosti přímka O, jejímž orthogonálným průmětem jest bod o_1, směrem příbuznosti směr Y_1 a poměrem příbuznosti $\frac{r}{n}$. Křivka K_y' jest geometrickým místem bodů $b \ldots$, jichž průměty jsou v $b_1 \ldots$ a jest tudíž druhou křivkou řídící plochy T.

Plochy T dotýká se dle povrchové přímky T_a hyperbolický paraboloid H, jehož řídícími útvary jsou tečna A křivky K v bodě a, tečna B křivky K_y' v bodě b a rovina průmětná. Je-li bod u $(u_1 \equiv b_1)$ stopou přímky A, jest i stopou tečny křivky K_y v bodě u příslušném k bodu a a stopu u' přímky B obdržíme uvážíce, že

$$ou' : ou = r : n,$$

jak vyplývá z příbuznosti křivek K_y a K_y'.

Poněvadž jest

$$a_1 u_1 : u_1 c_1 = b_1 u_1' : u_1' d_1,$$

jest i — pokládáme-li c_1 za průmět bodu c přímky A a d_1 za průmět bodu d přímky B —,

$$au : uc = bu' : u'd,$$

z čehož vyplývá, že i přímka $cd \equiv C$ jest povrchovou přímkou a sice soustavy rovnoběžné s průmětnou) hyperbolického paraboloidu H.

Ze souvislosti plochy N s plochou T vychází na jevo, že plochy N dotýká se podél N_a hyperbolický paraboloid H′, jehož povrchovými přímkami jsou: přímka N_a, přímka $F \perp uu'$ a přímka $E \perp C$ vesměs s průmětnou rovnoběžné a procházející body a, u a c přímky A.

Průmět obrysové křivky tohoto paraboloidu, t. j. parabola stupně druhého, dotýká se tudíž přímek $A_1 \equiv T_{a1}$, N_{a1}, F_1 a E_1 a mimo to evoluty S_1 křivky K_1 v témž místě, v němž se jí dotýká normála N_{a1}. V tom obsažena jest věta:

a) „Tečna a normála v libovolném bodě křivky

$$y_n = a^r x^{n-r}$$

a kolmice vztyčené na osy soustavy souřadnic v bodech, v nichž je tečna protíná, jsou tečnami paraboly stupně druhého, která se normály dotýká ve středu příslušného místa oné křivky.“

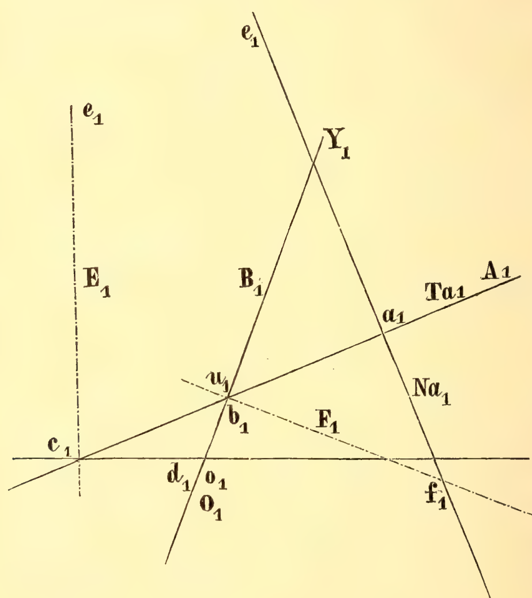
Uvážíme-li, že tečny paraboly II. st. určují na dvou libovolných její tečnách, ku př. N_{a_1} a T_{a_1}, řady podobné, obdržíme v tomto případě, označíme-li s_1 střed křivosti místa a_1 křivky K_1

$$e_1 s_1 : f_1 s_1 = c_1 a_1 : u_1 a_1$$

a poněvadž

$$c_1 a_1 : u_1 a_1 = n : (n-r), \text{ jest i}$$
$$e_1 s_1 : f_1 s_1 = n : (n-r), \text{ t. j.}$$

b) „Jsou-li $\left\{ \begin{matrix} e_1 \\ f_1 \end{matrix} \right\}$ průsečníky normály N_a křivky $y^n = a^r x^{n-r}$ s kolmicemi $\left\{ \begin{matrix} E \\ F \end{matrix} \right\}$ vztyčenými na osy $\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \end{matrix} \right\}$ v bodech,



ve kterých je tečna T_a protíná a S_1 střed křivosti místa a křivky $y^n = a^r x^{n-r}$, jest

$$\frac{e_1 s_1}{f_1 s_1} = \frac{n}{n-r}.\text{“}$$

Užijeme-li rozšířené věty Steinerovy ve tvaru, který byl v předcházejícím článku odvozen, obdržíme z věty *a)* větu

c) „Kuželosečka, dotýkající se v libovolném bodě a křivky

$$y^r = a^r x^{n-r}$$

a mající za sdružené průměry rovnoběžky sestrojené s osami $X_a Y$ body, v nichž tečna té křivky v bodě a ony osy protíná, oskuluje křivku $y^n = a^r x^{n-r}$ v místě a."

Je-li křivka $y^n = a^r x^{n-r}$ hyperbolou, jsou osy $X_a Y$ jejími asymptotami, na základě čehož věty předcházející jinak vysloviti lze.

Pro $n = 2$ a $r = 1$ obdržíme z věty *b)* známou konstrukci středů křivosti paraboly II. st. a pro $n = 1$ a $r = 2$ taktéž známou konstrukci středů křivosti kvadratické hyperboly.

33.

O rozšíření kapradí na světě.

Četl professor **dr. Jan Palacký** dne 30. října 1885.

Rozšíření kapradí (4089 dr. Salomon) sleduje jiné zákony nežli většina rodin. Rodina ta je po celém světě rozšířena mimo pouště a nejzazší arktické končiny. Avšak nejen rodina i čeledě jsou skoro všeobecné (kosmopolitické) a jen malá výminka mezi nimi tropická. Rodina ta bývala jindy znamenitější než teď — maximum arci měla již v době uhelné, avšak ten úbyt je velmi nestejný. Schimper měl již přes 1000 dr., $^1/_6$ všech fossilních a to v uhlí 498 ze 505, v permu 126 z 289, v kulmu 110 z 144, v oolithu 94 z 202. Nejvíce ubylo equisetaceí ($^3/_4$), nejméně polypodiaceí.

Bohužel není úplného seznamu Baker (2232 dr. vlastní kapradí) náramně sestárl a i Salomon neúplný (scházejí k. př. Engelmannovy Isoetacey, Al. Braunovy Salvinie a j. v.)

Co však se týče porovnání rozšíření nynějšího s někdejším, zde tak poučným, je tu hlavní závada, že $^8/_9$ kapradí zkamenělých seřaděno dle listů, kdežto živé se řadí dle plodů (sorů) — tak že není možno vědět, co to neb ono kapradí někdejší by bylo.

Rozšíření staré bylo ještě jednotvárnější — i rody a čeledě teď tropické bývaly v mírných krajinách (Gleichenie, Cyathey, Lygodie v Europě — jako Equisety v Australii).

Nejvíce jich v Americe, kde i jediné skoro čeledě endemické, pak ve jihovýchodní Asii, na ostrovech Melanesie, méně v Polynesii i Australii, málo jich v Africe aneb Europě. Avšak nescházejí i zde formy nejmenším ostrůvkům (Acuňha, Ascension).

Porovnáme-li staré Lycopodiacey (u Schimpera 18) s nynějšími, jichž zná Salomon 330 (107 Lycopodium, 217 Selaginella, Baker 312

(teď), 3 Psilotum, 2 Tmesipteris, 1 Phylloglossum (4 ctm. vysoký monotyp Australie) — tedy máme staré Lycopodiacey stejně po celém světě rozšířené — ba Lepidodendron Sternbergii, aculeatum, depressum, Knorria imbricata, Ulodendron minus, Sigillaria tesselata jsou stejně v Evropě a sev. Americe.

Teď má nejvíce druhů Amerika (88 Selaginella, 64 Lycopod.), pak Asie (87 Selag., 35 Lycop.), méně Afrika 32 a 13, Australie 14 a 4, Polynesie 19 a 15 a Europa 6 a 4.

Lycopodiacey jsou více rozšířené než Selaginelly — L. clavatum je skoro kosmopolitické (Eur., As., Afr., Am., Tasmanie), flegmaria Afr., As., Polynesie, Austral., cernuum Afr., As., Am., Polynesie, nummulariifolium Amer., As., Polynesie, annotinum Eur., As., Amer. až Čili, complanatum Eur., Amer., Maloasie, Madeira, inundatum Eur., Am. sev., alpinum Eur., As., Am. sev., selago Eur., Canary, Maloas., Austral., sev. Amer., saururus Am., Afr., trichiatum, sabinaefolium Am., As., verticillatum Am., Afr., Tmesipteris tannensis Austral., N. Seeland, Californie, Psilotum triquetrum Afr., Am., As., Austr., Polyn.

U Selaginell není rozšířenějších než concinna As., Afr., Ql., flabellata Am., Filipiny, Polynesie, helvetica Eur., Orient, Amursko, vogelii Fernam Po, Samoa, levigata Filipiny a Madagaskar, Kraussiana Afrika, Canary, Sicilie, lepidofylla Kalifornie, Mexiko, Hawaji, rupestris Amer., As., Afr., wallichii, tenera, atroviridis Asie, Polynesie.

Selaginelly milují více teplo a vláhu než lycopodie — nescházejí však druhy endemické v Arabii (imbricata), Mongolii (*e* mongolica), v Asii sev. (borealis).

Ze staré doby počítá Schimper 18 dr. od devonu (Arctopodium) a uhlí dolů. Avšak blízkých asi Lepidodendronů bude víc než 100 (nepočítaje plody Lepidostrobů 33), od nejstarší doby (L. duslianum, které jest skutečné L. a ne řasa ze siluru českého, L. gaspianum). Druhy již tenkrát daleko rozšířené (L. veltheimianum).

Ostatně Lycop. rozšířeny jsou pravidelněji nežli ostatní kapradí.

Europa nemá endem. druhů — jedny rozšířeny na východ (S. denticulata, helvetica) neb severní Ameriku (spinulosa) — Lycopodie jsou sice mnohem kosmopolitičtější, ale podrží i zákon ten — tak selago, clavatum, annotinum, inundatum, alpinum jsou v severní Americe (US., Asa Gr.), kde jsou sibířské dendroideum (do Japanu), africko-australské carolinianum a j. v.

I s o e t a c e í má Salomon teď 37, nejvíc v Americe 12 (10 *e*), Europě 11 (6 *e*), v Afr. (4 *e*), Asii 6, Australii (2), Oceanii (6).

Nejvíce jich v středomoří (13, 9 *e*), z nichž jediná lacustris — spolu geologicky stará (v Öningenu), zasahuje do sev. Ameriky a Peruánska, Durieui do Australie. I. tegulensis je na jediném místě v Sardinii, dubia jen na ostrově Maddalena.

Schimper má 3 dr. — nepočítajíli se sem Psilotites a Psilofyton. Poslední rod tento je jeden z nejstarších na světě, zejména v severní Americe, náleží-li sem P. princeps Dawson ze siluru.

Equisetacey, někdy jedny z prvních rodin bylinstva (u Schimpera s Calamitaceami 101, nepočítaje pochybné) a všude rozšířené scvrkly se na 25 druhů jediného rodu u Salomona. 9 z nich excl. v Americe, mezi nimiž obry nynějšího rodu: xylochaeton (6 m. v Peru vých., Čili a Argentinii) a giganteum (sáhové až 2 m. neotrop.) — 2 end. Mex. (3 v s. Peru, 3 Čili, 1 sev. Amer.) 9 je společných Americe a Europě, z nichž 6 i v sev. Asii. Asie má 2 end. i s Oceanií. Europa 1*e* (littorale) a 11 s jinými díly světa společ., Afr. 2 (telmateja. ramosissimum). V celku na staré celině jsou víc v severu, tak připomíná Finsch rokytí jejich u řek sibířských, v Australii vyhynuly (Phyllothecy, Anarthrocanna, Calamites varians, Bornia radiata) jako v N. Seelandsku (Equisetites).

Byly již v Sagoru, Bilině, Radoboji hojné, však jen v starších útvarech, tak je E. Münsteri typ rhaetu (Schimper), Calamites sukowii uhlí saského, C. gigas permu, Bornia radiata dolního uhlí.

Podobnost starých a nynějších druhů velká — tak podotýká Schimper u E. Braunii Ung. podobnost s dnešním E. limosum, u limosellum Heer s dn. sylvaticum, u lacustre Sap. s arundinaceum Bory, u campbelli Forbes s hiemale, u tunicatum Heer a burchardi Denker s arvense, u bunburyum Zigno s nyn. xylochaetum atd.

Rhizocarpey 50 skládají 4 rody Azolla, Salvinia 5, Marsilea 37, Pilularia 14. Převaha je americká 21 — excl. (17), 2 (1) Azolla, 5 (4) Salvinie, 13 (11) Marsil., 1 Pilularia — pak jsou v Africe 16 — excl. (11), 2 Azolly (1), 13 Marsileí, 1 Pilularia — Australie (12 — 9 *e*, 2 Azolly, 9 Marsileí, 1 Pilularia), méně v Asii (9 — 4 *e*), 1 Azolla, 1 Salvinie, 6 Marsileí, 1 Pilularia a v Europě 6 (1 Salvinie, 3 Marsiley, 2 Pilularie (1*e*).

Nejdůležitější jsou v Australii, kde Marsilea drummondii (nardú) je silnou částí výživy tuzemců.

Vlastní kapradí dělí Salomon na tři řády a 10 rodin.

Ophioglossey jsou řád i rodina, 20 dr. a 3 rody, — *m* Helminthostachys je v Asii, N. Caledonii, Ql., Ophioglossum má 2 dr.

v Brasilii, 2 na Mysu, 1 v Čili a sev. Americe, 1 v Gujaně, 1 tropický a 1 (vulgatum) je kosmopolitické.

Botrychium (11) má 5 dr. v Asii, (1 i v Polynesii, 3 i v Europě), 9 dr. v Europě (jen 2 dr.), z nichž 3 i v sev. Americe, 1 v sev. Asii, 1 v Australii i Americe, virginianum je kosmopolit až na Polynesii a jižní Ameriku. Pochybno, jeli vlašské O. eocenum (Massalongo) = lusitanicum.

Marattiacey jsou řád s 3 čeledmi. — 1 Monotyp Angiopteris evecta (Afr., As., Australie, Polynesie) podobný Angiopteridiím (10) již v Keuperu, 2 Marattiacey (8 — 2 r.) mají indický *m* Kaulfussia (Java, Filip., Asam), 3 dr. Marattia v Americe (2 Brasil., 1 Mex., 1 Ecuador, Antily), 1 v Americe a Polynes., 1 v Africe, Asii, Australii, Polynesii, 2 v N. Caledonii (z nichž 1 i v N. Seelandsku), (attenuata), 3 Daneacey jediný rod 12 dr., jsou vesměs v teplé Americe, 3 neotropické, 1 Antilly, (P. Rico), 2 Costarica, 2 Peru, 1 Gujana, Brasilie, Venezuela, Ecuador. Obě poslední čeledě byly asi i fossilní v Europě (rody Danaeopsis, Danaeides, Marattiopsis).

Vlastní kapradí jsou zas řád o 6 rodinách.

1. rodina Osmundaceí 2 r. 11 dr.. Nejzajímavější druh je Todea barbara. Cap., Australie, N. Seeland, ostatní 8 jsou v Australii, N. Seelandu, 2 ostr. Howe, 1. Polynesii (australský druh). Osmunda má nejvíc v Asii (všecky druhy 3*e*) — regalis i v Afr., Am., Europě, claytoniana i v Amer. jako cinnamomea. Schimper měl 3 dr. — v Gronech, Francii, Švýcarsku do Uher.

2. rodina trop. Schizeaceí 4 r. 97 dr., *m* Mohria (Afrika trop.), Aneimia 54 neotrop. (20 Brasilie) až na 2 afr. dr., Schizea 19 — 11 neotrop. 1 i paleotrop., 5 afr. (2 i v Asii, 3 i v Australii. Lygodium má 7 dr. v Asii (4*e* až Japan i Čina), 6 v Australii a Polynesii (3 *e*), 4 v Africe, 8 v Americe (severně až na Massachusetts, kdežto na staré celině celá rodina je čistě tropická). Schimper měl 8 Lygodií, nejvíc v Švýc. tertiérních, ale i v Cáchách, ve středu Francie.

3. Gleicheniacey 3 r. 33 dr., má 17 dr. neotrop. (1 i v Indii a Japanu), pedalis Guinea (Čili, Juan Fernandez až po Falklandské ostr.), 5 afr. 3*e* (2 Cap.), 12 reg. IV. (z nichž dichotoma všude v tropech, flagellaris i v Africe). Jelikož byly za staré doby v Europě, kde ledovou dobou vyhynuly, jest zachování jich na Falklandu (cryptocarpo) velmi poučné, jako v Patagonii (quadripartita). Schimper má 8 dr. v Gronech, Čechách i Cáchách.

4. rodina Hymenofyllaceí sr. 363 dr. jsou dnes skoro tropické (až na H. tunbridgense a Trichomanes speciosum záp. Evropy (jež již Parlatore prohlásil za zbytky) a Hym. Falklandicum), což dříve nebyly).

Mají neotropických druhů 200, všecky Ptilofyllum (26), Trichomanes 71 z 163 (68 *e*), Hemiphlebium (11 z 14), 87 (z 157 68 *e*) Hymenofyllum, 7 je společných starému i novému světu, mezi nimiž arci nejzajímavější H. tunbridgense (Tiroly, Anglie, Corsika, Canary, Jižní Afr., Jiho-Amer., Australie, Polynesie, Samoa), a Trichomanes speciosum (radicans auct.) Irsko, Madeira, Neapole, Polynesie, Amer.

Reg. IV. (trop. Asie, Oceanie, Australie) má *m* Cardiomanes, (Filipiny, N. Seeland), 2 Hemiphlebium, 61 Hymenofyllum (*e*), 84 Trichomanes, větším dílem místní dr.; tak má Java 15 *e* Trichomanes, 9 Hymenofyllum vůbec (5 *e*). Afrika má jen 1 Hemiphlebium, 24 Trichomanes *e* (Kuhn 27, 26 *e*) a 14 Hymenofyllum (Kuhn 15, 9 *e*).

Arktická krajina nemá teď žádného *e* druhu. Nejdivnější rozšíření maji H. inequale Falklandy a trop. Afrika, polyanthos neotrop. Samoa, Sejšely a Novo-Seelandsko, longisetum Viti, Samoa, Java, Bourbon, obtusum Cap, Sandwich, Trichomanes giganteum Mauritius, Bourbon, Comory, Viti; H. asplenioides neotrop., Filipiny.

Zbytky zkamenělé nehojné, od uhlí (Hymenofyllum weissii (Saarbrücken).

5. rodina Cyatheacey, 9 r. 344 dr. (Alsofila 134, Cyathea 105, Hemitelia 40, Diksonia 24, Denstädtia 13, Cibotium 12, Deparia 5 *m*, Loxosoma, Peranema. Jsou výhradně tropické, zabíhající arci k jihu dále než k severu, neb N. Seeland má Cyathea dealbata, cuninghami, Diksonia antarctica, squamosa (Chathamisl!) *m* Loxosona, mys Dobré Naděje Hemitelia cap. (i Brasilie, Java), Cyathea dreg., Hemitelia smithii, Alsofila colensoi).

V severu jsou hranice jejich ostr. Boninské (Alsofila bongardiana) Čina (A. glabra), Himalaja, Madeira, Azory (Diksonia culcita), U. S. (Denstädtia punctilobulata (Canada, Carolina, Tenesce) v Mexiku již 19.

Milují vlhko, proto jich máio na celině Africké (8—9, teprv od Guiney (Manniana), nehojné v Australii, ale hojně na ostrovech (Madagaskar 15, Novo-Seelandsko 8, Borneo 6 *e*, Nová Caledonie (14), mezi nimiž pamětihodná Alsofila berteroana (Nová Caledonie, Viti, Samoa, Juan Fernandez), dále ještě Sandwichsko 4 Cibotie *e*). Nejhojnější jsou paleotropické vých. Asie, Oceanie (138), pak neotropické 67, Afrika má 26.

Schimper má jistých jen 6 ve Francii, — ale větší díl jest nejistých, — tak Pecopteris četné, asi 30, kde již u P. lobata (Radžmahal) i sory viděti jest, některé Sphenopteris (k. př. neurocarpa Bunbury (oolith se sorami).

Poslední rodina Polypodiaceí (58 r. 2855) dr., má sama $^2/_3$ všech kapradí (4089). Jsou to však hlavně 3 velké rody Polypodium 487, Aspidium 456 a Asplenium 392, které dělají skoro polovici rodiny, pak jdou Acrostichum 168, Ptegopteris 143, Adiantum 134, Pteris 101. Rodina to všesvětová a rovněž jsou to její rody. Většina arci tropická, divného někdy rozdělení.*)

---

*) Acrostichum ku př. aubertii ve Venezuele, F. Po, Zambesi, Natalu, Bourbonu, squamosum v Jiho-Americe, Africe, Indii, ale i na Canarech, martinicense tam i na Havajsku, Adiantum capillus veneris z Evropy a Afriky přes Sev. Ameriku do Polynesie, neb A. thalictroides Abyssinie a Mexiko, pedatum Sev. Amerika, Kamčatka, Sibiř, Japan, Amursko, Mandžurie, Sikkim, caudatum z Číny a Amboiny přes Indii, Afriku, Cap do Antill a Brasilie, neb lunulatum ze Samoa, Australie, přes Čínu, Indii, Abyss., Již. Afriku do trop. Ameriky.

Z Aspidií aculeatum (Eur., Afrika, Orient do Japanu, Samoaska, Novo-Seelandska), cicutarium Již. Amerika, Trinidad, Samoa, falcatum Již. Afr., Nepal, Japan, Čína, Sandwichsko, molle Amer., Afr., Asie, Australie, Canary, Alžír, Japan, Polynesie, mohrioides Čili, Magellansko, Teneriffa, plumieri Antilly a Java, vestitum hlavně od Mexika přes Čili, Juan Fernandez, Novo-Seelandsko do Tasmanie.

Z Asplenií jecuneatum v Americe, Kap, Asie, Polynesie, arborescens trop. Afrika, Helena, Bourbon, Indie, Polynesie, marinum Jamaika, Již. Europa, Canary, Sev. Afrika, menziesii Chili, Sandwichsko, lanceolatum Jersey, Eur., Canary, Alžír, Čína, Japan, lividum Angola, Venezuela, monanthemum Jiho-Amer., Cap, Canary, Sandwichsko, dregeanum trop. Afr., Madagascar, N. Hebridy, Viti, ebenum Sev. Amer., Ecuador, Antilly, Cap, Madagaskar, obtusatum Čili, Peru, N. Seeland, Polynesie, Australie, pumilum Cuba, Jiho-Amerika, Zambesi, Abyss., trichomanes v Orient., Europě, na Canarech, Mysu Dobré Naděje, v Americe a Polynesii, rhizofyllum (Kunze) ve Wisconsinu, Floridě, Antillách, Peru, Natal, Viti, Sandwich.

Athyrium sandwichianum tam i Peru, N. Granada, scandicinum Natal, Sandwichsko, crenatum kupr. Amursko, Daurie, Švédy, Norvégy, Ural, filix foemina Eur., As., Afr., Sev. Amerika, Peru, Australie. Blechnum cartilagineum Brasil., Mariany, Filipiny, Viti, Australie, punctulatum Java, Cap, tabulare trop. Afrika, Antilly, Falklandy, lanceolatum Antilly, Čili, Australie, Polynesie, spicant Eur., Canary, Kaukas, Japan, Oregon, Chili, diversifolium Madagascar, N. Caledonie, polypodioides Amer., Afrika, Polynesie, longifolia neotrop. Antilly, Brasilie, Cap, Mauritius, penna marina Australie, Novo-Seelandsko, Amerika trop., Patagonie.

Ceterach pozdě Španěly, Australie, u Bakera i Čili (?)

Cheilanthes multifida Cap, S. Helena.

Chrysodium aureum (formosum), neotrop. Viti, Samoa, Tonga, cuspidatum Bourbon, Sejšelly, Polynesie.

Cryptogramme pallens Bourbon, Madagaskar, Australie.

Polypodiacey mají málo monotypů (Ceratopteris thalictroides Asie, Amer., Austral., N. Caled., Coniogramme (falcata trop. Afr., As., Japan, Sandwich, Viti), Diplosa (integrifolia Salomon), Fadyenia (prolifera Cuba, Jamaika?), Aspleniopsis (N. Caled. N. Heb. = ? Gym-

---

Cystopteris canariensis Canary, Azory, Abyss., Alžír, Orient, Jižní Amerika, ragilis skoro kosmopolitická, Eur., As., Afr., Am., Australie, Jamaika.

Davallia solida Asie, Australie, Polynesie, Patagonie, denticulata Afr., Cap, Asie, Australie, Polynesie, Samoa, Viti.

Didymochlaena penulata záp. Afr., Cap, Madagascar, Canary, Indie, Java, Filip., Viti, trop. Amerika.

Gymnogramme leptofylla skoro kosmopolitická, calomelanos Peru, Čili, Brasilie, Columbie, Viti, Samoa, Guinea (Baker).

Lindsaya chinensis Afr., Asie, Polynesie, jako ensifolia, cultrata Asie, Afr., Australie, Japan, Filipiny, Panama, lancea neotrop., Asie, Polynesie, Malakka securifolia Cap, Filipiny, Borneo, stricta neotrop. Polynesie, Australie, Java, heterofylla Asie, Bourbon, Mauritius.

Nefrolepis altescandens NJW., Ql., Samoa, Juan Fernandez.

Pellea concolor Brasilie, Cap, Indie, Polynesie, atropurpurea Amerika Bourbon, tenuifolia Mexiko, Peru, Sandwichsko.

Phegopteris luxurians Asie, N. Caledonie, Australie, jižní Afrika, rufescens Ql., N. Caledonie, F. Po, Java, Ceylon, rugulosa Australie, Polynesie, Java, Bourbon, splendida Brasilie, Australie, Totta Canary, Abyssinie, Cap, Java, Japan.

Polypodium adnascens Afrika, Asie, Polynesie, adenoforum Peru, Guadelupe, Sandwichsko, australe Australie, Polynesie, Magellansko, atropunctatum Japan, Ceylon, Sandwichsko, cultratum, lycopodioides neotrop., Afr., elasticum neotrop. Bourbon, marginella neotrop. (P. Rico, Gujana), Canary, Helena, hymenofylloides Sumatra, Sandwichsko, incanum Antilly, Jiho-Amerika, Cap, gramineum Jamaika, S. Helena, glaucofyllum neotrop., Guinea, lanceolatum Amer., Již. Afr., Sandwich., persicariaefolium neotrop, Java, peltatum neotrop., Java, phlebodis Himalaja, Abyssinie, rigescens (Brasilie, Vzla, Cuba, F. Po, Bourbon), serrulatum neotrop. Mauritius, Sejšelly, tenuisectum Peru, Java, linnei Bourbon, Asie, Australie, Polynesie, Schraderi Mandžurie, Cap, Natal, repandulum Ceylon, Madagascar, taxifolium neotrop., Indie, parvulum Java, Bourbon, N. Seeland.

Pteris longifolia Středomoří, Afrika, Amerika, flabellata Cap, S. Helena, Abyssinie, Ascension, Čili, cretica Již. Eur., Asie, Afrika, Amerika, arguta Afrika, Portugal, Canary, Azory, tremula Azory, Cap, Australie, Novo-Seelandsko; aculeata neotrop. Mexiko, Polynesie, Filipiny.

Taenitis graminoides neotrop. Afr., S. Helena, (T. spicata Asie, Afr., Australie, Polynesie.

Vittaria lineata Antilly, Brasilie, Indie, scolopendrina Bourbon, Madagascar, Ceylon, N. Guinea, Filipiny, Viti, Samoa.

Woodsia obtusa Peru, Čili, Sev. Amerika, Island, glabella Alpy, Norvégy, Sibiř, Kamčatka, Severní Amerika, hyperborea incl. var. ilvensis circumpolární Grony, sev. Amerika, Europa, Kavkaz, Amur, Mandžurie.

Woodwardia cyatheoides Sandwich, Sumatra, radicans Eur., Canary, Jiho-Amer., Us. Calif., Austral., Java, Himalaja, Japan, Čína, Sandwich.

nogramme), Helminthostachys zeylanica N. Cal. až Ql., Kaulfussia (aesculifolia Java, Filip., Matonia pectinata Malaka, Borneo, Singp., Mohria caffrorum, Peranema cyatheoid. (Nepal), Pteridium = Pteris., Stromatopteris (monilifera N. Caled.).

Velké rody Adiantum, Aspidium, Gymnogramme, Cheilanthes, Asplenium, Ptegopteris, Pteris, Blechnum jsou kosmopolitické; Acrostichum Antrofyum, Chrysodium, Davallia, Lindsaya víc tropické, jako Hypolepis, Microlepis, Pellea, Polybotrya, Nefrolepis, Vittaria — Notholaena víc neotropická, Psilogramme zcela (1 dr. Acuňha), Woodwardia víc paleotropická. Avšak i malé rody mají velké rozšíření — více circumpolární Woodsia do Čili (incisa), Natalu (burgessiana), Scolopendrium z Brasilie a Ualanu přes Europu (2) do Sibiře (1 *e*), Cystopteris (víc circumpolární) do Tasmanie a Jiho-Ameriky.

Zvláštností je endemismus ostrovů, zajímavou proto, že i ostrovy, jichž floru sice buď pro původní chudobu, anebo že původní flora vyhynula (Helena, Sejšely, Rodriguez) více ve fanerogamech ustanovit nelze, zde ráz svůj na jevo dávají. Tak zachovaly Canary tropická kapradí (Diksonia culcita z Cyatheí, Asplenium furcatum, marinum, monanthemum, Adiantum reniforme, Ptegopteris totta, Aspidium canariense, Helena Asplenium arborescens ze záp. Afr., falcatum (As., Austral.), Taenitis graminoides (Amer., Afr.), Pteris flabellata (Cap, Čili), Polypodium marginella (Gujana, Canary, P. Rio), gramineum (Jamaika). Tak zbyly v Evropě kapradí teplejších krajů — Hymenofyllum tunbridgense, Trichomanes speciosum nebo Pteris arguta (Portugal), Aspidium rigidum (Alpy, Pyreney, Californie, Mexiko), Davallia canariensis (Španěly, Portug., sev. Afr.), Aspidium aemulum.

Tak ukazuje jistá řada forem na spojení mezi Amerikou a Oceanií (Polypodium adenoforum Peru, Guadelupa, Sandwichsko, Australie, Polynesie, Magellansko), Nefrolepis altescandes. (Juan Fernandez, Austral., Samoa), Athyrium sandwichiense, Aspidium vestitum, cicutarium, Acrostichum martinicense; jiné zase spojení mezi Australií a vých. Afrikou (Polypodium parvulum v. n. Lindsaya heterofylla, Chrysodium cuspidatum).

Jak Polypodiacey tvoří $^2/_3$ druhů (a asi i exem.) nynějších, tak asi to bylo i dříve. Alespoň Schimper uznává 55 druhů určitých, 26 Pteris, 12 Asplenium (proti 28 ostatních vlastních kapradí) a velká částka nepoznaných ale popsaných jeho 7—800 dr. náleží asi sem, jakož to sám u mnohých udává. Onoclea sensibilis je prý již v miocénu Dakoty, jako Mühlberg chtěl poznat Aspidium thelypteris v starém escheri.

Byly asi tehdáž rozšířeny jako teď všude: z Novoseelandska známé Polypodium hochstetteri, Asplenium paleopteris, z Australie 26 mesozoických Etheridge, z tertieru Pteris Humei Ett., z Japanu (v juře) 5, Asplenium, z Argentinie 6 (1 Hymenofyllites), ve Wetteravě ku př. máme 3 Pteris, Fegopteris, 3 Aspidium, 1 Isoetes a 1 Lygodium, v Radoboji 7 (Woodwardia, Pteris, Aspidium) v Sagoru 3 (Pteris, Davallia, Equisetum, v Bilině 8 (3 Salvinie, Aspidium, Asplenium, Blechnum, Pteris), v baltickém miocénu Pteris, ze Spicbergů 11, ze Švýcarska 47 (Heer), z Cach 40 (?), ze severozáp. Ameriky 13 (Lesquereux, Pteris, Lastrea), ze sev. Ameriky 18 (tentýž), Aixu 6, Armissanu 4, Gron 21.

Lze rozeznat 4 skupení:

1. neotropické,
2. indoaustralské,
3. menší africké a
4. nejmenší arktické.

1. Nejbohatší toto skupení zasahuje jižně až po Falklandy (Gleichenia), severně však na skalních horách, záp. a severovýchodně ustupuje nearktickému pásmu, které naznačeno skoro polovicí forem evropejských (v. d.). Avšak Lygodium, Schizea, Danea, postupují zde severněji než jinde, endemismus pak jako u jiných rodů v Brasilii, Mexiku, Peruánsku, na Antillách. Siča 13 (Bongard), Aljaška 28, Flora boreali americ. 74 (Hooker), Pursh 100, US 159 (Eaton), sev.-vých. US 49, sev. 90 Gray, N. York 59, Dakota 18. Chapman Southern US 69, Arkansas 36, Mex. Bound. 44, Wisconsin 62, (Bruhin), Colorado 27, Californie 60, Wheeler coll. (100 merid.) 72, coll. Whipple 26 (40 parallel 19), coll. Bekwith (Utah) 1, Mexiko 650, Antilly 700, Costarica (Polakowsky) 36, Panama 124 (Seemann), záp. Mexico 66 (Seemann), Galopagos 27 (Hooker), Bermudy 14 (Rein), Cuba 272 Sauvalle (Wrigth 366), St. Croix 36 (Eggers), Gujana 228 Schomburgk, Quito 15, Ecuador 406 Sodiro, Brasilie 181 (Baker), Nová Andalusie 77 (Humboldt), Čili 255 (Filippi, Gay 102), Atacama 3 (Filipp.), coll. Lorentz 56, Symbola 81, Juan Fernandez 36, Fuegie 25 (Hooker).

2. V oboru tom jsou velké rozdíly, kdež záp. Himalaja má nahoře evropejská kapradí (22), jest nížina Indie přímořská z třetiny endemická (165 ze 470 Polypodiaceí) a mají formy zdejší nejvíc střed v Malaisii, odkud chudnou na sever (do Číny), na východ (zvláště Polynesie) a jih (Australie), v západě přeruší pouště západoasiatské spojení, avšak ostrovy východoafrické mají některé příbuzné dr. (He-

mitelia junghuhniana, Indie 557 (vlastní + 82) Beddome, 500 Royle (80 Himalaja), 200 nad 5000′ výše (Baker), 483 Wallich. Nepal 86 Don. Kurum (Aitchison) 24, Ceylon 225 Thwaites, 200 Java, Filipiny 139 (79 Wilkes), 300 jiní. Hongkong 75, Canton 33 (Beechey). coll. Ross 20, (Sinkiang), Sikkim 150, Mišmiš 216, Nikobary 51, Andamany 34 (Kurz), Japan 100, Savatier (44 Thunberg), 64 Miquel, coll. Loureiro 36, Pekin 17, Australie 223 Müller, 123 Robert Brown, Tasmanie 70, Novo-Seelandsko 138 Auklanda Campbell 20, Sandwichsko 140 Mann (70 Endlicher), N. Caledonie 259 Brongniart, 253 Fournier, Palaos 42, Hervey 25, Samoa 153 (Luersen), Taiti Wilkes 77, Guillemin 67, Norfolk 35 (Bauer), Bonin 3, Liukiu 7. Fiči 200 (Baker). Banda 7 (Edgewosth), Formosa 100, 81 Oldham, Polynesie 380, Malaisie 630 (Baker).

3. Jest to chudá, víc negativní krajina, kde jen východní ostrovy bohatší, 32 druhů společných s tropickou Amerikou ($^1|_{22}$), 12 jen s Asií zvláště a tolik asi druhů paleotropických, vůbec 683 (Kuhn). Tripolitanie 3, Cyrenaika 3, Egypt 2, coll. Tristram 2, Azory 28, Madeira 39, Canary 27, Capverdy 14, Catalogus Niloticus 52, Abys. Schimper 57, coll. Cameron (Tanganyika), Binder 2, Hansal (Bogos), 4 Kočí (Kordofan) 1, Sertum Somalense 3, coll. Speke 8, vých. Afrika 40, Natal 32 (Plant.), Cap 63 (Harvey), Madagaskar 262 (144 Kuhn), Maskareny 289 Baker, 210 Bourbon, 175 Mauritius, Anjuan 90, Sejšely 81.

4. Zde málo druhů (žádných stromovitých), četnější jen Botrychium, Isoëtes, Woodsia. Milde měl 186 dr. (a v tom již více dr. z 1 a 3). Podobenství s Orientem z jedné strany, s Amerikou z druhé. Grony 22 (Rink.), fossilní u Heera 21, vých. Grony 4 (Pansch), Novaja Zemlja 6 (Trauttveter), Špicbergy 6 (Nathorst), coll. Parry (tam) 2, sev. Ural 7, arktická Amerika 24 (Martens), coll. Ross 1 (Baffinsbay), Island 19 Vahl, 26 Grönland, 30 Preyer, Daurie 20, Ochock 19, coll. Semenow 5, Schrenk 16, Ajan 20, Amgunoburejsko 13, Chatanga 8, Witim 9, Kolym 6, Ledebour 84, Europa 90 Nyman. Sibiř 63 (Ledebour), Anglie 58 (Hooker), Skandinavie Fries 56 (Bornholma), Norvegy 39, Dansko 39, Finsko 27, Gotland 33, Fl. Ingrica 29, Francie 71 (Grenier Godron), Švýcarsko Gremli 61, Italie Arcangeli 87, Španělsko (Willkomm) 66, Karpaty 29 (Wahlenberg), Srbsko 36 (Pančič), sev. Turecko 47 (Kanitz), Dalmatie 29 Visiani, Rumelie-Bithyn. 25 (Griesebach), Caucas 40 (Ledebour), Maloasie 39 (Čichačev), Orient 78 (Boissier), Marokko 27, střední Asie 27 (Regel), již. Arabie 15 (Botta), Asyr (Kočí) 1, coll. Meyer (Caucas) 23, Palaestina 12, Bucharsko 11, coll. Buhse (Persie) 17, Altai 25, Cyprus 14 (Kočí), Si-

nai 12 (Bové), Ussuri 25, Sachalín 30, Amursko 38, Taškend 3, Mongolie 2 (Maxim). Kamčatka 17 (Baker).

Na příklad berem rodinné počty čtyr krajů: 1. US (Asa Gray). 2. Indie (Beddome), 3. Afriky (Kuhn), 4. Europy (Milde).

1. Azolla (caroliniana), Marsilea (quadrifolia z Eur.), 8 Isoëtes (4 *e*, lacustris z Eur.), 9 Lycopodium (5 z Eur.), 3 Selaginella (1 Eur.), 10 Equisetum (8 Eur.), Diksonia 1, Schizea 1, Lygodium 1, 3 Osmunda (1 Eur.), 5 Botrychium (5 Eur.), Ofioglossum 1 (Eur.), 1 Adiantum, Allosorum, 11 Aspidií (7 Eur.), 9 Asplenií (3 Eust.), Scolopendium 2 (1 Eur.), 3 Cheilanthes (1 Eur.), 2 Cystopteris (1 Eur.), 2 Onoclea (1 Eur.), 2 Pellea, 3 Ptegopteris (2 Eur.), 2 Polypodium (1 Eur.), Pteris aquilina (Eur.) 4 Woodsie (3 Eur.), 2 Woodwardie (38 z 90 v Eur.).

2. Indie 4 Gleichen., 30 Cyatheac. (inil. Woodsia a Struthiopteris), 30 Hymenofyllaceí, 470 Polypod., 3 Osmundy, 8 Schizeaceí, Angiopteris, 2 Marattie, 9 Ofioglosseí — tolik Beddome (28 dr. Eur. z 557). Salomon má ještě 10 Equiset, 1 Azolla, 1 Salvinia, 4 Marsiley, 4 Isoetes, 18 Lycopodium, 42 Selagincll, 2 Psilotum, z nichž 9 v Europé.

3. Afrika 2 Azolly, 6 Salvinií (1 Eur.), 1 Pilularia (Eur.), 17 Marsileí 8 Isoetes (3 Eur.), 3 Equisetum (všecky v Eur.), 17 Lycopodium (2 Eur.); 2 Psilotum, 34 Selaginell (1 Eur.), 15 Hymenofyllum (1 Eur.), 23 Trichomanes (1 Eur.) 3 Diksonie, 3 Alsofily, Hemitelia cap., 15 Cyatheí, 5 Marattií, Angiopteris (2 zde), 2 Osmundacey (1 Eur.), 5 Gleicheniaceí, 13 Schizeaceí (6 Lygodium, 2 Aneimia, Mohria), 15 Ofioglosseı (2 Eur.), Polypodiaceí, 31 Acrostichum, 1 Ceratopteris, Hymenolepis, 9 Chrysodium, 3 Polybotrya, 6 Lomariopsis, 1 Monogramme, 8 Vittarie, 5 Antrofyum, 2 Platycerium, 3 Taenitis, 9 Gymnogramm, 21 Adiantum, 9 Lindsaya, 26 Cheilanthes, 54 Pteris, 15 Blechnum, 1 Woodwardia, 2 Scolopendrien, 118 Asplenium, 2 Ceterach, Hypolepis, 22 Ptegopteris, 89 Aspidií, 1 Cystopteris, 2 Oleandra, 1 Diacalpe, 41 Polypodií, 5 Nefrolepis, 1 Didymochlaena, 7 Davallií, 2 Dennstädtia, 1 Microlepia.

4. 3 Hymenofyllacey, 1 Polypodium, 3 Gymnogramme, 1 Allosorus, 1 Adiantum, 4 Cheilanthes, 4 Pteris, 1 Blechnum, Woodwardia, 3 Athyrium, 16 Asplenium, (7 *e*), 3 Scolopendrium (1 *e*), 2 Ceterach, 3 Phegopteris (1 *e*), 11 Aspidií (1 *e*), 3 Cystopteris, 1 Onoclea, 4 Woodsia, 1 Davallia, Osmunda, 2 Ofioglossum, 6 Botrychium, 12 Equiset (1 *e*), 5 Lycopodií, 3 Selaginelly, 11 Isoëtes, 2 Pilularie, Marsiley, 1 Salvinia.

K tomu připojujeme několik starších dat z Bakera (Lin. Soc. Trans. 26.).

On má vlastních kapradí v severu mírném 517, antarktických (mírných) 423, 1901 druhů tropických — a jen první dva obory mají end. 177 a 131.

On má 15 druhů v 6 okresích, 12 v 7, 2 v 8, 3 v 9 a 2 ve všech 10 okresích (v. t. Cystopteris fragilis, Aspidium aculeatum).

Baker má z 2228 druhů vlastních kapradí 946 neotropických, 863 v trop. Asii, 346 v trop. Africe, 118 v mírné jižní Americe, 212

v Australii s N. Seelandskem, 153 na Mysu, 114 v sev. Americe mírné, 81 v Evropě, 413 (Himalaja) v sev. Asii a 26 arktických. — endem. 757, 474, 127, 32, 74, 22, 37, 114, 12 a Polypodiacií (10 rodin u něho) má 1750, z nichž 19 v studeném pásmě, 66 v sev. Asii a Evropě, 350 v Asii sev. (Himalaji), 87 v sev. Americe, 127 v mírné antarkt. Africe, 142 v Australii, 82 v mírné antarkt. Americe, 285 v trop. Africe, 699 v trop. Asii v Polynesii a 721 neotropických.

Amfigeiské (t. staro- i novosvětské) tropické druhy má Baker 64, severní mírné 31, antarktické 11 a 91 druhů vyskytuje se severně a jižně od tropů.

V Evropě rozeznává 22 druhů středu, 12 hor. středních a 18 jihozápadních. 12 druhů je na ostrovech atlantických, které nejsou v Evropě 4 *e*) Z Japanu zná 118 druhů, z nichž 13 *e*) 66 v Himalaji, 21 *e*. Z Acuňhy zná 23 dr., 26 z Heleny 7 z Ascensionu, z Australských (160) je 67 společných s Novo-Seelandskem, 25 *e* (34 *e* v N. Seel.).

Všechna ta čísla změnila se poněkud výskumy novějšími.

Tak má ku př. Argentinie skoro samé evropejské rody.

34.

Remarques sur quelques points de la théorie élémentaire des fonctions.

Lu par **Matias Lerch**, dans la séance du 30. octobre 1885.

I. Considérons une fonction analytique quelconque $f(z)$ de la variable imaginaire z n'ayant que des points singuliers isolés de sorte qu'il ne se trouve dans une aire finie quelconque qu'un nombre limité de ces points.

Si $z = x$ est un point ordinaire de la fonction, elle est développable par une série de Taylor telle que

$$f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{f^{(\nu)}(x)}{\nu!} (z-x)^{\nu}, \tag{1}$$

dont le rayon de convergence est la distance du point x au point singulier a le plus voisin.

Dans l'analyse on rencontre un grand nombre des fonctions pour lesquelles le quotient de deux termes consécutifs de ce développement, c'est à dire

$$\frac{(z-x)\, f^{(\nu+1)}(x)}{(\nu+1)\, f^{(\nu)}(x)}$$

converge vers une limite déterminée quand ν croit indéfiniment.

Dans ce cas le module de la quantité

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{(\nu+1)\, f^{(\nu)}(x)}{f^{(\nu+1)}(x)} \tag{2}$$

représente le rayon de convergence du développement (1), et par conséquent ce module sera égal à $|x-a|$, si a désigne le point singulier leplus approché de x.

Si l'on suppose que la quantité (2) a, pour les valeurs de x dans une certaine région, une valeur déterminée, son module est une fonction continue de deux coordonnées da point x. Mais rien ne prouve que l' expression (2) varie continuellement avec x et de plus que ce soit une fonction analytique de x.

Mais dans le cas où cela a lieu, je prouve que cette fonction est donnée par l'expression simple $\varepsilon\,(x-a)$, ε représentant une constante dont le module est l'unité.

En effet, si l'expression (2) représente une fonction analytique $u+iv$ de la variable $x=\xi+i\eta$ dans une certaine région, et si, dans cette région, son module est égal à $|x-a|$, nous avons les équations suivantes, en écrivant $a=\alpha+i\beta$:

$$u^2+v^2=(\xi-\alpha)^2+(\eta-\beta)^2 \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}=\frac{\partial v}{\partial \eta}=U,\ \frac{\partial u}{\partial \xi}=-\frac{\partial v}{\partial \eta}=-V, \tag{3'}$$

U et V désignant les dérivées partielles de u et de v par rapport à ξ; nous pourrons en conclure, en différentiant l'équation (3) par rapport à x et y les équations suirvantes

$$u\,.\,U+v\,V=\xi-\alpha,\quad v\,U-uV=\eta-\beta$$

d'où l'on a:

$$U+iV=\frac{(\xi-\alpha)-i\,(\eta-\beta)}{u-iv}$$

et, au moyen de l'équation (3).

$$U+iV=\frac{d}{dx}(u+iv)=\frac{u+iv}{(\xi-\alpha)+i\,(\eta-\beta)}$$

c'est à dire

$$\frac{d}{dx} \log (u + iv) = \frac{1}{x - a},$$

et en m intégrant

$$u + iv = C(x - a),$$

C devant être une constante dont le module est l'unité, d'après l'équation (3), $c.q.f.d.$

Soient

$$a_1, a_2, a_3, \quad a_\nu, \ldots$$

les points singuliers de la fonction $f(x)$; si l'on désigne par (a_ν) une région entourant le point a_ν, telle que chacun de ses points soit plus près de a_ν que de tout autre point singulier, (a_ν) sera une aire polygonale finie ou infinie, simplement connexe, limitée par des segments de droite. De cette manière tout le plan des x se subdivisera eu régions (a_ν) qui couvrent tout le plan et n'empiètent pas l'une sur l'autre.

Nous étudierons quelques exemples très-simple dans lesquelles l'expression (2) représente une fonction analitique dans tout l'étendue de chacune des régions (a_1), (a_2), ... (a_ν) ...

Prenons en premier lieu pour $f(z)$ la dérivée logarithmique d'une fonction algèbrique entière $G(z)$, c'est à dire

$$f(z) = \frac{G'(z)}{G(z)} = \frac{m_1}{z - a_1} + \frac{m_2}{z - a_2} + \ldots + \frac{m_n}{z - a_n}$$

m_1, m_2, ... m_n étant des nombres entiers.

L'expression (2) sera ici:

$$(2') \qquad - \lim_{\nu = \infty} \frac{\sum_k m_k (x - a_k)^{-\nu - 1}}{\sum m_k (x - a_k)^{-\nu - 2}},$$

et il est évident qu'elle aura pour valeur celle des quantitées $a_k - x$ dont le module est le plus petit.

On voit facilement qu'il en est de même pour les fonctions rationnelles $f(z)$ quelconque, et de même pour les dérivées logarithmiques des fonctions transcendentes entières d'un genre finie quelconque.

Nous avons ainsi une expression dépendante de x, que nous désignerons par

$$(4) \qquad V(x) = \lim_{\nu = \infty} \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k (x - a_k)^{-\nu}}{\sum_{k=1}^{n} m_k (x - a_k)^{-\nu - 1}},$$

et qui, dans les diverses parties du plan des x, représente des fonctions distinctes. A l'interieur de la région (a_k), elle représente la fonction $x - a_k$, et, sur les limites de cette région, elle est divergente.

On voit que cette expression possède la même propriété, si $m_1, m_2 \dots m_n$ désignent des quantités quelconques.

Nous apercevons dans ce calcul la méthode de Daniel Bernoulli pour la résolution des équations algébriques, méthode qui a été l'objet d'une belle publication de *M. Runge* dans le 3. cahier du 6. tome des Acta mathematica.

II. Soit maintenant $g(x) = a + bx + cx^2$ une fonction entiére du second dégré quelconque dont les racines α_1 et α_2 sont distinctes. Formons au moyen de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{a + bx + cx^2} \tag{1}$$

l'expression (2) du paragraphe précédant, c'est à dire calculons la limite de l'expression:

$$\frac{(\nu + 1)\ f^{(\nu)}(x)}{f^{(\nu+1)}(x)} = V_\nu(x) \tag{2}$$

En prenant la dérivée d'ordre $(\nu + 1)$ des deux membres de l'équation

$$f(x) \, . \, g(x) = 1$$

nous obtenons

$$f^{(\nu+1)}(x) \, . \, g(x) + (\nu + 1) f^{(\nu)}(x) \, g'(x) + \nu(\nu + 1) \, c \, . \, f^{(\nu-1)}(x) = 0$$

d'où il résulte immédiatement

$$V_\nu = -\frac{g(x)}{g'(x) + c \, V_{\nu-1}}$$

et par conséquent

$$V_\nu = -\frac{g(x)}{g'(x) + c \, V_{\nu-1}} = -\cfrac{g(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - c V_{\nu-2}}} = \dots$$

$$= -\cfrac{g(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - \dots - \cfrac{cg(x)}{g'(x) + c \, V_0}}}}$$

Mais on a évidemment

$$V_0 = \frac{f(x)}{f'(x)} = -\frac{g(x)}{g'(x)};$$

il s'en suit que V_ν est la réduite d'ordre ν de la fraction continue prériodique

$$(3) \qquad V(x) = -\cfrac{g(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g(x) - \ldots}}}$$

Nous savons d'un autre côté, d'après ce que nous avons dit plus haut, que l'expression $V_\nu(x)$ tend vers une limite déterminée quand ν croit indéfiniment, si le point x ne se trouve pas sur la droite indéfinie séparant les deux régions (α_1) et (α_2) qui correspondent aux deux points singuliers α_1 et α_2 de $f(x)$. Cette droite, donnée par l'équation $|x - \alpha_1| = |x - \alpha_2|$ est l'axe de symétrie de deux points α_1 et α_2.

Il en résulte que la fraction continue (3) est convergente pour toutes les valeurs de x qui se trouvent à l'intérieur d'une des régions (α_1) ou (α_2), et qu'elle représente dans la première la fonction $(\alpha_1 - x)$, et dans la seconde $(\alpha_2 - x)$.

Voici quelques applications immédiates:

1. La droite séparant les deux régions (α_1) et (α_2) a pour équation

$$x - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = t\,i\,(\alpha_1 - \alpha_2)$$

t étant une variable réelle, ou bien

$$x + \frac{1}{2}\frac{b}{c} = \frac{ti}{c}\sqrt{b^2 - 4ac},$$

c'est à dire

$$\frac{2cx + b}{\sqrt{4ac - b^2}} = 2t.$$

Ainsi, pour résoudre l'équation du second degré

$$g(x) = a + bx + cx^2 = 0,$$

on n'a qu'à prendre à volonté une quantité x telle que la quantité

$$\frac{2cx + b}{\sqrt{4ac - b^2}}$$

ne soit pas réelle, et l'expression

$$(4)\qquad \alpha = x - \cfrac{g(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - \cfrac{cg(x)}{g'(x) - \dots}}}$$

nous donnera celle des deux racines qui est la plus approchée de x.

Cette expression (4) a par conséquent pour valeur ou α_1 ou α_2 suivant que x est plus approché de α_1 ou de α_2.

Si l'on prend ainsi par exemple l'équation

$$g(x) = x^2 - 1 = 0,$$

on obtient un résultat élégant: l'expression

$$(5)\qquad x - \cfrac{x^2-1}{2x - \cfrac{x^2-1}{2x - \cfrac{x^2-1}{2x - \vdots}}}$$

représente le *signe* de la partie réelle de x, si x n'est pas purement imaginaire. Pour des valeurs réelles de x différentes de zéro on a, par conséquent,

$$(5')\qquad sgn\, x = x - \cfrac{x^2-1}{2x - \cfrac{x^2-1}{2x - \cfrac{x^2-1}{2x - \dots}}}$$

en représentant par $sgn\ x$ le signe de x.

2. Considérons maintenant l'équation

$$(6')\qquad w^2 + \varphi(z) \,.\, w + \psi(z) = 0,$$

$\varphi(z)$ et $\psi(z)$ désignant deux fonctions rationnelles d'une variable z.

Si nous donnons à z une valeur telle que l'expression

$$\frac{\varphi(z)}{\sqrt{4\psi(z) - \varphi(z)^2}}$$

ne soit pas réelle, nous pourrons exprimer la racine w au moyen de la formule (4) en prenant $x = 0$, c'est à dire au moyen de la fraction continue périodique

$$(6)\qquad w = - \cfrac{\psi(z)}{\varphi(z) - \cfrac{\psi(z)}{\varphi(z) - \cfrac{\psi(z)}{\varphi(z) - \dots}}}$$

Elle sera convergente pour toutes les valeurs de z qui rendent différents les modules des deux racines de l'équation (6′) et représentera la plus petite de ces deux racines.

Cherchons maintenant à determiner les valeurs de z qui rendent l'expression (6) divergente. Celles-ci sont données par la condition que la quantité

$$\frac{\varphi(z)}{\sqrt{4\psi(z) - \varphi(z)^2}}$$

soit réelle ou, ce qui revient au même, que l'expression

$$\frac{\varphi(z)^2}{4\psi(z) - \varphi(z)^2} = r$$

prenne une valeur réelle et positive.

Elles s'obtiennent au moyen de l'équation algébrique

$$(r+1)\,\varphi(z)^2 - 4r\psi(z) = 0$$

ou bien

$$\varphi(z)^2 - 4\varrho\varphi(z) = 0,$$

ϱ étant l'affixe d'un point quelconque de l'intervalle $(0\ldots 1)$.

On voit que quand ϱ décrit la ligne $(0\ldots 1)$ la racine z décrit un ou plusieurs arcs de courbe algébrique que nous appellerons d'après *M. Hermite*, des *coupures*.

Cette espèce de coupures est d'une nature absolument différente de celle des coupures que Riemann avait employées pour rendre monodromes les fonctions multiformes.

Les coupures de Riemann sont arbitraires, et ne sont pas liées à la fonction ou à l'expression considérées, tandis que les coupures de M. Hermite — que j'appelle aussi coupures de représentation — sont bien déterminées, étant définies par l'expression dont il s'agit, et non pas par la fonction, celle-ci pouvant être régulière sur la coupure de représentation.

Chaque fois qu'une expression uniforme, convergente dans tout le plan à l'exception des points d'un système fini ou infini de coupures de M. Hermite, représente une fonction multiforme, une partie de ce système de coupures de répresentation jouera le rôle d'un système particulier de coupures de Riemann.

Mais il y a encore une troisième espèce de coupures que j'appelle les coupures essentielles ou les lignes singulières de la fonction; ce sont celles-là sur lesquelles la fonction n'existe pas, chacun de leurs points étant un point singulier essentiel de la fonction; nous en avons un exemple dans la fonction modulaire.

a) Prenons maintenant pour exemple l'équation

$$w^2 + tw - 1 = 0 \tag{7}$$

La formule (6) nous donnera la plus petite des deux racines sous la forme

$$w = \cfrac{1}{t + \cfrac{1}{t + \cfrac{1}{t + \ldots}}} \tag{7'}$$

et la coupure étant définie par l'équation

$$t^2 + 4\varrho = 0, \quad t = 2i\sqrt{\varrho}$$

coincidera avec le segment de droite $(-2i \ldots . + 2i)$ dont les extrémités sont des points de ramification de la fonction w de la variable t définie par l'équation (7).

b) Considérons en second lieu l'équation

$$w^2 - (\chi_1 + \chi_2)\, w + \chi_1 \chi_2 = 0 \tag{8}$$

ayant pour racines deux fonctions rationnelles χ_1 et χ_2 de la variable imaginaire x.

La formule (6) nous donnera l'expression

$$w = \cfrac{\chi_1(x)\, \chi_2(x)}{\chi_1(x) + \chi_2(x) - \cfrac{\chi_1(x)\, \chi_2)\, (x)}{\chi_1(x) + \chi_2(x) - \ldots}}$$

qui aura pour valeur la plus petite des deux valeurs $\chi_1(x)$, $\chi_2(x)$ au point considéré x. La coupure de cette expression est formée de tous les x pour lesquels les valeurs absolues des $\chi_1(x)$ et $\chi_2(x)$ sont égales entre elles.

Si l'on prend par exemple

$$\chi_1(x) = x + i, \quad \chi_2(x) = x - i,$$

on aura l'expression

$$\cfrac{x^2 + 1}{2x - \cfrac{x^2 + 1}{2x - \cfrac{x^2 + 1}{2x - \ldots}}}$$

ayant l'axe réel du plan des x pour coupure, dont la valeur est ou $x + i$ ou $x - i$ suivant que x se trouve au dessous ou au dessus de l'axe réel.

III. J'ai développé il y a déjà neuf mois quelques uns des résultats précédants dans une conférence du séminaire de l'Université de Berlin par une méthode directe et encore plus élémentaire que je veux reproduire ici.

1. Prenons pour point de départ la fraction continue

$$\alpha = \cfrac{t}{t + \cfrac{1}{t + \cfrac{1}{t + \dots}}} \tag{1}$$

considérée déjà comme exemple dans le paragraphe précédant. En désignant par α_n sa réduite d'ordre n et par α', α'' les deux racines de l'équation

$$\alpha^2 + t\alpha - 1 = 0 \tag{2}$$

on obtient évidemment

$$\alpha_n = \frac{1}{t + \alpha_{n-1}}$$

ou l'équation équivalente

$$\frac{\alpha' - \alpha_n}{\alpha'' - \alpha_n} = \frac{\alpha'}{\alpha''} \cdot \frac{\alpha' - \alpha_{n-1}}{\alpha'' - \alpha_{n-1}},$$

d'où l'on déduit immédiatement

$$\frac{\alpha' - \alpha_n}{\alpha'' - \alpha_n} = \left(\frac{\alpha'}{\alpha''}\right)^{n-1} \frac{\alpha' - \alpha_1}{\alpha'' - \alpha_1} = \left(\frac{\alpha'}{\alpha''}\right)^{n+1},$$

parceque $\alpha_1 = \frac{1}{t}$, $t = -(\alpha' + \alpha'')$.

On voit alors que α_n converge vers une limite déterminée α pour toutes les valeurs de t qui rendent différents les modules des deux racines de l'équation (2), et quelle représente la plus petite de ces deux racines.

La coupure étant ainsi déterminée par la condition

$$|\alpha'| = |\alpha''|$$

qui exige

$$|\alpha'| = 1,$$

nous l'obtiendrons en posant

$$\alpha' = e^{i\varphi}, \quad \alpha'' = -e^{-i\varphi},$$

φ étant une quantité réelle quelconque.

On en déduit la valeur de t correspondante

$$t = -e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} = -2i \sin\varphi,$$

et cette équation exprime que la coupure de la fraction continnue (1) est donnée par le segment de droite $(-2i\ldots\ldots+2i)$.

On peut démontrer d'une manière très-simple que la réduite α_n est égale à l'expression $\frac{P_{n-1}(t)}{P_n(t)}$, P_n désignant la fonction entière

$$P_n(t)=t^n+\binom{n-1}{1}t^{n-2}+\binom{n-2}{2}t^{n-4}+\ldots+\binom{n-\nu}{\nu}t^{n-2\nu}+\ldots$$

où les parenthèses désignent les coefficients binomiaux, et l'on en déduit le développement:

$$(3) \qquad \alpha=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{P_n(t)\,P_{n+1}(t)}$$

convergent dans tout le plan à l'exception des points de la coupure $(-2i\ldots\ldots+2i)$; les termes de ce développement ne deviennent infinis que sur cette coupure, c'est à dire que toutes les racines des équations $P_n(t)=0$ se trouvent sur le segment de droite $(-2i\ldots+2i)$

Voici la démonstration très-simple que *M. Runge* m'en a donnée: De la formule donnée plus haut pour la valeur de $\frac{\alpha'-\alpha_n}{\alpha''-\alpha_n}$ on déduit facilement

$$\alpha_n=\frac{\alpha''\alpha'^{n+1}-\alpha'\alpha''^{n+1}}{\alpha'^{n+1}-\alpha''^{n+1}}$$

Cette expression ne devient infinie que quand le dénominateur s'annule, ce qui arrive pour

$$\alpha'=\varepsilon^\nu.\alpha'', \ (\nu=0,\ 1,\ldots n)$$

ε désignant la racine de l'unité $e^{\frac{2i\pi}{n+1}}$.

On en déduit

$$\alpha'^2=-\varepsilon^\nu \text{ ou } \alpha'=\pm i\varepsilon^{\frac{\nu}{2}},$$

et la valour correspondante de t est

$$\mp i\left(\varepsilon^{\frac{\nu}{2}}+\varepsilon^{-\frac{\nu}{2}}\right)=\mp 2\,i\cos\frac{\nu\pi}{n+1}$$

On voit que ces valeurs sont représentées par des points situés sur la coupure, et que leur ensemble pour $n = 1, 2, 3, \ldots$ est condensé dans tout l'intervalle.

2. La fraction continue (1) peut nous servir à construire des expressions représentant dans diverses parties du plan des fonctions distinctes. On obtient une telle expression en prenant une fonction rationnelle quelconque $f(x)$ pour la racine α de l'équation (2); la seconde racine étant $-\frac{1}{f(x)}$ on aura pour la valeur de t la fonction

$$t = \frac{1}{f(x)} - f(x) = \frac{1 - f(x)^2}{f(x)}$$

et par conséquent l'expression

$$(4)\quad \cfrac{1}{\cfrac{1-f(x)^2}{f(x)} + \cfrac{1}{\cfrac{1-f(x)^2}{f(x)} + \cdots}} = \cfrac{f(x)}{1-f(x)^2 + \cfrac{f(x)^2}{1-f(x)^2 + \cfrac{f(x)^2}{1-f(x)^2 + \cdots}}}$$

aura pour valeur la plus petite des deux quantités $f(x)$ ct $-\frac{1}{f(x)}$, et son système de coupures est donné par la condition

$$|f(x)| = 1$$

Nous en pourrons conclure, en prenant

$$\varphi(x) = f(x)^2,$$

que l'expression

$$(5)\quad \cfrac{\varphi(x)}{1-\varphi(x) + \cfrac{\varphi(x)}{1-\varphi(x) + \cfrac{\varphi(x)}{1-\varphi(x) + \cdots}}},$$

est convergente quand $|\varphi(x)|$ est différent de l'unité et a pour valeur la plus petite des deux quantité $\varphi(x)$ et -1, et cela quelque soit $\varphi(x)$, le raisonnement précédant s'appliquant sur chaque fonction $f(x)$ rationnelle ou non.

Mon illustre maître *M. Kronecker* avait expliqué dans son cours une méthode pour la résolution des équations du second ordre analogue à la suivante:

Étant donnée l'équation à resoudre

$$x^2 + ax + b = 0$$

dont nous désignerons les racines par x_1 et x_2, nous formerons l'équation dont les deux racines sont

$$y_1 = i\frac{x_1}{x_2},\ y_1 = i\frac{x_2}{x_1},$$

c'est à dire l'équation

$$y^2 - \frac{i(a^2-2b)}{b}\,y - 1 = 0$$

dont la plus petite racine y_1 on obtient au moyen de la formule (1) en prenant

$$t = -\frac{i(a^2-2b)}{b}$$

Les racines x_1 et x_2 s'obtiennent par les relations

$$y_1 = -i\frac{x_1}{b+x_1} = -i\,.\,\frac{b+x_2}{x_2}$$

d'où l'on a

$$x_1 = -\frac{by_1}{i+y_1},\ x_2 = -\frac{bi}{i+y_1};$$

on peut par cette méthode résoudre l'équation

$$x^2 - \big(\chi_1(z) + \chi_2(z)\big)\,x + \chi_1(z)\,\chi_2(z) = 0$$

dont les racines sont deux fonctions rationnelles de la variable z données arbitrairement, et l'on trouve une expression représentant dans diverses parties du plan des z ou $\chi_1(z)$ ou $\chi_2(z)$.

Mais la methode la plus simple et la plus directe pour obtenir des expressions analogues aux précédentes est la suivante:

Considérons l'équation du second ordre

$$x^2 - \mathfrak{f}_1 \,.\, x + \mathfrak{f}_2 = 0 \tag{6}$$

dont les deux racines sont x_1 et x_2. On en déduit

$$x = \mathfrak{f}_1 - \frac{\mathfrak{f}_2}{x}$$

et l'on est amené à rechercher, si la fraction continue périodique

$$\mathfrak{f}_1 - \cfrac{\mathfrak{f}_2}{\mathfrak{f}_1 - \cfrac{\mathfrak{f}_2}{\mathfrak{f}_1 - \cdots}} \tag{6'}$$

représente ou non l'une des deux valeurs x_1 ou x_2.

Au moyen de la méthode employée déjà pour la fraction continue (1), on reconnaît immédiatement que cette expression converge

pour tous les systèmes des valeurs de $\mathfrak{f}_1$ et $\mathfrak{f}_2$ qui rendent différents les modules des deux racines x_1 et x_2 et qu'elle représente la plus grande de ces deux racines.

Par conséquent l'expression (6′), c'est à dire la fraction continue

$$(6'') \qquad x_1 + x_2 - \cfrac{x_1 x_2}{x_1 + x_2 - \cfrac{x_1 x_2}{x_1 + x_2 - \dots}}$$

bien qu'elle soit symétrique par rapport à x_1 et x_2, elle a pour valeur la plus grande des deux quantités x_1 et x_2.

Si nous donnons par exemple à x_2 une valeur constante a, et si nous écrivons x au lieu de x_1, nous avons l'expression

$$(6''') \qquad a + x - \cfrac{ax}{a + x - \cfrac{ax}{a + x - \dots}}$$

dont la valeur est x quand x se trouve à l'extérieur du cercle passant par le point a, et ayant le point $x = 0$ pour centre, tandis que, si le point x est à l'intérieur de ce cercle, la valeur de l'expression (6‴) est constante et égale à a.

Mais l'exemple (6‴) n'est qu'un cas particulier du suivant que l'on obtient en pernant pour x_1 et x_2 deux fonctions rationnelles de z quelconques

$$x_1 = \varphi(z), \; x_2 = \psi(z),$$

et l'expression que l'on obtient aura pour coupure la courbe algébrique déterminée par l'équation:

$$|\varphi(z)| = |\psi(z)|.$$

Nous voulons encore remarquer que le développement par la série du binome du radical

$$\sqrt{1 - \frac{4x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2}}$$

que l'on rencontre dans la résolution des équations du second ordre nous donnera l'expression

$$1 - \sum_{k-1}^{\infty} \frac{(2k)!}{(k!)^2} \cdot \frac{x_1{}^k x_2{}^k}{(x_1 + x_2)^k}$$

qui représente celle des deux quantités

$$\frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \text{ et } \frac{x_2 - x_1}{x_1 + x_2},$$

dont la partie réelle est positive, la condition nécéssaire de la convergence

$$\left|\frac{4x_1\, x_2}{(x_1 + x_2)^2}\right| < 1$$

étant supposée remplie.

Mais les expressions obtenues de cette manière sont toujours divergentes dans une partie du plan; car si nous posons $x_1 = \varphi(z)$, $x_2 = \psi(z)$, φ et ψ étant des fonctions rationnelles, la fonction

$$\frac{4\,.\,\varphi(z)\,.\,\psi(z)}{(\varphi(z) + \psi(z))^2}$$

sera nécessairement plus grande que l'unité dans certaines parties du plan.

3. Il y a une infinité de méthodes plus ou moins pratiques pour le développement d'une racine d'une équation algébrique suivant les fonctions rationnelles des coefficients, et parmi ces méthodes je citerai celle de Daniel Bernoulli exposée dans le mémoire de *M. Runge* déjà cité. La considération du rapport de deux fonctions symétriques des racines, de dimensions n et $n+1$, pourra nous en donner d'autres, et je ferai connaître encore la suivante:

La limite de l'expression $\frac{x_k}{1 + x_k^{\nu}}$ pour $\nu = \infty$ étant x_k ou 0 suivant que x_k est plus petit ou plus grand que l'unité, et n'existant pas pour $|x_k| = 1$, nous en concluons que la fonction symétrique des racines $x_1 x_2 \ldots x_n$ de l'équation algébrique

$$x^n - \mathfrak{f}_1 x^{n-1} + \mathfrak{f}_2 x^{n-2} \ldots . \pm \mathfrak{f}_n = 0,$$

donnée par

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{1 + x_k^{\nu}} = S_\nu(\mathfrak{f}_1\ \mathfrak{f}_2, \ldots . \mathfrak{f}_n),$$

exprimable en fonction rationnelle des coefficients, tend vers une limite déterminée quand ν croit indéfiniment, si aucune des racines ne se trouve sur la circonférence $|x| = 1$, et qu'elle est égale à la somme des racines placées à l'intérieur de ce cercle, de telle sorte que dans le cas, où il ne s'y trouve qu'une seule racine, l'expression en donne la valeur.

L'identité

$$\lim_{\nu=\infty} S_\nu(\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \ldots \mathfrak{f}_n) = S_0 + (S_1 - S_0) + (S_2 - S_1) + \ldots$$

nous donnera le développement de cette racine ou, s'il y se trouvent plusieures, de leur somme en une série de fonctions rationnelles.

Ce procédé nous donnera l'expression de la somme des racines d'une équation donnée placées à l'intérieur d'un cercle donné quelconque, abstraction faîte du cas où une ou plusieures de ces racines se trouvent sur la circonférence.

La considération de l'expression

$$\frac{1}{1 + x_k^{\nu}}$$

nous amènerait à exprimer par une série infinie le nombre des racines x_k placées à l'intérieur du cercle $|x| = 1$, et l'on peut appliquer cette formule pour un cercle donné quelconque ne passant par aucune des racines de l'équation.

Supposons que la racine x_k de l'équation algébrique écrite plus haut soit donnée par une expression uniforme

$$x_k = W(\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \ldots. \mathfrak{f}_n);$$

si nous y remplaçons les $\mathfrak{f}$ par leurs expressions en fonction de x_1 $x_2 \ldots. x_n$, et si nous substituons à ces variables $x_1 x_2 \ldots x_n$ les fonctions rationnelles de z données

$$\varphi_1(z),\ \varphi_2(z), \ldots. \varphi_n(z),$$

nous obtiendrons

$$\varphi_k(z) = \overline{W}(\varphi_1(z),\ \varphi_2(z), \ldots. \varphi_n(z)),$$

expression dépendant de z qui, dans diverses parties du plan des z, représente les diverses fonctions $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z), \ldots \varphi_n(z)$.

On voit par là combien sont nombreuses les expressions analogues à celles que nous avons étudiées et combien il est naturel de distinguer avec mon illustre maître *M. Weierstrass* les deux notions de „l'expression“ et de „fonction“.

35.

Expression analytique du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers.

Lu par **Matias Lerch** dans la séance du 13. Novembre 1885.

1. Si le nombre positif entier k supérieur à 3 est premier, l' expression

$$x = \prod_{\mu=0}^{k-3} \sin^2 \frac{k\pi}{\mu+2},$$

a pour valeur un nombre positif inférieur à l' unité et différent de zéro, tandis qu'elle a pour valeur zéro, si le nombre entier k est composé.

On en conclut que l' expression

$$\lim_{\nu=\infty} (1-(1-x)^\nu) = \lim_{\nu=\infty} \left(1-\left(1-\prod_{\mu=0}^{k-3} \sin^2 \frac{k\pi}{\mu+2}\right)^\nu\right) \tag{2}$$

est égale à l' unité, si le nombre entier k est premier, et qu'elle est égale à zéro dans le cas contraire.

2. Considérons maintenant l' expression

$$\lim_{\nu=\infty} \left(1-\sin^2\frac{m\pi}{k}\right)^\nu \left(1-\sin^2\frac{n\pi}{k}\right)^\nu = \varphi\,(m,\,n,\,k), \tag{3}$$

où l' on entend par m, n, k des nombres entiers positifs quelconques; cette expression est évidemment égale à l' unité, si les deux nombres m, n sont en même temps divisibles par k, et égale à zéro dans le cas contraire. On en conclut que le produit des deux expressions (2) et (3), c'est à dire l'expression

$$\psi\,(m,\,n,\,k) = \lim_{\nu=\infty} \left(1-\sin^2\frac{m\pi}{k}\right)^\nu \left(1-\sin^2\frac{n\pi}{k}\right)^\nu \left(1-\left(1-\prod_{\mu=0}^{k-3} \sin^2\frac{k\pi}{\mu+2}\right)^\nu\right)$$

a pour valeur l' unité, si k est un nombre premier supérieur à 3 divisant les deux nombres entiers m et n, et qu'elle est égale à zéro dans le cas contraire.

Il en résulte que l' expression

$$e^{\varphi(m,\,n,\,2)\,lg2 + \varphi(m,\,n,\,3)\,lg3 + \sum\limits_{k=4}^{\zeta} \psi\,(m,\,n,\,k)\,lgk} = div\,(m,\,n) \tag{5}$$

représente le plus grand commun diviseur des deux nombres entiers m et n, ζ désignant un nombre entier quelconque égale ou supérieur au plus petit des deux nombres m, n.

On voit que cette expression (5) peut s'écrir sous la forme

$$e^{\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} f_\nu},$$

f_ν désignant une fonction entière aux coefficients entiers des quantités

$$sin^2\frac{m\pi}{2},\quad sin^2\frac{m\pi}{3},\quad cin^2\frac{n\pi}{2},\quad sin^2\frac{n\pi}{3},$$

$$sin^2\frac{m\pi}{k},\quad sin^2\frac{n\pi}{k},\quad sin^2\frac{k\pi}{\mu+2},\quad lg2,\ lg3,\ lgk,$$

$$(\mu=0,\ 1,\ldots k-3,\ k=4,\ 5,\ldots \zeta),$$

fonction qui est linéaire par rapport aux dernières quantités logarithmiques $lg2$, $lg3$, ... $lg\zeta$.

Écrit à Souchice en Bohême, fin du septembre 1885.

36.

Drei noch unbekannte Briefe des Astronomen Joh. Kepler an Herwart von Hohenburg. 1599.

Aus der k. Staatsbibliothek in München.

Anfgefunden und erläutert von **C. Anschütz.**

Einleitung.

Vorgetragen von C. Anschütz in der Sitzung der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften am 10. Juli 1885.

Der Herausgeber der „Opp. Omnia Kepleri", der k. württembergische Oberstudienrath Chr. v. Frisch († 29. März 1881), spricht an verschiedenen Stellen die Vermuthung aus, Kepler müsse im März, Mai und Juli 1599 Briefe an den bayrischen Kanzler Herwart von Hohenburg geschrieben haben. Seine Bemühungen, diese Briefe aufzufinden, waren jedoch erfolglos, so dass er sie als verloren bezeichnete.

Als ich nun den Cod. lat. 1607 der Münchner k. Staatsbibliothek durchsah, den ich Dank der Güte der beiderseitigen Bibliotheksverwaltungen hier vorzulegen die Ehre habe, fand ich drei umfangreiche Originalbriefe Keplers an Herwart vom Jahre 1599. Eine weitere Untersuchung zeigte zweifellos, dass gerade dieses die gesuchten Briefe seien.

Der erste derselben, datirt vom 9. und 10. April (cf. Opp. O. VIII, p. LIX.), stellt sich in seiner ersten Zeile schon als Antwort auf Herwarts Brief vom 10. März dar. Der zweite, datirt: Graz, den 30. Mai, ist die Antwort auf das Schreiben Herwarts vom 16. Mai. Der dritte endlich, vom 6. August, ist ebenfalls nach Einleitung und Inhalt die Erwiderung auf Herwarts Brief vom 20. Juli. An diesen schliesst sich dann unmittelbar der kurze Brief Herwarts vom 29. August an (Opp. O. V, pag. 20.).

Diese grosse Lücke im Briefwechsel Keplers ist somit ganz ausgefüllt, und die Vermuthungen Frisch's bestätigen sich in Bezug auf die Zeit der Abfassung der drei Briefe. Es erübrigt noch Frisch vor dem Vorwurfe der Ungenauigkeit zu schützen. Der handschriftliche, noch vorhandene Zettelkatalog der MSS. in München, welchen

Frisch benützte, weil der gedruckte Katalog erst nach seiner Bearbeitung dieses Zeitabschnittes erschien, enthält eine Lücke, indem der cod. lat. 1607 aus Versehen bei „Kepler“ nicht erwähnt ist, wohl aber cod. lat. 1608, den auch Frisch benützte.

Die mir zur vollständigen Erläuterung der Briefe noch fehlenden drei Schreiben Herwarts vom 10. März, 16. Mai und 20. Juli 1599, welche sich im 9. Bande der in Pulkowa aufbewahrten MSS. Keplers befinden, und von denen Frisch nur wenige Stellen mittheilt, hoffe ich durch die Güte des Herrn Geheimraths und Direktors der dortigen Sternwarte, Otto von Struve, zu erhalten*).

Die Briefe sind viel reichhaltiger, als Frisch vermuthet zu haben scheint, und dürften zu den längsten zählen, welche wir von Kepler besitzen. Leider gestattet mir die Zeit nicht, ihren Inhalt nach allen Seiten so zu besprechen, wie er in den Rahmen der bisher bekannten Schriften Keplers sich einfügt; ich muss mich auf eine kurze Übersicht beschränken, und im Übrigen auf die den Briefen beizugebenden Noten berufen.

Ich erwähne zuerst die chronologischen Fragen. Herwarts Briefwechsel mit Kepler begann überhaupt damit, dass Herwart ihm 1797 durch P. Christoph Grienberger S. J., Professor der Mathematik in Graz (Opp. O. I, 60.; cf. IV, 73.), eine Frage über Lucanus (Pharsalia I, 639 ssq.) vorlegen liess. Kepler wurde bald in einen so lebhaften Briefwechsel über solche Gegenstände verwickelt, dass er vergebliche Anstrengungen machte, sich loszuwinden (O. O. IV, 80; 84.), und am 29. Aug. 1599 an Maestlin schrieb (O. O. IV, 72.): „est Monachii . . . . Herwartus, qui solet hujusmodi studiose quaerere, qui profecto immanibus me laboribus excruciaret, ad ea omnia perficienda adigens, quae Crusius monuisset.“ Aber Alles half Nichts. Die oben erwähnte Frage kommt noch im zweiten der neuen Briefe vor; und ein indessen neu hinzugekommenes Thema: „de die natali Octaviani“ gibt Kepler Gelegenheit, seine Kenntnisse in den Klassikern, in denen er eine bedeutende Belesenheit zeigt, sowie seine

*) Der Herr Geheimrath von Struve hat meiner Bitte in einer Weise entsprochen, wie ich es nicht erwarten konnte. Er nahm auf einer Reise nach Deutschland selbst den Codex mit sich, und versetzte mich so in die vortheilhafte Lage, von demselben auf der Sternwarte in Leipzig persönlich Einsicht nehmen zu können. Ich erachte es als meine Pflicht, ihm für diese ausserordentliche Zuvorkommenheit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen. Zugleich benütze ich diese Gelegenheit, um auch den Herren an der Leipziger Sternwarte, besonders dem Herrn Dr. Peter, für die freundliche Aufnahme zu danken, welche ich bei ihnen fand.

Kenntniss des Alterthums zu verwerthen. Auch die Astrologie wird zu Hülfe genommen, um aus den betreffenden Stellen der Klassiker und den Berechnungen der „Nativität“ Tag und Stunde der Geburt zu bestimmen. Vielleicht gab diese erzwungene Beschäftigung die Veranlassung zu Keplers chronologischen Schriften ab.

Ich verlasse dieses Thema, um zu Wichtigerem zu eilen.

Die Frage „de declinatione magnetis“ ward zuerst von Herwart am 10. März 1598 angeregt. Ausser Keplers Antwort hierauf findet sich in den bisher bekannten Quellen nur Weniges für 1599. Ich kann dagegen feststellen, dass Kepler in diesem Jahre in hervorragender Weise dafür interessirt war. Hervorgerufen wurde dieses Interesse durch die 1598 erschienene „Historia navigationis in Arctum“ von Gerard van Veer. Kepler erwähnt dieselbe schon im ersten P. S. des ersten Briefes, indem er zugleich Angaben über die magnetische Deklination in Portugal sich von Herwart erbittet, welcher Bitte dieser entsprach. Schon hier spricht Kepler die Hypothese aus: „Die Magnetnadel zeige auf jenen Punkt der Erde, welcher bei Erschaffung der Erde ihr Pol war“; und später auch: „die magnetische Kraft sei derselben Art (ex eorum genere), wie die Schwerkraft.“ Die Beobachtungen, welche in dem erwähnten Büchlein enthalten sind, geben ihm durch die folgenden Briefe (II und III) reichlich Gelegenheit, diese Frage eingehend zu studiren, und er gesteht im zweiten Briefe: „totus in hac materia versor, si forte certi quid constitui possit.“ Kepler setzte diese Studien noch einige Zeit fort; aber ihr geringer Erfolg erhellt aus einer Note (134) zu seinem: „Somnium astronomicum“ (O. O. VIII., 54.), wo er an der Möglichkeit verzweifelt, den magnetischen Nordpol zu bestimmen.

Dasselbe Büchlein gab auch Anlass zur Erörterung der Frage „de parallaxi physica“ (von der Strahlenbrechung). Herwart hatte darüber an verschiedene Astronomen geschrieben. Kepler verficht seine Ansicht (Brief III), welche viel Richtiges enthält, zeigt aber dabei noch etwas alterthümliche Ansichten über die Athmosphäre.

Ich komme nun zu den astronomischen Erörterungen.

Im „Prognosticon“ für 1599 (O. O. I, 401.) hatte Kepler im Anhang sehr kühn eine gründliche Verbesserung der Berechnung der Finsternisse in Aussicht gestellt, ja behauptet, er habe schon ein „besonder Traktätl“ geschrieben. An Maestlin schreibt er jedoch: „magna sum usus immodestia, si prodeat hoc prognosticum in Germaniam. Audacter polliceor, ostendere me posse tractatum integrum de ea (de eclipsi ⊙ anni 1597 sc.); qualis vero tractatus? Nullus

adhuc, si verum fatear.“ Es mag ihm daher etwas unangenehm gewesen sein, als sich Herwart schon am 2. Jan. 1599 an ihn um nähere Erklärungen wandte. In dem sich entspinnenden Briefwechsel nimmt der erste der neuen Briefe die zweite Stelle ein. Auch dieser enthält noch Entschuldigungen: „Itaque de mea temeritate, jactandi in publicum, quae privatim vix bene somniavi, malim me tibi excusare, juvenilem ardorem incusans, quam rationem reddere.“ Indessen hatte Kepler einen Rückzug auf Tycho Brahe gefunden, den er auch antrat. Daher fügte er als P. S. einen Auszug aus einem Briefe Tycho's an Maestlin bei, den er mit Noten begleitet. Indem er dann im Übrigen ziemlich glücklich auf die von Herwart namhaft gemachten Schwierigkeiten antwortet, und endlich die Sache sehr geschickt auf mehr allgemeine Erörterungen ablenkt, zieht er sich aus der Verlegenheit. Einige andere verwandte Themate übergehe ich.

Bei allen Lobsprüchen, welche Kepler Tycho Brahe reichlichst spendet, kann er doch nicht umhin, an verschiedenen Stellen auf die geringere Wahrscheinlichkeit der Hypothesen Tycho's hinzuweisen. Er bekennt sich auch offen als begeisterten Anhänger des Kopernikus (Brief II).

Veranlassung zu diesen Erklärungen bot das Buch des Reimarus Ursus: „de hypothesibus“, über welches Herwart am 16. Mai seine Ansicht zu erfahren wünscht. Ursus hatte nämlich einen Brief Keplers, welchen dieser einige Jahre vorher an ihn gerichtet hatte, und der in der That einer Lobeshymne ähnlich sieht, gleichsam als Rechtfertigung seinem Pamphlet wider Tycho vorgedruckt. Kepler fühlt daher vor Allem das Bedürfniss, sich wegen dieses Briefes zu entschuldigen. Dann ergreift er für Tycho Partei gegen Ursus, und widerlegt dessen Behauptungen, stellenweise in sehr gereiztem Tone. Doch lässt er in andern Stücken auch den Kenntnissen desselben Gerechtigkeit widerfahren. Die ganze Auseinandersetzung ist sehr belehrend über Ursprung und Gegenstand des Streites.

Ich muss nun eine der schwierigsten Fragen in der Beurtheilung Keplers berühren, nämlich seine Ansichten über Astrologie. Kepler hat nämlich der Mode der Zeit reichlich Rechnung getragen. Seine eigentliche Gesinnung kommt jedoch hie und da Vertrauten gegenüber zum Vorschein. So schreibt er an Maestlin (O. O. I, 49.): „Quamvis, si Deus cuilibet animali dedit instrumenta vitae conservandae, quae invidia est, si eodem consilio Astronomo adjungit astrologiam?“ Und in der 7. These seines „Tertius interveniens“ (O. O. I, 560.) lesen wir: „Es ist wohl diese Astrologia ein närrisches Töchterlin, aber,

lieber Gott, wo wolt ihr Mutter, die hochvernünfftige Astronomia bleiben, wann sie diese ihre närrische Tochter nit hette. . . . . . Und seind sonsten der Mathematicorum salaria so seltzam und so gering, dass die Mutter gewisslich Hunger leyden müsste, wann die Tochter nichts erwürbe.“ Schreibt Kepler selbst so von den unsinnigen Nativitäten und Horoskopen, so scheint es mir auch andererseits zu weit gegangen, wenn man rundweg Kepler jeden Glauben an die Astrologie abspricht, und die Behauptung aufstellt, er habe nur einer feineren Mystik gehuldigt. Die richtige Mitte hat hier wiederum Frisch, der ausgezeichnete Kenner der Werke Keplers, getroffen; seine Ansicht, welcher er (O. O. I, 292.) in der Einleitung zu den astrologischen Schriften Keplers Ausdruck verleiht, fand ich in diesen neuen Briefen, die sehr viel hieher gehöriges Material enthalten, im Ganzen und im Einzelnen bestätigt. Ich werde an den betreffenden Stellen in den Noten darauf hinweisen.

Um seine astrologischen Ansichten gegen die Angriffe Herwarts zu vertheidigen, arbeitete Kepler besonders darauf hin, einen bestimmten, auf geometrische und stereometrische Grundlagen gestützten Beweis für den engen Zusammenhang zwischen Astrologie und Musik (Brief II und III) aufzustellen. Dies führte ihn bald dahin, auch die Beziehungen zwischen den Elementen der Planetenbahnen und den musikalischen Harmonieen zu untersuchen, und in diesen Studien, welche sich im 3. Briefe finden, haben wir den ersten Keim eines seiner berühmtesten Werke, der „Harmonia mundi“, vor uns. Frisch bezeichnete den Brief an Maestlin vom 29. August 1599 als: „primordia huius disputationis subtilis et abstrusae“ (O. O. I, 197.); allein schon am 6. August schrieb Kepler an Herwart: „Addo nunc et aliud non minus jucundum θεώρημα, quod interea, dum nuntius it, redit, inveni: idque ideo, ut testem habeam meorum laborum et promotorem, si forte vitâ decedam ante tempus.“ Dann bespricht er den Gegenstand. In seiner Antwort muntert ihn Herwart auf fortzufahren (O. O. V, 20.), bezeichnet ihm die Mängel, welche zu verbessern seien, und gibt ihm neue Ideen.

Dieses wäre in Kürze der Inhalt der Briefe. Einige biographisch interessante Stellen finden sich noch in denselben zerstreut; ich verweise jedoch dieselben in die Anmerkungen, um Ihre Geduld nicht zu lange in Anspruch zu nehmen.

Ich füge noch einige Bemerkungen hinzu, wie ich den Druck des Textes einrichten zu müssen glaubte. Ich habe mich bemüht, alle Eigenthümlichkeiten des Originals wiederzugeben, ohne einerseits die Anmerkungen zu sehr zu vermehren, und ohne andererseits den Text in störender Weise zu unterbrechen.

Was Erstere betrifft, so befinden sich nur solche Anmerkungen, welche textkritischer Natur sind, unter dem Text, die sachlichen Erläuterungen folgen am Schlusse des dritten Briefes; beide Arten beziehen sich auf die Marginalnummern der Zeilen.

Die Anmerkungen unter dem Text enthalten ausser Bemerkungen, welche sich nicht kurz andeuten liessen, die roth geschriebenen Randbemerkungen Herwart's von Hohenburg, welche als N. H. = Nota Herwarti bezeichnet sind.

Im Text selbst wurde die Paginirung des Codex fett gedruckt. Dieselbe ist eine doppelte. Ich habe die Ziffern mit den Buchstaben: f. (= folium), und p. (= pagina) an der Stelle in den Text eingeschaltet, wo das betreffende Blatt, bez. die betreffende Seite beginnt.

Kepler pflegt jede erste Zeile einer neuen Seite, ferner mit wenigen Ausnahmen jede erste Zeile eines alinea mit grösseren Buchstaben zu schreiben. Ich habe dieses nicht berücksichtigt; dagegen sind Stellen mitten im Texte, welche Kepler durch grössere Schrift hervorhob, gesperrt gedruckt.

Die mit liegender Schrift gesetzten Stellen sind im Original von Herwart mit rother Tinte unterstrichen. Worte oder Sätze, welche Kepler auf den Rand schrieb, habe ich in — . . . . — eingeschlossen. Meistens ist die Stelle, an welcher sie einzufügen sind, von Kepler selbst bezeichnet; im anderen Falle wurde es in der Anmerkung bemerkt.

Stellen, welche in runde Klammern eingeschlossen sind, sind auch im Original von Kepler in Klammern gesetzt.

Dagegen habe ich die eckigen Klammern ausschliesslich für textkritische Noten bestimmt, damit man sie beim Lesen einfach übergehen könne.

Von diesen Noten enthalten jene, welche mit gewöhnlicher Schrift gesetzt sind, im Original ausgestrichene, aber noch lesbare Stellen. Mit kleinerer Schrift gesetzt sind folgende:

[korr. aus . . . .] bezeichnet die ursprüngliche Lesart, welche abgeändert wurde.

[K.] bezeichnet eine unleserliche oder unbedeutende Korrektur.

[1d.] [2d.] u. s. w. = „1 darüber" bezeichnet, dass eines, zwei u. s. w. der vorhergehenden Worte über die Zeile geschrieben sind.

[sic] bedeutet nur, dass das Wort sich so im Original findet, wie es gedruckt ist.

Blosse Nachbesserungen von Buchstaben, ebenso blosse Schreibfehler (wie: fxas statt fixas) blieben unerwähnt.

Die Briefe sind currente calamo geschrieben; Orthographie und Interpunktion sind daher nicht konsequent, oft störend, z. B. „ad quem collati Ptolomaeus Alphonsini, Copernicus, pueri censeri possunt." Ich habe mir erlaubt, die Interpunktion so zu ändern, dass der Sinn deutlich hervortrete. Auch die Orthographie ist willkürlich und unmotivirt; so z. B. finden sich Stellen wie: „Et respexerunt illi fortasse potissimum ad Eclipses Vernales, sicut Copernicus ad aestivas et Hybernas. Hinc illi in aestivis et Hybernis, Copernicus in vernalibus et Autumnalibus errant;" oder: „in mercatore" (Eigenname); „ubi polus Elevatur"; „Reginae angliae" u. s. w. Ich habe nur die astronomischen Eigennamen und die hievon abgeleiteten Adjektiva mit grossen Anfangsbuchstaben gelassen, weil Kepler sie auch in andern Werken meistens so schrieb.

Epistola I.

S.

f. 98. p. 150. Literas tuas, Vir magnifice et doctissime, 10. Martii scriptas, 6. Aprilis accepi. Multas in iis moves quaestiones; ex iis, quae labore et calculatione opus habent, in praesentia differam, cum hoc biduo, quod mihi tabellarius indixit, cum alia tum sacra tractanda sint: quae vero praesenti memoria possunt exsolvi, leviter attingam, non quidem, quod tantopere te mea opera opus habere existimem: cujus et promptitudinem memoriae et industriam lectionis et dexteritatem praecipue in judicando, cum antea saepe, tum maxime in his literis et in quaestione de natali Octavii perspexi: sed quia te confabulationibus istiusmodi literariis delectari video. Nisi enim huc te natura et genius tuus raperet, jam pridem tibi litera haec mea perquam inelegans silentium persuasisset.

Primam quaestionem moves de eclipsium calculo, cujus reformationem a me tentatam cum gaudeas, objicis tamen experientiam et observationes. Itaque de mea temeritate, jactandi in publicum, quae privatim vix bene somniavi, malim me tibi excusare, juvenilem ardorem incusans, quam rationem reddere. Nam quid ego inter artifices, qui diu jam exercitati et ab observationibus instructi sunt?

Taceant omnes, et *Tychoni Brahe Dano* auscultent, qui *jam in 35tum annum observationibus incumbit,* qui plus videt oculis, quam multi alii mentis acie, cujus unum instrumentum meâ totiusque cognationis meae substantia pensari nequit, ad quem collati Ptolemaeus, Alphonsini, Copernicus pueri censeri possunt, nisi magnam ipsis scientiae partem et occasiones suorum inventorum acceptas referret: uti quidem facile semper est inventis aliquid addere. Sed ut verissime dicam **p. 151.** quae sentio: *Οἶος πέπνυται, τοὶ δὲ σκιαὶ*

---

20 „Tycho Brahe." N. H.

26 „*Οἶος — ἀΐσσουσι*", roth unterstrichen.

ἀΐσσουσι. Nec me impedit, quod motui telluris paullo iniquior est. Nec enim refert ad eruditionem, qua quis religione motus quidlibet sequatur. Sed ad rem. Ejus partem epistolae, quam ad Maestlinum anno superiore dedit, his adjunctam literis [ut jam spero] leges. Ex ea licebit tibi exclamare de me et mei similibus: *O curas hominum, o quantum est in rebus inane. Mihi certe plus quam aenigma hoc est,* [majus] *minus aliquid in propinquo videri, quam si distet longius.* Mihi enim hactenus optici contrarium persuaserant. *Luna, inquit, in eclipsibus Solaribus est humilis* [valde] *admodum, et tamen minori apparet diametro quam in pleniluniis eclipticis, in quibus caeteris paribus eadem in humilitate est.* Quid illi dicam nescio. Parallaxeon [korr. aus parallaxis] doctrina humilitatem ejus certo prodit, observationes ceterae quantitatem visilem [sic]. Neutrobique perito artifici obluctandum est. Itaque ingenti desiderio editionem operum ejus expecto. Jam quia tamen hunc sermonem sum ingressus, contra tua experimenta temeritatem meam defendam, [ut] si forte [2d.] quamvis non optimo consilio susceptam, non pessimus tamen eventus sequatur. Sex [korr. aus septem] mihi eclipses objicis, quibus ego omnibus in mea calculi affectata restauratione (admonitione rectius dixerim) mirifice confirmor. *1. Scribis, anno 1591, die 29. Decembris recte sensisse Prutenicas. Euge. Nam si quis eo modo, quem admonitiunculâ meâ praeivi, calculum Prutenicum corrigat, is circa finem Junii et Decembris nihil in Prutenicis mutabit*, dum scilicet Sol in apogaeo vel perigaeo est. Nam etsi maxima differentia est inter Lunam Decembrem et Juniam, vel Januariam et Juliam (caeteris paribus), ejus tamen differentiae effectus potissimum in quadrantes Arietem et Libram aggeratur. Exemplum hoc cape. Motus diurnus Solis etsi maximus est in Capricorno, minimus **f. 99. p. 152.** in Cancro, differentia tamen motus veri a medio in ♑ ♋ nulla est, in ♈ ♎ maxima. Eadem ratio est in mea etiam de Lunae motu suspicione.

2. Anno 1598, 20. Feb.: puto te deceptum observando: id quod non ipse tantum dico, sed mecum etiam Tycho. Et quamvis instrumentis caream, tamen ex tempore occasus apparuit indubie, circiter integram horam aberrasse calculum Prutenicum: quâ illum eclipsis est secuta. Id memini me in illa mea prognostici appendice monere, unde vides et hoc pro me facere.

---

35 „Luna in ☌ minor." N. H.

46 „Ao. 1591, 29. Dec.: juxta Prutenicas." N. H.

57 „Ao. 1598, 20. Febr.: Prutenicae anticiparunt horâ." N. H.

3. Hujus anni mense Februario noctem habui serenam, factaque ad occasum collatione rursum seriorem Prutenico calculo eclipsin deprehendi circiter 3 quadrantes.

4. Anno 1595, die 23. Apr.: vidi ipse quoque quod tu, eclipsin scilicet Lunae serius incidisse quam a calculo Prutenico poneretur. Id rursum me confirmat. Nam Aprili mense id mihi fieri necessarium esse videtur.

5. Eclipsin Solis anni 1598 vides ab ipso quoque *Tychone poni $10\frac{3}{4}$ digitorum* et borealem et seriorem (haec enim se mutuo consequuntur, ut indicavi in mea appendice), a me vero hoc ipso modo assumi et fundamenti loco poni.

6. Anno 1590. Eclipsis Solis Tubingae a Maestlino me praesente itidem citius apparere visa est et minor. Id est itidem secundum mea principia, fuit enim Sol ultra apogaeum in Leone.

Denique allegas in [K.] genere eclipses ante Christum, quae ab utroque calculo trium fere hor. [korr. aus horarum] differentiâ prodantur. Id me quoque confirmat. Nam quia calculus meus observationibus hodiernis [id.] accommodatur, observationes [Prutenico] Alphonsino calculo propinquant, ergo et ego Alphonsino calculo propinquo: quod quo constatius facio, hoc verius [K.]. At etiam ante Christi tempora id facio, quod sic probo. Pendet mea correctio et introducta lunationum differentia a Solis eccentricitate. Illa olim major fuit, quare et meam differentiam majorem fuisse **p. 153.** necesse est: plane ut et Prutenicae longius illo tempore ab Alphonsinis dissident. Haec dico non *ἐπιστημονικῶς* sed *στοχάζων*. Quantum enim Alphonsinis in rimanda antiquitate tribuendum sit, Reinholdus in Prutenicis testatur, qui Copernico id [id.] praecipue laudi dat, quod doceat antiquas eclipses computare, cum antea nemo id potuerit. Sed videntur tamen *Alphonsini* praecipue in Lunâ fuisse diligentes. Et respexerunt

---

63 „Ao. 1599, in Febr.: Eclipsis rursus prior contigit quam Prutenicae c. $\frac{3}{4}$ horae." N. H.

66 „Ao. 1595, 23. Apr.: rursus prius c. — N. B. P. Joan. Appenzeller contra." N. H.

70 „Ao. 1598. Eclipsis ⊙ serior et borealis." N. H.

74 „Ao. 1590. Eclipsis ⊙ citius apparuit." N. H.

77 „Ante Christum Eclipses tardius contigisse, quam Prutenicae indicent." N. H.

91 ssq. Der rothe Strich unter „*Alphonsini*" ist durch einen von seinem Ende ausgehenden, quer durch die Zeilen laufenden rothen Strich mit dem Anfang des rothen Striches unter „*in aestivis*" (Z. 93) verbunden. — Am Rand: „Prutenicas errare in Eclipsibus Vernalibus et autumnalibus: Alphonsinas in hybernis et aestivis." N. H.

illi fortasse potissimum ad eclipses vernales, sicut Copernicus ad aestivas et hybernas. Hinc illi *in aestivis et hybernis*, *Copernicus in vernalibus et autumnalibus errant.* Erat Copernicus majoribus rebus intentus, ordinandae Solis eccentricitati, definiendae quantitati anni. Haec ut obtineret, impossibile fuit aliter de eclipsibus docere, nisi simul novam in Lunam, et annuam inaequalitatem, [ut ego] introduceret; quod cum ille abhorreret, ego facio. *Fortasse id quoque ad rem pertinet monere*, *si Ptolemaica Solis eccentricitas retineatur, consensuras hodie observationibus Eclipses Copernici.* Quam enim ego Lunae annuam inaequalitatem tribuo, id tantundem est, ac si Lunâ aequaliter currente Solis eccentricitas augeretur.

Praeterquam quod meam opinionem periclitaris, alterius etiam mones, de novo quodam terrae motu introducendo. Id quidem et ego jam dixi, quomodo fieri possit auctâ simpliciter eccentricitate (qui non esset quidem novus motus). Et *Tycho* aliam quoque suspicionem facit in literis ad me scriptis: Affirmat namque, *Solis — (secundum Copernicum terrae) — orbitam interdum ampliari, interdum contrahi: quod ut physice possit*, *orbes solidos caelis* [sic] *eliminat*, me quidem, quamquam ob alia, non repugnante. Id ergo in ejus [observationibu] operibus, si Deus nobis faverit, videbimus. *In globo stellato quoque*, *quem forte habes, affirmat, se declinationem Zodiaci* [quoque] *aliquam et tardissimam quidem observare, ita ut non semper eaedem fixae maneant in Zodiaco.* Haec itidem ad terram Copernicus referret. Sicque satis nobis suspicionum esset de novo terrae motu. Sed *causam, cur Luna potius horum in eclipsibus errorum rea sit, geminam habes in mea appendice.* Primo namque eadem aberratio Lunae cernitur etiam cum ad fixas aut planetas, non tantum cum ad Solem et umbram refer- **f. 100. p. 154.** tur. Deinde in [id.] magnas turbas conjiceretur tota doctrina de aequinoctiis et anni quantitate, si eccentricitas mutaretur. Iis ego turbis impar sum sedandis. Tychoni sat virium, is igitur viderit: negat enim, hanc esse rationem aequinoctiorum, quam Copernicus tradit. Mihi quoque, — ut jam ab eclipsibus divertar, quando [korr. aus quanto] id absolutum negocium est, — *de declinatione eclipticae* luberet aliquid novare, sed philosophice ex mea cosmographia,

---

99 „Si Ptolemaei excentricitas ⊙ seruaretur, congruerent Prutenicae." N. H.

104 „Nouus motus terrae. 1°. Auctae excentricitatis." N. H.

106 „2°. Orbitae ⊙ seu terrae immutatio." N. H.

111 „Globus stellatus Tychonis. 3tio Declinatio Zodiaci, seu stellarum in Zodiaco sitarum, ab uiâ Solis. Tardissima." N. H.

117 „Cur Lunae adscribat causam." N. H.

124 „De declinatione eclipticae." N. H.

quam meditor. Nempe, minimam hodie declinationem non esse, sed decreturam per multa saecula (si supersint) usque ad 22°. 30′ mediocritatem, forte et ultra. Nam in principio mundi mihi persuadeo fuisse mediocrem gr: 22°. 30′; inde per annos 4000 crevisse ad 24° integros. Adeo ut uno atque altero saeculo ante Christum artificibus deprehensa fuerit gr: 23°. 52′, qualem Copernicus facit maximam. Porro in una conversione saepius inaequalem fieri motum. Igitur a Ptolemaeo rursum fuit observata 23°. 52′. (Vide ne hic obiter Obelisco Plinii respondeam). Inde celerius decrevit, hodie tarde decrescit, et est 23°. 28′, sed erit ut iterum intendatur hoc decrementum usque ad 2400. abhinc annum per 58′ adhuc scrupula, ad primaevam mediocritatem rediens gr: 22°. 30′. — Terram a centro dimotam esse, Copernico sonabit, magis eccentricam esse factam, vel etiam magis ad Zodiacum polis [sic] inclinatam esse. — Sed ex quo somnio, inquis, hauris illos 22°. 30′ gradus? Ex cosmographia inquam. Examina, quid futurum fuisset, si nihil declinasset aequator ab ecliptica, quid item, si totum quadrantem declinasset, haec enim sunt extrema. Postea examina *φαινόμενα* (sive potius [*φανησο*] *φανούμενα*) declinationis circulorum 45°, mediae inter extremas, tum declinationis 67°. 30′, mediae inter 45° et 90°, item declinationis [65] 22°. 30′, mediae inter 0° et 45°. Examina ipse, res enim cum facilis est cogitatu, tum molesta et longa scriptu. Deprae-hendes, neque aequalitatem nullius declinationis mundi rationibus convenire, neque nimiam inaequalitatem vel 90, vel 67°. 30′, vel 45° [vel] graduum [id.]. Et restare solam 22°. 30′, qui numerus cum sit vicinus numero 23°. 28′, hodiernae **p. 155.** et adhuc decrescenti declinationi, hinc adeo in hanc meam suspicionem incidi. Deo enim in toto opere corporeo leges corporis, numeri et proportiones sunt propositae, leges autem lectissimae et ordinatissimae. Quare partes circulorum rationales, qualis est *22°. 30′, quae est pars sedecima meridiani alicujus,* cum [28] 23°. 28′, 23°. 52′ vel media 23°. 40′ non sit pars rationalis. — Plaudit autem et id, ut omnia motu varientur

---

129 Kepler hat die Eigenthümlichkeit, die Bezeichnung für „Grad" etc. häufig doppelt zu setzen; so hier: „Gr. 22°"; Z. 136: „per 58′ adhuc scrupula"; Z. 139: „22°.30′ gradus."

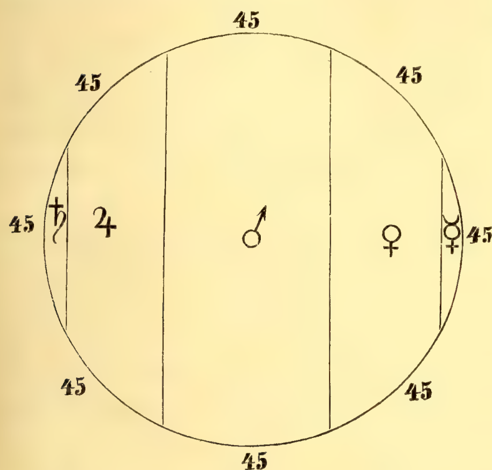
131 „Maximam obliquitatem Zodiaci futuram 22°.30′, id est ¼ quadrantis". N. H.

137 ssq. Die Worte: „Terram a centro" etc. stehen am Rande neben 133 ssq. ohne nähere Bezeichnung der Stelle, an der sie einzufügen sind. Sie scheinen mir hieher am Besten zu passen.

142 sq. „*φαινόμενα*" und „*φανούμενα*" roth unterstrichen.

153 sq. „Quare partes" etc. Der ganze Satz steht so im Original. Zu ergänzen wird wohl sein: „Deo propositae erant."

et in se redeant, ut quam maxima esset varietas. Quare etiam Tychoni de obliquatione Zodiaci credo. — Hoc modo fiet aequalis in creatione [2d.] latitudo zonarum in meridiano, qui divideretur [korr. aus quae dividentur] in 8 partes, quarum singulas singulae occupant ex frigidis, ex temperatis et torrida singulae binas, in locis sc. oppositis. Hinc



etiam consecutus Deus id est, ut medium inter extrema, [frigidae in] temperatae inter frigidas et torridam interjaceant, quae lex multum in ornatu mundi valuit. Ea enim etiam inter planetas est, si non omnes, at certe superiores. Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, Mercurius. Hi quinque; terram enim eximamus, cum et Deus ut ἐξαίρετον notaverit, Lunae orbe solam vestiens. *Vides igitur Saturnum pallidum, Jovem croceum, Martem rufum, Venerem flavam, Mercurium argenteum. Appropinquant coloribus Saturnus et* Mercurius extremi, sic Jupiter et Venus intermedii, *Mars sine socio est.* Videatur [sic] Deus planetas *zonis, vel has illis attribuisse.* — Saturnus enim frigidus est, Jupiter temperatus, Mars torridus, colore indice, astrologis testibus; — nisi quod Saturno cum Mercurio, Jovi cum Venere non ita penitus idem situs est, ut frigidis et temperatis zonis utrisque eadem forma et situs. Sunt enim ♀ ☿ Soli viciniores, terrâ a superioribus divisi, quare et illustriores quam ♃ ♄.

Desinamus igitur [1d.] super caelestia et incorporea plus quam Deus nobis revelavit scrutari. Haec sunt intra captum judicii humani, haec nos scire Deus voluit, dum ad suam nos imaginem condidit, ut in consortium earundem [cum] secum ratiocinationum veniremus. Quid enim est in mente hominis praeter *numeros et quantitates?* Haec sola recte percipimus, et, si pie dici potest, eodem cognitionis genere cum Deo, quantum quidem in hac mortalitate de iis percipimus. Stulte metuunt, ut hominem Deum faciamus, consilia Dei sunt [1d.] inscrutabilia, non opera corporea. Quid enim sunt [consilia] opera [1d.] Dei,

---

167 Die ganze Stelle steht so im Original.

erga consilia ejus si conferantur. Consilia Dei Deus ipse sunt, **f. 101. p. 156.** opera vero sunt creaturae, quibus intelligendis aptum hominem creare Deo non est magnum. Sed ad epistolam tuam redeamus. Plinii et veterum opinionem de aequinoctiis — in 8. Arietis — (quamvis ex ea non autumem Obelisco derogatum, ne nimium rudem in astronomia Plinium faciam) cum Scaligero existimo inde manasse, quod solstitia durant ad sensum 16 diebus. Aliud enim est stare, aliud **τρέπεσθαι**, illud quies est, hoc motus. Quare quamdiu ad sensum dies non crevit, stare Sol creditus est [At], dictumque fuit durare solstitium. At primum atque sensu fuit deprehensa auctio diei, jam converti Sol dictus fuit. Hinc **τροπή** die octavo. Ex **τροπαῖς** posteâ etiam aequinoctiorum dies computarunt.

Margaritae philosophicae ex [korr. aus ad] nugis Arabicis collectae pertinent ad materiam illam, quam Aristoteles tractat in libris de generatione et interitu et de meteoris. Aliquas ostendi in praefatione horni prognostici, quod habes. Sunt mera mirabilia, et quod merito stomachum alicui moveat, frigent physicorum academicorum studia in rebus tam nobilibus. Credo id fieri propter infinitam nugarum copiam, quae cum merito a cordatis contemnantur, contemnitur unâ et margarita. Adeoque vix mihi gallinaceus monenti latere boni aliquid fidem habebit: fimum enim aspiciet et fodiet. Proponam aliqua per quaestiones. *1. Quomodo humores omnes cum lumine Lunae connectuntur? 2. Cur ad motum luminarium fiunt aestus marini? 3. Qua ratione situs aliquid agere potest,* et situs quidem non omnis, sed tantum *rationalis. Omnis enim aspectus est situs rationalis,* pars nempe harmonica de 4 angulis rectis, effecta a radiis stellarum in terra coeuntibus. Et cum sint harmoniae [septem] octo [id.]: unisonus, tertia mollis, tertia dura, quarta, quinta, sexta mollis, sexta dura, octava; erunt etiam, ut est in meo libello cosmographico, *octo radiationes:* conjunctio, sextilis, quintilis, quadratus, trigonus, ses- **p. 157.** quiquadratus, biquintilis, oppositus, quos sic soleo signare: ☌ ✱ 丈 □ △ ⌗ ⚼ ☍. Animadverto enim, et hos operari *novos, sc.:* 丈 ⌗ ⚼. Et cur non operarentur, cum eadem ratio illos complectatur quae antiquos et [id.]

---

[197] „Solstitia durant ad sensum 16° [sic] diebus. Inde Scaliger.“ N. H.

[201] „16“, kaum erkennbar (siehe jedoch die Note Herwart's); wahrscheinlich korrigiert aus „15“.

[204] „Octauo die, a puncto solstii, deprehendi **τὸ τρέπεσθαι.**“ N. H.

[207] „Astrologica“. N. H.

[218] „rationalis“, doppelt roth unterstrichen.

[226] 丈 ⌗ ⚼, roth unterstrichen.

usitatos. Haec quaestio tota digna est physicorum ingeniis. *Ecce hodie, cum distant planetae duo* [id.] *89 gradibus, nihil novi fit in meteoris. Cras, cum distant plenis 90°, sc. quadrante, subito oritur tempestas.* Quantula luci utriusque facta est accessio intra unum diem, et quomodo perendie illa minui statim rursum potest? Igitur non stellae est is effectus sed stellarum, non lucis sed numeri 90°, hoc est anguli per numerum 90°, rationalem et harmonicam totius circuli partem, numerabilis. Concurrit igitur ipsa terra suo situ ad hunc effectum, quae si alibi sita esset, in alio esset angulo. At quid situs potest? Quid ratio potest, nisi rationem intelligat id quod operatur? *An lucem faciemus animatam? Hinc ergo malui ego terrae animam tribuere, quae sit apta ad intelligendos hos* [eff] *aspectus,* uti latius in praefatione mea deprehendes. *4. Qua ratione facies caeli in puncto nativitatis fit character hominis.* Operatur enim in hominem quamdiu is vivit, non secus ac compedes illae injectae cucurbitis agricolarum ingenio: quae cum cucurbitam non vegetent, tamen formant. Sic caelum, etsi nec mores nec facta nec fortunam nec natos nec divitias nec uxorem homini det, omnia tamen homini obvenientia format. Et illud tamen interea, dum vivit homo, in infinitas a natalitiâ formas abit, nunquam manet; — perit itaque situs ille natalitius. — Qua ratione igitur id operatur quod non est? Operatur enim, quatenus fuit hoc modo situm, qui situs non manet. An igitur illius situs character aliquis [id.] in corpus, in animam luci cognatam et huic rei idoneam imprimitur? Et quomodo in *fortunam,* quae nihil est, imprimitur? Haec — omnia — testatur [omnia] experientia, eaque hominum nequaquam stultorum. *Videas hominem, in cujus genesi non commode siti sunt boni illi Jupiter et Venus,* hoc est illi medii inter extremos, uti supra dicebam; talem igitur hominem videas, quamvis probum et sa- **f. 102. p. 158.** pientem, invenustiori tamen et subtristi ut plurimum fortunâ uti. Talis mihi nota faemina est. Laudatur tota urbe ob virtutem, pudorem, modestiam. Simplex tamen juxtâ est et crasso corpore. Haec ab ineunte aetate duriter habita a parentibus, vix adolescens nupsit quadragenario praeter lubitum; eo statim mortuo nupsit alii ejusdem aetatis alacriori animo, sed qui neque vir fuit, et totum quadriennium, quod in hoc vixit matrimonio, per morbos exegit; tertio nupsit pauperi et contempto dives ipsa antea. Bona ejus per injuriam passim detinentur. Ancillam nunquam nisi pravam habere potest. In omnibus negociis impeditur et intricata est. Etiam parit difficulter. Caetera omnia sunt hujusmodi. Hic videas eundem animi, corporis, fortunae characterem, sane caeli situi analogon: sic tamen,

ut impossibile sit, hunc animum totius hujus fortunae fabrum esse, cum [korr. aus cui?] adventitia illa et extranea sit.

Mihi cum Saturnus et Sol conspirent radiatione sexangula (libentius enim de notissimis loquor), corpus siccum est [id.] et nodosum, nec magnum, animus humilis, totus sc. in angulos literarios aversus, suspiciosus, timidus, per difficilia et nodosa tendens illisque immorans, mores consimiles. Ossa rodere, siccum panem ingerere, amara, acerba gustare mihi deliciae, per salebras, per clivos, per dumeta ambulare festivitas. Delinimenta vitae praeter literas nulla nec habeo nec desidero, et oblata respuo. Fortuna ad unguem similis. Quâ desperatur caeteris, mihi ad rem et famam aditus, sed non nimis amplus. Premor enim perpetuo inter crescendum, et res quidem mutantur, forma manet eadem. Quocunque connisus sum hactenus, obstitum mihi est duriter. Nescio an et ingenium in societatem trahatur, dum [ad] terrae **p. 159.** motum ad provocandum genus humanum defendo, dum

tanti ponderis orbem
Obnixa cervice cito per sidera lapsu
Incito, terricolûm contra nitente senatu.

Sed ascribatur id sane communi sorti egregiorum omnium. *Valeat illud δύσκολα τὰ καλὰ, et illud Ciceroni usitatum τῆς δ' ἀρετῆς ἱδρῶτα* etc.

Nec mihi displicet illa sapientum ratiotinacio [sic], imo vero certissima demonstratio, qua probant, veritatem a multitudine semper oppugnari. — Esto itaque ingenium et suscepta cum ratione studia exempta ex iis quae caelo subjacent. — Retineantur [igitur] superiora· Videsque rursum unum in me characterem ex caelo pendentem, non quidem ita nude a sextili Solis et Saturni, sed sic brevitatis causâ dixi. Nam qui sic nude solent, acervos materiae, caementi, lapidum pro domo vendentes, injuriam mihi cito fecerint. *Natus enim et ipse sum Sole, Venere et Mercurio in Capricorno versantibus. Itaque vides mihi tandem Wirtembergiam ab ejusmodi destinatum iri.* Haec igitur experimentorum exempla et formae sunto. Cur haec a philosophis non tractentur miror. An quia multa vana traduntur, an quia regulae cuduntur (quales et tu canones — et directoria — postulare videris minime philosopho utiles, qui non circa singularia versatur), regulae inquam faciles et iisdem pene elementis fallaces, quae primo quoque experimento redarguuntur. An haec [K.] ob difficultatem ἀστρολογίας per se consopiuntur iterum, etsi olim [id.] in animos philosophorum

---

287 „δύσκολα τὰ καλά" und „τῆς δ' ἀρετῆς ἱδρῶτα" roth unterstrichen.

irrepant? Qualis et illa quaestio est *de Magnete* et infinitae aliae, quae cum ad axiomata physica non quadrent, inter mira habentur, et sufficere putatur, ut sciantur singula seorsim. At cum tam multa sint, exoriare igitur aliquis, qui plura inter se conferas, rationesque non unius rei solius, quod impossibile est, sed multorum talium conjunctorum reddas. Quod [dut] dum [1d.] et ego in mea statione hactenus tento, *duo mihi modi philosophici venerunt in mentem, alter typi et archetypi, ut puto Platonicus, alter Geniorum ex S. Literis accersitorum.* Nam mundus est imago Dei corporea, animus est imago Dei incorporea et tamen creata. Corpus est imago mundi, hinc *μικρόκοσμος*, **f. 103. p. 160.** formae corporum [korr. aus corporis] [est ima], animorum, fortunae diversitates sunt imagines diversitatum, quae [korr. aus qui] sunt inter situs caelestes. — Sic ei, quod in ortu est, respondet ortus hominis, quod in occasu, occasus hominis et inde dependentia. Et quod in medio, id format actiones hominis eaque, quae stantem hominem sequuntur. Et quia occasus ad ortum respicit relatione quadam contrariorum, ideo et hominis correlativa significantur in septimâ sive occasu, ut uxor, emptor, medicus, servus etc. — *Et situs quidem caeli, quia in puncto consideratur, perpetuum quippiam in homine respondens habet, quod est is quem dixi character* idem animi, corporis et fortunae. *At motus caeli, qui cum tempore consideratur, est* [imago] *exemplum* temporaneorum hominis, scilicet actionum, ut [jam] post [1d.] dicam. *Sed quia tamen nescio adhuc, ubi asservetur interea οὐρανίσκος ille imaginarius, caelo post illud partus momentum abeunte, ideo Genios adduxi.* Corpus enim nimis crassum est — huic characteri suscipiendo, — animus vero, etsi luci cognatus, etsi non minus mirabilia habet a Deo sibi commissa munia, [in] formationem partium necessariarum et alia, — sicque bene posset fieri subjectum hujus characteris a caelo impressi; — tamen nescio, quo modo foris extra hominem, quae fortunae sunt, [consi] tractare ad normam a [caelo] charactere illo [2d.] praescriptam possit. Itaque placent mihi tutelares illi Genii ex Bibliis desumpti, — qui hominibus

320 „medio". So wahrscheinlich; es ist hier eine willkürliche Abkürzung gebraucht: „mé".

322 „correlativa"; „cor" ist nachträglich darübergeschrieben.

327 „*est* [imago] *exemplum*". Kepler hatte zuerst „imago" geschrieben, mit welchem Worte die Zeile begann. Er strich dieses aus und schrieb davor auf den Rand „exemplum". Bei der Nachkorrektur des Briefes, welche eine bedeutend schwärzere Tinte zeigt, strich er „exemplum" ebenfalls durch und schrieb dasselbe Wort über „imago".

329 „*οὐρανίσκος*", roth unterstrichen.

nascentibus lege quadam divina praeficiantur, et hominum ipsorum loco characterem nativitatis suscipiant, sive in sua essentia, sive in sola memoriâ, atque ita se vinculis — [sed ita tamen, si se] vinculis [sic] caeli praebeant, nec omnino liberrimi sint arbitrii, sed pro ratione caelorum varie vel debilitentur vel convalescant. Exemplum in luce habemus hujus mixturae, quae cum non sit corporea sed divinum quid [3d.], corporis tamen legibus sine tempore quidem et motu subjacet: reflectitur, refringitur, fortius, debilius impingitur, prohibetur, attenuatur distantiâ etc. Exemplum bonum [korr. aus unum] est in hac causa. Lucis enim et animorum supra, hic et Geniorum aut eandem aut cognatam facio naturam. 5. Cognata his est quaestio de ortu hominis. Jucundissima habeo spectacula in *cognationibus geniturarum. Quis igitur est, qui partum in ea tempora et minuta differt, ut foetus sub conformi parentibus caelo edatur.* Res haec vel sola ipsum etiam *Mirandulam* (si quidem plus quam contra nugas pugnat) convertat. Quis, inquam, iste moderator est, Deus immediate? An matris anima? An infantis? Et quomodo is callere potest **p. 161.** astronomiam, ignaro ipso homine? Nemo unquam tam vixit sobrius, ut solutus a materiali corpore per exstasin aliquid rerum astronomicarum perceperit. — An igitur lux ipsa caelestis tantâ cum ratione momenta [foe] partuum dispensat? At lucis et stellarum radii tantum possunt? — Non est tantum ipsis tribuendum stellarum radiis, ut id possint cum tanto intellectu, quod vix aliquem [1d.] animum posse credibile est. Nam et oppido multa[s] ipsis objicerentur negocia, et dicendum hic quod supra, si effectus est radiorum, non est igitur lucis sed situs, non stellae sed stellarum. Absurde lux et radius ipse fieret quasi corpus, quod a situ [ceu] ceu [1d.] animâ ad hanc operationem informaretur et ratione optima instrueretur. Nam et haec etiam filiorum cum parentibus cognatio consistit in radiationibus. 6. Supra incepi de actionibus. Ut igitur universalis ille character hominis est ad exemplum SITUS [sic] caelestis, ita haec ἐξανϑήματα et ἐξοχαί temperamentorum, affectuum, actionum, fortunae sunt ad exemplum MOTUS [sic] caelestis natalitii, quem directiones dicunt. Sic autem se habet res. *Hora una post momentum partus lapsa est in caelo* [2d.] *imago 15 annorum*, — sicut in caelo 15 gradus caelestes horâ unâ

---

346 „bonum“ ist mit viel schwärzerer Tinte korrigirt, welche überhaupt auf dieser p. 160. am häufigsten und auffälligsten verwendet ist.

350 Vor „*ut*“ befindet sich ein stark durchgestrichenes Wort, welches nicht mehr leserlich ist.

356 „exstasin“ ist halb lateinisch, halb griechisch geschrieben.

moventur; — horis 2 imago 30 annorum, adeo ut horae sex primae ad 90 hominis annos se porrigant. Quaeque intermediis horarum momentis in caelo oriuntur vel occidunt, eorum similitudines in actionibus [reperiuntur] aliisque temporaneis — reperiuntur —. Mihi anno 16. cum febris pene lethalis obvenisset, convenientius fieri nihil potuit, quam ut ea significaretur ab ☍ ☿, □ ♂ in 8 ♋ hora una et sc. 4′ post meum ortum exoriente [korr. aus exoriens] supra horizontem. Infinita his similia allegare possem, non quod fatalia nescio quae vincula nectam. Scio enim, nisi intemperans tum fuissem, nisi loco parum salubri vixissem, aut nullum aut minus futurum periculum, sed etsi jam senex fuissem [K.], penitus fuisse moriturum. Nam, ut dixi, non dat caelum morbos, non temperamenta, sed aliunde venientia ad hanc quantitatem, in hoc tempus etc. perducere juvat, perpetuus magister. Hoc itaque summum est, quod in astrologia quis miretur et a physicis quaerat. Nam *quomodo gradus annum significat?* Et quare (si causam omnino coneris assignare) gradus tantum temporis [id.] significat, quantum [de Zodiaco volvitur] Sol conficit interea, dum id absolvit curriculum, quod labitur, dum gradum illum propositum conficit. Explicatius enim dicere non possum.

— *Gradus unus. Gradum Sole conficiente labuntur 360 partes. Sole 360 partes conficiente annus est. Gradus ergo annum significat.* —

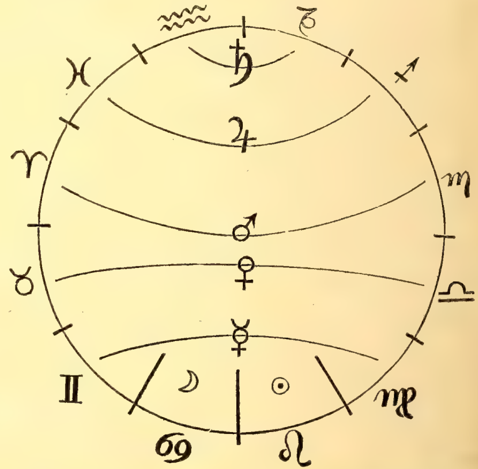
fol. 104. p. 162. Deinde mirabamur antea, situm et faciem caeli permanere alicubi caelo abeunte. Jam multo magis est, ut miremur, MOTUM [sic] caeli alicubi manere posse, ut post tot annos operetur. Situm enim et faciem alicubi imprimi intelligimus, — ut in cera sigillum imprimitur, quae res est. — *Motum vero, hoc est tempus, rem per se non οὖσαν sed γενομένην, quomodo intelligemus imprimi, et ubi?* Nullum exemplum unquam audivimus vel vidimus. Manet species rei in oculo re abeunte, sed non est tantum motus et passio, verum et res. Et tamen [in] animae opera fit, eoque minus mirum est. Sonus est [korr. aus ex] quidem imago motus et durat aliquantisper. Sed motus caeli non est cum sono conjunctus; adde, quod *omnino est quaedam quasi corporum ictorum imago. Nondum enim hoc satis est disputatum.* Itaque omnino mihi videtur intelligenti

[387] sq. Zu „*quomodo*“ — „*significat*“ machte Herwart auch ein Fragezeichen mit rother Tinte.

[392] ssq. „*Gradus unus*“ etc. Diese Randnote setzte ich hieher an das Ende des Abschnittes und der Seite, um den Text nicht zu unterbrechen, da ihr eine bestimmte Stelle im Text von Kepler nicht zugewiesen ist.

[399] „*οὖσαν*“ und „*γενομένην*“, roth unterstrichen.

aliqua naturâ opus esse ad haec salvanda, quae tamen sit diversum quid ab ipso homine. 7. Paulo fortasse facilius hoc est, et conjunctum cum quinta quaestione, *quae sit ratio hujus* [1d.] *sympathias* [sic] [ejus], *quod caeli pars, quae fulsit in ortu (exempli gratia), quae item Solem hospitio exceperat tempore, quo natus est homo, quocunque quantumcunque abeat, quamcunque stellam teneat vel non teneat, tamen ita sit propria* [korr. aus propriam] *hominis, ut stellâ transeunte homo secundum stellae illius naturam patiatur:* qui in arte [2d.] transitus dicuntur. Et quidem hic etiam situs concurrit. Nam stellae non sunt in locis istis reverâ, sed inter illa loca et aspectum nostrum intercedunt. Itaque rursum relabemur ad *οὐρανίσκον* aliquem in ipso homine vel Genio, in quo situs natalitius permaneat, eumque [sic] stellae verae in caelo redeuntes respective transeant. Haec sunt igitur potissimae illae margaritae, quas cognoscere ejus est, qui experimentis operam dat (nulla enim philosophiae pars sine experimentis inventa est), quas ego magis magisque probatas et veras habere, aut rejectas omnino multis inspiciendis nativitatibus contendo.

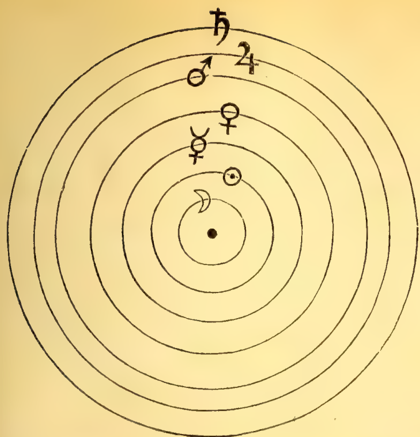


p. 163. Vides igitur, non esse mei instituti scribere aliam [korr. aus alias] methodum (praeter hanc) aliamve directionem in *authores*, quos *odi fere* (quod mitius accipias), *cum totam fere astrologiam domuum minime rationali inter planetas distributioni inaedificent et falsum assumant ex antiqua traditione, hunc sc. esse ordinem planetarum* ♄ ♃ ♂ ♀ ☿ ☉ ☽. Jam *Sol habet* ♌, *quia aestûs est author, qui maximus in* ♌. *At* ☽ *habet* ♋, *quia orientalem ante Solem esse expedit. Hi singuli singula signa, quia alias 12 in 7 non possunt distribui. Scite mehercule. Infimis, ut rentur, planetis quod reliquum est tribuunt.* Jam ☿ habet ♊ et ♍, ut ejus signa ambiant eorum signa planetarum, quos ipse ambit orbe suo; tum ♀ eadem

---

408 Die Zahl „7“ ist ausserdem mit einem rothen Kreis umgeben.

436 ♄ ♃ ♂ ♀ ☿ ☉ ☽, roth unterstrichen. Die beiden Figuren stehen in dieser Ordnung und an dieser Stelle im Original. Die zweite (folg. Seite) gehört aber offenbar zu Zeile 435 und 436.



ratione habet ♉ et ♎, ♂ ♈ et ♏, ♃ ♓ et ♐, ♄ ♑ ♒. His jam alia ejusmodi superextruuntur, et tandem nihil intaminatum in arte ab his maculis reperitur, tot habent dominos geniturae, ascendentis, triplicitatis, domus, termini, faciei. Miror, et Ptolemaeum his nugis ceu voragine abreptum, qui fere solus naturam ex parte explicat. Caeteri de jucundissimis rebus tacent; sufficere volunt, ut illa credamus sine rationibus, quando et has dominationes barbaras credamus sine rationibus. Sic utrosque nugae seduxerunt, et astrologos et physicos, quamvis in diversam partem. *De aspectibus, re φυσικωτάτῃ, solus Ptolemaeus, qui rationem eorum reddit, sed non dicit, cur soli hi operentur, sed cur soli hi ab hominibus considerentur. Itaque omisit necessariô illos tres* 丈 井 ⚹. *Reinholdum divinitas hujus quaestionis pupugit,* qui post multas rationes, etiam post musicam sed minus dextre allegatam tandem concludit: *Fortasse nondum satis explorata est divina lucis natura.* Id equidem reor. Sed quis credat, adeo torpere rerum naturalium contemplatores?

De natali Octavii res late patet, et requirit lectionem Appiani, Plutarchi, Ciceronis, Sallustii, Dionis, Dionysii Halicarnassei etc. Nam ad minimum de intercalando debemus certi esse. **f. 105. p. 164.** Mihi status anni Romani in universum sat est exploratus. Sed quia periodos suas 24 annorum arbitrio pontificum vitiarunt, testimoniis vel saltem conjecturis opus est de annis singulis, an calationem habeant, an eam ferant res gestae. Annum U. C. 690., Cicerone et Antonio Coss., quo natus est Augustus, si ad sequentes examinem, sic se habebit. Annus 704. belli civilis incepit a 14. Novembris. — Haec infra certius. — Si singulis bienniis retro intercalatum, annus ergo 690. indidem incepit, et IX. Cal. Oct. in 29. Julii Julianum incident, ☉ iis temporibus in principio ♌ motu medio versante. Sed tamen non certus sum de intercalatione secundi cujusque anni (quae quidem legitima fuisset). Nam anno [id.] 703. valde laborat Cicero

---

458 „De aspectibus". N. H. — „φυσικωτάτῃ", roth unterstrichen.

460 „丈 井 ⚹" ist auch roth unterstrichen.

466 „De natali Augusti." N. H.

(ex 702), ne intercaletur, id autem videtur non obtinuisse; scribit enim ad eum Caelius: Levissime *Curio,* quia de intercalando non obtinuit, *(voluit non intercalari, ut Ciceroni gratificaretur et Caesari aegre faceret diminuto ejus anno)* transfugit ad populum et pro Caesare loqui cepit [sic]. Nuspiam tamen id certo affirmari lego. Id ex Appiano facile, credo, aut ex Plutarcho in gestis Curionis et Caesaris sciretur. Sed esto intercalatum. Anno 701. certo intercalatum est, ut patet *ex Asconii in Milonianam commentario.* Sic anno 698. certo non intercalatum, ut ex epistolis Ciceronis apparet. Ergo de sequente 699. intercalationem probabiliter credere possumus. At 697., intercalaris ordine, videtur habere dubitationem de intercalatione ex *1. Famil.: ad Lentulum. Nec residuis Januarii diebus, nec Februario toto, ait, senatum haberi posse. Intercalarem non nominat,* sed tamen neque posterius aliquod tempus. — Intercalaris inter 23. et 24. Februarii inseritur. — Jam peritus juris Romani respondere queat, an mense intercalari senatum habere legitimum, et quid Martio mense solenne factu fuerit. Sic 692., 693. *continui videntur intercalatione caruisse ex 1. ad Atticum* [korr. aus 1. Atticum]. Non tamen certum est. Sed tamen de **p. 165.** certis intervallis nobis constat, aut Solem sub ortum Caesaris in 2. ♌, si legitime [2d.], aut in 20. ♋, si plus justo fuerit intercalatum, aut si minus justo, in 24. ♌, aut si duo calares omissi, in 17. ♍ [solem] fuisse. — Haec infra paulo aliter et certius. — Sin 3 omissit [sic], fuisset in 9. ♎. Sed credamus jam duos omissos. ☉ in ♍. Ecce testem Manilium, quod Virgo sub orto Caesare ceperit lumen magni mundi, id est Solem. Nihilominus authoribus credo, sub Capricorno natum. *Id enim de conceptione ἄκυρον, quamvis tu multis me conjecturis exerceas. Corrigamus igitur Suetonium: Paulo*

---

487 „Ao. U. C. 701. intercalatum esse, patet ex Asconio in Milonianam.“ N. H.

488 „Ao. U. C. 698. certo non est intercalatum, ut ex epistolis Ciceronis constat.“ N. H.

490 „Ao. 697. uidetur non intercalatum.“ N. H. Diese Note ist durch einen rothen Strich verbunden mit dem Citat: *„1. Famil. ad Lentulum.“*

496 „Ao. U. C. 692., 693.“ N. H.

502 „Haec infra — certius“; Steht neben 499 am Rande, ohne bestimmte Bezeichnung, wohin es gehört. — „aliter“; so wahrscheinlicher; stark abgekürzt; viell. auch „accuratius.“ — „omissit“, wahrscheinlich „omissi“.

506 „Conceptio.“ N. H. Steht weiter oben, und ist mit *„Id enim“* durch einen rothen Strich verbunden. — *„ἄκυρον“*, roth unterstrichen.

507 sq. *„Corrigamus“* — *„occasum“*, mit rother Tinte unterstrischen und unterschlängelt. Der rothe Strich unter *„exerceas“* ist durch einen von seinem

ante Solis occasum. Nam si Sol sit in 7. in ♍, erit ♄ in ortu. Illud namque: sub quo sidere, apud veteres non de loco ☉, ☽, medii caeli, sed de loco ortus sonat. Est tertius annus post ☌ magnam in ♓, ergo ♃ in ♊ in □ ☉, aut penitus in ♋ in VII. Id regium. Manilius sane sibi ipsi non contradicit; ecce verba: fulsit Capricornus in ortum Augusti. *Demophili ille locus aphorismum continet, genethliacum bonum et inter margaritas meas referendum, de Augusto nihil dicit.* Cur autem portenderit ♄ ipsi regnum, non reperio, nisi quod idem de nostro Rodolpho dici potest, cui ♄ in ortu, ☉ in ♌ in VII cum ♃. Sic reginae Angliae ♄ in ortu et ibi ♃, et ☉ in ♎ in VIII. Sane neque conjunctio magna tunc illis in locis Zodiaci [id.] viguit, sed in finibus ♓ ♏ ♋. Ergo sic censeo cusos nummos non ad jactandum hoc sidus, sed ad jactandam totam genesin (quam per ocium [sic] inspiciam), ut si quis partem pro toto usurpet aut signum pro signato.

— Haec interpretatio infra non stabit, nisi de Luna accipias, aut de Sole in conceptione, aut de Cometa aliqua, quo videtur alludere et Virgilius. Quamvis is de vacuitate illius loci a stellis fixis loquitur. Fieri etiam potest, ut loquatur de nativitate C. Julii Caesaris, aut de Augusti quidem, sed ita, ut 23. Septembris Julianum computarit, ubi Sol fuit in fine ♍ et initio ♎. Quae res etiam Scaligerum decepit, ut crederet, Solem in ♎ fuisse. *De interpretatione enim et lectione tua: Capricornus in ipsum. Scaligero per me tacere licet. Ita enim tibi consentio, ut necessarium esse censeam ratione materiae propositae.* —

Resumo rationem calendarii Romani continuandi retro ab initio belli civilis ad ortum Augusti. *Ex Macrobio* constat, legitimam *periodum 24 annorum (quam Jos. Schaliger* [sic] *minime intellexit) hanc habere rationem, ut in summa contineat totidem dies, quot etiam continent 24 anni Juliani. Ergo haec est periodi series:*

f. 106. p. 166. — Periodus Romana, si non vitietur:

Ende ausgehenden, quer durch die Zeilen laufenden rothen Strich mit dem Anfang des rothen Striches unter „*Demophili*" (Z. 513) verbunden.

515 sq. „Cur autem" — „non reperio" ist dick schwarz unterstrichen; ob von Kepler, oder von Herwart, ist nicht ersichtlich.

523 ssq. „Haec interpretatio" etc. Diese Randbemerkung beginnt im Originale neben Zeile 504., so dass sie sich auf die Stelle des Manilius zu beziehen scheint. Ich setzte sie hieher, um den Text nicht in störender Weise zu unterbrechen.

530 „*Capricornus in ipsum*" ist sehr dick roth unterstrichen.

534 „Periodus 24 annorum apud Macrobium." N. H

	Anni	Modus	Anni	Modus	Anni	Modus
Prima:	1.	355	9.	355	17.	355
	2.	377	10.	377	18.	377
	3.	355	11.	355	19.	355
	4.	378	12.	378	*20.*	*377*
	5.	355	13.	355	21.	355
	6.	377	14.	377	22.	377
	7.	355	15.	355	23.	355
	8.	378	16.	378	*24.*	*355*
Secunda:	1.	355				
	2.	377				

etc. —

Nam annus 20. pro 378 habet 377, et ultimus pro 378 habet 355 tantum. Cum ergo in commissione periodorum tres anni currant sine intèrcalatione, quaeramus in historia Romana, quando hoc sit factum? Id autem superiorum epistolarum aliquâ probavi factum esse annis belli civilis 704., 705., 706. Nam [ultimus] sequens 707. de consuetudine fuit intercalaris testibus omnibus, qui de anno confusionis scripserunt (ut intelligamus, bellum civile remoram attulisse non calationi justae, sed arbitrariae turbationi, quae fiebat actionibus magistratuum). At praecedens 703. intercalaris fuisse probatus est his literis. Ergo annus 705., secundus belli civilis, Caesare II. et Servilio Coss., fuit ultimus periodi. Quare annus 690., natalitius Augusti, est nonus periodi. Numera legitime, et *cadet* [korr. aus cadent] *illius anni IX. Cal. Oct. in 17. Julii anni Juliani.* Dictum enim est supra, Calendas anni 704. Januarias in 14. Novembris competere. Erit igitur *Sol circa 20.* ♋, — *locum conjunctionis magnae, quae viguit illis temporibus,* — et Jupiter orientalis ante Solem, Saturnus vero in Ariete (nondum tamen computavi thema, sed sic ex memoria pronuncio). *Itaque si Capricornus in ortu fuit, Sol verissime paulo ante occasum stetit, non vero ante ortum.* Quid? dices. Tu Calendas Januarias sequentes nativitatem Augusti conferes in 22. Octobris Juliani anni? Dico. Nam quod tu ex Catilinaria II. affers, medio Novembris Ciceronem frigus et pruinam dicere, id non ita habet. Omnia in Decembrem recidunt. Saturnalia destinata erant incendio. Nonis Decembribus, — quas ideo jactat Cicero lib: 1. ad Att: ep: 15., — erupit conspiratio vigilantia Ciceronis. Tunc [enim]

543; 547 Neben „*20. 377*“ und „*24. 355*“ setzte Herwart mit rother Tinte ein NB.
568 sq. „*Itaque si*“ — „*in ortu fuit*“; ist mit rother Tinte zweimal unterstrichen und noch unterschlängelt.

igitur [1d.] habitae illae orationes, quasi hodie in principio Octobris haberentur. Pruinas vero et nives non jam tum cadentes, sed exspectandas ei, qui abire in Alpes velit militatum Catilinae. Multo me magis moverat initio *illud Ciceronis: Hic praesertim jam noctibus,* [ex] quibus verbis tu frigus innui putas: quasi uxorculis **p. 167.** suis hoc frigore nocturno carere nequeant. Ego vero etiam de longitudine noctis intelligendum esse arbitrabar, quasi molestum illis fore diceret, tam diuturnas noctes solos cubare. Sed neutra sententia locum habet. Tu Romanos illorum temporum censes uxores ad pellendum frigus adhibuisse? A foco secubasse? Nimis profecto honeste, nimis temperanter sentis de illa hominum libidine. Frigus foco averterunt, longitudinem noctium comessationibus antelucanis solabantur. Longe acutius illos pungit Cicero. Noctes aestivae, dies magis in Italia hominibus propter caloris magnitudinem molestae sunt, venerem reddunt ingratam. Itaque post longas aestatis molestias succedentes dies autumnales et crescentes noctes, crescens temperatura caloris gratissima res erat veneri . . . . nocturnis conviviis. His illos [korr. aus illi] conviviis [carere nolebant], his noctibus pungit Cicero. Haec itaque mea est sententia. Caeterum fieri potest, ut non fuerit servatus ordo intercalationis. Attamen quod uni anno, intercalari lege periodi, fuit ademptum, id censeo alteri simplici fuisse additum. Et hoc pacto aut scopum attigimus, aut non plus uno mercenario [sic] nobis deest. *Aut 17. Julii, aut 8.* [korr. aus 29] [ejusdem mensis] *Augusti* [1d.] *natus est Octavius.* Cur autem non [dicamus] et hoc verisimile sit nobis [5d.], mense Augusto natum esse Augustum. Nam quae ratio est, cur non Septembrem potius Augustum dixerint Patres, nisi haec, quod illius Septembris finis in Sextilis Juliani principium incidit, si retro fiat computatio anni Juliani. Nescio an huc referendum sit, si quid [authores] de superfluis diebus supra annos integros aetatis Octavii [2d.] memorant authores. *Josephus* [dies] *menses* [1d.] *solet consectari, ponit vero aetatem 77 annorum sine additione* [dierum] *mensium* [1d.], *quod huc fere quadrat. Nam mors ejus vulgata est accidisse XIV. Cal. Sept:, qui dies est 18. Augusti. Natus vero a me perhibetur 8. Augusti* (si mercedonium nobis unum eripuerit populi Romani licentia). *Vixisset igitur* [an] *dies solos 10 supra integros*

---

592 Wahrscheinlich „et“ zu ergänzen; die Stelle ist durch das Siegellack verletzt.

597 „mercenario“; nur das r in mer durch die Buchfalte verborgen; alles andere deutlich. Jedenfalls sollte es „mercedonio“ heissen.

606 „Augustum uixisse annis 77, diebus 10.“ N. H.

solares 77. Ex his tam multis unum illud nitor, quod jam bis inculcavi, probare, legen- **f. 107. p. 168.** *dum esse in Suetonio: Paulo ante Solis occasum.* Caeterum de eclipsi anni 38. ante Christum (quod Augusto portenderit imperium) nulla ne quidem probabilis apud me suspicio est, cum nato Christo jam 42 [korr. aus 43] anni imperii Augusti lapsi sint. Nam etsi restabat Augusto contentio post [initum] raptam semel Remp:, nemo tamen dubitare poterat, quid futurum esset. Sed, ut dixi, schema caeleste genuinum ad 17. Julii et 8. Augusti sub occasum Solis extruam, atque *etiam, si amplius urseris, ad illam eclipsin;* in praesentia satis verborum existimo.

Vale, Vir magnifice, meque judicio tuo consummato subinde corripere per literas non desiste. 9. et 10. Apr. anno 99.

M. T.

observantissimus

M. Johan Kepler

Styriae Ordinum mathematicus.

Si M. T. quid novit *de declinatione magnetis in Lusitania,* rogo obnixe mihi communicet. Edita est *historia hybernationis Batavicae in septentrione,* quae rem magneticam multum illustrare potest, modo, quae antea scire nobis videmur, non penitus tollat. *Ponit* enim *angulum declinationis non majorem quam 26, et alibi 17*, *quem ego contendo esse debere 62 et — 71 inversis elementis*, *nisi in Mercatore ex arcu declinationis polorum 16°.30′ placeat nobis 6°.30′ facere. Ego si scirem, in Lusitania declinationem magnetis nullam esse, dicerem, vergere magnetem ad id punctum terrae, quod in creatione ante motum telluri conciliatum sub polo Zodiaci fuerit*: *ut sic esset distantia loci magnetici a polo 23°.28′.*

f. 108. p. 170. Post scripta.

Genethliacum Augusti.

Dum tabellarius moratur tempus nactus computavi genesin Augusti, quam ad rem assumpsi has hypotheses: 1. In summa annorum 14, qui sunt inter consulatum Ciceronis et bellum civile, nihil esse

---

611 ssq. „*Ex his*“ — „*ante Solis occasum*“, roth unterstrichen und unterschlängelt.

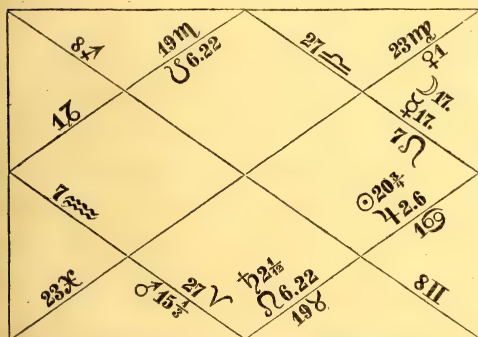
613 „De eclipsi Ao. ante Christum 38.“ N. H.

627 ssq. Dieses P. S. ist in den leeren Raum links von und unter der Unterschrift hineingeschrieben. — Auf der Rückseite von fol. 107., also p. 169., steht die Adresse:

„Dem Edlen vnd Hochgelehrten Hern Hans Georg Herwart von Hochburg, der Rechten Doctori, vnd Ir. frl: Durchl: in Bairn Obristem Cantzlern etc. meinem Grossgünstigen Hern. München.“

vitiatum in periodo Romana 24 annorum, itaque *IX. Cal. Octobris* antiqui in *17. Julii* anni Juliani incidere. 2. Credidi historicis et nummis, Capricorni sidus in ortu fuisse. 3. Verba Suetonii (paulo ante) retinui. Sed coegerunt me hypotheses superiores *pro vocabulo*: *ortus*, *occasum legere.* 4. Assumpsi altitudinem poli 43°. 5. In eligendo minuto temporis ita moderatus sum thema, ut directio Solis ad occasum posset accommodari *ad annum aetatis 19., quo anno consul designatus est.* Ex his hypothesibus thema tale extruitur.

Nullus planeta incidit in Capricornum, necesse igitur est, illam de Capricorno traditionem de ortu intelligere, quod etiam per se verum est. Possit etiam de die unico incidere dubitatio, quia mercedonius aliquando 22, aliquando 23 dierum est. Sic de integro mercedonio quoque dubitari possit, ut dies ille in 8. vel 9. Augusti incidat. Retro enim non incidit. Sed hic ordinem legitimum sum secutus, et thema probabile est. Judicium meum de hoc themate hoc est.



1. Ascendentis locus in trino Saturni, trino Veneris et opposito Jovis et Sol in occasu significant vitam diuturnam. Et potuisset natura vitam in multo plures annos exten- **p. 171.** dere quam in 77, sed hoc me non impedit. Nam ita sentiendum est de caelo, ut terram interim retineamus. Caelum non potest omnia solum. Si privatus vixisset Augustus liber a tot occupationibus et curis, venerisque et gulae temperantior, potuisset etiam illos malos occursus anni 77. [e]vincere. Nam 2. Sol ad trigonum suum [longum] brevem, qui quadrato aequipollet, venit anno 77. Et Asc: ad corpus Martis anno uno atque altero ante. Ergo illo tempore significabatur debilitas vitae et periculum mortis, sed non fatale, ut dixi, nisi quatenus omnes causae conspirant. 3. Mali (hoc est illi, qui habent in natura rationem excessus et defectus) sunt infra terram, boni vero supra, Jupiter optime collocatus, Venus etiam libera, quemadmodum etiam

---

647 „5.“; Über dieser Ziffer befindet sich ein Zeichen: ⁓; was dieses andeutet, ist mir unbekannt; ebenso unten bei 2. (Z. 672), und bei 3. (Z. 676).

653 ssq. In der Figur ist: ♀ 17 korr. aus $16\frac{2}{3}$ [?]; ☉ $20\frac{3}{4}$ korr. aus ☉ 21. ♃ 2 .6 korr. aus ♃ 3 .6; ♄ 2 $\frac{1}{12}$ wahrscheinlich, 12 sehr undeutlich.

Sol et Luna. Haec dispositio significat faelicitatem imperturbatam, quantum humana fert conditio. 4. Luna juncta Mercurio in triangulo Martis ante Venerem significat ingenium faelix, judicium acerrimum, celeritatem in discurrendo, mobilitatem faelicem in genere, huc enim refertur et mobilitas corporis faelix, quae consistit in peregrinatione faelici et celeri, quae significatio magis valuit in illa Republica; significat et actionum maturationem non impeditam, et hominem resolutum, ut hodie loquimur.

5. Saturnus et Jupiter sextili configurati sunt, et in hac configuratione fortissimâ Jupiter fit satelles Solis, orientalis ante Solem, et praecise in angulo septimae et in sextili Veneris. Haec res significat hominem aptum gerendis rebus maximis et gubernandae toti summae Reipublicae. 6. Eadem fere positio Jovis significat hominem ditissimum, potissimum vero in senectute. Divitias venturas significat ex alteritate (ut sic generalissime et quidem astrologice dicam), ex eo, quod est *ἕτερόν τι τοῦ γεννηθέντος*, relatum vero ad ipsum natum. Hodie dicerem ex conjugio, quia conjunx ad hominem pertinet, diversum quid ab ipso homine, [Sed] aut ex emptione, venditione, quia rursum hic est alteritas relativa. Sed pulchre hoc **f. 109. p. 172.** quadrat [cum] ad [1d.] testamentum Julii et adoptionem. 7. Porro Jupiter sic situs praecise in angulo septimae significat perpetuas contentiones cum magistratibus et nobilitate et regibus etc. Signa vero victoriae sunt haec ipsa, quae jam antea dixi. Vinci namque miseria quaedam est. At astrologi regulas comminiscuntur, per quas facile quivis quidvis [korr. aus quodvis?] praedicere et investigare potest: sed faciunt suis illis regulis ex caelo fatum plus quam stoicum. Operantur signa caelestia non mathematice sed physice, hoc est non secundum praecisiones numerorum, sed secundum magis et minus, et secundum conditionem totius universitatis sublunaris: quam quo melius quilibet callet, hoc plura caelorum adminiculo praedicere de personis potest, si praecipuarum in Republica personarum certas nativitates habet. Nam, qui haec signa haberet, quae jam dixi, illi regnum illo [korr. aus in] saeculo designari non potuit extraneum, cum non moris fuerit, civem Romanum modicae saltem nobilitatis inter exteros considere. Porro mutatum iri statum Reipublicae inde a Syllanis temporibus nemo prudens dubitaverat. Catilina, et quicunque res novavit, Augustum praefigurare poterat. Accessit quod natus est ipso tempore conspirationis, unde conjici poterat, quid effectura [korr. aus effecturi] essent in nativitatibus illa sidera, quae in Republica tum adeo tumultuarentur. 8. Regia signa haec sunt: Sol

et ejus satelles in angulo septimae, satelles quidem praecise in apice, Luna etiam stipata satellitio Solis, Mercurii, Veneris, et in trino Martis, et Sol in loco conjunctionis magnae, quae sequebatur post annos 35 vel 36. *Et puncta Solstitialia in ortu et occasu.* Sed nullas insignes fixas astipulari miror. Qualis igitur significator, tale fuit regnum, significator est Jupiter, regnum pacificum, majestate plenum, humanum tamen juxta. *Carolus* V. multum habet affinitatis cum hac genitura. Nam et illi fuit ♑ in ortu, **p. 178.** et Sol in piscibus in loco conjunctionis magnae, et Jupiter ante Solem, et Saturnus cum Marte infra terram conjecti. Sed tam bona non fuit quam haec. Nam erat Jupiter combustus, et Sol extra angulum.

Videtur et Saturnus cum capite non longe a lance Librae in [septim] imo caeli significare quasi fundamentum et robur et perpetuitatem quandam potentiae. Sed id alibi nunquam animadverti nisi itidem in Caroli V. nativitate. Colligam tamen hunc aphorismum et pro certo ascribam, ubi certissimus fuero, me verum Augusti thema habere. Nam experientiâ multa innotescunt.

Illud me dubium tenet, non esse Martem in vicinia Solis ad promptitudinem et faelicitatem in bello significandam. Sed me corripio ipsum. Quasi vero [id.] Mars praecise significaret bella, et bellum non aliunde nisi a Marte significaretur. Sic enim rediremus ad astrologorum minutulas regulas. Bellum et nuptiae et negociatio et gubernatio sunt respectu actionis caelestis sub eodem genere. Et videmus aliter ab hoc administrari bella, aliter ab alio. Forsan igitur etiam inter bellicas [id.] rationes Julii et Octavii aliquid notabile interest, etsi eventus utrinque idem. Id notent, qui historias diligenter legunt, mihi non liquet. Videtur — Augustus — bella (quae non a necessitate caelesti sed terrestri et politica regibus objiciuntur) magis faelicitate quadam sua et per alios, quam labore proprio conficere debuisse, quia Mars abest a Sole et non nisi laxo quadrato ipsi configuratur. Sane id et in Carolo V. apparet: cui itidem Mars est a Sole separatus. Sic habet [sic] simul et thema Augusti, et exemplum methodi meae, qua ego utor in judicando, quantum ad thema attinet. Nam de distinctis temporibus aliud etiam addendum esset. Admitto igitur *fixas, loca Zodiaci, alta, humilia, puncta solstitialia, situs respectu diei et noctis, ascendentis, medii caeli, et oppositos angulos, configurationes, directiones, revolutiones, transitus,* at nullam dominationem planetarum in signa, nullas partes fortunae bellicae.

f. 110. p. 174. Ex literis Tychonis Brahe Dani ad Maestlinum excerpta.

Petit ab ipso observationes eclipsium ad explorandam meridianorum distantiam. Inde de eclipsibus sic:

Ad ultima duo luminarium deliquia, quae in Februario proxime
elapso contigerunt — anno 98. — te sedulo animadvertisse non
dubito. Quare momenta et *φάσεις* isthic animadversas indica. Lunae
eclipsis, quae 11. ejus mensis die contigit, hic — prope Hamburgum
— ubi polus elevatur $53^0.35^1/_2'$, principium habuit, quando superior
Lunae limbus attollebatur supra horizontem gradibus fere 24^0, hinc
tempus provenit adhibito viso loco Lunae juxta nostram restitutionem, et refractionum impedimento sublato, hor. $4^0.14'$ post mediam
A noctem antecedentem. Finis deliquii infra horizontem evenit. Visa
B autem est Luna tota fere offuscari minimâ ejus portiunculâ ab umbra
Terrae liberâ existente. Solis eclipsatio, quae 25. die accidit, hic,
C quantum inter recurrentes nubes animadvertere licuit, initium habuit
horâ $9^0.52'$ ante merid., per armillas aequatorias 6 pedum in diametro (nam instrumenta mea astronomica huc in Germaniam e Dania, ut conscius sis, transtuli) temporis momenta denotando: medium ejus, uti neque finem, ob crassiusculas et continuas nubes intervenientes conspicare non dabatur. Conveniunt haec tempora in utraque eclipsi satis praecise cum nostro redintegrato calculo ex 18 Lunaribus et 6 Solaribus [eclipsibus] prius subtiliter denotatis eclipsationibus deprompto, ut de aliis hinc inde saepenumero [sic] expressis luminarium motionibus [nihil] huc etiam conducentibus nihil addam. Quantitas corporis Solaris Lunae interventu offuscati debuit juxta mea ratiocinia esse digit. $10^3/_4$ in hoc horizonte, idque a superiori parte, cum cal-
D culus Coperniceus [sic] et phasin et momenta obscurationis aliter exhibeat, uti et in Lunari eclipsi tam is quam Alphonsinus nimium cis et ultra exorbitarunt. An deliquii Solaris magnitudinem nostris numeris recte attigerimus, judicent illi, qui ejus medium sereniori aurâ usi conspexerunt.

Id vero sciendum est, Lunam in noviluniis eclipticis non apparere ea magnitudine, qua alias in pleniluniis, utut in eadem fuerit a Terra remotione, sed *quasi pro quinta parte* eam certis de causis alibi

---

766 „☽ 11. Febr. 98." N. H.

771 Diese Buchstaben sind von Kepler an den Rand gesetzt, weil sich darauf seine Bemerkungen beziehen. — „hor. 4^0. 14'" [sic]; ebenso noch mehrmals, z. B. 775: „horâ $9^0.52'$." Herwart schreibt geradeso.

773 „☉. 25. Febr. 98." N. H.

reserandis *constringere.* **p. 175.** Unde fit, ut Luna nunquam totum
Solem prorsus obtegere queat, etiamsi centraliter quoad visum inter-
ponatur, lumine Solari eam aliquali adhuc vestigio ambiente, quod E
et in ultimo hoc deliquio animadverti poterant illi, quibus [sic] maxima
obfuscatio patuit. Oportuit enim tunc Solem de Lunari corpore
utrinque plus includere, idque corniculatim, quam linea per diametrum
ducta exigebat, utut Lunae diameter tunc fuerit juxta nostrum etiam
calculum $34\frac{3}{4}'$. Apparere autem apud Solem non potuit major quam
28′, quam limitationem a nemine antea animadversam cognovi, sed F
in aliquot Solis observationibus, cum tam a superiori quam inferiore
parte tegeretur, sic me docuit experientia. Tuum erit, quid in his
et similibus compertum habeas, mihi etiam aperire etc. Hactenus Tycho.

N o t a e a d h a n c e p i s t o l a m. A. Cum Mercator inter meridianum Hamburgensem et Graecensem 7^0 circiter gradus [sic] ponat, ergo hic incipere debuit h: $4^0.42'$. At ex Prutenicis tempus proditur hîc h: $3^0.45'$. Differentia 57′. En fidem meae observationis in a p p e n d i c e prognostici positae.

B. Adeo attenuata ejus lux est, ut tandem sub aquosis exhalationibus circa montes versantibus mihi evanuerit. Nam etiam propter minorem altitudinem poli citius mihi occidit quam illi, circa medium scilicet.

C. Additis 28′, prodit tempus Graecense h: $10^0.20'$. Calculus prodit h. $8^0.45'$. Differentia: h. $1^0.35'$. Hoc rursum ad observationis meae fidem pertinet.

D. Bene scopum attigit Tycho. Vidi medium, sed raptim inter nubes crebras. Videbatur esse 9 digitorum aut paulo plus, minus scilicet sub 47^0 gr. latitudinis, quia eclipsis borealis fuit. Hamburgi enim elevatio $53^0.35\frac{1}{2}$.

E. Idem et ego animadverti, Lunae circulum angustiorem circulo Solari.

F. Maestlinus ad me scripsit, se idem jam pridem quoque animadvertisse, non tantum in eclipsibus, sed etiam, quando Luna stellam aliquam tegeret.

---

794 Es wird wohl zu konstruiren sein: Lunam .... eam (sc. magnitudinem) consringere.

803 „superiori“, „inferiore“, sic.

812 sq. „Nam etiam“ — „medium scilicet“ ist später eingefügt.

Epistola II.

S. P. D.

f. 191. p. 350. Literas tuas, magnifice Vir, 16. Maji scriptas die 25. ejusdem mensis accepi. Munus liberale animo gratissimo accepi: una cum libello Ursi. Sed cum notum mihi sit, quale genus gratiarum actionis a me expectes: praeterquam quod omnia mea studia, promptitudinem, diligentiam tibi vicissim parata esse significem, nihil in praesentia porro addam, at literas tuas aggredior.

Primum de Tychonis circa Lunae corpus hypothesi, gaudeo meas in utramque partem meditationes tuis congruere. Neque enim exiguum est, quod a tot historicis ipsi potest objici, conspectas semel atque iterum eclipses, tenebris [K.] ipsa nocte quodammodo majoribus. *Tantas* enim *tenebras esse, cum Solis circulus luceat, vix est credibile. Nisi Solare corpus instar carbonis igniti aut candentis metalli lucem non tam a superficie, quam ab intima substantia spargere dicamus. At contra, si probaverit nobis suum παράδοξον opticum; alia utique ratio esse nequit, nisi illa altera quam affers,* quamque ego sic explico, quod Lunare corpus, non minus atque Terrestre, re quapiam pellucida, qualis est in Terra aër et vapores, ambiatur. Cum ergo Luna ex opposito Solis stat, recipit lucem Solis non tantum corpore suo, sed multo magis etiam illa quasi se amiciente nube. *Nam et hic in terra* nubes adeo clarum excipiunt et repercutiunt Solis jubar, ut Solem ipsum pene condant, et *lux crepusculi (quae a vaporibus spargitur) stellas nobis adimit.* Non mirum igitur, si materia illa circa Lunam, *ἀνάλογος* nostrati aëri, tanta fulget claritate, ut solidum Lunae corpus ejusque lumen quasi secum confundat, ut pro eodem habeantur. *Maestlinus*, ut annotavi c. 16. fol. 54. libelli mei, *in hac sententia est, cujus rationes omnes aliquando expiscabor*. Jam posito hoc analogico aëre cir- **p. 351.** ca Lunam, bifariam potest ratio reddi, cur minor appareat Luna in novilunio. Primum enim, si pellucidus est ille aër, lucebit ergo circulus circa Lunam,

---

836 „De Solis et lucis totali obscuratione“. N. H.

838 „Vel solem ex centro sui orbis lumen effundere“. N. H.

841 „Vel extremitates circa Lunam, luminis capaces, esse pellucidas“. N. H. Zwischen „*dicamus*“ (840) und „*At*“ sind vier rothe Striche.

et haberi posset circulus ille lucidus [cum] pro parte Solis, sicque Sol in totali etiam eclipsi videri posset major esse quam ut tegeretur totus, quamvis tegatur totus. Haec ratio „prima“ similis est tuae causae alteri primo loco allatae [3d.]. Verissimum enim est (quod ego nunquam antea perpenderam), si Luna corpus Solare nequeat totum tegere, fore ut plus nos cernamus de Luna, quam partem non illuminatam. Cernimus igitur circulum illuminatum a Sole. Demonstratio ex opticis est in Reinholdi commentatione in theorias Purbachii. Sed hoc si fiat, ut circulum de Lunâ illuminatum cernamus, necesse est, ut simul circulum de Sole cernamus. — Et contra, si Sol totus a Luna tegitur, id ipsum demonstrat, nihil nobis de parte Lunae illuminata esse conspicuum. — Non itaque causam reddidimus, cur Sole toto [1d.] tecto circulus tamen luceat (quod tamen probandum esset), sed id [sic] tantum, cur circulus ille Solis eminens major justo appareat. Quamvis ne hoc quidem sequatur. Quis enim circellum Lunae lucentem circello Solis accenseat? Cum tanta sit differentia lucis utriusque.

Caeterum, neque hanc tuam primam causam, neque illum meum alterius tuae causae modum habere locum, inde probatur. Loquuntur enim tantum de totali Solis eclipsi; at Tycho, qui id [axioma] problema [1d.] nobis demonstrandum proponit, nullam unquam totalem vidit eclipsin, ex qua hoc colligeret. Ergo amplectamur modum ex duobus propositis alterum, ut ille aër circa Lunam, qui lucet in plenilunio, pelluceat in novilunio, — sic, ut in Solis corpore umbram facere nequeat, — ibique solum corpus ☽ faciat angustiorem circulum, qui in Sole notatur. Quo modo videor fere ad illa respondere posse, quae supra **f. 192. p. 352.** Tychoni ex historiis objecta sunt. Nam lux illa Solis residua primum exigua est, deinde sparsa a tenui (non valde profundâ) superficie; Sol vero non tantum pro modo visae latitudinis suae circularis, nec tantum pro modo radiorum perpendiculariter aut acutis angulis defluentium a corpore, sed etiam pro modo profunditatis et corpulentiae ad incrementum lucis confert, ut supra dicebamus. Tertio: radii, quod modo dixi, acutissimis angulis a corpore Solari defluunt. Angulus enim contactus minor est omni angulo rectilineo, ut ajunt Geometrae. Quarto (quod proprium est hujus loci): hebetatur vehementer, quicquid est residuae lucis Solaris, in trajectu obscuri et vix pellucidi aëris.

His ergo 4 [1d.] de causis mirum non est, si Solis ille circulus residuus omni plane virtute spoliatus amplius aliquid non conferat ad illustrationem Telluris, quam aliquot contiguae stellae in caelo. Atque cum universum agmen stellarum absente Luna tenebras illas

profundas, quales Clavius describit, tollere nequeat, quid mirum, si ne quidem a residuo illo et vix visibili lumine Solis [cerni] prohiberi tantae tenebrae possint.

De Tychone ipso miror, si, non contentus ex Huena Hamburgum, inde Witebergam (quod ex Witebergensis tabellarii relatu, suppresso tamen Tychonis nomine, colligere potui) transire, jam etiam Pragam contendat. Quod si fiat, dabo et ego operam, ut ipsum invisam; sic enim ab ipso sum invitatus. Et jam pridem Witebergam ejus causâ abiturus eram.

De ejus [orbe] sphaerâ stellatâ sic habet res. Cum gaudeat Tycho multorum regnorum et provinciarum privilegiis, misit ad ipsum quidam Amstelredamensis [sic], cujus nomen mihi excidit, filium in Daniam, qui stellas ad octingentas ex resti- **p. 353.** tuto Tychonis catalogo describeret, quas pater ejus, qui missus erat, accepta a Tychone privilegii indulgentiâ sculpendas in [1d.] aere suscepit, — adjectis 200 reliquis septentrionalibus stellis ex antiquis catalogis. — Exemplar unum, jam in globi formam redactum, horizonte, meridiano et omnibus ad usum globi necessariis instructum, quidam ex Mercatorum Duisburgensium prosapia, qui Noribergae sedem fixit, ex Hollandia Gratium attulit cum alia picturarum, et instructissima quidem, supellectile. Erat adjunctus globus terrestris ad eundem modum [korr. aus motum] instructus et picturis illustratus. — Editus anno 1589 authore Antwerpiensi quodam, cui Rosenbergio, si bene memini, nomen est. — Ambos 50 thaleris initio aestimabat, nec separatim se vendere [korr. aus ventere] illos ajebat. Et quamvis 40 florenis denique emi potuissent, nemo tamen erat in tanta temporum [1d.] confusione, qui emeret. Diameter [utri] globi pedem artificialem aequabat. Cum discederet ille nomine et conditione Mercator, reliquit illos hic apud quendam Davidem Heldium, qui quidem hactenus illos, sed alieni juris factos, detinuit. Cras enim mittet illos Viennam ad alium mercatorem, cui venditi sunt jam pridem a domino suo. — Nomen Viennensi [sic] jam discere nequivi, sed sequenti occasione scribam. — Et ille quidem Viennensis ideo emit, ut rursum venderet; sic precium augebitur. Quod quamvis sciam, impedire tamen non possum, ne Viennam transferantur, quia de tua voluntate mihi non constat.

De libello Ursi quod meum expetis judicium, etsi grave mihi puto de aliorum scriptis sententiam ferre; tamen, quo promptius id de hujus in specie authoris et hoc quidem libello faciam, et causam habeo peculiarem, utque opinor luculentam, et eandem tibi hoc a me petendi causam **f. 193. p. 354.** non postremam fuisse suspicari pos-

sum. Etenim pagina D, fol. 1, epistolam quandam a me scriptam publicavit; in qua cum summis a me laudibus evehatur, Tycho vero, ejus adversarius, a me [eodem, ipse] quoque maximi fiat: sperasti forsan, aequum me futurum esse judicem illius litis. Atqui celare M. T. nequeo, praeoccupari me affectu quodam in partem alteram. Nam turpe quidem dictu, sed si modo vera fatemur, cum illam epistolam ad Ursum scriberem, ante annos fere 4, qui ne nunc quidem nuces [sic] omnino reliqui, et paulo ante libellum ejus, cui fundamentum astronomicum nomen dedit, legissem; accederent etiam praedicationes illius, quem in calce epistolae nomino, M. D. Sigismundi Wageni de famâ hominis per Italiam et Germaniam, deque ejus admirabili sollertia: nescio quo poëtico abreptus spiritu epistolam illam subito effutii (erat enim occasio mittendi praeceps), calamoque, ut etiamnum memini, ultra metas rationis et conscientiae sum provectus. Nam si nihil aliud, illud certe nimium fuit, quod, illo praeceptore, id est libris ejus, hoc quantulum est eruditionis acquisivisse me in mathematicis, ultro sum professus. Aliqua notatu dignissima ex ejus libro hauseram, librum praeterea nullum videram ab ipso editum; et quod caput [est] erat intenti mei, videbar in illo libello synopsin aliquam brevem reperisse cum Euclidis, tum Regiomontani de triangulis. Itaque ex illis praeceptis sive figuris, quas omnes in unam dimidiae paginae faciem transscripsi, postmodum corpora **p. 355.** Geometrica, uti postulabat inventi mei ratio, neglecto Euclide computaveram. Hoc illud est, quod inventionem meam illi acceptam fero. Fore enim ut epistola [id.] ederetur, sperare nunquam potui. Nec prius editam scivi, quamvis ter quaterve ad ipsum scripserim, quam, id mihi a Tychone exprobrari, ex Maestlino rescissem: quod fuit superiori [Aprili] Februario [id.], eo ipso tempore, quo et Tychonis autographum per decem menses alicubi detentum accepi. Gratissimum ergo mihi fecisti, qui libellum diu jam a me desideratum transmisisti. Nam quid omnino scripserim, meminisse non poteram, nec quae me causa ad laudes tam immodicas potissimum impulisset (aliqua enim occurrebant συναίτια), incidebat. Quam autem grave mihi sit, quod mea illa epistola Ursus quodammodo triumphet (cur enim luce dignam judicaverit, aliud nihil video; nam pro materiâ epistolae scit extare libellum meum, et fatetur), quodque meâ ridicule usurpatâ, maximi scilicet viri, authoritate ad [convicia] criminationes [id.] suas ornandas et approbandas abutitur [sic], et hoc pacto sciens volensque, nec laesus a me summi viri mihi conciliat [sic] odium (quamvis non

minor est Tychonis me excusantis humanitas quam exprobrantis candor), et quod nomen meum intempestiva inventorum collatione invidiae doctorum, quicunque illi sint, objicere in hoc primo aditu famae meae non veretur [sic]; id, inquam, quam grave mihi sit, intelligis. Quare nec immunem me esse a praejudiciis et affectu, juxta constat. Sed tamen quia ipse me judicem hujus litis quodam- **f. 194. p. 356.** modo constituit, dum epistolae meae suffragio famam molitur: existimo, jure mihi licere quod sentiam pronunciare. Sed quid multis. Privatum erit hoc judicium, et utrarumque [korr. aus utras...] partium a d v o c a t u m apud me agis. Agam igitur (ut juridice ineptiam) ex compromisso.

Varie autem considerari potest ejus scriptum. Primum itaque modum ipsum accusandi et convicia sive regesta [korr. aus ingesta] sive ultro illata M. Tuae consideranda relinquo. Nam si modum ab ipso transscensum in criminando dixero, idem mihi in laudando imputabitur. Cumque saeva convicia metuant homines, adulationes contra oderunt. Fortassis itaque pares in utrasque partes fecimus progressus: ut non habeat [korr. aus habet] jure quod alter alteri objiciat.

Quod litem attinet, uter alteri surripuerit hypotheses: existimo, id rectissime tum appariturum, si prodeant in lucem utriusque opera. Ipsa enim sese veritas asseret et magnitudine sua obtrectationem contrariam obruet. Videri tamen aliquid etiam inde potest. *Fatetur Ursus, se hypotheses illas suas non a seipso habere, nisi quatenus aliquid differt a Tychone. Contendit vicissim Tycho, quas profiteatur hypotheses (qua parte discrepant a Copernicanis), eas se suo marte invenisse,* nec aliquid simile uspiam vidisse. *Contra Ursus, et suas et Tychonis deductas esse ex Apollonii Pergaei jam pridem circa tempora Christi publicatis hypothesibus.* Hujus sui pronuncia- **p. 367.** ti causam reddit, *loca aliqua Copernici, in quibus partim ipsa hypothesis Tychonis expresse ponatur ab ipso Copernico, partim vero Apollonio Pergaeo ascribatur. Atqui nihil minus iis locis Copernicus dicit, quam hoc ipsum, quod vult Ursus. Neque enim Tychonis hypothesin exprimit (fallitur ex allusione Ursus), nec eam Apollonio Pergaeo ascribit.* Cum ergo fateatur Ursus, 1. [1.d] se hausisse suam hypothesin aliunde, 2. invenisse expressam in Copernico et attributam

---

997 Die ganze Stelle „*Fatetur Ursus*" — „quaerendo comperimus." (Z. 1102) ist in zwei grosse C Ↄ förmige Klammern von schwarzer Tinte eingeschlossen.

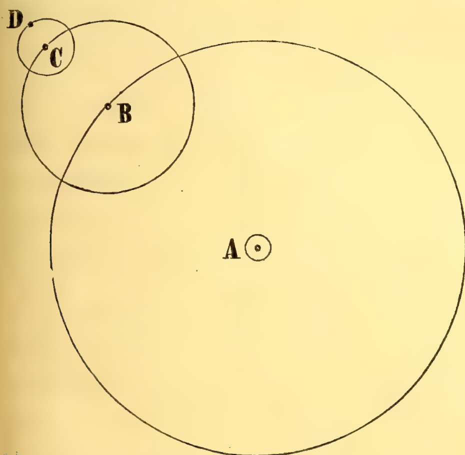
1004 Am Rande: F. D. 2; viell. = fol. 2. b [B?]? Ebenso Z. 936.

1005 „De Apollonii Pergaei hypothesibus". N. H.

Pergaeo, 3. eandem esse, quam habet Tycho: fatetur ergo, se descripsisse illam ab aliquo, qui idem dicit quod Tycho.

Notetur hoc, quod qui Urso suas monstravit hypotheses (dempto exiguo, quod mutatu facile est), is eadem plane ὑποτιϑεῖ cum Tychone. Quis autem is est? Ursus dicit, Copernicum illum esse, et in eo Pergaeum, praetereaque neminem. Nemo itaque est author Ursinarum praeter aut Pergaeum in Copernico aut Tychonem. At ego dico, Pergaeum non esse authorem Ursinarum, nec Copernicum. Ergo solus Tycho, praetereaque nemo, fuit Urso commonstrator ad suas hypotheses. Firmamentum causae in eo est, ut genuinum sensum Copernici habeamus. Caetera confessione sua concinnavit Ursus ipse. Ergo *lib. 3. cap. 25. „Revolutionum", ubi Tychonias* [sic] *Ursus a Copernico putat exprimi, largitur quidem Copernicus, aliquos ex motibus, quos ipse Terrae tribuit, Soli transscribi posse, sed non id largitur de motu annuo; nec* **f. 195. p. 358.** *de motibus 5 planetarum capitalibus* [id.] *ibi agit; nec id fert argumentum libri, quod versatur in explicatione solius motus Solaris* (sive Terrestris) sine respectu motuum caeterarum stellarum.

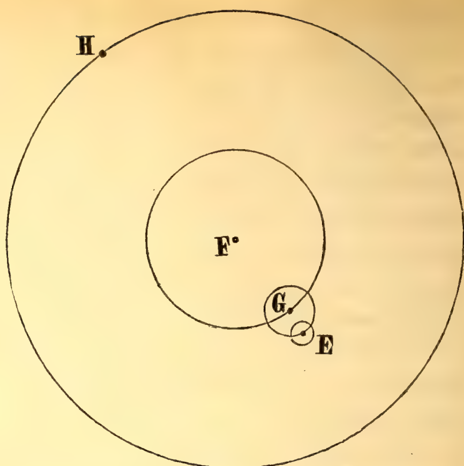
Ad evidentiam rei describam duo schemata mentem Copernici explicantia.



Haec est hypothesis Copernici circa unum orbem Terrae et Solis.

In priori schemate: A centrum et mundi et corporis Solaris. B centrum epicycli, quod salvat eccentricum (Copernicus ex epicyclio et magno orbe facit eccentricum, sed idem esse ipse ait). Et B illud aequaliter per anni spacium circa A circumit. C centrum epicyclii, quod mutationem praestat eccentricitatis. Illud C itidem annuo motu circumit circa B in partem contrariam. D Terra est, quae intra annos 3434 circa C circumagitur.

1029) ssq. In beiden Figuren sind die Kreise von Kepler nur geritzt, wie man an der Rückseite und an einzelnen Stellen der Figur selbst deutlich sieht; Herwart hat sie dann mit rother Tinte nachgefahren.



Haec est mutatio, quam lib. 3. cap. 25. etiam possibilem ponit et in dubio relinquit.

In altero schemate: F est centrum mundi et motus Terrae H, quae annuo motu adhuc aequaliter circumit. E est centrum corporis Solaris, quod circumit circa G centrum in annis 3434. G est centrum epicycli, qui Solem E fert, praestans apogaei [korr. aus apogaeorum] Solis [id.] progressum. Nam in annis 17108 secundum Copernicum et Prutenicas circa F **p. 359.** circumit sub fixis. Itaque movebitur quidem loco suo Sol — duobus motibus —, sed tardissime, nec multum. Sunt enim circelli valde angusti ad comparationem ejus circuli, in quo in utroque schemate Terra currit. *At Ursus, seu inscitia seu stultitia (qui haec neminem intellecturum speravit), putat, Copernicum de tali motu Solis loqui, qui sit similis motui Terrae annuo Copernicano, quique aliquid in parallaxibus 5 planetarum inferat. Nam hi duo, Soli secundo loco concessi a Copernico, in consideratione caeterorum planetarum negliguntur, sive Terrae sive Soli attribuantur, quamvis, postulante id* [id.] *demonstratione, exiguum aliquid inferant, quod videtur sentire in observationibus Tycho.* Haec de primo loco

In reliquis locis ex Copernico allegatis, *lib. 5. c. 3.; 35.* adhuc multo pejorem causam habet Ursus. Copernicus *mentionem Apollonii Pergaei ejusque lemmatii* [sic] *ex Ptolemaeo transtulit*, *quod miror* [korr. aus mirum] *non legisse Ursum in Ptolemaeo.* Sententia Pergaei toto fere genere alia est. Non enim versatur ille in consideratione integri sytematis 5 planetarum, quorum centrum in corpore Solis sit, ut Tycho, Ursus, Copernicus et antiqui; sed solum in eo, ut dicat, qualem proportionem habere debeat epicyclus cujuslibet planetae seorsim ad suum orbem proprium, et horum ad motum [korr. aus motus] anomaliae [utr] commutationis et motum aequalem [K.] periodicum, ut ex tali proportione sequatur planetae illius statio et regressio. Sic etiam defectus ejus hypotheseos in eo fuit, *quod Pergaeus opinatus est, quemlibet planetam una tantum inaequalitate variari, quae a Ptolemaeo salvatur per epicyclum, nesciens, ipsum etiam epicycli*

centrum inaequaliter incedere, sive secundum Ptolemaeum in eccentrico. — *Pergaeus* non *commendatur a Ptolemaeo* ob ipsam conditionem hypothesium, sed *ob subtilitatem demonstrationis* sane pulcherrimae. Vide *Reinholdum* in theorias Purbachii, capite: *de stationibus.* — Hunc allegatorum locorum sensum esse, omnes **f. 196. p. 360.** professores dicent. At Ursus, aut caecus aut vafer, interpositione parenthetica vocis (m o b i l i s) persuadere vult, Pergaeum, vel pro eo Copernicum, [K.] — loqui — de communi illo motu omnium 5 planetarum [propter quem] propter Solem, centrum illorum, annuo motu circumactum; de quo motu Tychonis hypotheses sonant, quique a Copernico Terrae tribuitur. Atque hoc est firmamentum causae. Qui haec perpendit, illi jam ultro suspicio oritur [con] ex omnibus circumstantiis. Fatetur se furti philosophici reum, se Magdeburgi sententiam Tychonis de mundi habitu publicam fecisse, sed juxtâ suam, natam scilicet [in] ex [1d.] quadam [urbe] matre [1d.], quae nuspiam est, ut modo quaerendo comperimus.

Tertio quaeras fortasse, num quid utile aut eximium contineat libellus iste? Nec enim, quid potissimum scire desideres, scio. Respondeo, etsi astronomicis in rebus — quantum ad intellectionem artificum, Ptolemaei et Copernici — nulla videatur ejus eruditio (nisi insigniter malum quis dixerit), nihil tamen prohibet, bonum esse geometram, bonum arithmeticum. *Problemata, quae allegat, scire et ipse percupio*: methodum observandi scribere alii quoque possint. *Si tamen ista problemata tractaret, astronomum faterer* [2d.] *nec* [korr. aus non] *rejicerem talem libellum.* Mysteria sinuum et angulorum in praesentia non possum discutere. Opus enim esset ejus „fundamento astronomico", cujus exemplaris (quod in urbe novi) dominus peregre est. Nam in geometricis rebus certa est scientia, ut nosti, e t axio aliquod aut scimus, aut nescire nos scimus; at in astronomia locum habent opiniones, quantum ad h y p o t h e s e s attinet. Itaque in geometria nullius inventa rejiciuntur, in astronomia quosdam rejici **p. 361.** necesse est. Ex eo fit, ut qui fidit ingenio, cujus experimenta in geometricis fecit, is facile omnes rejiciat et negligat astronomos: id quod Ursus facere videtur. Hanc enim mihi imaginor esse ejus sermocinationem: Geometriam intelligo, sum faelix in inveniendis novis problematibus. Quidni et in astronomia prae caeteris verum viderem? Cum ergo se mutuo refellant astronomi, negligam omnes meopte ingenio contentus. Sunt enim intellectu difficiles, et tempore

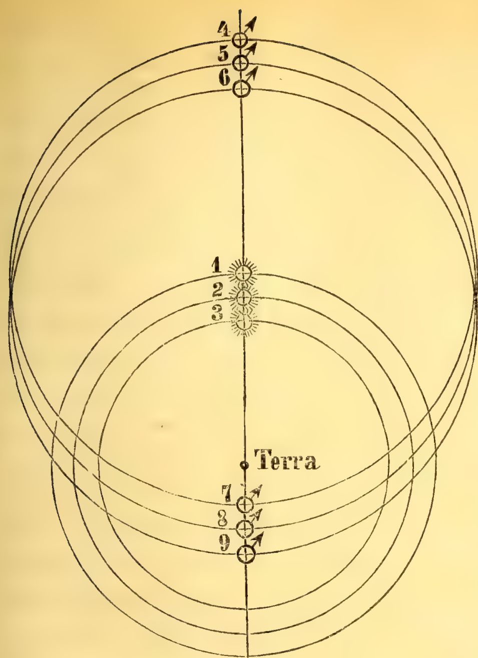
1088 ssq. „*Pergaeus* non *commendatur.*" Diese Randbemerkung beginnt schon neben Z. 1084, aber ohne ein Zeichen, wo sie einzufügen ist.

opus est ad legendos cum judicio. Redimam igitur tempus, et utilioribus incumbam. Ex hac igitur consideratione fieri equidem potest, ut in artificum astronomia imperitus Ursus, in geometria tamen sit ingeniosus et exercitatus. At Ursus ex geometriae et arithmetices scientia vult judicium fieri de astronomo. Verum quidem est, qui alis caret, nunquam se attollit. At non contra, qui alas illas Platonicas habet, propterea statim et volare scit.

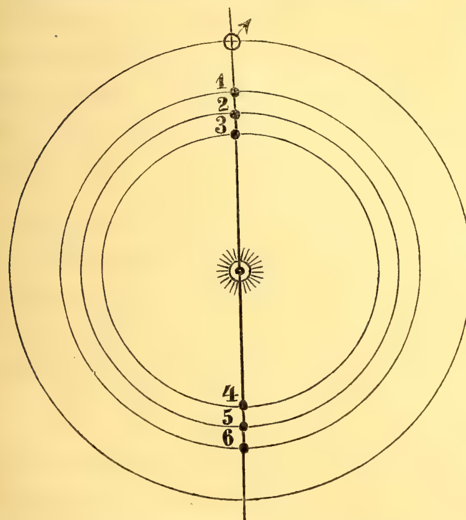
Porro meminit authorum quorundam, quorum habet notitiam, illosque insignibus accenset Mathematicis, ut *Vietam, Birckerum, Rubeum* et alios. *Mihi in hoc angulo Germaniae, hac solitudine de nullo constat. De Clavio* possim fortassis apud Jesuitas inquirere, quaenam ediderit, praecipue de illo artificio, quod *linea et circino docet repraesentare astrolabium.* Sed ne tantula [korr. aus tanta] quidem familiaritas huic tempori videtur esse accommodata. Nec memini quemquam inter nostrates Jesuitas in arte excellere. Quod si ex Mag. T. intellexero, *quaenam horum authorum, quos nominat Ursus, extent opera*, proximam illam curam suscipiam, ut illa meis usibus comparem.

Tandem, ut etiam aliquid de Tychonis hypothesibus dicam, illum ego censeo authorem et inventorem. Ac fieri sane potest, ut suapte sponte invenerit, non manuducente sententiâ Copernicanâ, et nihilominus talem constituerit mundum, qui facile ex immutatione sententiae Copernicanae [korr. aus Copernici?] elici potest. Etsi vero parum adhuc mihi constat de specialibus ejus hypothesibus, quae generali hypothesi nituntur; **f. 197. p. 362.** tamen ex his, quae hactenus mihi cognoscere licuit, judico, *bene sperandum de Copernicanis.* Habet ille unicum hoc commodum, quod illa ingenti mole sphaerae fixarum est liberatus; caetera omnia, quae Tycho afferet ex verissimis suis observationibus, facile ad Copernicum transferri possunt et poterunt. Exempli loco sumantur haec duo: 1. Declinatio fixarum stellarum a Zodiaco, quam Tycho profitetur demonstraturum [sic], quâ declinatione mutentur latitudines stellarum fixarum. At quis non malit cum Copernico statuere, Terram annuo suo motu esse in causa, et non quotannis idem iter inter fixas ad unguem observare, quam ut cum Tychone dicat, totam spaeram fixarum ad Zodiacum, hoc est ad orbem terrae annuum inclinari. Zodiacum enim, vel mediam ejus lineam, eclipticam, ut nosti, Sol Ptolemaeo describit motu annuo, Copernico terra.

2. *Scribit ad me Tycho, orbem ipsum Solis ampliari, cumque Sol sit centrum 5 planetarum, inde fieri, ut sentiatur in 5 planetis haec ampliatio, et in Marte* $1\frac{2}{3}$ *graduum differentiam pariat.* **Ὑπόθεσις**



Tychonis observatio in sua hypothesi.



Tychonis observatio de Solis ampliato orbe, traducta ad Copernici hypotheses.

τεχνικωτάτη et mihi valde credibilis. *At ego similiter dicere possum, orbem Terrae annuum ampliari, eademque* sequentur. Si enim alteruter orbis amplietur, Terra Marti in oppositione ☉♂ fit propior, in ☌☉♂ fit a [1d.] Marte [korr. aus Marti] remotior. Et contra, si orbis arctetur, terra in ☍☉♂ fit a [1d.] Marte remotior, in ☌☉♂ fit propior ipsi. *In Physicis vero sive cosmographicis disputationibus longe verisimilius erit, unam terram omnibus quinque planetis ampliori gyro facto appropinquasse, quam si quis dicat, 5 planetarum sphaeras cum Sole, ipsarum centro* [sese ad terram demisisse] *a terra in ampliorem gyrum ascendisse.*

Fig. I.

1. 2. 3.	☉	in orbe	ampliato, medio, arctato,
4. 5. 6.	♂☌☉	in orbe	ampliato, mediocri, arctato,
7. 8. 9.	♂☍☉	in orbe	ampliato, medio, arctato.

Fig. II.

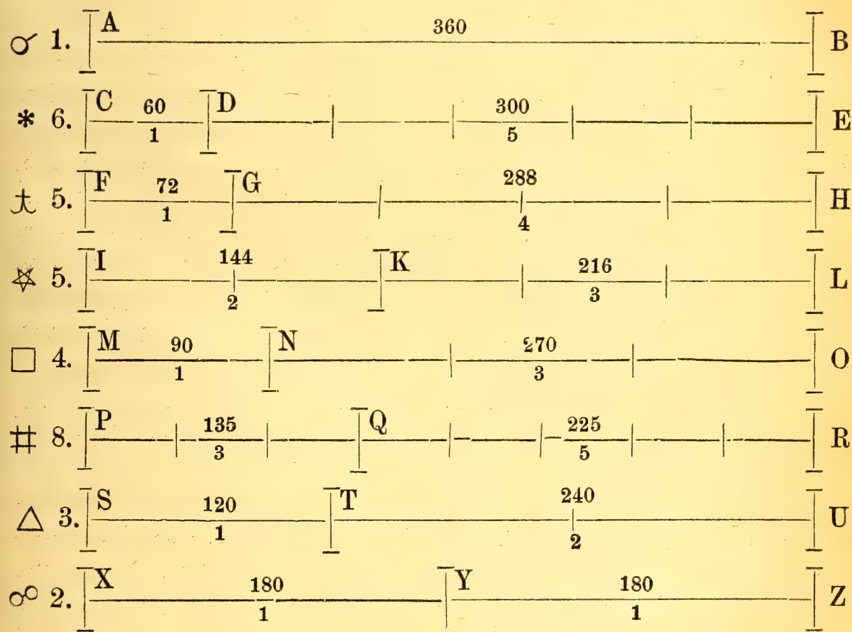
1. 2. 3.	Terra orbis	ampliati medii arctati	in ☍♂☉.
4. 5. 6.	Terra orbis	arctati medii ampliati	in ☌♂☉.

1169 ssq. Von beiden Figuren gilt dasselbe, was zu 1129 ssq. bemerkt wurde, Kepler scheint also keinen ordentlichen Zirkel besessen zu haben.

Incidit mihi et hoc, quod Ursus dicit, *Copernicum Aristarchi Samii hypotheses usurpasse.* Id verum est, ut patet ex *nota Maestlini ad Rheticum in libello meo fol. 116.;* quod nisi legisset Ursus, fortassis ex lectione Archimedis non erat sciturus, cum sit occupatus lectione historicorum. Et tamen dissimulat. Certe *Copernicus non legerat.* Sed et in *isto errat Ursus, quod putat,* **p. 363.** *primum Aristarchum ita* docuisse. Imo vero *et Aristoteles plus 50 annis ante* de hac Copernicanâ hypothesi quid scivit, *eamque Pythagoricis ascribit, et refutat* ipsorum argumenta; sed ita refutat, ut facile pateat, Aristoteli nec mentem Pythagoraeorum, nec astronomiam satis cognitam fuisse. Possumus autem haec ex Aristotele colligere: *1. Solem ab ipsis positum esse in centrum mundi (Aristoteles τὸ πῦρ* dicit, sed hac voce Solem intellexerunt). 2. Terram circa Solem annuo motu circumire [korr. aus circumiisse]. *3. Lunam (quam in Aristotele antichtona dici contendo) circa Terram volvi et eclipses causari* [sic]. 4. Sphaerarum fixarum tantam esse distantiam, ut totus ille Terrae orbis evanescat ad fixas collatus. 5. Retrogradationes planetarum videri propter motum Terrae. Haec illos sensisse, quos refutat Aristoteles, ex ipso Aristotele manifestis verbis probatur. At est haec eadem sententia, quae Aristarchi, quae Copernici. Ergo non est, ne hac quidem in parte, bona Ursi relatio de hypothesibus. *Ego*, quod conclusionis loco sit, *antiquissimae doctrinae de mundo firmissimo assensu adhaereo,* quicquid Ursus de falsitate omnium, quae unquam fuerunt, hypothesium contendat. Hactenus itaque de libello Ursi. Plura non potui suspicari, te quaerere. Si tamen quid amplius est, quod scire desideres de illo libello [3d.], quodque explicare sciam, promptum me exhibebo.

De quaestionibus astrologicis quod mones, aperiri portam exemplo meo *infinitis aspectibus confingendis;* de eo mihi satis provisum esse videtur. Totam rem *explicavi cap. 12. mei libelli, fol. 40.* Illud quidem verum est, antequam causam ego in hunc modum reperi, valuit haec apud me argumentatio: Si 5 aspectus operantur, infiniti operabuntur. Vana est igitur doctrina aspectuum. Nam Ptolemaeus causam quidem dedit, cur homines hos potissimum elegerint, caeteros omiserint, at non probavit, naturam ipsam plures non habere. At non est naturae mensura hominis electio. Reinholdus in commentariis in Purbachium ad musicam **f. 198. p. 364.** et ipse provocat, quemadmotum [sic] et Cardanus in commento super Ptolemaeum. Sed neuter satisfacit attento lectori, et fit per accidens, ut aliqui aspectus aliquibus harmoniis recte accommodentur; non tamen

omnes omnibus recte accommodantur; et potest his quoque opponi, quod mihi opponis: Infinitas propemodum esse harmonias, an igitur et infiniti aspectus. Mihi itaque hoc objici non potest. *Non sunt enim plures fidis divisiones harmonicae quam 7, aut, si, cum non dividitur fides, id accenseas, octo.* Et 5 usitati aspectus recte accommodantur. Quare aut causa confingenda est, cur 5 aspectus operentur, 3 non; aut 3 residui in consortium admittendi sunt. Id etsi fiat, tamen janua, quâ admittuntur, intra aedes est; quâ patefactâ domus nihilominus adhuc clausa est, populusque infinitorum aspectuum foris stat, januâ summotus exteriori. Tentetur autem negocium in qualibet fide, an infinitae sectiones esse possint. Videor autem te juvare posse schemate ad rationem penitus introspiciendam.



Hic sunt [sex] fides octo extensae super chelyn. A, B etc. sunt termini fidium seu capitella, super quibus tenduntur. Possunt etiam intelligi pro octo circulis in rectum extensis. Propter quod dedi integrae fidi numerum circuli 360. Quemadmodum igitur apud musicos unisonus dicitur **p. 365.** perfectissima consonantia, et si una fides AB pulsetur, nullo per totam AB longitudinem admoto stylo, sive hypomochlio, sive dissepimento, sonus simplex et purus est sibique constans, et plures aequales aequaliter tensae fortissime consonant,

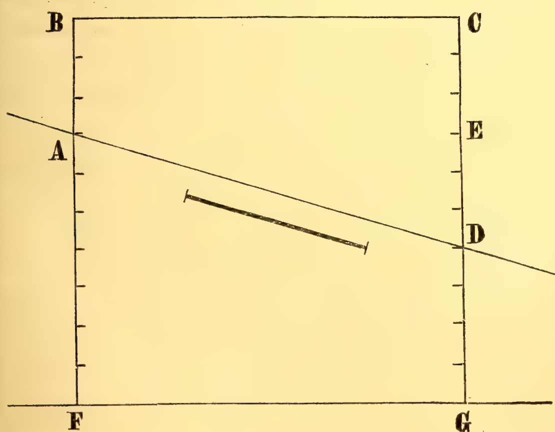
adeo ut in antiquis problematis quaeratur, quare ex unisonis fidibus in diversis chelybus alterâ pulsâ, reliqua, quamvis intacta, consonet, et ipsa quoque moveatur: ita, si duo planetae in eodem loco stent, fortissimus censetur aspectus. Semper enim A et B, vel C et E etc. pro uno puncto sunt habenda, si de circulo cogitemus. Jam dividatur spacium sive longitudo, super quam fides extenditur, in partes aequales 360, ascriptis numeris, et apud [korr. aus aput] numeros 60, 72, [135, 144, 270, 280] 90, 120, 135, 144, 180 suppone fidi sepimentum, sic ut fides quodammodo in duo frusta secta videatur, et duos sonos edere possit. Quo facto pulsa partem CD, DE, et attende ad sonos; deinde remoto sepimento pulsa CE totam; soni hi tres harmonice consonabunt.

At si sepimentum aliis quibuscunque punctis a me non indicatis per positos numeros applices fidi, partes aut inter se, aut cum tota non consonabunt harmonice. Apposui autem etiam numeros divisionis minores sub linea, ut ii essent indices, quae divisio quam harmoniam in meo libello expressam efficiat. Hujusmodi experimentum si tibi luberet capere, puto, et jucundissimâ naturae admiratione perfunderetis, et fidem ipsis etiam aspectibus adhiberes.

De Geniis non pugno. Suspicor: non ἐπίσταμαι. Forsan olim ab aliquo ratio naturalis reddetur, ut Geniis non sit opus. Quod autem mera sit superstitio in astrologicis, id ab Ecclesiae Romanae cive dici aliter non potest. Certe philosophi, expensis quae ad te scripsi, cum delectu astrologiam rejicient. Scientiae omnes ab experientia oriuntur. Experientiam autem philosophus aliquis astrologo nolet eripere, dummodo valeat aliquo in caeteris etiam rebus communibus judicio. Et omnino mihi persuadeo, haec philosophica ex astrologiâ problemata ne ipsam quidem Romanam Ecclesiam rejecta velle, usum for- **f. 199.**
p. 366. tassis rejecerit, de quo non pugno. Nunquam enim a vulgo sine superstitione leguntur, quamvis generalissime dicta. Ego vero, qui generalitatem significatorum et expertus sum, et in philosophia didici, qui infinitam materiae, circumstantiarum et occasionum confusionem, quae praesciri nequit, perspectam habeam, non plus moveor significatis astrologicis, quam significatione physiognomicâ, significatione temperamentorum, significatione crisium medicarum. Itaque me sic a superstitione immunem esse censeo.

De magnete si quas habes observationes ex Hispanicis libris collectas, ut, si hoc vel illo certo loco magnes a meridianâ linea tot vel tot gradibus declinaverit (quamvis, lineam meridianam a nautis in tam remotis orbis partibus quaeri, rarum est), aut an trans aequa-

forem polo arctico constanter adhaereat, et si quae sunt hujusmodi: illas ut mittas, aut libros saltem indices, obnixissime rogo. Totus in hac materiâ versor, si forte certi quid constitui possit. Quamvis *me terrent Batavi, qui in latino exemplari, fol. 15. a, eodem die in duabas insulis, admodum propinquis* invicem, compererunt pyxidulae variationem prorsus diversam. Id si est, et si probe a ferro caverunt, aut a magnetis insulanis (quod suspicari quis possit), sequeretur, nullam esse constantem declinationem. Quamvis etiam sic effugere possim: *Constat, physicam parallaxin esse in illis regionibus maximam, adeo ut Sol visus sit illis supra horizontem, cum adhuc 5 gradibus infra esset.* Ergo si Sole valde humili ex antemeridianâ et pomeridianâ altitudine, ut fieri solet, lineam meridianam quaesiverunt, et vapores orientales inaequales fuerunt occidentalibus, *falsam* [korr. aus falsos?] *lineam meridianam constitutam* esse, necesse est. Multa occurrunt in illo libro, ex quibus patet, quamvis essent astronomi, physicâ tamen parallaxi saepissime fuisse delusos. Ex illis tamen 2 observationibus, — *quod sc: declinaverit magnes in Gronlandia* 16^{0}, *in Zembla* 26^{0}, — et *expressa distantia 200* [1d.] *milliarium inter locum utrumque, expressâ item altitudine poli* 80^{0}, 76^{0}; sequitur distantia **p. 367.** *magnetici poli a polo mundi* $6\frac{1}{2}^{0}$, *et primus meridianus sponte Azoribus appropinquat.* Ego vero somniavi de $23\frac{1}{2}$ gradibus in superioribus literis, si bene memini. Sane *Mercator alium insulis capitis viridis, alium corvi insulae designat polum magnetis, illic* $16\frac{1}{2}^{0}$, *hic* 13^{0}, *quorum tamen locorum meridiani vix uno gradu distant.* Omnino arte opus est in meridianâ quaerendâ. *Observavi et ego — Graetii — declinationem magnetis* a verissimâ lineâ meridianâ, sed lingula valde brevis fuit. *Et videor infra* 6^{0} *gradus deprehendisse. Id consentit cum distantiâ polorum* $6\frac{1}{2}$. Optarim, ut Monachii fieret observatio artificiosa et subtilis cum acubus longioribus [1d.] diversorum magnetum. Est vicina Noriberga. Mihi neque acus est longa [K.], neque — magnes — praeter



unum effectum [sic?]. Et fiat Observatio per aquam. Nam lingula in aequilibrio facile haeret. Vas quadratum exacte, CBFG [1d.], accommodetur ad FG [1d.] meridianam, aqua impleatur, in id lingula bene directa et longa satis stipulae aut plumae imposita [sic]. Vasis bina opposita latera supra ad labrum rectis [parallelis] aequidistantibus in partes quotlibet aequales dividantur. Inde ubi navicula acus quieverit, regula AD [1d.] vasis labro imponatur cum inclinatione ea, quae est acus natantis; id oculis facile [efficitur] judicatur. Sed cavendum, ut acus natet aquae parallela, non alicubi depressa. Inde numeratis partibus (abscissis utrinque), AB subtrahitur a DC, restat DE; et BC totidem est quot BF partium. Quare etiam AE. Sic triangulum AED dabit angulum declinationis.

Quod insulam corvi ex Hispanis nominasti, id adeo verum Hondio videtur, ut jam primum meridianum per illum locum traduxerit, sicque omnia loca 7 graduum adjectione in longitudine ditaverit. Itaque cum judicio ejus tabulae usurpandae. Sicque jam porro primus meridianus non amplius arbitrarius est, sed habet principium naturale.

De genesi Augusti. Primum non ideo Capricornum in [occasum] ortum [1d.] rejicio, ut imperium illi significari ex ortu possit: sed ideo, ut conciliem **f. 200. p. 368.** authores, et teneam illam communem de Capricorno traditionem. Itaque ratio tertia et quarta, quas [korr. aus quam] mihi opponis, nihil contra me faciunt. Non enim, si Capricornus in ortu, nequit significare imperium orbis; ideo Capricornus Augusto in ortu non fuit. Neque si universalia ex horoscopo alicujus nati non petuntur, ideo natus ille sub oriente Capricorno non fuit. Hoc saltem probant hae rationes, Capricornum in ortu non sufficere, ut ea Augusto praedicantur, quae praedicta ferunt. At id ipse quoque fassus sum. Ideoque dixi, opinari me, partem authores dicere pro toto, [Capr] ortum pro toto themate. Nam id [arguit] fieri solitum, arguit vox *ὡρόσκοπος* [sic], quae significat intuitum temporis natalitii, aut [talem] ejus [1d.] observatorem. At ab hac significatione deflexit ad [specia] particularem, ut horoscopus idem sit quod ortus; eo quod Chaldaei ex oriente signo *ὥραν* [sic] notaverint. Sed de signis tantae mutationis infra. Jam alias etiam tuas objectiones videamus. Reclamare dicis exemplaria. Id valide me quassat; praecipue quia latina dictio EXortum [sic] propter praepositionem ex in occasum incuria scribarum nequiit facile deflecti. Illa enim altera conjectura sane parum â demon-

---

1357 „Jodocus Hondius tabulas uniuersales edidit.“ N. H.

stratione logicâ abit, quod Nigidius ex mora Octavii de puerperio uxoris in curia certior factus est, idque interdiu et mane factum esse, dictu necessarium est. Itaque quid dicam nescio. Sol certe aut in ♋ aut in ♌ fuit, planeta nullus in ♑, nisi forte Luna. Quare Capricornus nobis in occasum conjicietur. Id autem si fiat, cur tunc homo sidere Capricorno natus esse dicatur, plane nescio, nec quemquam novi astrologum, qui themati nomen ab occasu imponat. Quod igitur in re desperata fieri solet, ut nihil tam vile sit, quod in auxilium non adscisca- **p. 369.** tur: id in praesentia mihi quoque liceat. Duos omnino novi authores, qui natum sub Capricorno dicunt Augustum: Suetonium et Manilium. Si plures habes, mone. Suetonius Augustum non vidit, Manilius libros illi dedicavit. Quid, si uterque suae traditionis documentum unicum hoc ex [korr. aus in] nummis illis genethliacis ceperit? Hoc jam sumamus: non aliunde potuisse disci thema Augusti, quam ex nummis. At, qui sensus nummorum est? Num dicunt natum sub Capricorno Augustum? Non opinor. Tu ipse quoque alium sensum suspicaris; de quo postea. Jam patere, me meo judicio frui. Ego suspicor, quaestionis thema nummo insculptum fuisse, et postea a Suetonio et Manilio ad nativitatem traductum. Scio, quam infirma haec sit et violenta suspicio, sed tu exemplo mihi praeis. Solebant mathematici ad horam quaestionis erigere [K] thema caeli, idque conferre cum themate natalitio. Quid si Augustus ipse alterum pro altero arripuit? At, inquis, thema suum Augustus vulgavit, quare non vel ipse errare [potuit], vel alii ignorare hoc thema potuerunt. Contra ego quaero, quibus verbis vulgaverit thema suum? Non est credibile, justum libellum Theogenis in exemplaria distractum, et sic publicatum esse. Sed, si bene quid conjicio, haec ipsa verba: ORIGINE AUGUSTI IMPERII PRINCIPIUM [sic] sunt illa vulgatio thematis; aut dic mihi aliam rationem vulgationis hujus. Haec si non satisfaciunt, plura nequeo comminisci. Mihi sane non satisfaciunt. Ruminanda sunt tamen aliqua ex superioribus literis de locis Manilii.

Versum de Virgine non recte intelleximus. Nam de Rhodo sonat: Tuque domus vere Solis, cui tota sacrata es, cum caperes lumen magni sub **f. 201. p. 370.** Caesare mundi. O Rhodos, inquit poeta, tu sub Virgine es. Jamque excurrit in laudem insulae. Tu hospitium es principis, qui orbem recturus est. Vere tu quidem domus Solis es, et si quondam Soli ex parte [K.] dicata eras, plane [jam] et tota illi sacrata es tunc, quando post Augustum alterum magni mundi solem hospitio excepisti.

Alius locus est, in quem Scaliger commentatur, significari eo Augustum sub libra natum; et in testimonium adducit fragmentum ex veteri poeta: *Et libram, quam Caesar habet.* De hac commentatione [K.] mea haec est sententia. Manilius lib. 4., cum distribuit regiones inter signa, Italiam Librae accenset. Argumentum: 1. poeticum, ab imagine pictae librae; libra justitiae instrumentum, et Italia justitiae ministra. 2. Astronomicum ejusdem sensus. 3. 4. Astrologica: Roma sub Libra condita (intellige, oriente Libra, ut excludatur Scaligeri objectio); et conditores, Romulus et Remus, sub Libra geniti. Haec fundamenti loco dixi. Quando ergo tribus retro foliis (in capite, quid quaelibet signa largiantur in ortu nascentis fulgentia) de Libra affirmat, quod [faciat] conferat vitae necisque potestatem, faciat imponere jugum terris, rogare leges, urbes et regna natum tremere, nutuque unius regi, et conciliare caeli jura post terras; id partim ex iisdem [fundamentis] argumentis [id.] affirmatur, quae modo recensita sunt, partim ideo, quia jam dictum, Italiam sub Libram collatam esse. Italia vero in omnes provincias antiquitus mittebat, qui jus dicerent, provincias proconsules regerent, et decedentes de provincia templa merebantur, quod jam Cicerone puero in usu erat. Quid ergo opus est, ut dicamus, haec in adulationem Augusti dici, cum aliae causae suppetant, nec author idoneus affirmet, Augustum sub libra natum. [Sed] At vetus ille poeta a Sca- **p. 371.** ligero productus hoc affirmat? Primum id ideo fortasse affirmat, quia Urbem et Italiam et imperium Caesar habet, habet igitur et Libram, eorum [id.] signum. Deinde, si minus hoc placet, ponamus, Caesarem dictatorem ab illo poeta innui. Alluserit itaque Manilius in controverso loco ad Caesarem, modo dictator intelligatur, qui quidem jam caeli jura tenebat, nondum vero Augustus.

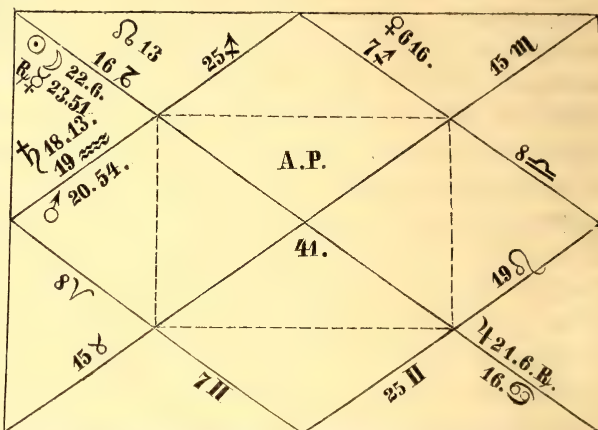
Hactenus de genesi Augusti philologice, jam astrologica pauca. Putas, eclipsin anno Chri. 38. propositam fuisse Theogeni, non genesin Augusti. Eclipsin quidem jam in tui [korr. aus tuum] gratiam examinabo; caeterum aliud de judiciis illis judico. Nigidius *natum orbi terrarum dominum* nullius respectu eclipseos, sed ex hora nativitatis cognita, rebusque, quae tum gerebantur, pronunciavit. *Theogenes* juveni admodum et etiamnum privato — longe ante eclipsin anni 38. ante Chr. — imperium est pollicitus, sic tamen, ut respiceret familiam et tempora. Jam tum enim dictator vicerat. Et alias astrologi non ex solo ortu, nec ex eclipsi personis singulis imperia praedicunt (ad Respubl. quidem eclipses accommodari verum est), sed ex δορυφορίᾳ Solis, et situ ejus in mundo. Nam si Sol fausto satel-

litio et forti sit circumdatus, et ipse cum sattellitio in angulo, id monarcham denotat. At Augusto Sol Jovem, optimam stellam, habebat pro satellite ante, ♀ ☿ ☽ post; et ♃ erat fortissimus in ✱ ♄ et in angulo (sive occidentis, sive orientis) praecise; et Sol etiam in angulo eodem. Ergo Augusto imperium praedicendum [K.] erat ex illo a me investigato themate regulis astrologicis veteribus. Sane mores, superstitio, bonitas, libidines, ingenium, sapientia, omnia sapiunt Jovem in angulo ortus vel occasus praecise. Nihilque [K.] deest huic a me investigato themati, sive matutinum sive vespertinum sumamus, quam **f. 202. p. 372.** quod Cancer, in quo est Sol et ejus satelles, est signum faemininum. Nam Ptolemaeus, lib. 4., capite de honoribus, ad monarchae genesin (qualis certe aut Augustus fuit, aut nemo praeterea) signa quoque Solis et Lunae satellitiorumque masculina esse postulat. Caeterum memineris, me haec ita scribere, uti tu quaeris. Non enim quaeris significationes, ex quibus *ego*, sed ex quibus *veteres astrologi* Augusto praedicere potuerint imperium. Me enim si roges, non plus ego differentiae signorum causâ sexus tribuo, quam distributioni dominiorum inter planetas. Vicissim quoque, etsi nihil deest huic genesi ad summum fastigium: non tamen censeo, ita certe [korr. aus certo] Augusto imperium praedici potuisse, ut errari non potuerit. Multa enim interveniunt ex sublunaribus (ut de Deo jam non dicam). At, hercle, nisi a dictatore fuisset adoptatus etc., excellere fortasse praecipuâ in Rep. authoritate — causâ nativitatis — potuisset, Urbis et orbis dominus esse non potuisset.

De oriente gradu hominis aliud non occurrit, quam ille Cardani aphorismus, quod is, cui *septima domus patriae urbis in ortu versatur, ibi male pereat.* Et vicissim, cui *idem cum patria sit ortus, is plurimum possit totius urbis.* Tradunt et aliqua de stellis verticalibus. Sed omnia generalia sunt et incertae fidei. Si qua alia sunt, illa nescio. Immanis est voluminum astrologicorum modus, quorum pleraque nugacibus nituntur fundamentis, ut patet ex Schonero, Garcaeo, Leovitio, Junctino, qui compendia scripserunt, et optima excerpsisse videri volunt. Quae dum perpendo, idem facio in astrologicis, quod supra Ursum in astronomiâ facere sum suspicatus. Sunt enim mihi alia quoque studia, et jucundiora et magis necessa- **p. 373.** ria. Itaque turpe mihi non esse censeo, quaedam astrologorum axiomata, quae propositae quaestioni servire possent, ignorare.

Eclipsin tumultuaria opera sub manus sumpsi, cum nuntiaret mihi tabellarius, se altero die abiturum. Itaque de paucis aliquot

scrupulis non contendo. Sic autem inveni. Tempus ocularis conjunctionis [K.] horis 3°.M.15′30″ [sic] ante meridiem, aequato tempore, et ad horizontem Romanum reducto. Latitudo ocularis in elevatione 41° erat [1d.] 2′ 0″ australis. Digiti $11\frac{1}{3}$. Cum itaque consentiamus quam proxime, non est, ut alteruter de operationis suae fide dubitet. Reliquum thema sic habet.



Etsi tibi assentiri non possum, Lucanum de hac configuratione loqui, non si omnia verba conciliaveris: tamen, ita me Deus amet, horribilis est configuratio et meis, et [rejectis] veterum principiis, quae rejicio. Eclipsis in domo inimicitiarum, sub maleficorum dispositione, qui junguntur, ne quid desit malitiae; et sunt in angulo totius thematis potentissimi, Saturnus in domo sua; *Jupiter, quamvis in domo sua,* retrogradus tamen et cadens ab angulo, et hostili radio luminaria intuens, in summa debilis; Mercurius quoque retrogradus. Sola Venus salva. Nec nihil Augustum sane attinet. Nam: 22, ♑, ♋ sunt illi proprii, cum Solem habuerit in 22 ♋. Jam hic Jupiter stabulatur, et in ejus opposito eclipsis. Caetera ad Lucanum accommoda, ut lubet. Quid imbelles [sic] hos humeros contrariis fatigas laboribus? Egone, ut tecum collucter, aut me **f. 203. p. 374.** vivido tuo judicio inermem offeram? Et astrologum esse vetas, et posse esse postulas; ac, quantum intelligo, plura cognovisti astrologorum praecepta, quam unquam ego cognoscere aut potero aut voluero. Quid graviorum studiorum socii tibi dicent, si jura colens, populos regens, principis negocia tractans parergis astrologicis ipsa fere professione astrologum ad desperationem (vera loquor et seria) adigis? Ignosce ergo tenui et corpusculo et judicio, Vir vere magnifice [korr. aus magnificus] et

---

1508 ssq. „Horoscopus 19° ♒." N. H. Die in der Figur punktirten Linien sind von Herwart mit rother Tinte eingezeichnet.

1524 „Imo Jouis domus diurna est ♐, et nocturna ♓. Sed ♋, in quo uersatur, est eius altitudo". N. H.

magnanime [korr. aus magnanimus], si hac in parte multisque aliis ad postulata tua pleno passu nequeam accurrere. Quid enim? Tibi ego evellam ex animo conceptam opinionem, aut fluctuantem corroborem? Qui, quo plura molior, hoc magis meam ipse inopiam lectionum vix tandem agnosco, ut non stulte optaverim, tantum temporis in legendis authoribus collocare posse, quantum mihi in maerorem inutilem meaeque imperitiae accusationem impenditur. Mea omnis spes in lingua mihi (ut ait ille comicus), hoc est in speculatione non semper utili posita est. Quod si in praesentiâ quoque tantum te [scri] legendo, quantum me scribendo fatigavero, fraena mihi proximis literis pone, ne excurram. Vale, Vir magnifice, meaque tibi studia porro quoque commendata habe. 30. Maji anno 1599.

Magnif. et Nobil. tuae

deditissimus
M. Johan Kepler
Styriae Ordinum mathematicus.

Epistola III.

S. P. D.

f. 204. p. 376. Ad IV. Nonas Augusti accepi literas tuas, magnifice Vir, cum sarcinulâ. Respondebo igitur ad id primum [1 d.] quorsum me praecipue ducit cupiditas mea. — 1. De ortu et occasu Solis in septentrionali frigidâ. — Judicium de ortu Solis in *Zembla (quae vox Slavica terram significat)* misisti, de cujus authore mea haec est sententia, ipsum judicii dexteritate et imaginationis varietate tibi simillimum esse. Caeterum ab ipso dissentio manifeste. Nititur enim hac persuasione, deceptos esse Batavos observatione diversorum fastorum. Quicunque fuerint, Gregorianos fastos observarunt.

1554 Die Adresse steht auf der anderen Hälfte des letzten Folioblattes; dasselbe ist beim Binden gefaltet worden, so dass der grösste Theil der Adresse zwischen p. 365 und 366 eingebunden ist. Sie ist gleich der des ersten Briefes.

1559 Kepler schrieb „*Sclavica*“.

1563 „Nouum Calendarium eos obseruasse.“ N. H.

Anni 94. tertius Julii dicitur dies dominicus. Id sic est in Gregoriano Calendario, in Juliano dies ☿. Anni 97. 16. Februarii dicitur dies Bacchanaliorum. Id recte secundum Gregorium, minime in Juliano. Plura testimonia reperiri puto.

Causa autem hujus phaenomeni meo judicio haec est. Si fuisset inter Belgas literatus aliquis, qui ex professo dedisset operam astronomiae (nautae enim astronomiam tantum solent ad usum traducere, praeterea de nulla re solliciti), non fuisset admiratus; praesertim si ex schola Wernheri, Tychonis, Maestlini, atque etiam Plinii prodiisset. *Nihil enim crebrius est, etiam in Germania, quam Solem antevertere justum ortus momentum.* Ipsa aëris densitas est instar aquae, in qua refringuntur radii visorii, ut, quod infra horizontem est, supra cernatur. *Augetur haec causa pro climatum diversitate.* Etenim norunt physici, *tenebris densari aërem,* luce Solis rarefieri. Quare, quo tempore et loco nox est diuturna, densissimum aërem esse oportet: ideoque et frigus intensissimum, quia materia idonea est impressioni frigoris. Si quaeris authorem hujus affirmati [K.], afferam animi gratia *Virgilium.* Quid enim illum fugit. Et *loquitur* quidem *ita de aëre ut de pulmento, de nocte ut de operculo, de diuturnitate noctis ut de diuturna coctione:*

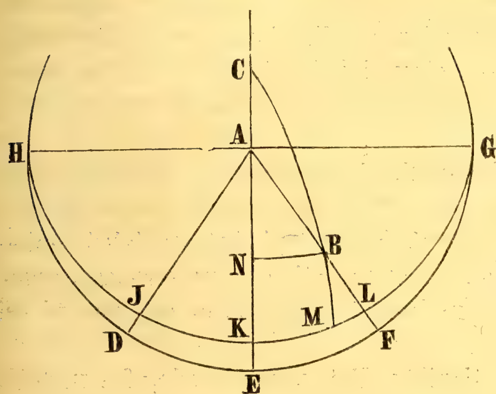
Illic, ut perhibent, aut intempesta silet nox
Semper, et obtentâ densantur nocte tenebrae.

p. 377. Tenebris, hoc est aëri tenebricoso, ait, obtendi noctem, eumque sub hoc operimento densari. Quibus positis haec sequuntur: primum, post illam trimestrem noctem, sole nunquam orto, densissimum esse aërem, et parallaxin maximam; at sub principium illius longae noctis non esse tantam [korr. aus tantum] densitatem, nec tantam parallaxin. Tertio, parallaxin paulatim variari et locum [verum] falsum [Id.] in verum [K.] mutari. *Cumque Maestlinus testetur, se Tubingae animadvertisse parallaxin hanc physicam in lunâ mane* (noctem enim antecessisse, necesse est) *majorem 2 gradibus: nihil absurdi sequetur,* parallaxin hanc *in illo climate* (in quo testantur, immanes existere solere nebulas, quarum guttae, nescio quantum impleant vasculum) posse existere sub finem continuae noctis *circiter 5 graduum.* His praemissis exscribam ex meo libro, quae sparsim annotavi, ex quo patebit, ubi ego quoque a Batavorum astronomia dissentiam, et quomodo factum sit, ut Sol tam cito oreretur.

Anno 94. 1. Julii ex descriptione fundi videntur caput Candinos praetervecti.

3. Julii. Ex hac observatione esset declinatio magnetis a meridianâ circiter 31° gradus, quo arcu [korr. aus arca] superavit haec

praesens declinatio declinationem anguli Belgici, nisi fortasse Noribergensi compasso sint usi, quod vix credo. Caeterum in hac observatione luculentus error inest. Exprimitur altitudo poli, exprimitur distantia duorum verticalium in binis observationibus, exprimitur altitudo Solis observata utrinque aequalis, exprimitur dies, ideoque declinatio Solis. At haec in calculo se mutuo evertunt. Ponamus exempli gratia caetera omnia, quae ponunt Batavi, et quaeramus ex iis altitudinem poli. [Dicunt ergo] Esto CAKE meridianus. ABLF et AJD verticales ultra citraque, A zenith, HDEFG horizon, HJKLG aequator, B Sol in una observatione, CBM circulus declinationis, C polus aequatoris. Dicunt ergo, DF fuisse $5\frac{1}{2}$ ventos, nempe partem $\frac{11}{64}$ de Horizonte: quae facit 60°56′. Cum ergo in utroque verticali Sol aeque altus fuerit, cadit igitur meridianus inter medios hosce, [estque] suntque [1d.] DE, EF aequales, angulus nempe EAF = 30° 28′, — et complementum FAC = 149° 32′. — Ex observatione BF fuit 28° 30′; quare BA = 61° 30′. Est autem BM = 23° 2′, declinatio Solis ejus diei, er-
f. 205. p. 378. go BC complementum = 66° 58′. In triangulo igitur BAC dantur duo latera BA, BC et interjectus ABC; quaeritur CA, complementum altitudinis poli. Si ducatur perpendicularis BN, BNA rectus erit. NAB = 30° 28′, AB = 61° 30′. Quaeruntur latera.



Ut sinus totus ad sinum AB, sic sinus NAB ad sinum NB, 26° 27½′.

Ut sinus totus ad sinum compl. NAB, sic faecundus BA ad faecundum NA, 57° 47½′.

CNB rectus est, et cognita latera NB, BC; quaeritur NC. Ut sinus compl. NB ad sinum compl. CB, sic totus ad sinum complem. CN, quae [sic] est 64° 5′; deme NA 57° 48½′, restat 6° 17½′, nempe AC, compl. altitudinis poli. *Polus igitur 83° 42′. Batavi vero dixerunt, se sub altitudine 73 fuisse.* Ex quo vides, quantum in fluctuante et inconstante navi erraverint. Nec potest illis succurri parallaxi phy-

1605 „Error Batauorum.“ N. H.

sica. Nam illa facit, ut Sol nimis altus appareat, in hac vero observatione Sol pro tam exigua verticalium distantia est nimis humilis. Adde, quod circa altitudinem Solis $28\frac{1}{2}^0$ jam fere tota parallaxis physica disparet, nec sensibile quid efficit.

A n n o 1596. 10. Junii. Circumstantiae omnes et tabulae probant, illos a rectâ viâ ex [Hollandia] Trompsont [1d.] in septentrionem versus occidentem deflexisse. Insulam enim B e r n f o r t ex conjectura refero sub long. 48 Hondianam, lat. 74. Valde etiam loquuntur verisimiliter, regionem sub 80^0 alt. P. [sub] Groenlandiae adhaerere. Crediderim enim, vel propter solam declinationem magnetis, fuisse illos — sub alt. poli 80^0 — circa longit. 40 vel 42 Hondianam. Nam in praefatione affirmant, abesse illam a Zembla 200 fere milliaribus, itinere scilicet curvo.

4. Julii censeo illos infra Willhugbeam transisse. Die [2.] 3. Novembris correxi locum Solis, ex 11^0 48′ ♏ faciens 10^0 48′ ♏, ex 15^0 24′ declinationem faciens 15^0 4′. Error typi fortasse fuit in ephemeride Scalae, aut irrepsit nautae excerpenti, ex quo erroneam etiam declinationem computavit; non multum tamen erratum est, nec ad rei summam facit.

Illud autem tot observationibus Batavorum credo, fu- **p. 379.** isse *illos sub A. P. 76^0 graduum.* Multae enim observationes, ut apparet ex circumstantiis, satis accuratae sunt [factae], et consensu se tuentur. Ex hac itaque hypothesi physicam parallaxin probabo. Sic nempe.

Tertio Novembris ex parallelo loco horizonti viderunt non amplius quam summum Solis marginem.

Secundo Novembris viderunt Solem non totum. Esto, ut viderint dimidium, quod pono [korr. aus dono] propter calculum. Erat Sol Venetiis in 9^0 57′ ♏. Differentia meridianorum [K.] in Hondio gr. 64^0, horae $4\frac{1}{4}$, locus ergo Solis 9^0 47′ ♏. Declinatio 14^0 49′ [korr. aus 46] mer.: Hinc veniret altitudo poli 75^0 11′ [korr. aus 14]. At est 76^0. Differentia 49′ [korr. aus 46]. Vides Solem jam nocte ingruente tot minutis fuisse altiorem justo parallaxi physica. Nam disparet Sol astronomice sub alt. P. 76^0, dum existit in 7^0 24′ ♏, sc. die 30. 31. Oct.: Nox ingruens incepit crassum facere aërem. Vicissim astronomice debebat oriri Sol in 22^{0}36′ ♒ die 11. 12. Feb.: At factum hoc die 25. 26. Janu.: Differentia dies 17. Differentia falsae altitudinis [a Sole] a vera [1d.] gr. 4^0 55′ [korr. aus 5^0 55′]. *Sane et par est, post tam longam noctem crassiorem esse aërem, quam ingruente illâ.*

1658 „Josephi Scalae Ephemerides.“ N. H.

Quod si sub majori altitudine poli fuerunt quam 76°, quantum augetur altitudo poli, tantum augetur et haec physica parallaxis. Exempli gratia, fuerit A. P. 76°30′. Sol ergo justo altior apparuit initio noctis 1° 19′, fine 5° 25′. Debuisset enim occidere Sol in 5° 54′ ♏, oriri in 24° 6′ ♒. Hoc modo fiunt mihi verisimiliores Batavi. Nam ut fatear, *hoc quidem me nonnihil turbat*, *quod in principio totalis noctis, cum jam nox artificialis* [K.] *est 24 horarum, parallaxis haec non major* [sit] *fuit quam 49′*, quae tamen in his regionibus interdum est 2° gradus. Soleo tamen hoc me ipsum confirmare, quod cum penes nos tanta est parallaxis, aër eximie humidus esse debet, in quo humiditatis gradu si est aër Zemblensis, jam plane neque Sol neque stellae apparent. Ex quo colligitur, cum in Zembla Sol conspici potest, in caeteris regionibus id esse serenitatem purissimam. Quare haec physica Zemblensium parallaxis est omnium minima, at illa nostra omnium maxima.

f. 206. p. 380. In ea Veerii annotatione occurrunt etiam alii vitiosi numeri. Nam die 24. Januarii, in cujus meridie Sol Venetiis est in 4° 7′ ♒, et proinde in meridie Zemblae in 3° 55′ ♒, author ponit 5° 25′ ♒. Si scripsisset 5° 35′ ♒, credidissem transpositionem numerorum 5.35, 3.55. Sed ne hoc quidem facit aliquid ad rei summam.

Eodem loco gradum antiscium gradui 11° 48′ ♏ (vel potius 10° 48′ ♏) facit 16° 27′ ♒, qui tamen esse debet 19° 12′. Facile potuit everti character 9, et fieri 6. Nam nulla sat [certa] firma quidem conjectura est, errare hic nautas, cum non tentent mare sine Apiano comite. Nisi forte astrolabo [sic] sint hic usi [korr. aus usu], quod citra errorem in minimis fieri nequit.

Ibidem notatur *meridianus compassi* crassâ Minervâ, quam differentiam si conjiciamus in gradus, prodibunt *23°* circiter. Itaque quod alibi, nempe supra ad *21. Julii anni 96.*, annotant declinationem magnetis (ut ex Belgico idiomate transtulit [K.] Hulsius) supra *26* gradus, *et ad 5. Augusti fere 27* (ut ego lego) gradus integros, confirmatur hic. Atque indidem cernitur, non novum esse in his exemplaribus, errari in characteribus numerorum. Tum etiam hinc refutatur Hulsii conjectura pro 26 legentis 16; imo vero infra pro 17 legendum est 27. Contra hic in indicatione meridiani compassici, quae tamen non admodum est exquisita, ad 23° pervenimus [korr. aus perveniamus]. Nam si non plures deprehendissent gradus quam 16° et 17°, non fecissent differentiam compassi majorem uno rhombo; at faciunt 2 rhombos differentiam. *Nam 16 vel 17 gr. faciunt* $1\frac{1}{2}$ *rhombos* [quae medietas et digna erat animadversione et facilis]; at 26° vel 27°

sunt $2\frac{2}{5}$, fractio minor medietate fuit ab illis neglecta in hac indicatione. Et supra quidem, ad 3. Julii anni 94., produnt differentiam $2\frac{2}{3}$, summa graduum 31° circiter. Posteriores vero observationes et in continenti habitae debent prioribus derogare.

p. 381. Denique ibidem, si Hondium sequor, erraruntin observatione conjunctionis Lunae cum Jove circiter horam, quod in nautis et eorum instrumentis non debemus mirari.

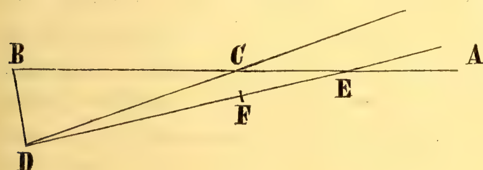
Quae supra dixi de parallaxi physica, confirmantur ad 19. Febr. Proditur altitudo Solis maxima graduum 3. Ex quo facile apparet, aërem densatum antea diuturnitate noctis jam appropinquante Sole quasi liquatum, extenuatum et rarefactum fuisse, ut non amplius tantam efficere potuerit parallaxin quam antea. Nam *crescere debuisset Solis altitudo a 24. Januarii ad 19. Februarii per gradus circiter octo. Crevit autem ad aspectum tantum per gradus 3°.* Erat Sol in 0° 13′ ♓. Decl. 11° 24′. Summa 14° 24′. Debebant esse tantum 14°. Adhuc ergo justo altior est Sol per 24′. At die 24. Jan. per 5° fere gradus altior justo fuerat. Adhuc ergo durat parallaxis physica, sed minuitur vehementer. Disputant Batavi hic subtiliter de dimidio Solis corpore addendo ad salvandam hanc differentiam. Quasi vero instrumenta nautarum tantae sint subtilitatis, aut quasi ea esset ratio radii Solaris, ut citra cognitionem optices discerni possit [K.] inter ejus supremam et inferiorem partem.

Illud ultimo non praeteribo, ut omnes meas annotationes describam, ad 23. Augusti fluctuare authoris fidem. Nam anno 96. verno tempore emi Stuccardiae Mercatoris mappam Septentrionis, in qua reperi nomen promontorio positum *(C o n f o r t)* [sic]. Quomodo igitur anno 97. mense Augusto demum id nomen obtinuit? Quamvis in latino exemplari id non reperiam. Miror sane et hic et alibi discrepantiam exemplaris germanici a latino.

— 2. *De magnetis declinatione.* — Transeo ad cognatam quaestionem de magnetis declinatione. Utcumque Belgae crassâ Minervâ observaverint eam, in ea me tamen opinione confirmant, non majorem esse inter polos arcum quam $6\frac{1}{2}$, idque contra Mercatorem. Confirmant et speculationem meam, quam quotidie magis magisque amplector, vim magnetis esse ex eo rerum genere, **f. 207. p. 382.** ex quo est et gravitas partium terrenarum, sic ut sit huic illa subordinata. Gravitas tuetur corpus, vis magnetica tuetur figuram et dispositionem ejus. Magnes est pars terrae perfecta, retinens proprietatem originaliter partibus terrae tributam. *Punctum, quorsum spectat magnes, fuit*

1746 „*Confort*“ ist zweimal roth unterstrichen.

in principio mundi polus Terrae. Ex eo tempore transivit polus Terrae a situ primaevo per $6\frac{1}{2}$ *gradus a freto Anian versus Azores in linea* [K.] *circuli maximi. Confirmat hoc Antonius Maria, qui dicit, inde a Ptolemaeo ad nos usque polum nobis appropinquasse per 1°10′*, quod deprehendit constanter in plurimis locis Italiae et in Gadibus. *Adde et Obeliscum Plinii.* Si dixisset Maria [K.], discedere a nobis polum [K.] per tantum spacium, contrarium dixisset meae ex magnete captae conjecturae; sed quia dicit, accedere polum Italiae, mecum est. Nam ductus maximus ad rectos meridiano Azorum retinet Italiam in medietate Azorum. *Convenit et quantitas. Nam si 1072 anni faciunt gradum; ergo 5600 anni faciunt gradus* $5\frac{1}{5}^{\circ}$ *circiter.* Ego vero dico, gradus $6\frac{1}{2}$ interesse inter polos. Ratio patebit ex schemate. Esto AB meridianus Azorum, CD meridianus Italiae, C polus hodiernus, DE meridianus Italiae originalis et magneticus. E polus originalis sive magnetis. [Aufeeratur. Fiat] Fiat CB aequalis alteri CD, ut B et D sint loca ejusdem hodie altitudinis. Et connectantur B, D. Cum ergo in triangulo BCD aequicruro sint aequales anguli CBD, CDB; major est igitur angulus EDB, quam EBD. Majus itaque latus BE, majori angulo subtensum, quam ED. Et sic in locis duobus, quorum alter est in meridiano Azorum, alter in meridiano Italiae, datur aequalis quidem hodierni [K.] poli distantia, inaequalis vero et minor distantia poli antiqui ab Italia quam ab Azoribus. Demantur aequalia BC et DC, sive DF ab inaequalibus BC, DE; restabunt inaequalia: CE, differentia polorum sub meridiano Azorum, major quam EF, differentia polorum in Italia. Maria exprimit EF, ex computatione ad annos 5600, graduum $5\frac{1}{5}$; ego exprimo CE, ex magnetis declinatione, graduum $6\frac{1}{2}$. Sic qualitas **p. 383.** horum arcuum proba est et consentiens, major scilicet, qui debet esse major. De quantitate vero praecisa non litigo, cum hic nec Maria nec ego certi omnino simus.



— *3. De harmonia mundi.* — Addo nunc et aliud non minus jucundum θεώρημα, quod interea, dum nuncius it, redit, inveni: idque ideo, ut testem habeam meorum laborum et promotorem, si forte vitâ decedam ante tempus, quod quidem his praesertim morbis epidemicis et ancipitibus nemo non proponere sibi debet. Id tale est.

Ne quid de Pythagorae philosophiâ decederet Copernico, animum adjeci et ad harmoniam mundi. Eam talem inveni, ut, si daretur aër

in caelo, certissime sit futurus [K.] concentus. Nam motus planetarum causâ vigoris sui habent eam proportionem, quam debent habere vel fides, vel res [K.] quaecunque concentum facientes. Concentus enim in voces sequitur non propter naturam aëris, non propter naturam vocis aut motus, sed propter id, quod est in motu et in multis rebus commune, nempe propter **λόγους** perfectos numerorum, qui oriuntur a **σωματοποιήσει** mathematica. Nam qui **λόγος** est inter figuras, angulos, lineas etc. in corpus aliquod congruentes, idem est etiam [K.] perfectissimus et pulcherrimus. Ita ne voces quidem Deus sine **γεωμετρίᾳ** in mundum introduxit. Quaecunque res ergo, quocunque nomine participat **λόγοις** perfectis, eo ipso perfectionem et pulchritudinem aliquam sui generis nanciscitur, seu sensilis illa sit, seu intellectualis. *Est igitur,* ut dixi, *inter celeritatem sex orbium (dum consideratur motus in aequali spacio, causâ inaequalis temporis) concentus quidam* [K.] *intellectualis*: quo non minori delectatione fruuntur creaturae mere rationales, et ex parte Deus ipse, quam homo auribus haurit concentus musicos. *Illae vero Pythagoraeorum* **προφάσεις** *de obtuso auditu hominis non videntur ab Aristotele sincere referri.* In numeris causa celeritatis sic sunt [K.] ad invicem planetae: ♄ 3, ♃ 4, ♂ 8, ♁ 10, ♀ 12, ☿ 16, qui numeri in musica talem faciunt concentum:



Oportet autem intelligere, numeros hos exprimere celeritatem fidium, quae conciliatur illis per commodam aptationem longitudinis, si sint aequaliter tensae. Illa longitudo his exprimetur numeris:

	☿ 3	♀ 4	♁ $4\frac{4}{5}$	♂ 6	♃ 12	♄ 16
vel:	15	20	24	30	60	80.

f. 208. p. 384. Hac speculatione corrigitur partim, partim perficitur caput 20. mei libelli. Non enim (quod ibi dubie affirmaveram(praecisissime sic se habet vigor et celeritas motus ad celeritatem alterius ut ambitus ad ambitum, distantia ad distantiam; sed sunt huic rei sua peculiaria principia, quae modo explicavi. Nam inter ♄ et ♃ est harmonia **διὰ τεσσάρων** vel proportio **ἐπίτριτος**, quia — mediocris harmonia mediocri distantiae orbium competit, et quia — gignitur illa proportio a cubi angulo solido. Sic enim sunt tres plani in solido cubi ad circulum totum ut 3 ad 4. Inter ♄ et ♃ autem est cubus, ut demonstravi in meo libello. At inter ♀ ☿ est corpus aeque altum, sc. octaedron. Est igitur et inter horum planetarum motus eadem proportio **ἐπίτριτος** et harmonia **διὰ τεσσάρων**, etsi alias proportio quatuor planorum in angulo solido octaedri ad circulum [2d.] constituat aliam proportionem, sc. **ἡμιόλιον.** Non erat

enim magis ad cognationem corporum cum λόγοις respiciendum, quam ad aptitudinem λόγων ad intervalla orbium et ad id, ut omnium orbium esset imperturbatus concentus.

Sic inter ♃ ♂ est διὰ πασῶν, proportio διπλῆ. Nam oritur haec ex tetraedri (quidem inter ♃ ♂) tribus in solido planis angulis, qui praecise implent semicirculum. Et alias intervallo maximo competebat λόγος perfectorum maximus. Non est autem major quam 2 ad 1. Nam 3 ad 1 refertur ad 3 ad 2 etc. Sic inter ♂ ♁ est logos [sic], qui oritur [K.] ex quinquangulo in dodecaedro, quod corpus inter ♂ ♁ interest. Et decebat, ubi minima est distantia orbium [Id.], minimam esse proportionem. Minor autem distantia orbium non est, quam inter ♂ ♁ et inter ♁ ♀. Quare hic sunt aptatae duae minimae proportiones 4 ad 5, et 6 ad 5 inter ♁ ♀, ut omnia concinerent. Nam si bis immediate adhiberetur [$\frac{5}{4}$] $\frac{4}{5}$, ex geminatione existeret dissonantia ♂ a ♀. Harmonia enim διὰ πέντε dividitur in διὰ τριῶν duram et διὰ τριῶν mollem; non in duas duras vel molles. *Hae sunt igitur a priori rationes. A posteriori sic [illas] probo hoc theorema,* quia hac ratione eliciuntur numeri proximi Copernicanis, longe nempe propiores, quam cap. 20. libelli mei ex falso supposito. **p. 385.** Periculum quilibet facere potest in hunc modum. Mercurius in virtute, quae notatur numero 4, conficit iter suum 88 diebus. Venus in virtute, quae notatur numero 3, conficit iter suum, quod notetur numero 1000, diebus 224⅔, haec enim sunt periodica tempora nota omnibus; quaeritur, quantum sit iter ☿ in partibus, qualium iter ♀ est 1000.

Regula quinque. — Nota, hic assumo: ut iter ad iter, ut ambitus ad ambitum, sic diameter ad diametrum. —

3	224⅔	1000	4	88	3520	
	3			4	674	
	674			352	3370	5
					150 0	
Facit: 522, media Mercurii distantia.					134 8	2
In Copernico media [K.] Mercurii distantia est					15 2 0	
500; capite 20. libelli mei prodierat 563.					13 4 8	2
5	♁ 365¼	1000	6	♀ 224⅔	134800 0	
	5			6	1826¼	
	1826¼			1348	12783¾	7
					6962 5	
					5478 ¾	3
Facit ♀ 738; in Cop. 719; in libell. 763.					1483 0 0	8

1864 ssq. Ich habe diese Rechnungen so hergesetzt, wie Kepler sie schrieb.

Caeteros brevitatis causa praetereo. Habeo jam per haec inventa medias distantias, habeo et intervalla vacua. Habeo igitur et crassitudines orbium, sed sic tamquam avem sub everso modio. *Jam expecto solum Tychonem,* qui mihi dicat qualitates et dispositiones circulorum in ipsis orbibus, et varietatem motuum particularium. Hinc spero me olim, Deo vitam dante, egregia extructurum.

— *4. De directione clavichordii demonstrabili.* — Illud etiam, quod huic loco cognatum est, didicissem vel quaesivissem ex Orlando, si viveret, rectene tendatur clavichordium in hunc modum-

Primum certissimae sunt hae voces, ut $\frac{1}{2}$ de G edat vocem g, et $\frac{2}{3}$ de G vocem d, et $\frac{3}{4}$ de G vocem c, et $\frac{4}{5}$ de G vocem b$\sharp$, et $\frac{5}{6}$ de G vocem b, — et $\frac{5}{8}$ de G vocem [D$\sharp$] d$\sharp$, [et $\frac{3}{5}$ d] et $\frac{3}{5}$ de G vocem [E] e. — In his vocibus certae sunt demonstrationes. Jam vero in caeteris: G$\sharp$, a, c$\sharp$, f, f$\sharp$, est varietas, et consulendae aures artificum. Mihi sic videtur: $\frac{2}{3}$ de d dare vocem a, $\frac{4}{5}$ de d vocem **f. 209. p. 386.** f$\sharp$, sic $\frac{3}{4}$ de c vocem f, et denique $\frac{5}{6}$ de b vocem c$\sharp$, ut sit inter b, c$\sharp$ tertia mollis: quo dato existet aliqua differentia inter transpositas cantiones ex f in c, item ex [K.] d in g, ex e in a [4d], et exercitatus organista posset solo aurium judicio de clavi judicare, vel nunquam aliâs audito illo Organo. Videor olim Stuccardiae aliquid hujusmodi inaudiisse de duodecim Italorum tonis et de geminatione quarundam atrarum clavium.

— *5. De causis harmoniarum musicalium.* — Et quia te attigit tamen disputatio mea *de aspectibus,* addam etiam hic aliqua. Verti me instar Prothei in mille formas, *primum, ut hunc ipsum numerum septenarium harmoniarum musicalium ex geometria demonstrarem; deinde, ut vel in tui gratiam causam aspectuum a causa harmoniarum sejungerem,* manerentque astronomiae non plures aspectus, quam sunt usitati. Utrumque teneo, sed sic ut lupum auribus, aut, quod supra dixi, ut avem sub modio. De primo prius.

Dixi supra, quod verum est, concentum nihil aliud esse, quam certum λόγον motus ad motum, unde voces efficiuntur. Porro λόγων in mathesi infinities infiniti sunt, λόγων *musicalium aures indicant non plures septem:* $\frac{1.1}{2}$, $\frac{1.2}{3}$, $\frac{1.3}{4}$, $\frac{1.4}{5}$, $\frac{1.5}{6}$, $\frac{2.3}{5}$, $\frac{3.5}{8}$. *Quomodo demonstrabimus, hos prae caeteris eximium quid in geometria habere?* Nam ex arithmetica hic nihil desumi potest, cum quicquid aptitudinis est in numeris, id ex geometria et rebus numeratis fluat. Causam igitur oportet exaequari effectui, et pro finito λόγων numero assumere finitum genus quantitatum.

1909) „Numerus 7 harmoniarum musicalium.“ N. H.

In lineis nulla finitio est. Inter superficies infinitam quandam finitatem constituit circulus et regularitas inscriptilium [sic] circulo. Quare si quaelibet ex regularibus figuris faceret **λόγον** musicum, infiniti **λόγοι** essent. Si addam hanc conditionem, ut latera sint demonstrabilia, demonstrari potest **p. 387.** et quindecangulum et trigintangulum etc. Sin dicam, illas tantum figuras eligendas, quarum latera primo et per se demonstrentur, ut △, □, ⬡, tum decangulum quinquangulo praeferetur, quia prius habetur in demonstratione, quinquangulum vero per hoc. Aut si praecisius urgeam hoc, ut sit inter quadrata lateris et diametri circularis **λόγος ῥητός**, jam non tantum decangulum, sed etiam quinquangulum rejecero, utpote cuius **ἄρρητος** est **λόγος** lateris quadrati ad quadratum diametri. Musica vero proportionem $\frac{4}{5}$ amplectitur. Quamvis hoc quidem verum est, hanc esse finitionem earum figurarum, ex quarum **λόγοις** oriuntur perfectae harmoniae, si inter hos censeatur etiam tertia mollis.

Nam **λόγοι** perfecti sunt inter circulum totum et arcum latere talis figurae subtensum. *Ut circulus figura est perfectissima, pro* [1d] *cujus latere* [korr. aus latus] *haberi potest diameter*, quae subtendit semicirculum, hic ad totum est ut 1 ad 2. Hic ergo logos [sic] omnium simplicissimus, et quodammodo identicus. Nam quadratum diametri aequatur quadrato diametri (ut non sine causa sim **ταυτολόγος**). Quare huic est harmonia **διὰ πασῶν** quodammodo identica, ut, sicut diameter est linea, non figura rectilinea, sic in **διὰ πασῶν** sit quaedam tenuitas consonantiae non admodum gratae auribus.

Quadratum lateris sexangularis est quarta pars de quadrato diametri, subtendit vero hoc latus $\frac{1}{6}$ vel $\frac{5}{6}$ circuli; hic [K.] igitur perfectus est **λόγος**, sed quia minimus, tenuem etiam facit consonantiam, tertiam mollem.

Quadratum lateris triangularis est ad quadratum diametri ut 3 ad 4, [**λογιτὸν** sc. et] **ῥητὸν** scilicet, et subtendit $\frac{1}{3}$ vel $\frac{2}{3}$ circuli; hic ergo **λόγος** perfectus perfectam gignit harmoniam, **διὰ πέντε**.

Quadratum denique lateris quadrangularis est dimidium de quadrato diametri, et subtendit $\frac{3}{4}$ vel $\frac{1}{4}$ circuli; hic ergo **λόγος** perfectus perfectam gignit harmoniam, **διὰ τεσσάρων**.

Cum ergo in hoc quantitatum genere reperiantur causae perfectarum [quantitatum] harmoniarum: vehementer laboravi, ut etiam reliquarum trium imperfectarum harmoniarum causas ex cognato aliquo quantitatum ge- **f. 210. p. 388.** nere — invenirem. — Et successit

---

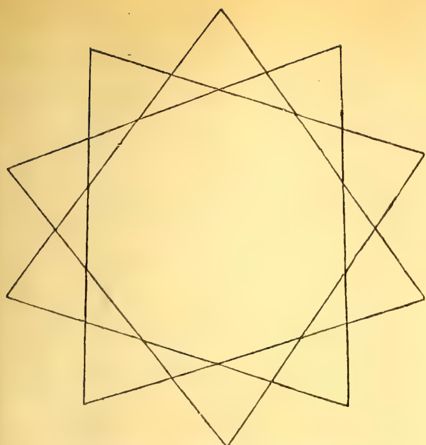
1933 „**1. διὰ πασῶν.**“ N. H.

quidem in duabus proportionibus: $\frac{1.4}{5}$, $\frac{2.3}{5}$. Nam etsi quadratum lateris in quinquangulo regulari aut in pede bufonis ☆ non est pars *ῥητή* de quadrato diametri; tamen juncta haec duo [korr. aus junctae hae duae] [potentiae] quadrata sic se habent ad quadratum diametri, ut 5 ad 4. Quare cum latus quinquanguli subtendat $\frac{1}{5}$ vel $\frac{4}{5}$ circuli, latus vero bufonium $\frac{2}{5}$ vel $\frac{3}{5}$: ideo hae proportiones secundo loco pro imperfectis admittuntur, ex quibus etiam gignuntur harmoniae imperfectae *διὰ τριῶν* et *δι' ἕξ* durae. At in ultimo *λόγῳ* musico $\frac{3.5}{8}$ destituit me haec ratio. Nam quadratum lateris in hac figura ✵ neque per se, neque cum ullo alio, quod ego quidem sciam, ita se habet ad quadratum diametri, ut numerus ad numerum. Hic velim mihi subveniri ab excellente aliquo geometra, qui indicet, quae in re *λογικωτέρη* sit haec circuli subtensa, quam quaevis alia in figuris regularibus. Nam adhuc quidem in his versor angustiis, ut sit contra sensum aurium aut haec ultima harmonia *δι' ἕξ* mollis [3d.] ex musica ejicienda, aut aequali jure plurimae aliae admittendae.

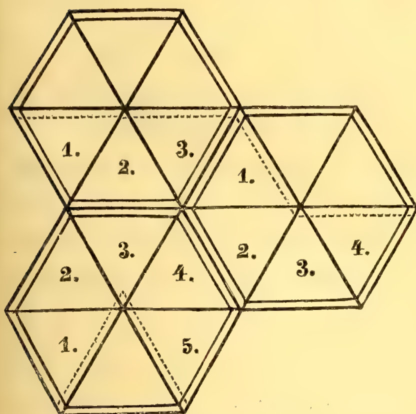
Proposui mihi plerosque omnes [sic] meos in hac contentione conatus perscribere, quia videor aliqua geometriae mysteria scitu non injucunda tangere.

Cum igitur hâc non plene succederet, deserui hunc *ὅρον τῶν λογοποιητικῶν σχημάτων*, quamvis valde verisimilem, et alium constitui in hunc modum, ut omnia ex ordine plana regularia faciant *λόγους ἁρμονικούς*, usquedum tres trium similium anguli superent quatuor rectos: quamvis non satis appareat, cur hoc potissimum spectet natura in constituendis *λόγοις*. Hoc modo remanerent nobis: diameter, △, □, ⬠, ⬡; et sic sexangula figura terminus est, quia ejus tres anguli aequant 4 rectos. Admittentur autem etiam ☆, ✵, et sic omnes proportiones. Et rursum in causa eadem appareret quorundam praerogativa, quae in effectu. Nam sex anguli trianguli, quatuor quadrati, tres sexanguli, et duo semicirculi aequant quatuor rectos. Verum duo et hic **p. 389.** desiderantur. Primum admitterentur ✩, # inter perfectos, nam decem anguli ✩ et octo # aequant etiam 4 rectos. Deinde quo jure admittuntur hae duae figurae, admittentur etiam plurimae aliae, ut ductus per $\frac{2}{7}$ vel $\frac{3}{7}$ circuli, donec redeatur ad idem initium; sic ductus per $\frac{3}{10}$ circuli, per $\frac{5}{12}$ circuli. Quod si quis limitet haec, ideo admitti $\frac{2}{5}$, quia habeat cognationem cum $\frac{1}{5}$, ideo $\frac{3}{8}$, quia cognata sit cum $\frac{1}{4}$: is excludet quidem eas delineationes in circulo, quarum nomen est numerus primus, ut $\frac{2.3.4.5}{7}$, at

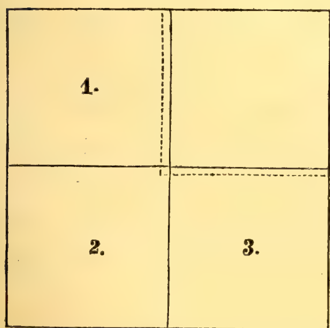
1975 „*ὅρον*“, wahrscheinlich; bei dieser und einigen folgenden Seiten ist so nahe an den Rand geschrieben, dass die Schrift stellenweise abgewetzt ist.



$\frac{3}{10}$ = intersectus decagonus.



Forma trianguli vel sexanguli locum implentis.



Forma quadranguli locum implentis.

relinquet $\frac{3}{10}$, quae [K.] habet cognationem cum $\frac{1}{5}$, et sic alias.

Tertio itaque variavi *ὅρον λογοποιητικῶν* sic, ut illae — regulares — figurae sint *λογοποιητικαί*, quae congruunt ad implendum locum, ad sternenda pavimenta, coaptandas fenestras etc. Ratio enim perpulchra est, quo laterum numero figurae in locum congruant, *ἁρμόττωσιν*, eodem numero congruere et *ἁρμόττειν* quidlibet in suo genere. Hic rursum praerogativam habent harmoniae perfectae. Triangula enim et quadrangula et sexangula et circulus solus [3d.] simplicissime hoc faciunt, et in infinitum. At caeterae figurae non faciunt hoc, nisi juventur aut mutuo, aut a perfectis et alienis. Ut quinquangula et pes bufonis coeunt quidem, sed statim admiscendum est quinquangulum majus, ut vides in adjecta scheda, literâ A. Et tamen structura est *ἀμήχανος*, nisi admisceas decangulum, ut vides litera B in forma artificiosi propugnaculi. Verum ne sic quidem datur progressus in infinitum, nisi, ut vides versa facie, admisceantur suis locis [2d.] bina invicem commissa decangula, quae sic delineavi, ut, si qua forte gratia inest huic formae, struendo pavimento aut magis fenestris usui esse possit.

2024 „Versa facie", im Original auf der Rückseite des Blattes, hier mit C bezeichnet.

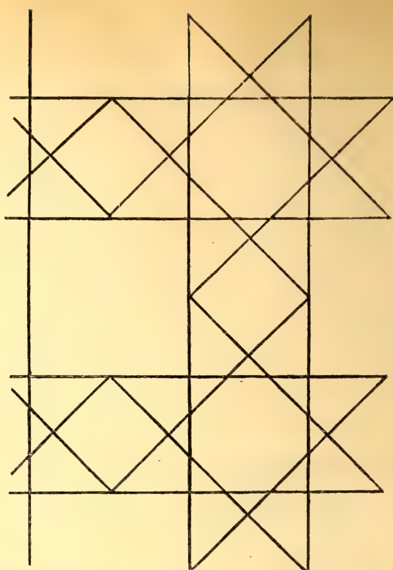


Figura intersectae octogonalis cum 2 quadratis implentis locum.

Sic intersecta octogonalis cum immistis quadratis duorum generum etiam implet locum. Ubi licet animadvertere analogiam rationis demonstrandi figurarum latera, cum ratione implendi locum. Nam pentagonus simplex et intersectus mediante decagono et diametro demonstrantur, et sic quoque se mutuo juvant hae tres figurae in implendo locum. Sic octogonus intersectus demon- **f. 211. p. 390.** stratur mediante latere quadrati et diametro, potest enim hoc latus, — quadratum lateris tetragonici, quartam partem quadrati diametri, et rectangulum ex residuo diametri supra quadratum, et dimidio lateris quadrati. [sic] — Quare etiam in impletione loci quadrangulam figuram, non aliam in auxilium adsciscit.

Huic modo rursum hoc deest, quod eâdem lege admittendus [K.] est et intersectus decagonus, sive $\frac{3}{10}$, qui et ipse cum adjumento aliorum locum implere consuevit, ut patet exploranti.

Quartus [K.] conatus itaque is fuit, ut sumerentur solae illae figurae, quae construunt corpora. Ratio rursum pulchra est: quo numero laterum figurae planae congruant ad solidas, eodem congruere res quascumque in suo genere. Hoc modo △, □, ⬠ admittuntur simpliciter. At ⛤ duodecim faciunt ipsa quoque corpus mirabile, auctum duodecim pyramidibus quinquelinearibus, [et] in [1d.] totidem dodecaedri latere [korr. aus lateribus] impositis [sic; korr. aus impositi].

Sex vero intersecti octanguli et ipsi coeunt, sed imperfecte, faciunt enim auritum cubum, ut ita dicam, cujus angulis octo vigintiquatuor anguli semisolidi et hiantes (constant enim binis tantum planis) quasi quaedam auriculae sunt impositae. Haec quoque ratio, utcunque concinna, valde tamen est imperfecta. Nam exteritur sexangulum, quod non construit corpus; intromittitur, contra sensum aurium

---

2048 Hier steht eine lange, sehr verwickelte Correctur. Kepler scheint nicht geringe Schwierigkeit, wie er sich ausdrücken solle, gefunden zu haben.

in musica, intersectus decagonus, quorum 12 faciunt auritum dodecaedron, non minus quam modo intersectus octogonus auritum cubum fecerat.

Hic autem conatus, quia bona ratione nititur, permovit me, ut, quae illi objiciuntur, conarer salvare [sic]. Primum: sexangulum quidem non creare corpus, sed terminum tamen esse, ultra quem, quidquid est, a *σωματοποιήσει* excluditur. Pro eo enim, quod tres ejus anguli coire deberent in solidum, coeunt ad implendum planum. Quod intersecta attinet, eadem lege admitti octogonum, excludi decagonum, quia octogonus terminus sit eorum, quae claudunt angulum solidum. Sed mihi non satisfacit haec ultima **p. 391.** excusatio. Cogitavi itaque, si [1d.] quo pacto alia accederent attributa, quibus inter octogonum et decagonum rectius distingueretur. Ut si [secta illa] intersecti illi *σωματοποιητικοί* admitterentur ad *λογοποίησιν*, quorum anguli juncti non superent 4 rectos. Nam intersecti pentagoni sive pedis bufonis anguli quinque aequant 2 rectos. Intersecti octogoni anguli 8 aequant 4 rectos; hic ergo terminus. Nam intersecti decagoni anguli 10 faciunt 8 rectos. Intersecti dodecagoni vero anguli 12 etsi faciunt et ipsi 4 rectos, tamen carent altero attributo; nam dodecagonus non est *σωματοποιητικός*. *Hic comprehendi quidem numerum harmoniarum* musicalium, sed iis finitionibus, ad quas naturam sic divisim respexisse difficulter probavero. Nam quae causa est, cur natura in intersectis requirat summam angulorum minorem 4 rectis, eam vero in perfectis figuris negligat?

Proximus ergo et quintus conatus fuit explorandi, an orerentur *λόγοι*, a naturâ in musicâ et alibi probati, ex comparatione summae angulorum planorum in quolibet solido perfecto, ad summam 4 rectorum [4d.]. Haec omnium probabilissima ratio est, ut, quod est in stereometria solidum, id sit in musica concentus, quasi quoddam *σῶμα* musicum, cujus elementa sint voces simplices, ut illic plana. Hic quoque praerogativam habent harmoniae [K.] perfectae, ut quod de quatuor rectis relinquitur, sit aequale parti multipliciter assumptae. Respice ad folium retro, ad formas locum implentium. Nam isthic vides angulos planos, verbi gratia tres quadrangulares [punctis] numeris [1d.] notatos: et ecce unus illis aequalis, quem clausi punctis, relinquitur, cum fit angulus cubicus. Hic ergo est proportio $\frac{3\cdot 1}{4}$. In tetraedro tres trianguli assumuntur, tres relinquuntur, ut vides in sexangulo. Haec simpliciter perfecta est harmonia vel proportio [2d.], quia totum, quod assumitur, aequale est toti, quod relinquitur, et gignit *λόγον* $\frac{1}{2}$. Ubi longe melior est demonstratio quam in superioribus,

ubi diameter vel circulus inter figuras fuit **f. 212. p. 392.** assumendus, quia principium erat figurarum. In octaedro 4 trianguli assumuntur, 2 relinquuntur. Proportio igitur $\frac{2 \cdot 1}{3}$. Denique in icosaedro, ut vides in tertio sexangulo, quinque trianguli coeunt in solidum, restante uno; proportio est $\frac{5 \cdot 1}{6}$. Hae sunt perfectae harmoniae.

Pro imperfectis tribus restare nobis debebat dodaecedron. At hic vehementer laborat nostra ratio. Nam primum, ut vides in structo pavimento ex quinquangulis, tres coeuntes anguli quinquangulares [eff] ad solidum dodecaedri claudendum relinquunt aliquid dissimile assumptis, sc. $\frac{1}{3}$ assumptorum, et $\frac{1}{10}$ de 4 rectis. Quod dissimile quid relinquitur, recte [K.] quadraret imperfecto *λόγῳ* constituendo. Sed ipse logos [sic] non est bonus; est enim $\frac{9 \cdot 1}{10}$. Valde itaque mirabile foret, ex quatuor regularibus solidis oriri 4 rationes sive *λόγους* perfectos, ex quinto ne imperfectum quidem. Nam ex alteris quidem auctis et auritis corporibus sequuntur rationes etiam [1d.] perfectae: $\frac{1}{2}$, $\frac{1 \cdot 3}{4}$.

Et omnino nulla probabilis ratio afferri potest, cur natura *λόγον*, quem in regulari solido probavit, reprobet in rebus caeteris, siquidem contendamus, nos jam in verâ *λόγων* causâ versari. Imo manifestum est, cognationem esse huic corpori cum duabus imperfectis proportionibus, quae nomen habent: q u i n q u e. Sed et in eo laborat haec ratio, quod nullum vestigium apparet eruendi proportionem $\frac{3 \cdot 5}{8}$. Non, si in comparatione pro toto sumatur dimidium, ubi oritur quidem ratio cum nomine quinario, sed cum nomine octonario nihil elicitur.

Sextus itaque labor mihi fuit adire ipsa corpora et videre, quae sit ibi ratio angulorum ad plana, quamvis obscura est ratio, cur huc natura respiciat. Quare ex octaedro et cubo oreretur ratio $\frac{3}{4}$, ex dodecaedro et icosaedro ratio $\frac{3}{5}$, ex tetraedro ratio aequalitatis, habet enim 4 [latera] angulos [1d.], 4 plana. Sin admisceantur etiam latera, orientur [ex cubo, tetraedro, octaedro ratio insuper] insuper ex omnibus ratio [5d.] $\frac{2}{3}$, ex cubo et octaedro ratio $\frac{1}{2}$, ex dodecaedro et icosaedro ratio $\frac{2}{5}$. Atque sic iterum omnes *λόγοι* perfecti prodeunt. At ubi **p. 393.** manent $\frac{1 \cdot 4}{5}$, $\frac{3 \cdot 5}{8}$? Nam si admisceatur huic comparationi etiam numerus angulorum in uno plano, prodibunt quidem nobis et hi *λόγοι*, sed interim etiam alii rejecti, ut: $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{20}$ etc.

Cum hoc pacto viderer consumpsisse omnes geometriae thesauros (quamvis restant fortasse alii modi hanc rem inquirendi), animum adjeci ad ipsam musicam, si quo pacto fortasse quid *λόγοις* [1d.] illis agnosceretur intra ipsos musicae parietes. Itaque s e p t i m o consideranti rem ipsam apparuit, in musica omnia reduci ad *διὰ πασῶν*

sive ad *λόγον* $\frac{1}{2}$. Etenim *διὰ πέντε* et *διὰ* [*πασῶν*] *τεσσάρων* faciunt *διὰ πασῶν*, et vicissim. Ut si fides sonet G, ejus $\frac{2}{3}$ sonabit d, et hujus $\frac{2}{3}$ pars $\frac{3}{4}$ sonat g. Ita *διὰ τριῶν* dura et *δι' ἕξ* mollis, et permutatim *διὰ τριῶν* mollis et *δι' ἕξ* dura faciunt *διὰ πασῶν*. Itaque in demonstrandis his logis [sic] haec sunt spectanda: primum, ut pro primariis *λόγοις* causa quaeratur illis aequalis, deinde, ut illa causa cum *λόγῳ* $\frac{1}{2}$ comparetur pro eliciendis *λόγοις* [K.] secundariis.

Ratio igitur, cur in musica probetur logos [sic]: $\frac{1}{2}$, $\frac{1.2}{3}$, $\frac{1.3}{4}$, $\frac{1.4}{5}$, $\frac{1.5}{6}$, potest esse vel prima, vel secunda, vel tertia. Est enim proportio *ῥητή* quadratorum ad quadrata diametri, caeterarum figurarum simpliciter, quinquangulae cum aliâ cognatâ. Sunt hae figurae trinis angulis non supra 4 rectos, implent locum, caeterae rursum per se, quinquangulum cum aliis. Jam pro harmoniis secundariis sic agendum. Inter voces *διὰ πασῶν* est identitas quaedam; consonans ergo cum tota fide, consonat etiam cum dimidiâ. Haec transferantur in geometriam. Dividatur non tantum circulus totus, vel 4 recti dictis 5 modis, sed ipsae etiam [residuae] partes majores dividantur diametro, et fiat comparatio subparticularum ad totas partes majores. Ut: diameter circulum 2 dividit in 1, 1. Pars est 1. Hinc ablatus [K.] semicirculus; remanet nihil. Sic △ circulum 12 dividit in 8, 4. Pars est 8. [K.] Quam confer cum semicirculo 6, vides proportionem $\frac{3}{4}$. **f. 213. p. 394.** Sic □ dividit circulum 4 in 3, 1; vel 12 in 9, 3. Pars est 9, confer cum 6 semicirculo, fiet proportio $\frac{2}{3}$. Hae sunt ergo perfectae proportiones, quae se mutuo perducunt ad simplicissimum *λόγον* $\frac{1}{2}$. Sic ⬠ dividit circulum 10 in 8, 2. Pars est 8, confer cum 5 semicirculo, vides *λόγον* $\frac{5}{8}$, alium quam figuralem [Id.]. Sic ⬡ dividit circulum 6 in 5, 1. Partem 5 confer cum semicirculo 3, vides *λόγον* $\frac{3}{5}$, qui non reperitur inter illos, qui ex probatis figuris oriuntur. Sic ergo ex comparatione partis majoris cum totius dimidio oriuntur proportiones duae. Caeterum hoc non est demonstrare, sed indicare, quid sit demonstrandum. Id cupio mihi demonstrari, quare natura non illos tantum *λόγους* probet, quae oriuntur ex probatis figuris, sed etiam ipsas figuras cum perfectissimo *λόγῳ* $\frac{1}{2}$ comparet.

— 6. De causis aspectuum. — Adhuc itaque nuspiam ita consisto, ut immobilis esse videri possim. Veniamus ad secundum ex duobus propositis: an scilicet ratio aliqua possit iniri, qua pauciores in astronomia et in aspectibus *λόγοι* esse probentur, quam in musicâ.

Primum, quia aspectus computantur in circulo, non est verisimile aliud genus rerum mathematicarum considerandum, quam circulum ejusque divisionem rationalem: sive, ut idem aliis verbis dicam,

quia consistit vis operativa stellarum in certa ratione angulationis hîc in terra, demonstrandum est, quot [K.] modis 4 recti geometrice dividantur. Quo nomine ex superioribus ἐπιχειρήμασι sextum cadit, ut quod abit ab hac ratione dividendi circuli. [K.] Proximum vero et promptissimum est, ut dicamus, illas tantum circuli divisiones [K.] vim suam exserere per aspectus, quae supra non semel inter perfectas habitae sunt. Nam in primo modo tantum diameter, △, □, ✻ fuerunt simpliciter λογικὰ [K.] σχήματα perfecte demonstrabilia, tantum haec locum poterant implere seipsis in infinitum, tantum haec oriebantur ex comparatione summae planorum angulorum in solido ad 4 rectos, sic ut, quod ad 4 rectos erat residuum, simile esset as-
p. 395. sumptis. Sed huic argumentationi statim occurri potest in hunc modum. Perfectorum horum schematum sane magnum hoc esse privilegium, ut non nisi perfectum evadat, quicquid [K.] horum λόγων est capax in omni genere rerum. Propterea etiam in musica hinc existere perfectas harmonias: διὰ πασῶν, διὰ πέντε, διὰ τεσσάρων, διὰ τριῶν mollis, quae sane sit semiperfecta, cum etiam sexangulum uno nomine sit posterius caeteris, quia non facit corpus. Verum sicut in musica ex λόγοις imperfectis $\frac{1.2.3.4}{5}$, $\frac{3.5}{8}$ harmoniae gignuntur imperfectae, ita in astronomia ex iisdem debere etiam existere aspectus imperfectos, inter quos tamen et caeteros stellarum habitus ingens adhuc discrimen sit, ut in musicâ inter harmoniam quamvis imperfectam et nullam.

Quare secundo (omissâ mentione perfecti λόγου) videtur causa aspectuum fluere ex sola comparatione summae planorum ang: in solido ad totum circulum, vel summae assumptae ad residuum ex 4 rectis. Cujus ratio haec esset, ut, quia θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ, ideo natura ipsa, quoties duae stellae puncta circuli ad σωματοποίησιν idonea tetigissent, exultaret quodammodo, et vim suam operativam suscitaret. Huic rationi, ut supra quoque vidimus, hoc deest, quod planetae distantes gradibus [K.] 36 deberent operari, quod neque dicunt astrologi [K.], neque probat ἀναλογία cum musicâ. Sed, inquis, addatur conditio, ut residuum sit simile assumpto. Nam dum ter [32, 148] 108 [id.] sumuntur, tres nempe anguli trium pentagonorum, non restat jam 108, sed 36 dissimile. Respondeo, probandum esse bonis rationibus illam conditionis assumptionem, quare ad illam natura respiciat. Quod quia fieri nequit, ideo vacillat et haec ratio. Sane et hoc illi deest, quod longe magis proprium est anguli — plani —, implere locum (quomodo supra illum consideravimus), quam

2220 „[32, 148]“, wahrscheinlich; ist schwer zu erkennen.

claudere corpus. Nam in negocio aspectuum considerantur anguli, non inclinati ad se mutuo, sed in eodem plano existentes.

Tertio itaque, ut prius, ita nunc quoque confugia- **f. 214. p. 396.** mus ad rationem diametri. In musica loco septimo probavimus, esse quosdam λόγους primarios: $\frac{1}{2}$, $\frac{1.2}{3}$, $\frac{1.3}{4}$, $\frac{1.4}{5}$, $\frac{1.5}{6}$, quosdam secundarios: $\frac{2.3}{5}$, $\frac{3.5}{8}$: qui oriantur ex [comparatione] subdivisione partis circuli λογικῆς in semicirculum et residuum. In astronomia hoc fieri nequit. Nam in musica consideratur linea recta, verbi gratia BC. De hac si sumam $\frac{2}{3}$, id fit geometrice ex ratione △. Jam vero quia DC adhuc est linea, potest et ipsa rationem totius subire, et pati subdivisionem in A, ut AC sit $\frac{3}{4}$ de DC, et non minus consonet cum parte DC, atque EC consonet cum tota BC. In astronomia considerantur 4 recti sive circulus, qui si dividatur, partes non possunt sortiri appellationem totius, ut in linea, quare non habet ibi locum subdivisio partis, quasi totius alicujus. Hoc modo excluderentur perpulchre λόγοι [K.] secundarii. Sed manet adhuc astronomiae λόγος $\frac{1.4}{5}$ inter primarios: et sumus nihilominus auctiores quintili. Adde, quod non tantum pars fidis divisa, exempli gratia FC, cum AC facit proportionem hanc $\frac{5}{8}$, nec tantum (in superiori linea) pars fidis GC cum AC sonat $\frac{3}{5}$, sed ipsa etiam tota BC cum HC facit et sonat $\frac{5}{8}$, cum KC [K.] $\frac{3}{5}$. Quod ergo est in tota fide, per hanc rationem non removetur a toto circulo.

De hoc itaque secundo membro propositionis meae sic concludo, ut adhuc ei inhaeream sententiae, quae tres novos aspectus loco secundo in astrologiam introducit, ut perfecta sit analogia musices et astronomiae. Quam analogiam necessario spectandam hoc medio demonstro, quia omnium rerum origines ex geometria petitae sunt, et quas natura rationes probat in creatione unius generis rerum, easdem adhibet in omnibus omnino rebus, quae earum sunt capaces. Propterea in musica, in motibus planetarum, in operatione planetarum, in dimensione n . . . rum musicalium causâ temporis, in hominum saltationibus, in ratione carminum. Nam etsi sunt haec hominum inventa, tamen homo imago conditoris est.

2259 „n . . . rum“. Mit „rum“ beginnt eine neue Zeile. n ist deutlich, die andern Buchstaben sind abgewetzt. Wahrscheinlich „notarum“.

2260 sq. Am Rande steht: „Dupla et tripla“, darunter: „Dupla—“, von Keplers Hand; was dieses bedeutet und wozu es gehört, ist mir unbekannt.

p. 397. De allio hactenus. Nunc de caepis respondere tandem debebam, cum obmutesco. — 7. De horoscopo Augusti. — Primum, ad horoscopum Augusti addere nihil possum. Hactenus enim in id negocium animum nunquam intendi. Tum autem et, quae scripsi, pene mihi exciderunt, nec, quae quibus cohaereant, sed neque, quid potissimum petas, video.

— 8. De Tychonis calculo. — Quod Tychonis calculum attinet, ita me implet spe optima tanti [K.] viri fiducia, ut pene ab omni cogitatione quiescam astronomicâ, quoad opera sua is edat. Quid enim laborabimus in particula, si non nisi ex toto corpore rectissimum desumi potest judicium. *Epistolas ejus commendavi bibliopolae* nostro, sed nihil ad nos librorum his interdictis et hac de libris [id.] haereticis inquisitione affertur. *Atque etiam metuo, ut in suis observationibus ille ipse* [id.] *propter physicas parallaxes, quae sunt in Balthico magnae, quid desideret.* Quod itaque quasdam ejus observationes mecum communicas, quod **παρασκευήν**, qua geometricam, qua arithmeticam, mihi monstras introspiciendi in ejus hypotheses, eoque me cogitandi labore sublevas, gratus accipio. Judicium vero aliud, *non viso libello epistolarum,* addere nequeo, nisi ut, quae in prognostico hujus anni scripsi, cum illis conferam. Assumis ex illa mea ad prognosticum appendice, circa principia cardinalium signorum mediocritates et excessus maximos [diff] motus Lunae veri supra Copernicanos a me reponi. Etsi vero meminisse videor, me tibi rationes meas edisserere, tamen, quia id incertum est, repetam. *Quia Solis apogaeum est in Cancro, sive paulo post ejus principium*, ideo sufficere in germanica et populari lingua sum arbitratus, sententiam meam explicare vocibus aestatis et hyemis. *Conjectura vero mea non respicit ipsa principia cardinalium propter se, sed vere propter vicinum apogaeum etc. Et gemina fuit mea speculatio, ut aut prosthaphaeresis Solis augeretur, quod scribis facere Tychonem* (de eo igitur judicium, quod petis, vides me jam pridem tulisse), *aut inaequalis fieret motus Lunae, et tardior hyeme,* propterea, quia tum Terra in perigaeo prope fontem virtutis moventis Lunae caelum secum devehat, cujus **f. 215. p. 398.** cum sit diversum motus principium a Sole, accidere, ut impediatur minus a majori, et quo propius accedat caelum Lunae ad Solem, hoc majus esse impedimentum; vel etiam contrariâ ratione, ut Lunae quidem motu semper aequali, motus Terrae diurnus ipse quoque ex Sole fluat, ideoque fortior sit et celerior Terrae conversio, si Terra sit in perigaeo prope Solem; quo pacto eveniret, ut plures [unius conversio] horae, quos homines computant,

causâ conversionis Terrae numerentur, donec Luna mensem hieme efficiat, quam aestate, quamvis reverâ, si adhiberetur aequalis mensura, lunatio aestiva hibernae causâ temporis aequalis esset futura. Sic quidem ego physice malui philosophari, quam astronomice prosthaphaeresin Solis augere, propter has causas: primo, quia augeretur Solis eccentricitas, quam tamen Copernicus probavit esse diminutam; deinde quia necessario sequitur, quanto augetur Solis eccentricitas, tanto longiorem esse aestatem, quam ponitur hodie ab artificibus. At longitudinem aestatis observare facile est ex observatione binorum aequinoctiorum. Itaque non libuit mihi contradicere astronomis sine experientiâ et instrumentis. Confinxeram quidem modum, quo et prosthaphaeresis augeri, et manere eadem longitudo aestatis posset, introducto aequante. Sed is absurde et contra morem caeterorum aequantium cadebat [inter] centro suo intra centra mundi et eccentrici, cum in caeteris planetis centrum aequantis sit supra centrum eccentrici. Habet enim aequans hanc rationem physicam, ut corpus, quo longius a centro virtutis moventis digreditur, hoc tardius moveatur et invalidius. Maluissem itaque Solem circa apogaeum tardiorem quam velociorem efficere, cum in Ptolemaeo et Copernico sit ubique aequalis in suo orbe et circa eccentrici centrum velocitas. Tertio, quo minus dicerem, prosthaphaeresin ⊙ augendam, causa fuit, quod mihi multo maxime metuebam a librationibus aequinoctiorum et verâ praecessione, quas subtilitates nemo sine instrumentis attentare aut labefactare potest. Haec itaque mea erat speculatio, hae rationes. Sed Tychoni lubentissime accedo causam [K.] — anomaliae hujus Lunaris — in motum Solis referenti, propter multas causas: 1. quia, ut scribis, aequinoctii praecessionem mutat; 2. quia vel sine **p. 399.** augmento eccentricitatis mutare potest prosthaphaeresin [vel] ex [Id.] eo solo, quia statuit, ampliari et contrahi Solis orbem, quod unum ejus principium efficit, ut nulli ego demonstrationi sive calculationi, quales tu posuisti, fidam, nisi certus sim, hoc me ita juberi a Tychone facere. Verum quia careo ejus in praesentiâ libro epistolarum, hoc mihi instar silentii est de hac re; proinde tota ratio demonstrandi ejus hypotheses ex ejus observationibus vacillat.

Im MS. folgen nun 5½ Zeilen, bei welchen zwei vollständige Texte in derselben Richtung über einander hergeschrieben sind. Das Wenige, was ich davon mit grosser Mühe entziffern konnte, zeigt jedoch, dass die Stelle nichts Wichtiges enthält. Der Anfang lautet: Oberer Text (etwas dunkler): „Dabo vero operam, ut primo quoque tempore tibi ad haec tua postulata . . . .“ Unterer Text: „Vehementer mihi gratulor suppetere mihi hanc excusationem justissimam . . . .“ Eine Facsimilirung der Stelle war daher nicht nöthig.

Jam quot [sic] loca Lunae ab ipso observatae attinet, multa sane sunt, quae sobrium aliquem, qui suas metitur vires, deterreant a judicio praematuro. Exempli causa: 1587, 9. Januarii si lynceus ille Lunam novam est conspicatus, quaenam quaeso stella fuit in ejus vicinia? Planetarum nullus. Forsan ergo contulit illam ad fixam valde altam; intervenit ergo parallaxis physica, quae Lunam loco suo emovit, fixam non item? An [1d.] habet [ergo] instrumentum ille, quo tempus inter occasum Solis et Lunae metiatur? Ut sic sit immunis ab inquinatione parallaxeos physicae, cum Sol et Luna aequaliter eâ involvuntur? Id prius discendum mihi est, quomodo sibi ab hac parallaxi caveat. Deinde motus Lunae sunt multiplices. Differre illum ais aequali et constanti differentiâ a Copernico in motu latitudinis. Num hoc propter [celeritatem] anomoliam [1d.] Lunae, an propter luxationem anomaliae latitudinis? Sane propter hanc, si constans toto anno differentia est. At quomodo jam ex latitudine (cujus etiam angulum 14′ minutis auxit) dabitur locus verus? Quare, nisi et hypotheses omnes a capite et verba descriptionum videam, ad minimum vero verba, caecus plane sum in his [K.] Tychonis [1d.] observationibus. — Tota ratio parallaxeos Lunae apud omnes authores vehementer dubia est; quia, cum Luna in horizonte observatur, non cernitur nisi in denso aëre. — Uno verbo, da veniam, si, quod maxime desideras, in aliud tempus differo, ne frustra verba fundam. Quamvis aucta distantia Lunae a Terra in noviluniis et pleniluniis (quod correctissimo calculo demonstras) [K.] cum aucta in interluniis et pleniluniis diametro pugnet e diametro. Itaque nihil possum nisi mirari Tychonem, quoadusque opera sua **f. 216. p. 400.** edat. Judicium hoc de ortu ☉ in [2d.] Zembla conscriptum una cum Hulsii libello, quem latinum antea non videram, nec in noto capite sic auctum, grato animo remitto. In Clavio interea, Deo vitam dante, discurram; librum sic, ut accepi, integrum remittam. Vale, Vir magnifice. 6. Augusti anno 99.

Mag: T.

officiosissimus

M. Jo: Kepler,

Ordinum Styriae mathematicus.

2354 „Tota ratio" etc. Diese Stelle steht hier am Rande ohne nähere Bezeichnung, wo sie einzufügen ist.

2369 Die Adresse fehlt bei diesem Briefe.

Sachliche Erläuterungen.

Abkürzungen: Bf., Bff. = Brief, Briefe. — Cop. = Copernicus. — Fr. = Frisch. — H. = Herwart. — K. = Kepler. — M. = Mästlin. — O. O. = Opera omnia Kepleri, ed. Frisch. — Römische mit arabischen Ziffern ohne weitere Bezeichnung sind immer Citate aus d. O. O.; z. B. VIII, 946 = O. O. Band VIII, Seite 946. — T., T. B. = Tycho, Tycho Brahe. — U. = Ursus (Reimarus). — v. = von, vom. — Vgl., vgl. = vergleiche. — Z. = Zeile dieser Briefe. — *D. liegende Druck* vertritt d. Stelle d. Anführungszeichen. D. Erläuterungen beziehen sich auf d. ihnen vorgedruckten Randnummern d. Zeilen.

D. Cod. lat. 1607 d. Münchner k. Staatsbibliothek, welchem diese Bff. entnommen sind, ist e. chronolog.-astronomisches Collectaneum H's. v. Hohenburg, in welches einschlägige Bff. an verschiedenen Stellen eingefügt sind. D. Einband stammt, wie d. Handschrift H's. auf d. Innenseite d. Deckels beweist, schon v. H. selbst her. Diese 3 Bff., ohne Zweifel Originale von K's. Hand, waren, wie schon bemerkt, im Zettelkatalog Schmeller's übersehen worden; im neuen (gedruckten) Kat. sind sie angegeben; jedoch ist daselbst irrthümlich e. Bf. aus Altdorf v. $^{11}/_{21}$. Febr. 1599 (fol. 94.), dessen Unterschrift weggeschnitten ist, als Bf. K's. bezeichnet (d. Schrift besitzt in d. That Ähnlichkeit). Abgesehen v. andern Indicien zeigte e. Vergleichg. mit e. Bf. aus Altdorf v. 16. Febr. 1606 (Cod. lat. 1608, fol. 799.), dass d. Bf. v. Joh. Praetorius herstammt.

Ich erfülle e. angenehme Pflicht, indem ich für d. mir in liberalster Weise ermöglichte ausgiebige Benützg. d. Codex d. Herrn Dr. Laubmann, Director, sowie d. Herrn Dr. W. Meyer, Custos d. k. Staatsbibliothek in München, u. d. Herrn Bibliothekar Dr. Zeidler in Prag meinen Dank ausspreche.

J. G. Herwart v. Hohenburg, an d. diese Bff. gerichtet sind, war kurbayr. geh. Rath u. Kanzler, geb. zu Augsburg (nach Cod. lat. Monac. 1608, p. 447: *Mein Nativitet*) 11. Febr. 1553, gest. zu München 15. Jan. 1622. Da er einer d. aufrichtigsten Gönner K's. war (vgl. bes. II, 84. III, 444. V, 616. VIII, 742 f. u. s. w.), u. mit demselben Jahre lang im eifrigsten wissenschaftl. Verkehr stand, begegnet man oft seinem Namen in jedem Bande d. O. O. Fr. liess sich vermuthlich durch Breitschwert verleiten, an einigen Stellen (z. B.: I, 70. V, 616) H. für ein Mitglied d. Gesellsch. Jesu zu erklären. Da H. verheirathet war, ist diese Angabe offenbar falsch. Wenn Fr. sich irre führen liess, so ist ihm dies nicht zu hoch anzurechnen; Romane u. romanhafte Geschichtschreibg. haben ja e. ganzen Mythenkranz geflochten.

Ueber d. Briefwechsel K's. mit H. vgl. VIII, 957 f.; 698. Diesen Bff. gieng e. 5maliger Bfwechsel H's. mit K. voraus (VIII, Ind. LIX). Wie in d. Einleitg. (p. 4) erwähnt, ward es mir durch d. Güte d. H. Geheimrath v. Struve ermöglicht, d. langen Bff. H's. v. 10. März, 16. Mai, 20. Juli u. 29. Aug. 1599, v. denen Fr. nur Weniges mittheilt, nach d. Orig. zu copiren. Ich werde, soweit es d. leider sehr beschränkte Raum zulässt, die einschlägigen Theile derselben in extenso oder wenigstens d. Inhalt nach mittheilen.

Auch in diesen Bff. K's. bewahrheitet sich d. Ausspruch Fr's. (VIII, 946) *inest autem in epistolis summa rerum varietas* im vollsten Umfang; ich bin daher genöthigt, mich sehr kurz zu fassen u. Abkürzgn. zu gebrauchen.

[3]) Bezieht sich auf d. Verlangen H's., K. möge d. ⊙ Finsterniss v. 38 a. Chr. berechnen. Geschah dann im 2. Bf. (Z. 1501).

[4]) Im J. 1599 fiel Ostern nach d. neuen Kalender auf d. 11. April. D. Bf. ist v. 9. u. 10. April datirt, also v. Charfreitag u. Charsamstag; daher d. Äusserg.

[13]) D. Anfang d. H.'schen Bf. v. 10. März s. I, 415. Über d. Erfolg dieser Versuche zur Reformation d. Theorie d. Finsternisse siehe d. Anm. zu Z. 47 ff.

[17]) *Artifices* = practische Astronomen, wie auch Z. 130. — K. war erst in seinem 28. Lebensjahre.

[19]) Dieses pomphafte Lob erregt zuerst Zweifel, ob es ernst zu nehmen sei, besonders da Sätze wie: *nisi magnam* etc. (Z. 23), u. besonders: *uti quidem facile semper est, inventis aliquid addere,* an Reimarus U. erinnern (Anm. zu Z. 931 ff.). Allein wenn man d. damalige Lage K's. T. gegenüber bedenkt (Vgl. dieselbe Anm.), so ist e. solche Annahme ausgeschlossen, u. es bleibt nur übrig, diese Stellen d. unfreiwilligen Komik zuzuschreiben, d. jede Übertreibg. verfällt. Dass K. mit diesem Lobe T's. auf Kosten Anderer abermals in e. schlimme Lage gerathe, wie im Falle d. U., brauchte er nicht zu fürchten, da d. *pueri* schon längst todt waren. Er konnte daher seiner Vorliebe für kühne Behauptungen, d. ihn als Kind seiner Zeit charakterisirt, freien Lauf lassen. —

Im Orig. d. H'schen Bff. findet sich gleich neben d. Ankündigg. H's., er wolle K. Einwendgn. gegen seine neue ☽ Gleichung machen (I, 415; Anf. d. Bf. v. 10. März), d. Bem. K's.: *Mittam exemplar Tychonis de eclipsibus* (Vgl. d. 2. P. S. dieses Bf., Z. 759 ff.). Es scheint daher, dass K. beabsichtigte, H. auf seine Übereinstimmg. mit T. B. hinzuweisen, u. sich so gegen weitere Angriffe zu sichern. Deshalb rühmt er so sehr dessen Tüchtigkeit. — Tycho Brahe, geb. zu Knudstrup bei Helsingborg (Schonen) d. 13. Dec. 1546, gest. zu Prag d. 24. Oct. 1601. Näheres über sein Leben u. seine Werke: I, 190 f., u. VIII, 611 ff. Warum Fr. d. 26. Oct. als Todestag T's. nennt, ist mir unbekannt.

[23]) Über *Alphonsini* vgl. d. Anm. zu Z. 46.

[26]) Anspielg. auf Homer, Od. κ, 495. *Er allein* (Teiresias) *hat Verstand; d. Andern sind herumflatternde Schatten.*

[28]) K. war v. M. (I, 48) aufmerksam gemacht worden, dass wohl einzig d. Auctorität d. hl. Schrift T. zu seinem System gebracht habe.

[29]) K. meint d. 2. P. S. zu diesem Bf. (Z. 759 ff.). — Mästlin Michael, Prof. d. Math. zu Tübingen, Lehrer K's., war geb. zu Göppingen (Württ.) 1550, starb zu Tübingen d. 20. Dec. 1631. Er wird oft in d. O. O. genannt.

[31]) Persius, Sat. I, 1. *Um welche Kleinigkeiten kümmern sich d. Menschen!* Nach III, 453, n. 17 war dieser Vers d. Persius K's. Devise. Vgl. IV, 11. K's. Absicht ist dunkel; vermuthlich will er d. folgenden Tadel abschwächen.

[32]) Vgl. II, 29. Bf. an M. v. 26. Febr. 1599.

[35]) *Humilis admodum* = in Erdnähe (Vgl. Z. 791 ff.).

[39]) *Quantitas visilis* = scheinbare Grösse. K. will sagen, d. Entferng. d. ☽, sowie seine scheinb. Grösse seien unmittelbare Beobachtgsdaten; er könne daher an d. Richtigkeit dieser Behauptg. nicht zweifeln, da T. e. so geübter Beobachter sei; d. Erklärg. sei ihm jedoch e. Räthsel. Vgl. Z. 833 ff.

[40]) Man beachte d. nicht enden wollenden Entschuldiggn., sowie d. beständige Abschwächg. d. Ausdrücke: *reformatio* (Z. 13), *affectata restauratio, admonitio* (Z. 45), *admonitiuncula* (Z. 47), *suspicio* (Z. 56). D. Grund wird aus d. Folgenden klar.

[46]) *Tabulae Prutenicae* heissen d. v. Erasmus Reinholdus († 1553) auf Grund d. Lehre d. Cop. zuerst berechneten, u. 1551 zu Tübingen (nicht Wittenberg) als: *Prutenicae tabulae coelestium motuum* erschienenen Planetentafeln. Vgl. I, 189, n. 8. — Ebenso werden im Folg. d. *Tabulae Alphonsinae* erwähnt. Diese wurden 1252 auf Befehl Alphons X. v. Castilien v. e. Anzahl Gelehrter als Theil e. grossen Werkes: *Libros del saber de astronomia* herausgegeben. Es sind verbesserte Ptolemäische Tafeln. Vgl. I, 195.

[47]) Diese wichtige Stelle verdient e. eingehende Behandlg., welche mir hier d. Raum nicht gestattet. D. Sinn ist folgender:

D. Bewegg. d. ☽ muss zu Ende Juni u. Dec. gemäss d. Prutenischen Tafeln erfolgen (*is circa finem* etc. Z. 48). Dies erklärt K. in folgender Weise: D. tägl. Bewegg. d. ☉ (*motus diurnus* ☉. Z. 53) — natürlich in Länge, nicht in Rectascension — ist am grössten im ♑ (Ende Dec. = Perihel), am kleinsten im ♋ (Ende Juni = Aphel); aber trotzdem ist d. Differenz zwischen wahrer u. mittlerer Länge (*differentia tamen motus veri a medio*), die *Mittelpunktsgleichung*, = 0 im ♑ u. ♋, e. Maximum aber in ♈ u. ♎. Dasselbe Verhältniss, sagt K., finde bei seiner neuen ☽ gleichung statt (Z. 55). Es sei zwar d. Ungleichheit in d. Bewegg. am grössten im Dec. u. Juni, oder im Janu. u. Juli (*maxima differentia est.* Z. 49), indem d. ☽ im Dec. u. Janu. — Umgebg. d. Perihels d. ♁ — d. stärkste Retardation, im Juni u. Juli — Umgebg. d. Aphels d. ♁ — d. kleinste Retardation (d. in Bezug auf d. mittleren Lauf e. Acceleration gleich kommt) erleidet; aber trotzdem zeige sich d. Wirkg. dieser Ungleichheit, d. Differenz d. wahren u. berechneten ☽ Örter am stärksten (*ejus differentiae effectus potissimum aggeratur*) dann, wann d. ☉ in d. Quadranten ♈ u. ♎ steht (Z. 51). — Damit ist diese Ungleichheit als e. Function d. mittleren Anomalie d. ☉ characterisirt. Es ist d. jährliche Gleichung des ☽ ($-$ k. sin μ). — Hiedurch aufmerksam gemacht, begann ich d. in d. O.O. zerstreuten Äussergn. K's. über d. ☽ theorie zu vergleichen. D. Resultat war überraschend, u. ergab folgende Sätze:

1. T. B. ist nicht d. Entdecker d. jährlichen Gleichung.

2. Dagegen gebührt T. B., falls d. nicht unbestrittene Priorität Abul Wefa's begründet ist, wenigstens d. Recht, als d. selbstständige Entdecker d. in Europa bis dahin unbekannten Variation angesehen zu werden.

3. K. ist d. Entdecker d. jährlichen Gleichung, u. wurde nur durch e. zufälligen Umstand abgehalten, ihren Betrag sogar bis auf wenige (Bogen-) Secunden genau zu bestimmen.

D. Beweis kann ich hier aus Raummangel nicht führen; ich behalte mir jedoch vor, dies an e. andern Orte demnächst zu thun.

D. Äussergn. K's. hier u. am Ende d. 3. Bf. (Z. 2286. ff.) scheinen in d. That d. Schlüssel zur Erkenntniss d. 3. Satzes zu bilden. So ist erklärlich, dass Fr., d. überdies bei d. wahrhaft ungeheuern Material, d. er zu sichten u. zu verarbeiten hatte, Detailfragen leicht übersehen konnte, auf diese Folgerg. nicht gekommen zu sein scheint; ich habe wenigstens, keine diesbezügliche Äusserg. Fr's. aufgefunden. — D. Einwürfe H's., auf welche K. hier antwortet, sind I, 415 ziemlich vollständig abgedruckt. Ich will hier nur Einzelnes, was fehlt, ergänzen: Zu n. 1.: *Caeterum multo rectius sensisse Prutenicas, quamuis nubiloso coelo, ita ut ipsa ☽ cerni non potuerit, ex ipsa tamen obscuritate aëris facile collegi.* — n. 2.: *manifeste deprehendi, totum ..... cursum ab initio ad finem a Prutenico calculo parum dissensisse.* — n. 3.: *Certo mihi uideor animaduertisse, totum huius quoque eclipseos decursum a Prutenicarum tabularum calculo non multum abfuisse; ita ut summa iam appareat in aëre obscuritas circa h. 16½. Quo tempore iuxta Alphonsinas tabulas nondum incepisse debebat eclipsis, siquidem initium ex iis colligitur h. 16.55^m. At uero iuxta Prutenicas tabulas incipiebat mora, seu totalis Lunae in umbram immersio, h. 16¼.* — n. 4.: *absque ullo nubium obstaculo a principio obseruans.* — n. 6.: *quod ipse clare mihi uideor obseruasse.* — D. Meridianbestimmg. H's. bezieht sich auf München. — *D. admonitiuncula* ist d. Anhang zum Prognosticon für 1599 (I, 409).

[58]) Z. 765 ff.; 806—814; vgl. I, 396; 408. II, 358. III, 582.

[63]) Vgl. II, 286. III, 589.

[66]) Vgl. III, 578.

[70]) Z. 773 ff., 815—821; vgl. I, 396; 408. II, 16; 363 f.; 388; 441. III, 538.

[74]) Vgl. II, 374 ff. III, 538.

[77]) Auch d. folgende Stelle d. Bf. hat ihre Geschichte u. ihre Bedeutg. Sie ist sehr schwer verständlich, weil sie auf e. Trugschlusse basirt. Ihre Erklärg. erfordert viel Raum, u. da sie mit d. vorigen in engem Zusammenhange steht, werde ich auch hierüber im Anschlusse an d. über d. Vorhergehende handelnden Aufsatz mich weiter verbreiten. Bemerkenswerth ist, dass K. sich an e. grossen Entdeckg. vorbeiphilosophirt (Säculargleichg. d. ☽), u. über d. jährliche Gleichg. nicht hinauskommt. D. Schlüssel zum Verständnisse liegt im letzten Satze: *Quam enim ego* (Z. 100). — K. antwortet hier auf e. Stelle aus H's. Bf. v. 16. März (Abgedr. I, 415: *Praeterea in eclipsibus,* u. *Consimiliter*).

[84]) Später scheint K. diese Ansicht ganz verworfen zu haben, da er sie für nicht genügend bewiesen hielt. Vgl. III, 432; VI, 50.

[103]) H. hatte anknüpfend an d. Einwürfe gegen K's. neue ☽ gleichg. d. Vermuthg. geäussert, ob d. besonders bei d. ⊙ finsternissen beobachteten Unregelmässigkeiten vielleicht auf e. bisher nicht bemerkte Bewegg. d. ♁ zurückzuführen seien (Warum H. v. e. *quartus motus terrae* spricht, wird klar aus III, 447, Mitte. D. Stelle selbst findet sich im Bf. v. 10. März, I, 415 unt.). Zur Begründg. verweist er auf e. Stelle d. Plinius (Hist. nat. l. 36. cap. 10.), worin derselbe e. ähnliche Vermuthg. ausspreche. K's. Antwort besteht einfach darin, dass er zunächst mit versteckter Ironie H. zu verstehen gibt, an derartigen vagen Vermuthgn. u. Versuchen sei kein Mangel. Daher zählt er mehrere auf, u. schliesst: *Sicque satis* etc. Dann wiederholt er d. Gründe, welche ihn schon im Append. zum Prognost. für 1599 (I, 409) bewogen hätten, nicht d. ⊙, sondern d. ☽ d. Schuld an d. Fehlern d. Berechng. zuzuschreiben.

[106]) Auf diese Ansicht T's., welche derselbe ihm d. 11. Apr. 1598 (I, 44) mitgetheilt hatte, kommt K. ausführlich im 2. Bf. (Z. 1162) zu sprechen.

[111]) In seiner Antwort v. 16. Mai schreibt H. an diese Stelle anknüpfend: *Was aber der Herr in specie de stellato T. B. orbe (so Ich die sphaera caelestis verstehe) vermeldet, hab Ich die nitt gesehen. Und wolte solliches vorders gern haben, oder doch zu sehen bekommen, bitte mir demnach hiezu zu verhelfen.* Hierauf antwortet K. d. 30. Mai (Z. 905). D. Ausdruck *affirmat* verleitete mich zuerst, e. v. T. ausgegebenen Sternatlas zu vermuthen; allein d. v. Prof. Dr. R. Wolf in Zürich mir gütigst mitgetheilten Angaben leiteten mich auf d. richtigen Weg. Zur gleichen Zeit (26. Febr.) schreibt K. an M. (I, 50): *Habetur hic globus Tychonis; in parte ejus antarctica vacua profitetur, se solum deprehendisse alterationem Eclipticae, gratia cujus augeantur vel minuantur latitudines fixarum ad Eclipticam computatae. Sed illam intra 100 annos parum crescere.* Näheres bei Besprechg. d. Stelle Z. 905. — Zu d. hier erwähnten Beobachtg. T's. vgl. III, 447 unt.; K. citirt an e. anderen Orte: Progymnasmata, l. I., fol. 233.

[118]) Im Orig. ist, wie auch e. v. Bibliothekar Dr. Gutenäcker mir freundlich übermitteltes Facsimile bestätigte, e. Abkürzg. gebraucht, welche eher *tamen* als *tantum* zu lesen wäre. D. Sinn fordert jedoch durchaus *tantum*, weil K. beweisen will, d. ☽ zeige dieselben Abweichgn. ausserhalb der Finsternissperioden, es liege daher d. Schuld an ihm, nicht an d. ☉.

[119]) Vgl. I, 413. Bf. an H. v. 29. Jan. 1599.

[122]) Welche Änderg. T. B. anbringen wollte, erhellt aus VIII, 640 (*anticipationem aequinoctiorum* etc.). Vgl. I, 44 (Bf. T's. an K.).

[123]) D. Folgende ist e. merkwürdiges Beispiel, wie aus speculativen, ganz unzureichenden Gründen einzelne fast richtige Schlüsse sich herleiten lassen können. — Unter d. *cosmographia,* welche K. erwähnt, ist d. Fortsetzg. jener Speculationen zu verstehen, welche mit d. *Prodromus dissertationum cosmographicarum seu Mysterium Cosmographicum* begannen, u. schliesslich zu d. *Harmonices mundi ll. V* führten. Vgl. I, 62, u. Anm. zu Z. 1793. — Fast gleichzeitig mit diesem Bf. schrieb K. 2mal über denselben Gegenstand an Zehentmajer, Secretär d. Baron v. Herberstein. D. Bff. K's. fehlen. In d. Antworten Zehentmajers jedoch, d. in etwas redseliger Weise K's. Ansichten ihm nacherzählt, sind auch d. Bff. K's. erhalten (VIII, 710; v. 24. Mai, u. bes. 12. Juni 99). Daselbst sind auch d Gründe angegeben, welche K. (Z. 145) H. selbst auszuführen überlässt. Ebenso ist d. Ansicht K's. v. d. Distanz 23° 28′ zwischen Magnet- u. Nord-Pol (Z. 637), mit diesen Speculationen über d. Neigung d. Ecliptik in Verbindg. gebracht. Dieselben Gründe: *Epitome Astron. Cop.*, l. III. part. IV.: *de causis numeri et latitudinis zonarum* (VI, 268 ff.); ebenso l. III. part. III., u. l. VII. (Bd. VI). Später begann K. zu zweifeln. VI, 90 ff. findet sich e. ganze Abhandlg.: *Argumenta contra mutationem obliquitatis;* u. in d. *Tabulae Rudolphinae,* praec. cap. 34. (VI, 550) bezeichnet er es als sehr fraglich, ob d. Schiefe d. Ecliptik sich überhaupt ändere, u. wenn dies d. Fall sei, wie u. wie viel. D. Astronomen könnten dies einfach unberücksichtigt lassen, da es für d. Beobachtgn. (damals) zu wenig merklich sei. — Hier setzt K. als Minim. 22° 30′ *in creatione*, d. h. etwa 6000 a. Chr. (Nach Lagrange — ich citire nach Gretschel, da d. Oeuvres de Lagrange i. d. k. Bibliothek hier leider incomplet sind — abs. Min.: 21° 20′ um 14400 a. Chr.; 6000 a. Chr. bei gleichmäss. Wachsen ca. 23° 48½′; da dies nicht d. Fall, weniger). Zunahme bis 24° durch 4000 J., also: 2000 a. Chr. (Lagr.: 2000 a. Chr. Maxim. 23° 53′. Vgl. VI, 272, wo K. 23°51′30″ als Maxim. für 2000 a. Chr. bezeichnet). Dann Abnahme bis *uno atque altero saeculo a. Chr.* bis 23°52′ (300 a. Chr. fand Pytheas in Mas-

silia 23°49′). Um dann d. Beobachtg. d. Ptolemaeus zu erklären, d. im 2. Jahrh. n. Chr. wieder 23° 52′ gefunden haben wollte, nimmt K. e. unregelmässige Veränderg. an. Hierauf soll e. schnellere, u. zu K's. Zeiten wieder e. langsame Abnahme bis 23° 28′ um 1600 p. Chr. erfolgt sein (T. B. fand nach III, 54: 23°31′30″. Bessel 1750: 23°28′18″); u. endlich sollte d. Schiefe rasch noch weiter abnehmen, bis 4000 p. Chr. wieder d. Minim. v. 22°30′ erreicht sei. (N. Lagrange 6600 p. Chr. e. Minim. v. 22° 54′). Wenn also K. auch nicht immer d. Richtige traf, so ist es doch interessant zu sehen, wie er d. Wahrheit auf so abnorme Weise oft so nahe kommt. — Später liess K. auch d. Ansicht v. e. ungleichförm. Abnahme, wozu ihn Ptolemaeus verleitet hatte, fallen. III, 54 (Bf. an M. v. 20. Dec. 1601) drückt er bereits seinen Zweifel aus: *Et credemus, Ptolemaeum observasse 23°51′20″? Tycho dubitavit.* Zu diesem Zweifel dürfte ihm H. d. Veranlassg. gegeben haben, d. am 16. Mai zu dieser Stelle bemerkt: *Was die maximam obliquitatem Zodiaci ab Erathostene, Hipparcho et Ptolemaeo 23°51′20″ obseruatam belangt, da gedunke mich, man hab sich darauf gar nitt zu fuessen, dann sy allein crassiori Minerva ἐν πλάτει proportionem differentiae solstitialium punctorum ad totum circulum ut 11 ad 83 statuerint* (Auch diesen Gedanken griff K. eifrig auf, wie aus mehreren Stellen d. O. O. ersichtlich), *vnd d. Ptolemaeus non nisi quartas gradus unius partes obseruirt, uti apparet ex Almag. l. I. cap. 11. So ich allein vmb nachgedenckhens willen melde.* Dass K. in d. Folge e. Zeitlang diese Meinung ganz fallen liess, lässt sich aus e. analogen Falle VII, 482 (*seposita in solidum exorbitatione illa, quae ex Ptolemaicis observationibus evincitur*) schliessen. 1624 jedoch ist wieder e. Umschwg. eingetreten. K. sagt in e. Bf. an Crüger v. 9. Sept. (VI, 38), seit er d. Verändergn. wahrgenommen habe, welche seit Ptolemaeus im Laufe d. ♄ eingetreten seien, sei er vorsichtiger, u. glaube nicht mehr, d. Beobachtgn. d. Ptolemaeus so schlechthin verwerfen zu sollen.

[133]) K. glaubt, damit auch e. Antwort auf d. v. H. (I, 415 letzte Z.) angeführte Stelle d. Plinius (hist. nat. l. 36. c. 10.) gegeben zu haben. D. Stelle: *Terram a centro* etc. (um d. Hauptdeduction nicht zu unterbrechen, Z. 137 eingeschaltet) bezieht sich auf diese Stelle d. Plinius (l. c.): *Haec observatio XXX iam fere annis non congruit, ... sive universa tellure a centro suo aliquid emota.* K. meint, im System d. Cop. sei dies gleichbedeutend mit e. Zunahme d. Excentricität od. d. Schiefe, u. d. Beobachtg. d. Ptolemaeus sei so erklärt.

[157]) Vgl. Z. 111.

[186]) Hier, wo K. sich auf d. Philosophiren verlegt, hat er weniger Glück; er verwechselt positive mit quantitativen Begriffen. In noch schrofferer Form spricht K. d. gleichen Ansichten aus im Bf. an M. v. 19. Apr. 1597 (I, 31). D. Nutzanwendg., welche er an dieser Stelle zieht, dass nämlich d. calvinistische Auffassg. d. Abendmahles allein haltbar sei, macht auch d. 1. Satz (Z. 186) verständlicher, der sonst ohne rechten Zusammenhang dasteht. Von Interesse ist d. Sache deshalb, weil K. wegen seiner calvinistischen Neiggn. viele Verfolggn. v. Seite d. orthodoxen Lutheraner zu erdulden hatte.

[197]) Diese Stelle ist d. Antwort auf H's. Frage I, 416 (*Facile admittam*). Vgl. d. Bemerkg. K's. (l. c.). D. Stelle d. Plinius (hist. nat. l. II, cap. 17. Rec. Detlefsen) lautet: *Sol autem ipse quattuor differentias habet, bis aequata nocte diei, vere et autumno, in centrum incidens terrae octavis in partibus arietis et librae.*

[207]) H. schreibt d. 10. März: *Mihi sane rem longe gratiorem feceris, si per modum familiaris cuiusdam instructionis mihi significaveris, quasnam et quales philoso-*

phicas, uti ais [wo? konnte ich nicht finden], *margaritas sub Arabicis illis Genethliacorum nugis deprehendas.* [D. Bemerkg. K's, welche Fr. IV, 87 als n. 4. abdruckt, steht im Origin. hier am Rande. D. übrigen Bemerkgn. K's, welche alle vollständig wiedergegeben sind, sind an d. rechten Stelle eingefügt; ich behalte daher d. Nummern bei, d. Fr. l. c. setzt.] *Habeo quidem Horoscopographiam Finckhii et complures in Astrologia authores,*[1]) *sed desiderarem ea in re methodum aliquam resolutam,*[2]) *unâ cum directorio in authores, et significatione temporum, quo circiter quisque illorum floruerit*[3]) *etc. Hoc enim si non ad aliud, saltem ad id plurimum conducere posset, ut quis exinde tempora et observationes, et exinde dependentes traditiones Veterum exacte investigare valeret.* D. letzten Satz hat Fr. ganz ausgelassen; er ist aber v. grösster Wichtigkeit. Es scheint mir, dass K. schon hieraus d. Standtpunkt H's., der d. Astrologie nur zu historischen Zwecken benutzte, erkennen konnte, u. daher v. e. gewissen Beeinflussg. frei war (vgl. I, 409 f.), d. ihm d. Interesse seines Geldbeutels aufzwang. Schon aus d. v. K. beigefügten Noten (IV, 87) sieht man, dass K. dies begriffen hatte. Er beschuldigt sämmtliche astrolog. Schriftsteller, dass sie nur d. *Praxis*, d. h. d. landläufigen astrologischen Unsinn behandeln, d. *Philosophie* hingegen, d. h. d. von K. als richtig anerkannten Principien d. Einwirkung d. Gestirne auf irdische Dinge, vernachlässigten. Diese sind es, welche er *margaritae philosophicae* nennt, im Gegensatz zu d. *nugae arabicae*, d. kabbalistischen Anwendg. derselben. Hieraus könnte man d. Schluss ziehen, dass wir in dem, was hier K. über seine *margaritae philosophicae* ausführt, d. Ausdruck seiner eigensten Ansichten über Astrologie besitzen. Ich will indessen nicht zu viel Gewicht darauf legen, indem im 2. Bf. sich e. noch viel bessere Gelegenheit bieten wird, dieselben festzustellen. — Über d. astrolog. termini technici vgl. d. Erklärgn. Fr's. I, 293 ff.

[209]) S. d. Vorrede zum Prognosticon für 1599 (I, 401 ff.).

[210]) E. Klage, d. K. mehrmals wiederholt; wie mir scheint, e. Zeichen, dass er d. nun folgenden Themata für rein wissenschaftliche Objecte hielt.

[212]) Hier unterscheidet K. wieder sehr scharf zwischen d. Praxis, wie sie üblich war, u. d. Grundlage d. Astrologie.

[214]) In e. Bf. an d. Jesuiten N. Serarius u. J. Ziegler in Mainz v. 18. Oct. 1606 (IV, 114) schreibt er: *De quo libello* [de stella nova Serp.; II, 611 ff.] *judicium expeto; nec sum adeo tener, ut aculeos orationis valde deprecer, ... sicubi astrologia mea litem moverit .... Mihi videor intra septa regularum Delrio vestri* [Delrio Martin Anton, Jesuit, geb. zu Antwerpen 17. Mai 1551, gest. zu Löwen 19. Oct. 1608; schrieb u. a.: *Disquisitionum magicarum libri sex: quibus continetur accurata curiosarum artium, et vanarum superstitionum confutatio* etc.; oft aufgelegt. De Backer I. 1549.] *cum meis granis a fimeto Arabico consistere.* Auf d. Titelblatt d. Buches ist nämlich e. Henne mit ihren Küchlein abgebildet mit d. Umschrift: *Grana dat e fimo scrutans* (II, 611). Hier könnte man sagen: Habes confitentem reum; K. ist sich bewusst, dass das, was er als *grana* od. *margaritae philosophicae ex nugis* oder drastischer *ex fimeto Arabico* heraussucht, *intra septa* d. Astrologie sich befindet.

[216]) Man beachte d. Zusammenstellg., wodurch d. gewiss hochwissenschaftliche Frage über d. Zusammenhang d. Gezeiten mit d. Bewegg. v. ☉ u. ☽ mit Dingen auf eine Linie gestellt wird, d. gewiss astrologischer Natur sind.

[218]) Dies ist d. Kernpunct d. astrologischen Ansichten K's. Diese Ansicht, dass nicht d. Sterne selbst als solche, sondern nur d. Position der Sterne

zu einander, insofern dieselbe Anklänge an reguläre Gebilde d. Geometrie od. Stereometrie u. an d. musikalischen Harmonieen zeigt, d. wirksame astrologische Agens sei, ist mit seiner ganzen Naturauffassg. innig verwachsen, u. kann unmöglich als blosse Liebhaberei betrachtet werden. Im Einzelnen immer hierauf hinzuweisen, verbietet d. Raum; es ist indessen sehr leicht, diesen Grundgedanken zu verfolgen, da K. ihn gelegentlich einschärft (z. B. Z. 232 ff.).

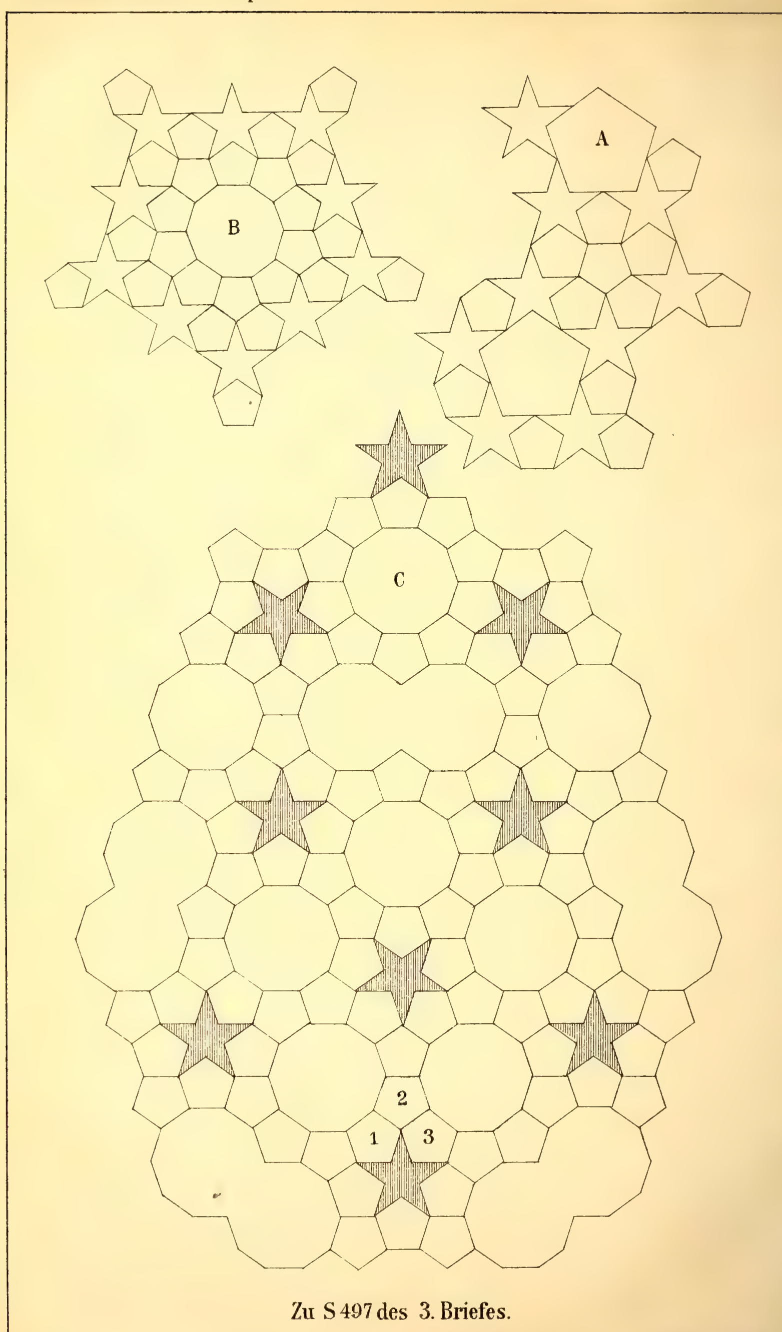
[223]) *Mysterium Cosmographicum*, cap. XII. (I, 141).

[226]) An d. eben angef. Orte hatte K. erst d. Vermuthg. geäussert, dass diese *novi* (insofern d. früheren Astrologen sie nicht annahmen) auch wirksam seien, u. für d. Entscheidg. dieser Frage auf d. Erfahrg. verwiesen. Hier will er diese Erfahrg. bereits gemacht haben.

[236]) E. Einwurf, d. sich K. selbst macht. *Ratio* = proportio.

[238]) Diese Seele d. ♁ bespricht K. oft. D. Stelle aus d. *praefatio ad prognosticum 1599*, welche K. hier erwähnt, lautet: *Es pflegen etliche artzt jre patienten durch ein lieblich Musica zu curieren .... So dan nun auch die himlische würkung in den Erdboden durch eine Harmoniam vnd stille Musicam* [d. h. durch d. den musikal. Harmonien analoge Winkelstellg. d. Planeten] *khumpt, so muess abermahl in dem Erdboden nicht nur d. thumme vnverständliche Feüchtigkeit, sondern auch eine verständliche sehl steckhen, wölliche anfahe zu dantzen, wan jr die Aspect pfeiffen, die sich bey wirkenden starckhen Aspecten starckh erhitze, jr ampt mit Aufftreibung der dämpff hefftiger treibe, vnd also allerley gewitter verursache: da sie sonsten, wan khein Aspect fürhanden, still ist vnd nicht mehr dämpf treibt, dan zu den wasserflüssen vonnötten! Sovil vom vrsprung des Gewitters* (I, 402 f.). Lehrreich über d. Ansicht K's. ist: *Harmonice mundi*, l. IV. c. IV. (V, 232), wo K. d. Seele d. ♁ d. Aufgabe zuweist, *harmoniae suum esse intellectuale conciliandi*, e. terminus technicus d. scholastischen Philosophie, die K. nicht fremd war, welcher nichts weniger bezeichnet, als d. specifisch geistige Thätigkeit d. Verstandes! Ferner: *Epitome Astr. Cop.*, l. I, part. V. (VI, 178), wo K. alle Eigenschaften dieser Seele aufzählt (auch *Geometriae exercitium* derselben zuschreibt). Wenn man bedenkt, dass diese beiden Werke, d. ich soeben citirte, wissenschaftliche Werke sind, d. K. nicht *meis supra definitis lectoribus* (I, 410) anpasste, wird man d. Urtheil Fr's. über diesen Gegenstand (I, 292) sehr gemässigt finden. Gegen Fr. sind wohl d. gegentheiligen Urtheile, denen man begegnet, nicht gerichtet, da man sein grosses Werk, d. O.O., e. wahren Schatz von gediegenem Wissen, selten citirt findet, e. Zeichen, dass dasselbe höchst unverdienter Weise, vermuthlich wegen d. Schwierigkeit, sich durch d. 8 umfangreichen lateinischen Bände durchzuarbeiten, viel zu wenig beachtet wird.

[241]) Ebenfalls e. Hauptpunkt d. astrologischen Systems K's. Er verwirft, oft in starken Ausdrücken, d. Ansicht d. Astrologen v. e. gewissermassen unfehlbaren Einfluss d. Sterne; nach ihm beeinflusst d. Constellation d. irdischen Dinge, speciell d. Menschen, in d. Weise, dass d. Detailwirkg. von d. irdischen Ursachen abhängig ist, u. nur e. generelle Directive v. Himmel empfängt. Daher K's. Aussprüche über d. Unzuverlässigkeit d. astrologischen Voraussagg., da man, besonders bei d. mit freiem Willen handelnden Menschen, niemals alle zusammenwirkenden Ursachen ganz übersehen könne, u. daher diese Prophezeihgn. im Ramen d. Conjectur blieben. Solche Aussprüche können, einseitig aufgefasst, u. aus d. Context gerissen, leicht missverstanden werden, als ob K. d. Astrologie jeden Glauben versagt habe.



Zu S 497 des 3. Briefes.

Lith. Farský Prag.

In verkleinertem Maassstabe; ähnlich, theilweise gleich den Figuren in „Harmonice mundi" (O.O.V, 118).

[245]) *Et illud*, d. h. d. Himmel od. besser d. Constellation.

[247]) E. neuer Einwurf, den sich K. macht. Man sieht, er geht ganz systematisch zu Werke.

[252]) K. bezeichnet also Alles dies als Erfahrungsthatsachen!

[254]) Anspielg. auf Z. 178 f.

[257]) D. folgende Beispiel gewinnt an Interesse durch d. Umstand, dass K. hier seine eigene Gemahlin, Barbara Müller von Mühleck, eine geborene Grazerin, zeichnet, wie e. Vergleich mit andern Aufzeichngn. K's. zeigt. Zunächst erwähnt K. oft d. guten Rufes seiner Frau. So schreibt er an Crüger (1. März 1615; II, 400): *Uxor publicae famae praeconio celebratissima;* an e. andern Stelle (VIII, 939) nach ihrem Tode: *Cum haberem vitae sociam, non dicam charissimam, vulgare hoc est vel esse debet, sed talem, cui publica fama palmam tribuebat honestatis, probitatis, pudicitiae.* Andere ganz mit d. hier aufgestellten übereinstimmende Merkmale finden sich VIII, 691: *Sponsa Barbara Müller primo nupta fuit viro locupleti Lorentio, qui ex ea 1590 filiam (Reginam) suscepit. Ipse K. haec scripta reliquit: primum conjugium cum divite et splendido initum durabile non fuit; alterum cum morbido et impeditarum rationum* (schwachköpfig) *et malorum liberorum parente infelix* (mit Mark Müller, Styriae Ordinum *Bauzahlmaister*). *Tertium* (mit K.) *cum maximis turbis conjunctum.* Seine Frau war v. Adel u. in Steyermark begütert (I, 24). D. Schwierigkeit, ihre Güter zu erhalten, machte K. viele Mühe u. Sorge. D. übrigen hier genannten Lebensumstände sind sonst nicht erwähnt, also e. neuer Beitrag zu d. Kenntniss v. K's. häuslichen Umständen.

[270]) Vgl. VIII, 995 f. u. V, 476 ff. Ueber diese Studien K's., welche er über d. Lebensschicksale seiner Familie anstellte, vgl. VIII, 670.

[281]) D. Cop. System. Mit d. Ausdruck *genus humanum* ist es K. Ernst. An M. schreibt er d. 11. Jun. 1598 (VIII, 703): *Totus mundus hujusmodi scatet hominibus, qui parati sunt, totam astronomiam, si Copernico mere adhaereat, mundo ejicere, commodisque artificum obsistere* (Vorzüglich gemünzt auf Hafenreffer, Prof. d. Theol. in Tübingen). An Galilei d. 13. Oct. 1597 (VIII, 696): *Non enim tui solum Itali sunt, qui, se moveri, nisi sentiant, credere non possunt, sed etiam nos hic in Germania non optimam dogmate isto gratiam inimus.* — Woher K. d. Verse hat, konnte ich nicht finden; klassisch sind sie nach d. Urtheile von Philologen nicht.

[287]) Plato, Hipp. maj. (letzte Z.) 304, E (Stallbaum) hat: χαλεπὰ τὰ καλά. D. andere Citat ist aus Hesiod, Ἔργα καὶ ἡμέραι, 289.

[294]) Vgl. d. Anm. zu Z. 241.

[297]) In welchem Zusammenhange dies mit d. Vorigen steht, ist nicht recht verständlich. K. dachte damals, da seine Stellung in Graz unhaltbar war, ernstlich daran, nach Württemberg zurückzukehren.

[299]) Vgl. d. Anm. zu Z. 210.

[301]) Bezieht sich auf H's. Anfragen (Anm. zu Z. 207). K. antwortet, als habe H. solche specielle astrolog. Regeln verlangt, um Nativitäten zu stellen, während er sie für historische Zwecke wünschte. D. wahre Grund dieses Verhaltens liegt in d. Unbekanntschaft K's. mit d. Schriften d. älteren Astrologen. Da H. im folgenden Bf. (v. 16. Mai) abermals drängt (er wollte so chronologische Anhaltspunkte für d. Geschichte d. Kaisers Augustus gewinnen): *Rogo itaque, ut hanc rem penitius disquiras, atque argumenta pro et contra cum allegationibus authorum, ex quibus ea sint desumpta, ad me perscribas,* gesteht er offen seine Unwissenheit (Z. 1542 ff.).

[308]) D. Lieblingsidee K's., Alles einheitlich aus e. ausnahmslos gültigen Harmonie zu erklären. Vgl. d. Anm. zu Z. 1793.

[314]) *Nam mundus* etc. bezieht sich auf d. erste Erklärgsart.: *typi et archetypi. Corpus* bedeutet hier offenbar d. menschl. Leib.

[328]) *Post dicam.* Dieser Theil folgt Z. 366. Mit *Sed quia* beginnt d. Erklärg., wie d. *situs caeli* einwirke.

[330]) *Nimis crassum* = zu materiell.

[337]) Dass *Tutelares Genii* sich mit *Schutzengel* nicht deckt, erhellt aus I, 319. Aus d. Aufgabe, d. K. ihnen zutheilt, sieht man, dass K. entschieden unglücklich ist, wenn er sich auf d. philosophische oder theologische Gebiet begibt. Später jedoch hat K. selbst das Absurde dieser Eigenschaften, d. er d. Genii hier zuschreibt, eingesehen, u. seine Ansicht vollkommen geändert. S. VIII, 1003 oben.

[349]) Vgl. VIII, 670. I, 607, thes. 67.

[352]) Giovanni Pico de la Mirandola, genannt d. Phönix d. Gelehrten, ital. Philosoph, geb. 24. Febr. 1463, gest. 17. Nov. 1494; schrieb e. grosses Werk gegen d. Astrologie. K's. Urtheil hierüber lautet kurz, er habe d. Kind mit d. Bade ausgeschüttet. Besonders V, 252. Vgl. d. Ansicht Fr's. II, 578.

[362]) Z. 232 ff.

[366]) Vgl. Z. 326.

[370]) Vgl. I, 607; 366; bes. 583.

[377]) Vgl. VIII, 673 oben.

[380]) Vgl. d. Anm. zu Z. 241.

[394]) Z. 328 ff.

[414]) E. Beispiel gibt K. v. sich selbst in e. Bf. an Fabricius (I, 319): *Hoc habe pro certo, nunquam mihi transire Mercurium per ortum aut occasum, quin catarrhis aut alvi fluxu infester: nunquam Martem, quin paratae mihi sint lites et dispositio in me ipso cholerica.*

[419]) Dies zeigt, wie mir scheint, ganz klar d. Berechtigg. d. v. mir in d. Anm. zu Z. 207 ausgesprochenen Ansicht. Im Folgenden (Z. 424) zeigt sich gleich d. Gegensatz zu d. Verirrungen d. Astrologen.

[458]) Es wird d. Stelle gemeint sein: *Ptolemaeus, de significationibus stellarum,* od. *Quadripartitum,* l. I. cap. *De configuratione 12 locorum.*

[461]) D. Titel d. Werkes v. Reinholdus s. Anm. zu Z. 1090. — Pars II.: *de passionibus planetarum; 3. Genus: Quae accidunt planetis inuicem collatis.* Über Reinhold u. seinen Commentar zu Peurbach: II, 417. Über Peurbach: I, 209.

[466]) H. schreibt im Anschluss an seinen Wunsch, K. möge ihm für d. chronolog. Studien e. Anweisg. geben, wie d. astrolog. Angaben d. Alten chronolog. zu verwerthen seien, d. 10. März: *Dum haec scribo, occurrit mihi quaestio astrologica seu genethliaca quaedam huius generis antiqua, et, ut mihi quidem uidetur, admodum nobilis et insignis. Tradit disertis uerbis Suetonius de Octauiano Augusto, sydere Capricorno eum esse natum, et quidem 9. Kal. Oct., paulo ante ☉ exortum. Contenditque Ludouicus Carrio Belga, idem omnino tradere Manilium, apud quem ex optimis, uti ait, membranis Gemblacensibus ita legit de Sagittario:*

Diligit Erigonen: contra Capricornos in ipsum[1])
Conuertit uisus, quid enim mirabitur ille
Maius, in Augusti faelix cum fulserit ortum? (Astron. l. II., v. 507 ssq.)

H. bemerkt zu [1]) mit rother Tinte: *hoc est, ut ipse intelligit, in semetipsum, id quod ibidem ratio indicare uidetur, nam sub titulo: περὶ ἀκουόντων καὶ βλεπόντων idem Manilius ait, et Capricornum et Cancrum oculos in semetipsos conuertere.*

Dann fährt er im Text weiter: *Et Suetonius quidem haec uerba habet: Tantam* [mox] *fiduciam fati Augustus habuit, ut thema suum uulgauerit nummumque ar-*

genteum, nota sideris Capricorni, quo natus est, percusserit (Suetonius, Vita Caess., Rec. Roth, II, 94 extr.). *Hactenus ille. At quomodo, quaeso, Augustus, 9. Kal. Oct. paulo ante ☉ exortum genitus, sub Capricorno natus esse dici potest.* D. Note K's. siehe IV, 88 oben, wo auch e. sehr abgekürztes Stück d. H'schen. Bf. abgedruckt ist (von dem nun Folgenden Nichts mehr). Auch ist nicht richtig gedruckt: *contra Capricornus in ipsam,* welche Leseart H. bekämpft, wie wir sehen werden.

H. fährt fort: *Dixerit quispiam, ante institutionem anni Juliani cum haec contigerint, aliam plane fuisse anni dispositionem.* An diesen letzten Satz knüpft K. seine Antwort an. Diese Fragen H's. bestimmten ihn auch, d. alten Auctoren zu lesen (I, 61). VIII, 331 zählt er e. stattliche Reihe auf (Vgl. überhaupt d. dortigen Aufsatz: *Augusti Nativitas,* d. an Kaiser Rudoph II. gerichtet ist, sowie VIII, 268: *De anno Romano;* u. VI, 606). D. v. H. zuerst angeführte Stelle d. Suetonius (Vita Caess. II, 5) lautet: *Natūs est Augustus M. Tullio Cicerone C. Antonio Coss. VIIII. Kal. Octob., paulo ante solis exortum.*

Louis Carrion, belgischer Archaeolog, geb. zu Brügge 1547, gest. daselbst 23. Juni 1595. — Solche Münzen, wie sie hier erwähnt sind, s. Grässe, Handb. d. alten Numismatik, 1854. p. 219. Dazu Tafel XIII, n. 1 u. 7.

472) Nach Mommsen, Röm. Gesch. Bd. III, S. 178 ff. (immer 7. Aufl.) war dieses A. U. C. 691. Ebenso begann d. Bürgerkrieg nach Mommsen III, 384 erst Anf. Jan. A. U. C. 705. K. scheint also constant 1 Jahr zurück zu sein.

475) Vgl. Z. 563 f.

479) Ep. ad Attic. l. V., ep. 9., §. 2. (Orelli; geschr. A. U. C. 703) u. ad Attic. l. V., ep. 13., §. 3.

481) Ep. ad Famil. l. VIII., ep. 6., §. 5. (Orelli; geschr. A. U. C. 704). Vgl. Mommsen III, 351.

487) Asconius, Comm. in Milon., Orelli Vol. V., P. II., p. 35., lin. 18. — Mommsen III, 337 setzt d. Ermordg. d. Clodius auf 13. Jan. 702. III, 338, Anm. sagt Mommsen: *In diesem Jahre folgte auf d. Jan. mit 29, u. d. Febr. mit 23 Tagen d. Schaltmonat mit 28, u. sodann d. März.*

491) Ep. ad Famil. l. I., ep. 4., §. 1. (Orelli; geschr. A. U. C. 698.).

494) Vgl. Macrobius, Saturnal. l. I., cap. 13.

502) Z. 565.

504) H. fährt in seinem Bf. fort (vgl. Anm. zu Z. 466): *Sed huic opinioni aduersatur, quod Cicero in 2a oratione, quam in Catilinam mediante circiter Novembre, eodem illo anno, quo Augustus editus perhibetur, habuit, aperte dicit hyemem, pruinas et niues instare. Ita ut ille annus plane uideatur eandem fere stationem occupasse, qualem Juliano tribuit anno Julius Caesar. Et praeterea non desunt authores, qui Augustum circa finem Virginis seu initium Librae natum esse attestentur. Inde illud Manilii de Virgine: Cum caperes lumen magni sub Caesare mundi. Et illud Virgilii:*

Anne nouum tardis sidus te mensibus addas,

Quâ locus Erigonen inter Chelasque sequentes Panditur etc. (Georg. I, 32 ssq.).

Ego iam pridem in eam descendi sententiam, ut crediderim, ea, quae hac de re tradit Suetonius, non de natiuitate, sed de conceptione Augusti esse accipienda, et incidi in Josephum Scaligerum, qui idem sentit, et Demophilum nescio-quem allegat, qui ait: σπόριμον ἥλιον λέγουσι, ζῴδιον ἐπὶ τῶν δεκαμηνιαίων τὸ εὐώνυμον αὐτοῦ τετράγωνον, ἐφ' ὃ πορεύεται, ἐκεῖ γὰρ αὐτοῦ ὄντος ἡ σπορά ἐγένετο· ἐπὶ δὲ τῶν ἑπταμηνιαίων, τὸ διαμετροῦν. Hactenus ille. Et haec opinio magis mihi arridet, quia Suetonius c. 94. in terminis ait: Augustum Atiae natum mense decimo, ex quo

draco dormienti irrepsit. Et quia animaduerto, Lucium illum Taruntium teste Plutarcho non natiuitatem, sed conceptionem Romuli et Remi, quae in defectu Solis contigerat, animaduertisse. Sed haec ipsa opinio contradicit uerbis Suetonii, et uagatur plane in incerto. — D. Stelle aus II. Catil., auf welche sich H. bezieht, steht §. 23. — D. Stelle d. Manilius, auf welche K. mehrmals zurückkommt, lautet:

Virgine sub casta felix terraque marique
Est Rhodos hospitium recturi principis orbem;
Tumque domus vere solis, cui tota sacrata est,
Cum caperet lumen magni sub Caesare mundi. (Astronom. l. IV., v. 763 ff.)

D. alten Ausgaben haben: *Tuque domus*, u. *Cum caperes*. D. Schrift Scaligers führt d. Titel: *Manilii Astronomicon libri V. Josephus Scaliger, Julii Caesaris fil. recensuit. Ejusdem commentarius et castigationum explicationes. Lutetiae 1579.*

Scaliger, Joseph Justus, eig. della Scala, geb. zu Agen (Lot et Garonne) 4. Aug. 1540, Prof. zu Leyden, gest. daselbst d. 21. Jan. 1609. E. Mann v. grosser Erudition, aber nicht geringerer Arroganz (IV, 113, K. an Ziegler S. J.: *Tyrannidem invisam* [Scaligeri] *passim abrogat* [Lydiatus Anglus], *novam ipse stabilit. Honestior est sane illa tyrannis sub creberrimis Scaligeri vocibus est, fuit, nullo nec auctore nec ratione dicta, quia mascula est: at* etc.). Noch mehr mascula ist Sc. Ungeschliffenheit. Nicht bloss seine Gegner, auch solche, d. ihm gar nichts zu Leide thun konnten, kommen schlecht weg. Z. B. in *De emendatione temporum: Sed Macrobius nunquam legit Graecos .... quare hoc finxit ipse, et ueterum scriptorum alter fucus Solinus: qui ambo hac in re multum mentiti sunt, multum hallucinati.*

Endlich d. Stelle aus Plutarch, d. H. citirt, findet sich: Romulus, c. 14. — K. antwortet im Folgenden auf. d. Ausführgn. H's. — Gleich zu dieser Z. gehört Z. 523 ff. Vgl. auch Z. 1415.

514) Über d. *margaritae*, welche K. meint, vgl. d. Anm. zu Z. 207.

515) H. fährt in d. Bf. v. 10. März fort: *Quae cum ita sint, et inter alia animaduerterim, plurimos Augusti nummos extare cum nota syderis Capricorni, qui tamen omnes post annum ante Christum 38. fuerint fusi* (Vgl. Anm. zu Z. 466): *tandem cogitaui, anne forte thema illud caeleste, ex quo praedicebatur, Augustum illius Reipublicae, sub qua natus fuerat, dominum euasurum seu tyrannum, ortum fuerit ab Eclipsi ⊙ maxima, quae anno ante Chr. 38., cum uel maxime Augustus sese rebus gerendis dux partium immiscuerat, in ipso Capricorni sydere contigerat (Tab. Prut. a. 38. a. Chr. defect. ⊙ in 22°8′4″♑, Romae $3^h 5^m 52^s$ p. m.; 11 digit.). Et sane percuperem, te ad illud ipsum tempus (14. Jan. 38. a. Chr. $3^h 6^m$ p. m. Romae) thema integrum caeleste .... erigere, atque iudicium tuum .... ferre, num ex illo themate tale quippiam praedici posse uideatur; cum praesertim (harum quippe rerum ignarus) non meminerim me legisse, ex quanam scola* [astrologica, vgl. Anm. zu. Z. 207] *id exierit, ut dicamus, eum, qui uel natus, uel etiam conceptus sub Capricorno fuerit, euasurum esse illius Reipubl., in qua uiuat, dominum.* K. antwortet hier zuerst auf d. letzte Frage.

520) Bezieht sich auf d. Anfang d. eben citirten Stelle H's.

523) Gehört zu Z. 504. — *Infra* bezieht sich auf Z. 651, u. beweist, dass diese Anm. v. Kepler erst nach d. Schluss d. Bf. hinzu gefügt wurde.

529) Scaliger las in seinem Commentar zu Manilius (Anm. zu v. 504) S. 104:

.... Contra Capricornus in ipsam [Erigonem]
Convertit visus. Quid enim mirabitur ille
Majus, in Augusti felix quae fulserit ortum?

In d. 3. Auflage (nach seinem Tode, aber nach seinem MS. gedruckt, Strassburg 1655) verbessert er dies u. entschuldigt sich S. 147.

[533]) Fortsetz. v. Z. 498.

[534]) Macrobius, Saturnalia l. I., c. 13. sq.

[535]) Jos. Scaligeri .... *opus nouum de emendatione tempp.* Lutetiae 1583. L. II. cap. *de ueteri anno Romanorum,* p. 116 ssq.

[538]) Vgl. Mommsen I, 930 f.

[554]) Im Bf. v. 24. Dec. 1597 (IV, 81 f.). [563]) Z. 474.

[559]) Z. 479. [568]) Vgl. Z. 507 f.

[572]) Anm. zu Z. 504. — Nach Mommsen III, 148: Beabsichtigter Ausbruch d. Verschwörung 28. Oct. 691 (Cicero, Cat. I, §. 7.: *a. d. VI. Kal. Nov.* nach Orelli.). Cicero denuncirt d. Verschw. im Senat d. 20. Oct. (Cat. I. §. 3.: *a. d. XII. Kal. Nov.*). Cicero sollte in seinem Hause ermordet werden in der Nacht v. 7/8. Nov. (Cat. I. §. 9.). 1. Rede Cicero's im Senat d. 8. Nov. Catilina reist ab. Trotzdem sollte d. Verschwörg. ausbrechen bei e. allgem. Brande. Cicero hält am 9. Nov. d. 2. Rede coram populo (Cat. II. §. 6.). In d. Nacht v. 2/3. Dec. Festnahme d. allobrogischen Gesandten (Cat. III. §. 5.; gehalten coram populo d. 3. Dec.). Am 5. Dec. entschied Cicero in e. Senatssitzg. durch seine 4. Rede d. Verhängg. d. Todesstrafe über d. Hauptverschwörer. Spät Abends d. 5. Dec. Hinrichtg. derselben. Dies sind d. Nonae! Man sieht, dass K. hier auf d. Holzwege ist.

[574]) Ep. ad Attic. l. I. ep. 19. §. 6. (Orelli).

[595]) Z. 641 ff. will K. dies nur auf d. letzten 14 Jahre beziehen.

[605]) Flavius Josephus, *de bello Judaico* II, 9, 1. (Dindorf) u. *Antiquitat. Judaic.* XVIII, 2, 2. gibt d. Regierungszeit d. Augustus an zu: *ἑπτὰ δὲ καὶ πεντήκοντα τῆς ἀρχῆς ἔτη, πρὸς οἷς μῆνες ἕξ, ἡμέραιν δυοῖν πλείονες*; an letzterer Stelle jedoch d. Lebenszeit d. Augustus einfach zu: *ἔτη ἑπτὰ καὶ ἑβδομήκοντα.*

[607]) Suetonius II, 100.

[618]) K. that dies für d. 17. Juli in d. gleich folgenden P. S. Z. 640.

[619]) H. liess sich dies nicht zweimal sagen, wie wir sehen werden. Vgl. Z. 1452.

[628]) K. hatte d. lateinische Exemplar (Vgl. Z. 1308 u. Anm. zu Z. 1556): *Diarium nauticum, seu vera descriptio trium navigationum admirandarum* etc. *auctore Gerardo de Vera, Amstelredamense. Amstelredami, ex officina Cornelii Nicolai, anno 1598.* (Ich fand e. Exemplar in d. k. Staatsbibl. zu München). K. hatte dies Buch wahrscheinlich v. Zehentmajer (vgl. Anm. zu Z. 123), d. Sekretär d. Baron v. Herberstein. Über d. Letzteren Beziehgn. zu d. Versuchen, e. nordöstl. Durchfahrt aufzufinden, s. Peschel, Gesch. d. Erdkunde (1. Aufl.) S. 286 ff.; 296. Vgl. was K. sagt (VIII, 714): *Mense Martio anni 99. ex lectione Navigationis Batavicae incidi in contemplationem declinationis magnetis.* Über d. Buch: II, 412, n. 33; vgl. Peschel S. 296 ff.

[632]) *Atlas, sive cosmographicae meditationes de fabrica mundi et fabricati figura, Gerardo Mercatore Rupelmundano, Illustrissimi Ducis Juliae, Cliviae et Montis etc. Cosmographo, Autore. Duisburgi Clivorum. Dusseldorpii excudebat Albertus Busius 1595.* — D. Angabe K's. *arcus declinationis* = *16° 30′* zeigt, dass er sich d. Karte d. Nordens bediente, auf welcher sich d. Magnetpol (*respectu insularum capitis viridis*; vgl. Anm. zu Z. 1327) unter 178° 30′ Ö. L. u. 73° 30′ N. Br. verzeichnet findet. Er hatte diese Karte im Frühjahr 1596 in Stuttgart gekauft (Z. 1744). — Mercator Gerhard, geb. 5. März 1512 zu Rupelmonde (Belgien, Ostflandern, Arrond. Termonde), gest. 30. Nov. (Peschel; Zedler: 2. Dec.) 1594.

[636]) Vgl. Anm. zu Z. 123, u. d. Bf. Zehentmajer's v. 24. Mai 1599 (VIII, 710 f.).

[641]) Vgl. Z. 595.

[645]) Vgl. Z. 507 ff.

[648]) Vgl. Z. 370.

[651]) Vgl. Z. 523 ff.

[654]) Vgl. IV, 81.

[659]) Vgl. Z. 619.

[664]) Vgl. hiezu K's. Worte Z. 750 ff., welche beweisen, dass K. hier nicht historisch berichtet, wie H. gewünscht hatte (Anm. zu Z. 466).

[668]) Vgl. d. Anm. zu Z. 241.

[702]) Hier drückt K. wieder d. Gegensatz aus zu der landläufigen Praxis d. Astrologen. Vgl. Anm. zu Z. 241 u. zu Z. 207.

[759]) Dieses P. S. hier ist e. Copie v. e. Theile d. I, 46 abgedruckten Bf. T's. an M. v. 1. Mai 1598 (Z. 782 steht *expensis* statt *expressis;* Z. 797: *animadvertere;* Z. 803: *superiore*). T. befand sich damals auf Schloss Wandsbeck bei Hamburg als Gast d. Grafen Heinrich v. Rantzau (I, 44; 191). T. befolgt d. alten Kalender u. d. bürgerl. Zeiteintheilg. Über d. Zweck, d. K. bei Übersendg. dieses Bf. an H. hatte, vgl. d. Anmerkgn. zu Z. 19—70.

[785]) Vgl. d. Correctur, d. T. anbringt im Bf. an K. v. 9. Dec. 1599 (I, 225).

[791]) Vgl. d. Anmerkgn. zu Z. 35 u. 39.

[809]) Vgl. Anm. zu Z. 58.

[815]) K. rechnet, als ob e. ⊙ Finsterniss e. isochrones Ereigniss für alle Puncte d. ♁ Oberfläche wäre. Dass er dies nicht gewusst haben sollte, ist evident nicht anzunehmen. Es zeigt nur d. geringe Genauigkeit d. Beobachtgn., mit d. er zufrieden ist. Vgl. Anm. zu Z. 70.

[822]) Jedenfalls e. Irradiationserscheing. Ihren übergrossen Betrag bei T. B. kann man einigermassen erklären aus der Summirg., d. entsteht, wenn er d. Vollmonddurchmesser mit d. Durchmesser d. Neumondes vor d. ⊙scheibe vergleicht. Auch von d. individuellen Beschaffenheit d. Auges ist sie abhängig. Vielleicht war T. B. besonders dazu disponirt. Auch fallen d. Beobachtgn. selbstverständlich vor d. Erfindg. d. Fernrohres.

[824]) Bf. v. 22. Jan. 99 (II, 28 unten, f.).

[828]) *Munus liberale* bezieht sich auf d. Schluss v. H's. Bf. v. 16. Mai: *Ne uero taedium calculi sine ulla recompensationis significatione tibi innuere uidear, rogo, ut minimum hisce iunctum munusculum boni consulas.*

[829]) D. bombastischen Titel d. Buches *de hypothesibus astronomicis* s. I, 284. H. hatte sich im Bf. v. 16. Mai K's. Urtheil erbeten (abgedr. I, 284.). Fr. vermuthet richtig, dass K. hierauf geantwortet habe. D. Antwort folgt Z. 931 ff.

[833]) H. antwortete auf d. 1. Bf. K's. am 16. Mai. D. Stelle, auf welche K. hier antwortet, ist II, 427 oben abgedruckt. Hinzuzufügen ist nur d. Anmerkg., d. H. an den Rand geschrieben hat: *Clauius* (vgl. Anm. zu Z. 1135) *scribit* (Comment. in Sphaeram J. de S. Bosco, Romae 1570. ⊙ Finstern. v. 21. Aug. 1560), *se Conimbricae* (Coimbra), *circa meridiem uidisse tantam* ⊙ *eclipsin, ut nemo cernere potuerit, ubinam pedem figere debeat. Id quod hac ratione fieri non posset.* Hierauf bezieht sich K. in den folgenden Zeilen.

[837]) Gegen T's. Ansicht, dass d. ☽ d. ⊙ nicht ganz bedecke, also jede centrale ⊙ Finsterniss ringförmig sein müsse. Es müsste denn sein, fügt er bei, dass d. ⊙ ihr Licht nicht aus ihren äussersten Schichten (welche allein sichtbar wären), sondern aus dem Innern (d. auch dann v. ☽ verdeckt würde) ausstrahle.

[840]) D. Zusammenhang ist: Aus d. angegebenen Grunde ist es zwar nicht wahrscheinlich, dass T. recht beobachtet habe; sollte dies aber doch d. Fall sein,

dann müsste man es so erklären, wie H. gethan. Warum K. von e. *paradoxon opticum* spricht, s. Z. 32.

841) K. meint H's. 2. Conjectur, *dass die extremitates Lunae durchscheinig*; d. h., wie K. es erklärt, dass d. ☽ e. Atmosphäre habe. Diese soll erklären, warum d. Vollmond grösser erscheine (auch d. Atmosphäre reflectirt Licht, Z. 844 ff.); für d. Beobachtg. T's. von e. kleineren Durchmesser d. Neumondes sei e. doppelte Erklärg. möglich (Z. 854); Entweder könne man annehmen, d. bei e. totalen ☉Finsterniss durchscheinende Atmosphäre d. ☽ sei so hell, dass sie mit e. ☉ ring verwechselt werde, obgleich d. Durchmesser des ☽ (mit d. Atmosphäre) = d. d. ☉ sei (Z. 855 ff.); oder nach d. 1. Erklärgsweise H's. (dass d. ☉ wegen ihres grösseren scheinbaren Durchmessers mehr als e. Halbkugel d. ☽ erleuchte; Z. 859 ff.) sei d. Durchmesser d. dunkeln ☽scheibe kleiner als d. Durchmesser d. Vollmondes, so dass bei totalen ☉ Finsternissen noch e. Ring d. erleuchteten ☽ Körpers sichtbar sei. Diese Erklärung sei aber nicht zulässig, weil sie nothwendig voraussetze, dass e. Ring d. ☉scheibe sichtbar bleibe (Z. 864), u. könne daher nicht als e. Erklärg. gelten, d. sich auf totale ☉ Finsternisse (d. es nach d. Zeugnisse d. Historiker gebe) anwenden lasse (Z. 867); sondern sie könne höchstens erklären, warum d. (bei ringförm. ☉ Finsternissen) sichtbare ☉ ring zu breit erscheine, indem seine Breite durch d. sichtbaren Ring d. erleuchteten ☽ Körpers vergrössert werde. Ja sogar d. Letzte sei nicht annehmbar; denn wer werde e. leuchtenden Ring d. ☽oberfläche für e. Theil d. ☉ringes halten!

851) *Prodromus, c. 16.* (I, 159).

863) Jedenfalls ist: *Theoricae novae, Pars II., de passionibus planetarum; quartum genus* gemeint. Vgl. d. Anm. zu Z. 1090.

872) Übrigens, meint hier K., plagen wir uns umsonst, um e. Erklärg. e. solchen Phänomens zu finden; T. hat ja nie e. totale ☉ Finsterniss gesehen. Für d. partiellen Finsternisse, d. T. meint, genügt d. eine Erklärg., dass d. ☽atmosphäre d. Durchmesser d. Vollmondes grösser erscheinen lässt (durch ihr reflectirtes Licht), bei ☉Finsternissen kleiner (weil sie transparent ist).

880) K. glaubt, dass sogar für d. Fall, dass auch bei totalen ☉ Finsternissen diese Erscheing. auftrete (wie es ja bei Annahme dieser Erklärg. für partielle Finsternisse consequent d. Fall sein müsste), diese Erklärg. hinreiche, um d. Schwierigkeiten aus d. Geschichte zu lösen (Z. 835). Denn 1. sei d. leuchtende ☉ring nur e. kleiner Theil d. ☉oberfläche; 2. käme das Licht nur aus d. äussersten Schichten d. ☉Körpers (Vgl. Z. 838 f.); 3. seien d. ☉strahlen fast tangential zum ☉Körper; 4. endlich (u. dies sei e. Consequenz speciell dieser Erklärg.) werde d. schwache ☉licht durch d. Absorption innerhalb d. ☽atmosphäre noch verringert.

892) Aus d. eben angegebenen Gründen glaubt K. folgern zu können, dass d. Licht, d. noch v. d. ☉ring zur ♁ gelange, bis zu d. Grade abgeschwächt werden könne, dass es nicht im Stande sei, e. nächtliche Finsterniss zu zerstreuen, gerade wie auch d. Sterne dies nicht vermöchten.

Wie man sieht, ist K. nie um e. Erklärg. verlegen. Diese Frage gab aber neben einigen andern d. Anstoss, dass K. sich auf theoretische optische Untersuchgn. verlegte, u. geradezu Vortreffliches leistete. *(Paralipomena in Vitellionem,* 1604; II, 119 ff.). Über d. hier behandelten Gegenstand spricht er noch mehrmals (Vgl. II, 309; 347; 353 f.; 9; 288; 418 etc.).

899) H. hatte ihm geschrieben: *Daneben füeg ich ime zu wissen, das ich*

glaublich berichtet, wie ermelter T. B. in kurz nach Prag zu gelangen, von Ir. Maj. behalten, vnd daselbs verbleiben würde. Da dem also, verhoff ich in kurtz data occasione bey Ime zu sein. Hierauf antwortet K., er wolle auch T. besuchen, sobald dieser in Prag sei. Dass T. in Wittenberg sei, hatte K. v. d. Briefboten erfahren, der ihm T's. Bf. nach 10monatlicher Reise (*struthi alis* scherzt K. in eben nicht classischem Latein) überbrachte. (Vgl. Anm. zu Z. 931). H. antwortet d. 20. Juli (abgedr. I, 70 unt.). In diese Zeit fällt auch H's. erster Bf. an T. B., wie aus d. Context desselben ersichtlich. Derselbe findet sich als Concept v. H's. Hand im Cod. lat. 1607, fol. 180., pag. 328. in d. Münchner Staatsbibliothek.

[905]) H. Worte, welche diesen Excurs K's. veranlassten, s. in d. Anm. zu Z. 111. — Was ich zur Aufklärg. dieser Stelle beitragen kann, ist Folgendes: T. B. schreibt in d. *Progymnasmata* (P. I., pag. 274): *Illud etiam monendum censeo, Jacobum Florentinum, ciuem Amsterodamensem, globorum coelestium atque terrestrium conficiendorum singularem artificem, misso huc filio suo ejusdem opificii gnaro, coelestem quendam globum secundum nostram hanc in affixarum locis verificationem, hactenus usitatos certitudine et solerti elaboratione longe exuperaturum, adornare decreuisse.* Vgl. VIII, 641. Kästner, Gesch. d. Mathematik, berichtet (Bd. II, pag. 393): *In eben dem Jahre* (1596) *erschienen in Niederdeutschland Himmelskugeln mit Sternen nach Tycho's Berichtigung, aber nur mit den 800* (vgl. Z. 908), *d. sich im 1. Buche d. Progymnasmata finden. T. hatte v. d. gedruckten Blättern, auf denen sie stunden* (die Sternpositionen der Progymnasmata, deren Druck T. in Uranienburg 1582 begann), *Exemplare vertheilt, auch eins an e. Amsterdamer Künstler, Florentium.* Dies ist jedenfalls derselbe Globus, d. K. meint, e. für d. Handel bestimmtes Exemplar (Z. 912) einer buchhändlerischen Unternehmg. Fr. befindet sich daher im Irrthum, wenn er d. angef. Stelle T's. in d. Progymn. auf d. grossen kupfernen Globus bezieht (II, 824), d. T. nur für seinen eigenen Gebrauch anfertigen liess (Kästner, l. c.; d. Kugel kam v. Augsburg), u. nach Prag mitnahm. Auch K. spricht im cap. 14. *de stella nova* (II, 662 f.) offenbar von solchen im Handel befindlichen Globen, nicht v. d. kupfernen Globus T. B's. Letzterer kam später an d. Jesuitencollegium zu Neisse in Schlesien, dessen Rector P. Chr. Scheiner war; bei d. Eroberg. d. Stadt durch d. Schweden ward er v. Prinzen Ulrich, Sohn d. Königs v. Dänemark, nach Kopenhagen geschickt, wo er zuerst auf d. k. Akademie, dann auf d. runden Thurm Aufstellung fand, u. 1728 in d. grossen Feuersbrunst mit verbrannte (So Zedler, Universallex. Bd. IV., pag. 991. u. Schmidl, Hist. prov. Bohem. S. J. Bd. III, l. VI, n. 181. p. 1230).

K. kennt zwar auch e. Globus v. Wilhelm Blaeu (auch Jansonius Caesius genannt, Amsterdamer Buchdrucker, Schüler T's., gest. 1638), der aber nicht vor 1601 erschienen ist (Bf. an Fabricius v. 4. Juli 1603 u. an Jansonius selbst v. 7. Febr. 1604; II, 752 f.; ferner II, 769); ja im *Calculus eclipsium* ☽ (III, 584) sagt er: *Gulielmus Jansonius, qui primus globos coelestes ex Tychonis restitutione fixarum sculpsit;* aber das ausdrückliche Zeugniss T's. hat noch mehr Gewicht, u. d. Übereinstimmg. d. Details in d. Berichten T's., Kästner's u. K's. an dieser Stelle hier nöthigt zum Schlusse, dass K. e. Globus d. Florentinus beschreibt (T. könnte z. B. nicht sagen, d. Globus d. Florentinus werde alle bisherigen an Genauigkeit übertreffen, wenn Jansonius, wie K. sagt, als d. Erste d. T'schen. Sternkataloge benützt hätte; u. s. w.). D. Angabe K's. im *calculus eclipsium*, d. erst viel später, wahrscheinlich nicht vor 1625 niedergeschrieben ist, wird wohl als lapsus memoriae zu betrachten sein. E. offene Frage bleibt nur, wie sich Jan-

sonius mit Florentinus wegen dessen Privilegiums (Z. 910) auseinandergesetzt hat; es sei denn, dass dasselbe bei T's. Tode (24. Oct. 1601) erlosch, u. so Jansonius seinen Globus Ende 1601 ausgehen lassen konnte.

931) Nicolaus Reimarus Ursus, e. Holsteiner, bis zum 18. Lebensjahre Schweinehirt, dann Autodidact, gab 1588 e. Büchlein: *Fundamentum astronomicum* heraus (Vgl. I, 217). Da dieses K. gefiel, hatte er an U. e. Bf. voll d. überschwänglichsten Lobes gerichtet (15. Nov. 95; I, 218). In diesem theilte er U. seine Entdeckgn. mit, d. er dann im *Prodromus* veröffentlichte. U. fand es nicht einmal d. Mühe werth, ihm zu antworten (Vgl. I, 219). Mittlerweile war zwischen U. u. T. B. e. Streit wegen Plagiats ausgebrochen, dessen Ursprg. u. für U. wenig rühmlichen Verlauf T. in d. Bff. an K. v. 11. Apr. 98 (I, 219) u. 9. Dec. 99 (I, 223) schildert (Vgl. I, 226). D. Streit wurde bald persönlich, u. durch allerlei Artigkeiten verbittert. T. scheint an letzterer Wendg. nicht ganz unschuldig zu sein, wie aus seinem Bf. an K. v. 9. Dec. 99 zu ersehen ist. K's. *Prodromus* war inzwischen erschienen, u. U., wohl durch d. Gerücht aufmerksam gemacht, dass K. doch e. Antwort werth gewesen wäre (I, 219), schrieb ihm d. 29. Mai 97 v. Prag aus, wo U. k. Astronom geworden war, u. verlangte e. Exemplar d. *Prodr.* (l. c.), d. K. ihm schickte (I, 217). Da trat U. plötzlich mit seinem Buch *de hypothesibus* hervor, welches schon auf d. Titelblatt (Vgl. I, 284) d. giftigen Ton ahnen lässt, in d. es d. T. B. mit Schmähgn. überhäuft. K. wurde v. U. als Sturmbock benützt, indem dieser K's. Bf., d. er früher keiner Antwort gewürdigt hatte, d. Buche vordrucken liess.

T. B. erhielt durch e. merkwürdige Ironie d. Schicksals gleichzeitig (I, 219) dieses Buch u. K's. *Prodr.* nebst dessen Bf. v. 13. Dec. 97 (I, 42), d. Lobsprüche enthielt, welche d. früher an U. geschriebenen stark glichen. An U. hatte K. z. B. geschrieben: *Te mihi notum pridem fecit illustrissima tua gloria, qua mathematicos hujus aevi praecedis unus, quantum Phoebeus orbis minuta sidera;* u. an T.: *Cum te, vir amplissime, mathematicorum omnium non hujus tantum aetatis sed totius aevi monarcham constituerit incomparabilis doctrina judiciique praestantia.* Sehr begreiflich, dass T. äusserst aufgebracht war. Er schrieb sogleich an K. d. 11. Apr. 98 (I, 219), u. verlangte Aufklärg.; ebenso d. 21. Apr. an M., d. er e. Abschrift seines Bf. an K. beilegte (I, 46). M. machte K. hievon Mittheilg. d. 14. Juli (I, 232), u. bemerkte: *Verum ego librum illum non vidi, nec etiam talem a te epistolam scriptam esse credere possum. Nosti enim, quodnam de isto homine sit meum judicium..... Mirum ergo mihi videretur, si a te super astra sic eveheretur. Dignus itaque esset, ut contra ipsum te purgares, quod tua humanitate tantopere abutitur, quia vere non credo, te istiusmodi ornamentis ipsum fuisse dignatum.* K. erhielt diesen Bf. erst Anf. Dec. (I, 91), u. mit ihm d. 1. Nachricht v. d. Beginnen d. U. Er schrieb d. 9. Dec an M., indem er in heftiger Weise seinem Ärger Luft machte. An d. Worte M's. *Dignus itaque esset* etc. anknüpfend sagt er: *Sed quid opus est me ipsi scribere cum sit male furiatus homo, ut video, a quo merito cavendum est, ne porro quoque laedat..... Utinam vero monstrum illud videam, quod meam illam epistolam cornibus circumfert* (D. Buch nämlich mit K's. Bf. an der Stirne). *Ceterum abstinebo penitus ab homine, et me data occasione purgabo T., quod et te oro ut facias. Mittatur mihi exemplar meae impressae epistolae, nam etsi verborum jam post tantum temporis non sum amplius memor, facile tamen agnoscam, si quid ego scripsi, sique ulterius ille grassatus est, verba mihi forte tribuens, quae mea non sunt. Non possum credere, adeo me sudasse in ipso laudando, ut superbire asinus merito posset* (I, 234). E. Abschrift d. T'schen. Bf. erhielt er v. M. d. 13. Febr. 99 (I, 48). Er schrieb sogleich e. Ent-

schuldigsbf. an T. (I, 220. Im Register ist irrthüml. — vergl. d. Einleit. d. Bf. — 1598 angegeben), v. d. er auch M. e. Abschrift sandte. D. 18. Febr. (I, 48) kam endlich T's. Bf. in Graz an, „Struthi alis opinor“, meint K. D. Buch war jedoch K noch nicht zu Gesicht gekommen, so dass er im Zweifel war, was eigentlich von ihm darin stehe (I, 220). Es war ihm deshalb sehr angenehm, als H. ihm d. 16. Mai e. Exemplar schickte. K. ergreift eifrig d. Gelegenheit, um d. üblen Eindruck zu verwischen. Wegen e. Umstandes sind wir jedoch U. Dank schuldig. K. fasste, durch diesen Vorfall gewarnt, d. Entschluss: *Scribam caute, retinebo exemplaria* (I, 234), d. wir d. Erhaltg. vieler Bff. verdanken.

[934]) H. mochte durch d. Lob, d. K. im vorigen Bf. (Z. 19 ff.) T. B. gespendet hatte, neugierig geworden sein, wie K. d. Widerspruch erklären werde.

[942]) *Da ich jetzt noch nicht einmal ganz d. Kinderschuhe ausgezogen habe.* Auch d. folgenden demüthigen Geständnisse zeigen, ich welch' peinlicher Verlegenheit sich K. befand. Dass K. hier nicht wie vor Empfang d. Buches e. Fälschg. d. U. vorschützt, scheint e. Geständniss zu sein, dass d. Bf. v. U. richtig wiedergegeben wurde. Bestätigt findet sich dies im Bf. an M. v. 29. Aug. 99 (I, 234): *A quibus* (sc. literis) *an aliquid desumserit nescio: quae ponit, omnia mea sunt.* Vgl. I, 237.

[943]) *Nicolai Reimari Ursi Dithmarsi fundamentum astronomicum, i e.: Nova doctrina sinuum et triangulorum, eaque absolutissima et perfectissima, ejusque usus in astronomica calculatione et obseruatione. Argentorati 1588.* Schon im Titel zeigt sich d. Eitelkeit. Im Büchlein (trotz d. pompösen Überschrift nur 80 SS. in kl. 4°) ist jede einzelne Figur e. Anderen gewidmet; z. B.: *Diagramma posterioris casus prosthaphaereseos. Bartholomaeo Sculteto Senatori Gorlicensi sacrum.* E. eigene *epistola dedicatoria* geht voraus. Seine Verwendg. d. Bf. K's. ist gewiss eigenthümlich. Auch was sonst über d. Character d. U. bekannt ist, ist d. entsprechend. Vgl. I, 219; 229 ff.. VIII, 698.

Zur Vervollständigg. bemerke ich noch, dass es e. Irrthum sein dürfte, wenn Fr. (I, 218) schreibt, man wisse nicht, wo U. gestorben sei. Richtig ist, dass sich U. vor T. aus Prag flüchtete. Aus d. Bf. T's. an K. v. 9. Dec. 99 (I, 224) erfahren wir: *Subduxit is se Praga in Silesiam paulo post meum isthic accessum, sed nuper, uti rescivi, tacite rediit. Forte, quod ibi me non amplius esse intellexerat* (T. war in Benatek). Ende Jan. 1600 traf K. d. U. persönlich in Prag (I, 237). D. 28. Aug. schreibt T. an K. (I, 232): *Institui contra illum actionem juridicam, postquam huc Pragam veni, intelligens periculum esse in mora, siquidem graviter decumberet. Et impetravi a Caes. Maj., ... ut commissarii 4 deputarentur, ... qui sententiam hac de re pronuntiarent; siquidem is per emissarios meos quaesitus ea, quae scripserat, retractare noluit, sed potius ad jus provocavit. Verum accidit, ut eadem hora, qua citatio illi intimanda fuit, exstingueretur.* Nach d. am gleichen Tage an H. gerichteten Bf. (l. c.) geschah dies ungefähr d.14. Aug.: *quidam jam ante 14 dies mortuus.* Also starb U. zu Prag, ungef. d. 14. Aug. 1600.

[945]) Joh. Sigmund Freiherr Wagen v. Wagensperg; 1605 Landesverweser in Steyr, 1611 Statthalter zu Graz, vorher (Peinlich, Programm d. Gymn. zu Graz 1866) oberster Scholarch d. protest. Stiftsschule.

[956]) Joh. Müller, geb. 1436 zu Königsberg in Franken (daher *Regiomontanus*), gest. zu Rom Juli 1476, berühmter Mathem. u. Astronom (Vgl. I, 656). D. l. c. erwähnte Verzeichniss seiner Schriften, welches Tanstetter bringt, führt d. Titel: *Index operum Joannis de Monte regio, quem, dum in humanis erat, imprimi curauit: huc secundario appressus.* Es rührt also v. Regiom. selbst her. Wahrsch. meint

jedoch K. keines d. daselbst aufgezählten Werke, sondern: *De triangulis omnimodis quinque volumina,* welche Schrift in d. bei Tanstetter folgenden Verzeichniss vorkommt, welches d. Titel führt: *Opificis tentata, quae essentne prodenda annon, pudor ingenuus et respublica literaria diu inter se disceptauere. Ratio audendum censuit.* Zedler (Universallexicon; vgl. d. Anm. zu Z. 1494) irrt also, wenn er meint, Schoner habe d. Schrift Regiomontan's *de triangulis* 1533 zuerst herausgegeben, da Tanstetter's Verzeichniss 1514 erschien.

[959]) D. *inventum* ist im *Prodromus* veröffentlicht.

[362]) Fr. führt im Reg. nur d. 1. Bf. an, d. U. drucken liess. K. hat jedoch bei Übersendg. d. *Prodr.* wieder an ihn geschrieben. Nach seiner eigenen Angabe (Bf. an M.; I, 233) ca. Juli 97. D. Inhalt ist l. c. skizzirt. Bemerkenswerth ist, dass K. mehrere Exemplare d. *Prodr.* an U. sandte mit d. Ersuchen, eines d. T. B. zu übersenden, u. U. bat, ihm d. Werke T's. zu verschaffen! D. 3. mal, ca. Dec. 97 (*ante annum opinor,* K. l. c., 9. Dec. 98), schrieb er an U., als dieser nicht antwortete. Abermals keine Antwort; wohl aber erschien damals d. Buch d. U., welches K. so viel Verdruss bereitete. Dass diese Bff., wenn auch K. meint (l. c.), er könne d. U. doch nicht gar so arg gelobt haben, in e. ähnlichen Stile gehalten waren wie d. 1., glaube ich aus K's. Befürchtg. schliessen zu können, d. er M. gegenüber (26. Febr. 99) äussert: U. könne, wenn er denselben zu heftig angreife, sich durch Herausgabe dieser Bff. rächen u. ihn lächerlich machen.

[971]) *Pro materia epistolae*; d. h. U. konnte nicht d. Absicht haben, durch Veröffentlichg. d. Bf. K's. dessen Entdeckg. bekannt zu machen, da er wusste, dass dies bereits im *Prodromus* geschehen sei. Vgl. I, 237.

[975]) K. dachte damals schon an e. Verbindg. mit T. B. u. musste sich daher vor e. Beleidigg. T's. hüten.

[976]) S. T's. Bf. v. 11. Apr. 98 (I, 220).

[997]) Vergl. d. Anm. unter d. Text. — T. antwortete auf K's. Bf., d. er im Sommer 99 zu Wittenberg erhalten hatte (Vgl. d. Eing. d. Bf.; I, 223), d. 9. Dec. 99. Er nahm d. Entschuldigg. K's. an, u. übersandte ihm Actenstücke, aus denen er sich vom Unrechte d. U. überzeugen sollte. K. war schon vor Empfang dieses Bf. (erst d. 10. Juni 1600 zu Wien auf d. Rückreise) zu T. nach Prag gereist (6. Jan. 1600; VIII, 715), wo er gegen Ende Jan. anlangte, u. abermals e. Bf. voll Entschuldiggn. an T. nach Benatek sandte (Bf. selbst verloren; VIII, 716). T. antwortete sehr freundlich d. 26. Jan. (l. c.), u. lud ihn ein, sogleich nach Benatek zu kommen. (Schloss Neu-Benatek [Nowy Benatka] am rechten Ufer d. Iser, NÖ. v. Prag, bis 23. Juni 1599 im Bes. d. Gr. v. Dohna, dann k. Eigenth., jetzt d. Gr. v. Thun-Hohenstein gehörig). K. folgte d. Einladg. d. 3. Febr. Allein bald bestimmte ihn e. heftiges Zerwürfniss mit T., Benatek zu verlassen. Zwischen d. 5. u. 7. Apr. 1600 kehrte er nach Prag zurück (VIII, 727 f.) u. schrieb an T. e. Bf. (fehlt), d. nach T's. heftigen Auslassgn. (Bf. an Jessenius; VIII, 728) zu schliessen, nicht ganz im parlamentarischen Tone gehalten war. Für hier wichtig sind folg. Worte T's.: *Interim etiam, an apud Ursinum istum* (U., d. wieder in Prag war; I, 224; 232; 237) *aliquid in meam contumeliam tacite moliatur, per tertiam vel quartam manum inquire.* K. leistete, v. seinen Freunden bewogen, e. sehr demüthige Abbitte (VIII, 729 f.), T. nahm ihn in Gnaden auf, beherbergte ihn d. Mai über in Benatek, u. entliess ihn d. 1. Juni (VIII, 731.), damit er in Graz seine Berufg. durch d. Kaiser abwarte, u. dann seine Familie mitbringe. Ende Juni 1600 schrieb K. wieder an T. (Bf. fehlt; I, 231). T. antw. d. 28. Aug. v. Prag aus

(I, 231 f.; VIII, 732 ist d. 29. Aug. angeg.) sehr freundlich, u. nahm K's. Anerbieten, d. mathem. Stellen in U's. Buch zu widerlegen, dankbar an. Aber d. Verdacht T's. über e. geheimes Einverständniss K's. mit U. war durch d. Zwischenfall neu belebt. Daher d. Wunsch, K. möge *adhuc dilucidius ac plenius, quam antea* (gemein. ist wahrsch. die kurze Abhandlg. I, 281 ff.) d. Behauptg. d. U. widerlegen, dass T. seine Hypothese aus Cop. oder Apollonius abgeschrieben habe. Auch hatte Kt erwähnt (Vgl. l. c., Überschrift), er habe noch vor seiner persönl. Bekanntschaft mit T. an H. auf dessen Anfrage in demselben Sinne geschrieben. Da T. sich überzeugen wollte, ob dies wahr sei, ob er somit K. trauen könne, bat er H. (Bf. v. 28. Aug.; I, 232) um e. beglaubigte Abschrift der betreff. Stellen. Dieser Bf., sowie d. Bemerkg., welche d. Überschrift der Abhandlg. beigefügt ist: *quae literae* u. s. w. führten Fr. zur Vermuthg., d. ganze Bf. K's. sei v. H. an T. übersandt worden u. deshalb verloren. D. vorliegende ist aber offenbar d. gesuchte Bf., u. d. Zeichen, in welche gerade diese Stelle eingeschlossen ist, lassen schliessen, dass H. e. Abschrift davon T. übersandte. Darauf hin nahm T. K. vollständig zu Gnaden auf, e. Wendg. d. für K's. Leben u. wissenschaftl. Erfolge entscheidend war.

[1002]) Apollonius v. Perga, griech. Mathem., geb. um 240 a. Chr., gest. um 200 a. Chr. — Zur Beweisführung K's. vgl. I, 282.

[1022]) Nicolai Copernici Torinensis, de reuolutionibus orbium coelestium libri VI. Basileae 1566. L. III., c. 25.: *Verumtamen id quoque non ignoramus, quod si quis existimaret, centrum annuae reuolutionis esse fixum tamquam centrum mundi, Solem uero mobilem duobus similibus et aequalibus eis, quos de centro eccentrici demonstrauimus; apparebunt quidem omnia quae prius: ..... Absolutus enim tunc esset motus centri terrae, ac simpliciter circa mundi centrum, reliquis duobus ⊙i concessis, manebitque propterea adhuc dubitatio de centro mundi, utrum illorum sit, ut a principio diximus ἀμφιβολικῶς, in ⊙e uel circa ipsum esse centrum mundi.* Hierüber schrieb K. an M. (29. Aug. 99; I, 235): *Nihil magis ridiculum, quam quod ex l. III. c. 25. Copernici has Tychonis hypotheses vult extorquere.* Nach Erklärg. d. Unterschiedes fährt K. fort: *Quae postquam legi, in hanc ivi sententiam, neque lectum esse Urso Ptolomaeum, neque intellectum Copernicum.* Anfangs 1600 äussert er (*Judicium*; I, 282): *Hic non intellectum Urso Copernicum, aut id studio non bono dissimulatum, nemo, qui Cop. intelligit, dubitare potest.* Dann dieselbe Erklärg. Zu Beginn d. J. 1601 (*Apologia Tychonis*; I, 275 f.; vgl. I, 235) hat K. sein Urtheil bedeutend gemildert. Er apostrophirt d. U.: *Si cognationem inter utrasque intercedere, si facilem transitum a Cop. ad T. contendisses, meum suffragium adjungi jam vidisti. Expresse vero ubi in Cop. descriptae sunt?* Hier hört d. Scriptum auf, indem K. nach T's. Tode d. Sache fallen liess.

[1029]) Vgl. d. *Judicium* K's. (I, 282). D. dortige Fig. 8 entspricht d. 1. d. hier stehenden; d. Erklärg. ist deutlicher. Bei Erklärg. d. Fig. 9 (entspr. d. 2. hier) ist d. Umlaufszeit d. Mittelpunctes d. 2. Epicykels G um F zu 25000 J. angegeben, statt zu 17108. Fig. 9. (l. c.) ist nicht richtig (d. ⊙ soll sich zugleich *in epicycliis C, B* bewegen!) ob aus Versehen, oder durch Schuld d. MS. (kein Original), konnte ich leider nicht feststellen, weil d. Gelegenheit fehlte.

[1073]) L. V., c. 3. zeigt Cop., wie sich die scheinbare Ungleichheit im Laufe d. Planeten aus d. Beweggn. der ♁ erkläre. Dies erhellt schon aus d. Schluss: *Sicque rursus manifestum est, ea omnia accidere per unum motum terrae, quae prisci quaesiuerunt per epicyclia singulorum.* C. 35. handelt: *De stationibus et repedationibus 5 errantium siderum,* also von demselben Gegenstande. Schon d. 29. Aug. 99

(Bf. an M.; I, 235) hat K. seine Ansicht modificirt: *Verum quidem est, cum duae ponantur a Ptolomaeo Apollonii sententiae, posteriorem ex illis aliquatenus digitum intendere ad T. hypotheses ..... Sed non praetendit hanc posteriorem sententiam homo stolidissimus, verum illam priorem, quae plane nihil habet commune cum T.;* Cop. erwähne hier nur die 1. Ansicht. Vgl. *Judicium* I, 283.

1079) *Antiqui* sind hier besonders Aristarch u. Pythagoras.

1090) Theoricae nouae planetarum Georgii Purbachii Germani ab Erasmo Reinholdo Salueldensi ..... illustratae scholiis ..... 1542. Hieher gehört: P. II: *De passionibus planetarum.* 1. Genus (ohne Paginirg.) Text: *Lunae tamen*, Scholion. — Vgl. d. Erklärg. in: *Apologia Tychonis*, c. III. (I, 264 ff.), u. *Tabulae Rudolphinae*, c. XXIV. (VI, 574 ff.). Über Erasmus Reinhold (geb. 22. Oct. 1511, gest. 19. Febr. 1553) vgl. I, 189, n. 8.

1107) D. h. *wenn er nicht wissentlich gefälscht hat.* — Dies Zeugniss K's. für U. ist um so mehr zu beachten, als auch M. sich sehr abfällig geäussert hatte (I, 233; Bf. an K. v. 14. Juli 98). Jedenfalls e. schöner Beweis für d. Wahrheitsliebe K's. Vgl. III, 513. Dass H. diese Stelle T. nicht mittheilte, war klug.

1120) Vgl. *Apologia Tychonis*, c. I. (I, 238 ff.; bes. 242 ff.).

1133) François Viète, lat. Vieta, auch Vietaeus Gallus, geb. zu Fontenay (Poitou) 1540, gest. zu Paris 18. (?) Febr. 1603; Reformator d. Algebra. Vgl. III, 478. — I. G. Prenckerus, auch Brenggerus od. Brengkherus (so er selbst), Arzt in Kaufbeuern, über dessen Leben fast Nichts bekannt ist; später e. Zeit lang in regem Bfwechsel mit K. (II, 37 ff.). — Geronimo Rossi, lat. Rubeus, geb. zu Ravenna um 1540, gest. zu Rom 8. Sept. 1607, Leibmedicus Clemens VIII.

1135) Christoph Clavius, Jesuit, geb. zu Bamberg 1537, gest. zu Rom 6. Febr. 1612; einer d. thätigsten Mitarbeiter bei d. Kalenderreform. In d. O. O. oft genannt (Werke: VIII, 659. Vgl. de Backer: Bibliothèque des écrivains de la C. d. J., 2. édit., B. I, S. 1291 ff.). In seinem Werke *de Astrolabio* befindet sich in e. Verzeichniss derjenigen Probleme, d. zum 1. Mal gelöst seien, als n. 5.: *Usus astrolabii, isque amplissimus, solius circini ac regulae beneficio, sine auxilio astrolabii materialis.* Vgl.d. Ende d. Vorrede. D. 3. Buch handelt v. d. Lösung sphär. Probleme durch Projection auf e. Ebene.

1137) K. war in Folge d. v. Erzherzog Ferdinand (später Kaiser Ferdinand II.) gegen d. Protestanten in Steiermark ergriffenen Massregeln nicht in guter Stimmg. gegen d. Jesuiten, welche statt d. aufgelösten protest. Stiftschule, an d. K. lehrte, e. neue Lehranstalt errichtet hatten. Später stand er mit vielen Jesuiten in freundschaftlichem Verkehr.

1140) H. antw. d. 20. Juli: *Prenckerus nihil edidit. Rubeum non noui. Franciscus Vieta ....., in geometricis et algebraicis excellens, complura edidit, quae ipse magna ex parte quaero, nec etiam nunc habere potui.* Dass H. d. Werk d. Clavius *de astrolabio* mitschickte, erhellt theils aus d. Bf. v. 6. Aug. (Z. 2364), theils aus d. v. 14. Dec. 99 (II, 815).

1150) Cop. hatte noch eine feste Fixsternsphäre angenommen (VI, 519). T. B. verwirft diese (Vgl. Z. 109; u. Bf. an K. v. 11. April 98; I, 44). D. tägl. Bewegg. d. ♁ nahmen beide an (Vgl. dens. Bf.).

1162) Vgl. d. Bf. v. 11. Apr. 98 (I, 44).

1205) Aristarchus v. Samos, um 265 a. Chr., e. d. scharfsinnigsten Astronomen d. Alterthums. — D. Stelle, auf welche K. hier verweist, findet sich I, 65 unt. D. *Narratio* d. Rhaeticus ist in d. O. O. ausgelassen, weil sie v. M. (welcher

d. Druck d. *Prodromus* besorgte) ohne Wissen K's. beigefügt wurde, u. wenig zum Verständniss beiträgt (I, 25). — Georg Joachim, geb. zu Feldkirch (Vorarlberg, früher Rhätien, daher *Rhaeticus*) 1514, gest. zu Kaschau (Ungarn) 1576; begann d. Herausgabe d. Werkes v. Copernicus. Er schrieb v. Frauenburg aus, wo er bei Cop. weilte, an Schoner e. Bf. über d. Hypothese d. Cop. Dies ist d. *Narratio prima de libris Revolutionum Cop.* Vgl. I, 8.

[1211]) Mehr in: *Apologia Tychonis*, c. II. (I, 250 ff.) Dort citirt K.: Aristoteles, l. II. de coelo, c. 13. (Pariser Ausgabe Bd. II., S. 403.). Vgl. VII, 744 ff.

[1232]) D. Antwort H's. auf K's. Auseinandersetzg. seiner *margaritae philosophicae* (Z. 207 ff.) lautete: *So vill dan ferners d. anregung diuersarum quaestionum philosophicarum belangt, seind in wahrheitt darunder vill schöne namhaffte sachen. Und habe daneben gern gelesen, das der Herr reliqua astrologica praeter aspectus planetarum etc. verwürfft. Und gedunke aber jedoch, das er auch ipsos aspectus planetarum ex eodem suo fundamento et inuento de pluralitate aspectuum nitt vnzeittlich zu renoviren, cum eadem ratione plurimi et tandem infiniti quoque aspectus effingi queant, qui consimilibus rationibus non careant. Ut iam taceam et ommittam ea, quae contra refugium illud de Geniis opponi posse ipse melius animaduertis. Also das Ich nitt sehen kan, wie einiges, auch das geringste, fundament auf die astrologica zu setzen, ut quae ex mera superstitione descendere mihi quidem uideantur.* An Deutlichkeit lässt d. Antwort Nichts zu wünschen übrig. Das I, 409 f. v. K. ebenso deutlich ausgesprochene Motiv (vgl. d. Anm. zu Z. 207) konnte K. hier nicht hindern, d. Astrologie, wie H. wünschte, vollständig fallen zu lassen; ja im Gegentheil, dasselbe Motiv hätte ihn eher dazu bewegen müssen, da er sich so H's. Gunst jedenfalls noch mehr erworben hätte. Auch scheute sich K. nicht, es offen einzugestehen, wenn er etwas nicht Stichhaltiges vorgebracht hatte. Beispiele hiefür sind sehr häufig. Wir dürfen also erwarten, K's. Überzeugung jetzt zu hören zu bekommen.

[1234]) Prodromus, c. 12 (I, 139 ff.). Verweist auch auf d. Harmonieen.

[1237]) Vgl. Z. 458 u. d. Anm. dazu.

[1240]) Vgl. Z. 461 u. d. Anm. dazu.

[1242]) Hieronymi Cardani in Cl. Ptolemaei Pelusiensis IV de astrorum judiciis aut, ut vulgo vocant, quadripartitae constructionis libros commentaria. Lugduni 1555. In l. I., text. XLVI.; p. 152 unten. — Cardanus, geb. zu Mailand d. 24. Sept. 1501, gest. zu Rom 1576, war Arzt. Mehr über dieses wunderliche Menschenkind u. seine (meist astrolog.) Werke s. I, 656, n. 8; V, 484, n. 17; bes. VIII, 594 ff.

[1247]) K. zeigt durch d. Gegensatz zu d. Vorigen, dass er überzeugt war, d. wirklichen Grund für d. reelle Wahrheit d. *aspectus* gefunden zu haben.

[1269]) Nämlich für d. Übertragg. auf d. Himmel u. d. kreisförmigen Bahnen.

[1280]) Bezieht sich auf d. Noten I, 140.

[1283]) K. hält also s. Ansicht v. d. Aspecten ganz aufrecht.

[1284]) Vgl. Z. 330 u. s. w. Man sieht, K. ist nicht halsstarrig. Er begreift, dass diese Ansicht wenig für sich habe, u. bezeichnet sie daher bereitwillig als e. Hülfshypothese, d. wohl einmal durch e. objectiv richtigen Grund ersetzt werde. Um so mehr ist klar, wofür er das Übrige hält.

[1285]) K. wendet sich jetzt offen gegen d. Verdict, welches H. über seine astrologischen Ansichten gefällt hatte. Er glaubt, aus H. spreche nur d. Katholik, d. sich d. Verbot seiner Kirche gehorsam zeige; würde dagegen H. K's. Ansichten als Philosoph prüfen, so werde er sicher Vieles als richtig in d. Astro-

logie anerkennen. K. appellirt an d. gesunden Menschenverstand d. Philosophen (Z. 1290), da ja seine Ansichten auf Erfahrungsthatsachen beruhten. Ja, noch mehr! K. glaubt d. kathol. Kirche entschuldigen zu sollen, dass sie d. Astrologie verwirft! Dass seine Ansichten nicht Aberglaube seien, dafür beruft er sich auf d. Hauptgrundsatz seiner Astrologie, welcher dieselbe des fatalistischen Beigeschmackes entledige (Vgl. d. Anm. zu Z. 241). H. erwähnt d. Sache im nächsten Bf. mit keinem Worte. — Wie es da noch möglich wäre, K. als v. d. astrologischen — sagen wir Zopf seiner Zeit gänzlich emancipirt zu betrachten, vermag ich nicht einzusehen. Allein was macht dies? Dass K. e. eminentes Genie war, ist e. unumstössliche Wahrheit; e. moralische Makel kann auch nicht auf ihn fallen, er war eben in gutem Glauben, e. grosse Entdeckg. gemacht zu haben, u. sein Naturell war, wie Fr. (I, 3) richtig bemerkt, sehr zur Astrologie veranlagt. Diese Seite d. Keplerforschg. beweist also nur, dass auch d. grössten Männer oft, sogar sehr oft, ihren Zopf hinten hängen haben. Ich halte es nicht für nobel, e. solchen Zopf nur zum Vergnügen d. Publicums zu produciren, wie es leider oft genug geschieht; allein läugnen, dass er da sei, ist nicht historisch. D. Urtheil v. Fr. (I, 292) scheint mir ganz korrekt zu sein. Übrigens dürfte vielleicht d. Vermuthg. nicht unbegründet sein, dass sich K. seine astrolog. Ansichten nach — Melanchthon gebildet habe. In d. Theoricae Novae (Anm. zu Z. 1090) ist e. Vorrede v. Melanchthon vorgedruckt, wo man nicht nur dieselben Gedanken, sondern sehr oft genau dieselben Worte lesen kann. Dass K. diess Buch benützte, ist aus seinen Citaten gewiss.

[1308]) Vgl. d. Anm. zu Z. 628.

[1314]) Vgl. d. Anm. zu Z. 1677.

[1321]) Vgl. Z. 631. Lat. Exempl. d. *Diarium nauticum* f. 15, a (Deutsche Ausgabe p. 51; vgl. Anm. zu Z. 1650). Sie hielten Spitzbergen für e. Theil v. Grönland. Vgl. Peschel, S. 298.

[1322]) L. Ex. f. 16, a. Deutsch. Ex. p. 56. D. eine Beobachtg. war am 23. Juni d. andere am 21. Juli 1596 gemacht.

[1324]) Vgl. Z. 633, u. d. Bf. Zehentmajer's (VIII, 710 f.).

[1327]) Karte d. Nordens (*Septentrionalium terrarum descriptio.* D. Pol liegt *respectu corvi insulae* unter 172° Ö. L. u. 77° N. Br. Vgl. d. Anm. zu Z. 632). K. sagt II, 812: *Belgae, qui glaciale mare iterato tentarunt, ... tabulam septentrionis per Gerh. Mercatorem ediderunt cum gemina poli magnetis notatione.*

[1335]) Vgl. d. Bf. Zehentmajer's (VIII, 710).

[1345]) Vgl. d. Bf. an M. v. 29. Aug. 99. (II, 816, oben).

[1357]) H. hatte auf K's. Bitte (Z. 627) geschrieben: *De acu maritima ..... scribunt complures, et omnes uno ore, una mente consentiunt, extra meridianum, qui per insulam del cueruo (unam ex Azoribus) seu per insulas Azores transit, ubique eam declinare, praeter unicum ..... pilottam insignem, qui uocatur Maëstro Pedro de Medina. Is hispanice scripsit a. 1545: „del arte de navigar", et l. 6. contendit, acum maritimam nequaquam declinare, usus hoc argumento, quod si declinaret, nautas in navigationibus longinquis non assecuturos ea loca, quae petant. Sed omnes omnium experientiae ei refragantur.* — Hondius, Jodocus, e. Belgier, geb. im Flecken Wackene um 1563, gest. 16. Febr. 1611. Vgl. Zedler, Bd. XIII, S. 351. Deutsche Biogr., Bd. XIII. S. 69. Peschel, S. 378. — Welches Werk d. Hondius K. hier meint, ist mir nicht bekannt, da seine Neubearbeitg. d. Atlasses v. Mercator erst 1604 erschien (II, 441, n. 101) *Insula corvi* (del cuervo) hiess d. westlichste d. Azoren.

[1362]) H. antw. auf K's. chronol. Excurse (im 1. Bf.) d. 16. Mai (nicht in d. O. O.): *Ich wolt gern auf mehreren grund khomen, was Es doch für einen verstand haben müsse, das de Capricorno ratione imperii Augusti prognosticiert worden. Will derowegen, was mir diessfals eingefallen, dem Herrn mit mehrerem vermelden, mit bitt, solliches ohne verdrus zu vernemmen. In quaestione itaque illa, cur et quomodo Capricornus Augusto imperium praesignificasse uisus fuerit, reperi te in eam descendere sententiam, ut concludas, in Augusti natiuitate Capricornum in horoscopo fuisse, ideoque apud Suetonium pro: „paulo ante ⊙ exortum" legendum censes: „paulo ante ⊙ occasum" etc.* (Vgl. Z. 507 ff. u. 651 ff.). Gegen diese Folgerg. verwahrt sich K.

[1365]) Da für H's. Ausführgn. d. Raum nicht reicht, will ich seinen Gedankengang angeben u. K's. Antwort dazu setzen. H. fährt fort: *Id ego, ut libere et ingenue fatear, quod res est, non uideo, quomodo ulla ratione admitti queat.* Hiefür 4 Gründe: 1. D. Leseart K's. *occasum* kommt in keinem einzigen MS. vor (K's. Antw. Z. 1379—82). 2. Derselbe Suetonius (l. II, c. 94) berichtet: *Quo natus est die, cum de Catilinae conjuratione ageretur in curia et Octavius ob uxoris puerperium serius affuisset, nota et vulgata res est, P. Nigidium, comperta morae causa, ut horam quoque partus acceperit, affirmasse, dominum terrarum orbi natum.* Hieraus folgt, dass Augustus morgens geboren wurde. (K's. A.: Z. 1382—85). 3. Kein Astrolog hat je behauptet, dass e. Bürger e. Republik, der d. ♑ bei seiner Geburt im Horoscop hatte, d. Beherrscher derselben werde (K's. A.: Z. 1365—68). 4. Ptolemaeus u. d. alten Astrologen sagten Ereignisse, die d. öffentliche Wohl betrafen, nicht aus d. Horoscopen d. Einzelnen, sondern nur aus d. grösseren Finsternissen vorher; dies geht schon aus d. Eintheilg. d. *Tetrabiblion* d. Ptolomaeus hervor. Ein solches Ereigniss ist aber gewiss d. Umänderg. e. Republik in e. Monarchie. (K's. A.: Z. 1368—70). — K. kommt zu d. Schluss, dass wegen d. beiden ersten Gründe seine bisherige Ansicht (Z. 507) unhaltbar sei (Z. 1385). Wenn also d. ♑ *in occasu* war, so weiss er keinen Rath.

[1390]) K. will e. andere Erklärg. versuchen, von d. er selbst nicht viel hält (Vgl. Z. 1413). Er macht d. Conjectur, Suetonius u. Manilius hätten irrthümlich d. Nativität d. Augustus unter d. ♑ verlegt.

[1395]) Vgl. d. Anm. zu Z. 466 (Ende).

[1399]) H. meint, d. Sinn d. Stelle d. Manilius (Astron. l. II., v. 507 ff. S. Anm. zu Z. 466) könne sein: *Ortus Augusti* = *initium imperii Augusti* (so dass d. Ausspruch d. Manil. sich auf d. ⊙ Finsterniss 38 a. Chr. beziehe). Dasselbe besagte die Aufschrift d. Münzen (Z. 1410). (Ob es solche Münzen gibt, weiss ich nicht). K. verspricht zwar, auf diese Ansicht H's. zurückzukommen (Vgl. Z. 1378), scheint aber verhindert worden zu sein (Z. 1501). *Quaestionis thema*, vgl. Z. 1403.

[1406]) *Quare*, im Sinne v. *propterea.*

[1409]) Vgl. Anm. zu Z. 466. Suetonius erzählt l. c.: *In secessu Apolloniae Theogenis mathematici pergulam comite Agrippa ascenderat; cum Agrippae magna et paene incredibilia praedicerentur, reticere ipse genituram suam nec velle edere perseverabat, metu ac pudore, ne minor inveniretur. Qua tamen .... vix et cunctanter edita, exilivit Theogenes adoravitque eum. Tantam mox fiduciam* etc.

[1413]) Überleitg. zum Folgenden. K. sucht d. Ansicht H's. zu entkräften, Alles beziehe sich auf d. ⊙ Finsterniss d. Jahres 38 a. Chr., d. im ♑ stattfand, u. seine Ansicht zu festigen, Augustus sei unter d. ♑ geboren.

[1415]) Z. 503 f.

[1422]) Tiberius lebte lange auf Rhodus.

1423) *Alius locus* Manilii (Astron. l. II. v. 529): *Humana est faciës librae.* Bei Scaliger (Vgl. Anm. zu Z. 504) pag. 47., v. 1. Scaliger bemerkt hiezu p. 106.: *Libripens enim in astrothesiis figurabatur. Alii tamen a Virgine gestari volunt. Adulatores poetae Augusto gestandam reliquerunt: „Qua locus Erigonen inter chëlasque sequentes Panditur“. Quasi ille locus vacaret: et non essët libripëns, nisi Augusto in coelum recepto. Poeta satis antiquus dixit: „Et libram, quam Caesar habet“. Et sane Augustus sub eo signo natus est.* E. andere Stelle findet sich p. 100., v. 11. u. hiezu d. Anm. p. 232. (Manil. IV, 548 ff.).

1427) Manilius, Astron. l. IV., v. 696—710.

1430) Manilius l. c. v. 773—777.

1433) Manilius l. c. v. 548—553.

1444) Vgl. Anm. zu Z. 1423. Wer d. *vetus poeta* sei, ist mir unbekannt.

1452) H. hatte geschlossen: *Quae cum ita sint, planë mihi persuadeo, aliam omnino caeli figuram* (vgl. Z. 650 ff.), *et potius eclipsin aliquam* ⊙ *insignem esse quaerendam, in qua Capricornus Augusto imperium praesignificasse uisus fuerit.* Dann meint er, es sei d. ⊙ Finsterniss d. J. 38 a. Chr., v. d. sowohl d. Traditionen über d. ♑, als auch d. Worte d. Lucanus (Pharsalia l. I. v. 535 ff.) gelten. Dass dies d. Worten d. Suetonius widerspreche, gibt er zu, meint aber, Suetonius könne leicht d. Gutachten d. Astrologen von Fach (vgl. d. 4. Grund in d. Anm. zu Z. 1365) aus Unkenntniss falsch gedeutet u. d. ♑ so d. Augustus in seine Nativität gesetzt haben. Wie er d. Manilius erklären will, s. Anm. zu Z. 1399. Endlich sei d. Einwand, diese Finsterniss sei viel zu spät eingetreten, um als Erklärg. d. Traditionen zu dienen, auf Lucan nicht anwendbar. Dann ersucht er K., d. Finsterniss genau zu berechnen (Vgl. Anm. zu Z. 619), u. sein Urtheil abzugeben, ob d. Constellation zur Tradition passe.

1454) Vgl. Anm. zu Z. 1365. Grund 2.

1456) Vgl. Anm. zu Z. 1409.

1463) Z. 718 ff. u. 687 ff. K. vertheidigt hier sein Thema, d. auch nach d. alten astrol. Regeln zutreffend sei.

1470) Nur e. einzigen Mangel gibt K. zu (nach d. alten Regeln). Vgl. sein *Monitum* Z. 1476 ff. u. d. Anm. zu Z. 207. — D. Stelle findet sich: Ptolemaeus, *Quadripartitum*, l. IV. cap. *de fortuna honorum et dignitatis.*

1481) Hier spricht K. wieder seine Ansicht aus. Vgl. d. Anm. zu Z. 241.

1487) Antw. auf d. Bemerkg. H's.: *Qua enim quaeso authoritate nixus tradat quis, Capricornum in horoscopo ciuis concepti vel et nati constitutum, reddere eum dominum eius ciuitatis, in qua natus is fuerat ciuis?* D. v. K. citirt. Stellen sind wahrscheinl. aus: Hieronymi Cardani aphorismorum astronomicorum segmenta septem. Nürnberg 1547. E. Buch, an d. man vortrefflich d. ganze Albernheit d. damaligen Astrologie studieren kann, gegen d. K. eifert.

1494) Schoner, auch Schöner, Joh., geb. zu Karlstadt (Unterfranken) d. 16. Jan. 1477; gest. zu Nürnberg d. 16. Jan. 1547. Nach Zedler hat er verschiedene Schriften d. Regiomontan (Vgl. Anm. zu Z. 956) herausgegeben, darunter dessen *Opus genethliacum.* Er selbst schrieb: *Isagoge astrologiae judiciariae.* Nürnberg 1551. — Gartze Joh., latin. Garcaeus, geb. zu Hamburg 13. Dec. 1543, gest. zu Alt-Brandenburg (wo er Superintendent war) d. 22. Jan. 1574 (Öttinger). Hieher gehört: *De erigendis figuris caeli, verificationibus, revolutionibus et directionibus.* Wittenberg 1556 (Zedler). — Livowsky Cyprian, lat. Leovitius, e. Böhme, starb zu Lauingen 1574. Prophezeihte d. Weltuntergang für 1584. Schrieb: *Expedita ratio constituendi*

thematis coelestis etc. London 1553. Marpurg 1618 (Zedler). Vgl. VIII, 603. II, 422, n. 72. — Giuntino Franc., latin. Junctinus, geb. zu Florenz d. 7. März 1523, e. entsprungener Karmelitermönch, d. Astrologie sehr ergeben. Schrieb: *Tractatus judicandi revolutiones nativitatum*, u. *Speculum astrologiae;* Lyon 1581. *De divinatione per astra*; Coloniae 1580 (Zedler).

[1496]) Z. 1118.

[1501]) Vgl. d. Anm. zu Z. 1452.

[1506]) Bezieht sich auf H's. Äusserg.: *Ego, licet insuetus, calculum Prutenicum adhibui, et siquidem in calculo non aberravi, sic reperio.* Es folgt dann e. detaillirte Angabe d. Position v. ☉, ☽, u. Planeten, u. e. Accommodation derselben an d. Verse Lucans (Phars. l. I. v. 535—669). Ich übergehe dieselbe; wer sich dafür interessirt, wie H. aus Lucans Worten e. chronologischen Anhaltspunct construiren wollte, sehe nach: IV, 90, wo H. 1605 auf diesen Gegenstand zurückkommt. Vgl. IV, 74 ff.; 82 f.

[1530]) D. folgend. Aüssergn. K's. erklären sich aus d. Schlussworten H's.: *Rogo itaque, ut hanc rem pénitius disquiras, atqué argumenta pro ét contra, cum allegationibus authorum, ex quibus ea sint desumpta, ad me perscribas, atqué hanc a mẽ conceptam opinionem uel penitius obfirmes et ex fundamentis astrologicis corrobores, uel plane éx animo éuéllas atque adeo radicitus extirpas.*

[1533]) H. belegt seine Erklärg. Lucans mit zahlreichen astrologischen Axiomen. K. war darin, wie er oft gesteht, nicht stark; er mochte d. *immania volumina* (Z. 1492) nicht lesen, u. that Recht daran.

[1537]) Vgl. d. Seufzer K's. im Bf. an M. v. 29. Aug. 1599 (IV, 72; in d. Einleitg. p. 4.)

[1556]) Was d. *sarcinula* enthielt, sagt H.: *Ch. Clauii opus de astrolabio* (vgl. Anm. zu Z. 1135) *mitto his inclusum, id poteris commodo tempore perlustrare* (vgl. Z. 2364), *et alia occasione ..... remittere* (vgl. II, 815). *Quod petis authores de magnete scribentes* (Z. 1306) *etc., facile inde coniicio, carere te doctissimo libello Leuini Hulsii, descriptionis itinerarii etc. ex ratione magnetis, ubi complures authores allegat. Mitto itaque et hunc libellum hic quoque iunctum, una cum coniectura cuiusdam de ortu et occasu ☉ in Nova Zembla, cuius quoque mentionem* (Z. 1314) *fecisti.* — D. *libellum Hulsii* ist d. deutsche Bearbeitg. d. Itinerariums d. Holländer (S. Anm. zu Z. 628): *Warhafftige Relation der dreyen newen vnerhörten, seltzamen Schiffart, so die Holländischen vnd Seeländischen Schiff gegen Mitternacht drey Jar nach einander, als Anno 1594, 1595 vnd 1596 verricht etc. Erstlich in Niderländischer sprach beschrieben durch Gerhart de Ver, so selbsten die letzten zwo Reysen hat helffen verrichten, jetzt aber in's Hochteutsch gebracht durch Levinum Hulsium. Noribergae, impensis L. Hulsii. Anno 1598.* — Hulsius war aus Gent, starb zu Frankfurt 1606. (Vgl. V, 627 u. Wolf, Gesch. d. Astr. S. 276). Er gab e. ganze Sammlg. v. Reisebeschreibgn. heraus, deren 1. Ausgaben jetzt bibliograph. Raritäten sind. Von dieser Reise fand ich in München in d. k. Universitätsb. e. vollständiges Exemplar, während d. Exemplar in d. k. Staatsbibliothek alle Zeichngn. fehlen. — D. *quidam*, dessen Conjectur H. mitschickt, ist P. Joh. Appenzeller S. J. (e. Schweizer, damals in Ingolstadt), d. auf Verlangen H's. e. Gutachten: *Disputatio de ortu et occasu ☉ in Nova Zemla*, ausarbeitete u. H. übersandte (München, k. Staatsbibl., C. l. MS. 1607. f. 187). H. schloss aus K's. Lob (Z. 1560), dass K. in ihm d. Verfasser vermuthe, daher antwortet er d. 29. Aug.: *De ortu et occasu ☉ in Noua Zembla, quae transmisi, non sunt mea, nec mihi ullum est dubium, magnas circa horizontem*

fieri posse parallaxes. Über d. Phaenomen, um d. es sich handelt, s. d. Anm. zu Z. 1677.

1564) Im Lat. Exemplar f. 4, a. Im deutschen Exemplar fehlt diese Angabe.

1565) L. Ex. f. 26, b. D. Ex. p. 92. Es war Fastnachtsonntag.

1572) Joannes Werner, geb. zu Nürnberg 1468, Pastor daselbst u. vorzüglicher Mathematiker, starb 1528. Vgl. I, 70.

1576) D. physikalischen Begriffe K's. waren noch zumeist Aristotelisch.

1580) K. musste am Grazer Gymnasium e. Zeit lang Virgil erklären, daher citirt er diesen Dichter oft. D. Erklärung d. Verse (Georgica I, 247), d. er hier gibt, ist gerade nicht hochpoetisch.

1588) Beim Verschwinden d. ⊙ war nämlich *d. Parallaxe* lange nicht so gross. Im Bf. an M. v. 29. Aug. zeigt er keine solche Sicherheit (II, 412).

1591) Diese Beobachtg. M's. s. II, 213.

1594) *Paralipomena ad Vitellionem* c. IV. n. 9 (Herausgeg. 1604. II, 215): *Addidi et aliud experimentum de nebularum Gronlandiae guttis incredibilis plane magnitudinis, ut testatum reliquit nescio quis.* Es scheint also, dass diese Behauptg. nichts war, als ächtes Matrosenlatein, wenn ich so sagen darf.

1600) Nach Mercator's Atlas (Karte d. Nordens, vgl. d. Karten v. Schweden u. Russland) ca. 70° N. Br. u. 72° 30′ Ö. L. Nach e. Vergleich mit d. Atlas v. Kiepert unzweifelhaft identisch mit Cap Kanin (Nach Daniel 68° 39′ 12″ N. Br. u. 61° 12′ Ö. L. v. F.). Es wird p. 135 d. D. Ex. *das Eck des weissen Meeres* genannt. *Fundus* bedeutet hier *Meeresgrund*, da nur Lothungen angegeben sind (L. Ex. f. 3, b. D. Ex. p. 2).

1602) L. Ex. f. 4, a. D. Ex. p. 2 f. In diesem ist beigefügt: *Nota. Diese Observation zu verstehen, soll man wissen, das die Busole oder Meer Compass, darnach alle Steuerleut im hohen Meer sich richten, abgetheilt ist in 32 theil, so die Schiffleut 32 Strich oder Brüch sive fractiones nennen, vnd hat jeder Strich seinen Namen von den 4 Hauptwinden: machen also 32 wind.* Vgl. Epit. Astr. Cop. l. II. *de ventorum plagis* (VI, 206 ff.), wo K. auch d. Namen angibt. D. Figur ist v. K. nur flüchtig entworfen. Da sie so nicht zu reproduciren war, habe ich diese (ähnliche) Figur in orthogonaler Projection auf d. Horizont substituirt. — Was d. termini technici betrifft, deren sich K. bedient, so ist *sinus complementi* = cosinus, u. *faecundus* = tangens.

K. entnimmt dieser Stelle folg. Angaben: Declination d. Magnetnadel = 31° + d. (±) Declin. in Belgien. DF = $5\frac{1}{2}$ venti = 60° 56′. EAF = 30° 28′; d. Complem. FAC = 149° 32′. BF = 28° 30′; d. Complem. BA = 61° 30′. BM (Declin. d. ⊙) = 23° 2′; d. Complem. BC = 66° 58′. Hieraus berechnet er: AC (Complem. d. Polh.) = 6° 17′ 30″; also: Polhöhe = 83° 42′ (30″). Somit hätten d. Holländer sich um 10° geirrt, da sie 73° angeben.

Schon in diese Berechng. hat sich e. kleiner Fehler eingeschlichen: $5\frac{1}{2}$ rhombi (venti) = 61° 52′ 30″, u. man erhält so d. verbesserten Angaben: Decl. d. Magnetn. = 30° 56′ 15″ + d. (±) Decl. in Belgien. DF = 61° 52′ 30″; also EAF = 30° 56′ 15″; d. Compl. FAC = 149° 3′ 45″. BF = 28° 30′; d. Compl. BA = 61° 30′. BM = 23° 2′; d. Compl. CB = 66° 58′. Hieraus erhält man: AC (Compl. d. Polh.) = 6° 19′ 15″,7; somit: Polhöhe = 83° 40′ 44″,3. Allein dies hätte wenig Bedeutg.

Wichtiger ist, dass K. d. Text d. Holländer ganz u. gar missverstanden hat. Derselbe lautet:

Solis altitudinem radio astronomico dimensus est, cum esset in Notapeliote, ubi eum exaltatum invenit 28° cum semisse;

et praetergressus erat Mesargesten (sc. ⊙), *cum eandem altitudinem 28 cum semisse supra horizontem adhuc* (= iterum) *obtineret*,

ut (= ita ut) *differentia dumtaxat esset quinque rhomborum cum semisse,*

qui divisi, remanent adhuc duo rhombi et tres quadrantes rhombi, sic ut pyxis nautica immutata esset binis rhombis cum tribus rhombi quadrantibus, ut eodem die apparuit, cum ⊙ *in summa sua exaltatione esset medio situ inter Austro-Africum et Hyperlybonotum,*

et compererat 73 graduum altitudinem et 6 minutorum.

Notapeliotes = Südost (so auch im D. Ex.); also 4 rhombi = 45° von d. Nord-Süd Linie d. Compasses. ⊙ höhe BF = 28° 30′.

Mesargestes = West zu Nord (so auch im D. Ex.); also 1 rhombus = 11° 15′ nördlicher als d. West-Ost Linie d. Compasses.

d. h. d. Differenz d. Abstände d. 1. u. 2. Höhenkreises v. d. Nord-Süd Linie d. Compasses = $9\frac{1}{2}$ (*praetergressus*) — 4 rhombi = $5\frac{1}{2}$ rhombi = 61° 52′ 30″. D. Hälfte = $2\frac{3}{4}$ rhombi = 30° 56′ 15″; also: Abstand d. wahren Süd-Nord Linie v. d. d. Compasses = 30° 56′ 15″.

Bestätigung durch Beobachtg. d. Culmination d. ⊙. Dieselbe fiel (mitten?) zwischen: *Austroafricus* = Süd-Süd-West (2 rhombi) u. *Hyperlybonotus* = Süd-West zu Süd (3 rhombi gegen W. v. d. Nord-Süd Linie d. Compasses); also $2\frac{1}{2}$ rhombi (ca.) gegen West v. d. Süd- Nord Linie d. Compasses.

Polhöhe = 73° 6′.

Hieraus folgt: **1.** wenn man sich nur an d. 1. Bestimmg. hält (d. genauer sein kann): Differenz d. Abstände = $5\frac{1}{2}$ rhombi = 61° 52′ 30″. Halbe Differenz = Declinat. $2\frac{3}{4}$ rhombi = 30° 56′ 15″. Ferner: DF = 4 + 4 + $5\frac{1}{2}$ = $13\frac{1}{2}$ rhombi = 151° 52′ 30″; so dass *praetergressus Mesargesten* ½ rhombus = 5° 37′ 30″ betrüge. Also: Declinat. d. Magnetn. = 30° 56′ 15″ + d. (±) Decl. in Belgien. DF = 151° 52′ 30″. EAF = 75° 56′ 15″; d. Compl. FAC = 104° 3′ 45″. BF = 28° 30′; d. Compl. BA = 61° 30′. BM (Decl. d. ⊙) = 23° 2′; d. Compl. BC = 66° 58′. Dies ergibt: NB = 58° 28′ 56″, 2; AN = 24° 6′ 33″, 1; CN = 41° 32′ 34″, 8. Also: Compl. d. Polh. = 17° 26′ 1″, 7; u. Polhöhe = 72° 33′ 58″, 3 (Diff. = —32′). — **2.** Wenn man sich nur an d. 2. Bestimmg. hält (d. viel weniger genau sein kann, weil d. Moment d. absoluten Culmination d. ⊙ schwer zu ermitteln war): Culmin. d. ⊙ $2\frac{1}{2}$ rhombi = 28° 7′ 30″ westl. v. d. Nord-Süd Linie d. Compasses = Differenz d. Abstände = Declination d. Magnetnadel. Ferner (mit Vernachlässigg. d. *praetergressus*): DF = 4 + $6\frac{1}{2}$ + $2\frac{1}{2}$ = 13 rhombi = 146° 15′. Also: Declinat. d. Magnetn. = 28° 7′ 30″ + d. (±) Decl. in Belgien. DF = 146° 15′. EAF = 73° 7′ 30″; d. Compl. FAC = 106° 52′ 30″. Das Übrige gleich d. Vorigen. Dies ergibt: NB = 57° 14′ 33″,3. AN = 28° 7′ 32″,7. CN = 43° 41′ 15″. Also: Compl. d. Polh. = 15° 33′ 42″,3; u. Polhöhe = 74° 26′ 17″,7 (Diff. = + 1° 20′ 17″,7). — **3.** Die wahrscheinl. directe Bestimmg. d. Polhöhe (zu 73° 6′) erfordert: EAF = 75° 11′ 19″; dies ergibt: Comp. d. Polh. = 16° 53′ 53″, 4; u. Polhöhe = 73° 6′ 6″,6. — Dies zeigt, dass d. 1. Bestimmg. (wie vorauszusehen) besser ist, und ergibt: DF = 150° 22′ 38″ (Diff. = 1° 29′ 52″), woraus folgt, dass d. praetergressus von 4° 7′ 38″ (durch d. Angabe $5\frac{1}{2}$ rhombi) auf ½ rhombus = 5° 37′ 30″ abge-

rundet wurde; wogegen d. Declination d. Magnetn. (= Culminationspunct d. ☉) um 2° 3′ 49″ differirt. Wenn man d. Refraction berücksichtigt, d. bei Bestimmg. d. corresp. Höhen starken Einfluss haben konnte, so folgt aus d. 1. Beobacht.: Polhöhe = 72° 39′ 2″, 4 (Diff. nur 27′). D. Holländer haben also gar nicht schlecht gemessen, u. ihren sonstigen Angaben kann man Glauben schenken.

[1647]) *Trompsont* liegt nach Mercators Karte v. Schweden unter 42° Ö. L. u. 72° N. Br. Wahrscheinlich identisch mit *Tromsö* (Kiepert: ca. 36° 30′ Ö. L. v. F. u. 69° 45′ N. Br.) Das nördlicher liegende *Sorö* findet sich auch in Mercator als *Suyroi.* — D. Stelle, d. K. meint, steht im L. Ex. f. 13, b, unten; D. Ex. p. 46 f.

[1648]) *Bernfort* (so im D. Ex. p. 141), eigentlich: *Bern-Land* (D. Ex. p. 48) oder *ursi insula* (L. Ex. f. 14, b), so v. d. Holländischen Schiffern genannt, d. sie unter 74° 30′ N. Br. setzen. D. Insel heisst heute noch so, u. liegt nach Kiepert unter 74° 30′ N. Br. u. 13° 30′ Ö. L. v. Paris. Vgl. Peschel, S. 297.

[1650]) Sie waren v. d. *Bäreninsel* nach N. gefahren, u. sahen unter 80° N. Br. im W. e. grosses Land, jedenfalls Spitzbergen. An d. folgenden Tagen fuhren sie d. Land entlang südwärts, verliessen dasselbe an d. Südspitze, steuerten nach S., u. sahen nach 2 Tagen wieder d. Bäreninsel. D. Meer heisst noch jetzt nach ihrem Steuermann *Barentzmeer.* Dass d. Land e. Theil v. Grönland sei, schlossen sie daraus, dass sie *laub vnd Grass, vnd Grassfressende Thier, als Rehe vnd dergleichen gefunden haben,* da unter 76° *in Nova Zembla kein grün Laub oder Grass, noch Grass fressende Thier zu finden, sondern nur Beern vnd Füchss sein.* (D. Ex. p. 50. Vgl. L. Ex. f, 15, a; Nota). D. magnet. Declination wurde am Lande 16° gefunden.

[1655]) *Willhougbea,* auch *Hugonis Willoughbe's* (oder *Wilibe's) Land,* welches d. Engländer 1553 gefunden haben wollten, war e. Phantasiegebilde, d. auch in Mercators Atlas prangt. Vgl. Peschel, S. 290, Anm. 1. — D. Zahlen für d. 3. Nov. stehen in beiden Ex. gleich (D. Ex. p. 74. L. Ex. f. 22, a). Am 4. Nov. gieng d. ☉ nicht mehr auf (L. Ex. f. 25, b).

[1661]) Sie beobachteten d. Polhöhe d. 14. Dec. 1596, d. 12. Jan., 19. Febr., 17. u. 18. April, 10., 21. u. 25. Mai 1597, u. fanden immer 76°. D. Ort, an dem d. Holländer überwinterten, liegt an d. Ostküste v. Novaja Semlja, etwas SW. v. *hoek van begeerte,* d. *Hooft hoek* d. neuen Karten, genauer 76° 10′ etwa N. Br. (Vgl. d. Zeichng. im lat. Ex. f. 33, b; u. im D. Ex.). Man beachte dies für d. Folgende. Noch heute beruhen nach Peschel, S. 298 f. unsere Kenntnisse d. nörd. Theils v. Novaja Semlja grösstentheils auf d. Angaben d. Holländer.

[1666]) L. Ex. f. 22. a: *III. Nov. tranquillo aëre conspectus est ☉ . . . . ., atque supra horizontem superior ☉ pars dumtaxat apparebat, licet terra, in qua consistebamus, cum altitudinem ☉ metiebamur, perinde alta esset atque malus nostrae navis.* Dasselbe im D. Ex. p. 74. Wie kann K. sagen: *ex loco parallelo horizonti?*

[1668]) L. Ex. f. 22, a: *II. Nov. ☉ plena rotunditas supra terram non apparuit, sed illam veluti lambens supra horizontem conspiciebatur.* Dies scheint entschieden mehr als d. Hälfte zu sein.

[1677]) Dies ist d. erwähnte ortus ☉, der viele Discussionen veranlasste. Da wir bisher sahen, dass gegen K's. Meing. d. Holländer nicht gar schlechte Beobachter waren, u. auch hier d. Fehler in d. Polhöhe nach d. neuesten Karten nur 10—12′ beträgt (76° 12′ ca. statt 76°), so ist d. Sache von Interesse. D. Beschreibg. ist im L. Ex. f. 25, a u. b; im D. Ex. (viel kürzer) p. 87 ff. D. 24. Jan.

begaben sich 3 Holländer, darunter d. Verfasser d. Berichtes, an's Meeresufer, wo sie auf einmal e. Strahl d. ⊙ sahen. Bei ihrer Rückkehr wollten ihnen d. Übrigen nicht glauben. D. 27. Jan. sahen bei hellem Wetter Alle d. volle ⊙ scheibe über d. Horizont. Da dies nicht bestritten werden konnte, meinten Einige, sie müssten sich in d. Zeitrechng. geirrt haben. De Veer (d. Verfasser) sagt, d. 24. Jan. sei d. ⊙ in 5° 25′ ♒ (305° 27′ Länge) gewesen; sie hätte ihnen nach ihrer Meing. erst aufgehen müssen, wenn sie in 16° 25′ ♒ (316° 27′ Länge) war. Hulsius, d. Bearbeiter d. D. Ex., macht hier d. Bemerkg.: Soll d. 19° ♒ (319° Länge) sein. Vgl. Z. 1703. Um zu zeigen, dass sie in d. Zeitrechng. sich nicht um Tage verrechnen konnten, weist de Veer hin auf: 1. d. regelmässig geführte Tagebuch; 2. Dass sie sich nach ihrer Uhr, u. als diese einfror, nach einer clepsidra v. 12^h Laufzeit richteten; 3. Astronomische Beobachtgn. Hier führt er auch an d. ☽ ☌ ♃. Dieselbe sollte nach Scala's Ephemeriden in Venedig d. 24. Jan. um 1 Uhr nach Mitternacht stattfinden. Sie beobachteten dieselbe d. 24. Jan. um 6 Uhr Morgens; 4. D. hieraus sich ergebende geogr. Länge ihres Winterhafens, u. d. Übereinstimmg. derselben mit d. Karten. Es scheint somit in d. That nicht bestritten werden zu können, dass sie unter 76° N. Br. am 27. Jan. d. volle ⊙ scheibe über d. Horizont sahen. Dass K's. Erklärg. nicht gelten kann, ist klar; Refractionen v. diesem Betrag kommen nicht vor. Wie ist also dies Räthsel zu lösen? D. Breite stimmt mit d. neuen Karten, u. passt ganz gut zu d. Angabe d. ⊙ unterganges im Nov. (Vgl. II, 215 oben.). D. Holländer befanden sich auf d. Festlande v. Novaja Semlja; e. Luftspiegelg. ist nicht wahrscheinlich, weil d. Verfrühg. nicht einmal, sondern am 24. Jan. u. am 27. Jan. (u. dann vielleicht continuirlich?) beobachtet wurde. Ich überlasse d. Lösg. also d. geneigten Leser.

[1685]) Bezieht sich auf K's. Ansicht v. d. grossen Betrag d. Strahlenbrechg. Seine Schwierigkeit ist: Wenn M. in Tübingen nach einer einzigen Nacht 2° beobachtete, so sind nur 49′ in Novaja Semlja nach einer beinahe 24 stündigen Nacht (am 3. Nov.) zu wenig, wogegen 5° am 24. Jan. gut stimmt. Erhöht man d. Polhöhe, so wird d. Refraction am 3. Nov. bedeutend grösser, mithin für K. wahrscheinlicher. Vgl. d. Bf. an M. (II, 412).

[1687]) *Nox artificialis* = d. Zeitraum, den d. ⊙ unter d. Horizont zubringt, ohne Rücksicht auf d. Dauer d. Dämmerg. *Epit. Astr. Cop.* l. III. pars III. (VI, 253).

[1701]) *Gradus antiscius* ist derjenige Ort d. Ecliptik, welcher d. gleiche Declination mit e. andern hat, aber auf d. andern Seite des Solstitium's liegt.

[1705]) Über Apian's Werke: III, 476, n. 43. Vgl. Dr. S. Günther, *Peter und Philipp Apian.* Prag 1882 (Abhandl. d. k. Böhm. Ges. d. W. VI. Folge, Bd. 11).

[1707]) L. Ex. f. 26, a; u. D. Ex. p. 91 berichten übereinstimmend, dass d. 8. Febr. 1597 d. ⊙ in SSO auf, in SSW untergieng, nach e. festen Bleiquadranten, den d. Holländer nach d. wahren Meridian aufgestellt hatten. Die Mittagslinie d. Schiffcompasses wich um 2 rhombi = 22° 30′ ab.

[1709]) D. Ex. p. 56.

[1711]) Im D. Ex. steht gar kein Datum, aber Declination 17°. Im L. Ex. aber steht: *XXXI. Julii ..... meridie comperimus ..... acus nauticae aberrationem esse 17°.* K. hat sich also im Datum geirrt; d. Übereinstimmg. ist auch e. Zeichen, dass kein Druckfehler vorliegt.

[1714]) Hulsius macht diese Bemerkg. zu: D. Ex. p. 56. Wahrscheinlich hat weder Hulsius noch K. Recht. Bedeutende Schwankgn. d. Nadel kommen vor, besonders in d. Nordpolarregion. K. war in d. falschen Meing. befangen, d. Declination für e. Ort sei unveränderlich. Daher seine Erklärgsversuche im Folgenden.

[1722]) D. Ex. p. 3. L. Ex. f. 4, a. Es ist d. zu Z. 1602 besprochene Stelle. K. zeigt hier wieder, dass er seine Recension etwas flüchtig abgemacht hat, denn dort steht 2¾ rhombi (30° 56′ 15″) in beiden Ex., nicht 2⅔ (30°).

[1725]) Nicht an d. soeben citirten Stelle, sondern L. Ex. f. 26, b. D. Ex. p. 88 f. (Vgl. d. Anm. zu Z. 1677). D. Schuld dieser grossen Differenz dürfte eher d. sehr mangelhaften Karten jener Zeit oder d. auch nach K's. Zeugniss (Vgl. d. Anm. zu Z. 47) herzlich schlechten Mondtafeln, als d. Holländern beizumessen sein, d. nicht gar so schlechte Beobachter waren.

[1729]) L. Ex. f. 27, a. D. Ex. p. 92.

[1738]) Was K. damit will, ist nicht recht klar. Er scheint d. Holländern doch Unrecht zu thun. D. Holländer leiten nämlich aus dieser Beobachtg. d. Polhöhe (76°) ab, u. bemerken, d. ⊙ höhe = 3° beziehe sich auf den untersten ⊙ rand, es seien also noch 16′ zu addiren.

[1746]) So auf Mercator's Karte d. Nordens u. v. Russland. Auf d. Karte v. Schweden: *Comfort.* Wahrscheinlich = *Swjatoi Noss.* Im D. Ex. p. 138 steht, sie hätten dieses Cap *Confort* genannt, *das ist trost vnd erquickung, wegen der guten tractation, so alda gehabt, vnd wider zusammenkommen waren.* Da diese Notiz im L. Ex. fehlt, scheint sie e. Conjectur d. Herausgebers Hulsius zu sein. K. hat überhaupt Recht, wenn er sagt, er wundere sich über d. Verschiedenheit beider Ausgaben.

[1750]) Dasselbe schreibt K. an M. d. 29. Aug. 1599 (II, 816 oben).

[1752]) Z. 1324.

[1758]) Vgl. d. Bf. Zehentmajer's (VIII, 710 f.).

[1761]) D. Meerenge *Anian* ist, soviel sich aus d. vagen damaligen Zeichngn. v. d. Nordküste Asiens schliessen lässt, d. heutige Behringsstrasse. Mercator setzt sie unter 180°, u. da d. Azoren unter 0° L. lagen, so will K. damit nur d. Richtg. angeben, in welcher d. Pol sich verschoben haben soll.

[1762]) Domenico (nicht Antonio) Maria Novara, Lehrer d. Copernicus, geb. zu Ferrara 1454 (Wolf, Gesch. d. Astron. S. 224), gest. zu Bologna 1514. Vgl. II, 415, n. 38; u. VI, 543, n. 22. K. scheint über d. Namen wirklich im Irrthum gewesen zu sein. II, 220 u. III, 445 nennt er ihn ebenso; VI, 220 gar *Johann Maria;* bis er, v. Blanchus 1619 e. Besseren belehrt, ihm d. richtigen Namen beilegt (VII, 475 f.).

[1765]) Vgl. d. Anm. zu Z. 103.

[1792]) K. sah bald d. Unhaltbarkeit dieser Ansicht. Schon 1603 verwirft er sie ganz u. gar (III, 445 oben). 1608 nennt er sie: *olim mea vana speculatio* (III, 506). Doch hatte er im Allgemeinen sich noch viel mit d. magnet. Declination beschäftigt (Vgl. III, 458 oben). Allein in d. Note 134 zur *Astronomia Lunaris* (d. Noten sind zwischen 1620 u. 1630 geschrieben) sagt er (VIII, 54): *Magnetis declinatio a meridiano tunc, cum Astronomiam* (Lunarem) *scriberem, in aliqua existimatione fuit* (1609, wie er VIII, 23 sagt, vollendet), *quasi illa ad universaliter arguendas locorum latitudines sit apta ..... At philosophia magnetica Gilberti Guilielmi et experientia crebra diligentius pensitatae irritos eos et inanes conatus convicerunt. Non est enim certus in globo Terrae punctus extra subpolarem, ad quem lingula magnetica annuit, sed sunt edita montana regionis cujusque, ad quae lingula nonnihil prolectatur.* Hier haben wir d. Identificirg. d. magnetischen Kraft u. d. Schwerkraft, auf d. Kepler seine ganze Astronomie gründete, in e. Gestalt, d. eigenthümlich an d. Versuche Maskelyne's erinnert.

[1793]) In d. Folgenden bis Z. 2261 haben wir d. ersten Entwurf d. „Harmonice mundi". Fr. hielt d. Bf. an M. v. 29. Aug. für d. *primordia hujus disputationis subtilis et abstrusae,* u. bezeichnet ihn als solchen (I, 197) in e. Anm. zum 12. Cap. d. *Prodromus,* wo K. schon e. Andeutg. über d. Zusammenhang d. Elemente d. Planetenbahnen mit d. musikal. Harmonieen kurz hinwirft. Im *Prooemium* zu d. *Harmonice mundi* (V, 4) führt Fr. d. Wiederaufnahme dieser Untersuchg. auf. d. Umstand zurück, dass K. damals sich mit d. Widerlegg. d. U. beschäftigte, u. so in diesen Gedankenkreis hineingeriet. Ich glaube, dass diese neuen Bff. auf e. ganz andern Ursprung hinweisen: *d. närrische Töchterlin* hat dieses Mal d. *hochvernünfftigen Mutter* (vgl. I, 560) d. Weg zum 3. K'schen Gesetz gewiesen! — D. *Prodromus dissertationum cosmographicarum* sollte, wie sein Titel sagt, e. Art Programm sein zu d. *Cosmographia,* deren Herausgabe K. plante, wie er noch im Bf. v. 9. u. 10. April 99 (Z. 125) bemerkt. Hierin nahm aber d. Untersuchg. über d. Zusammenhang zwischen Astronomie u. Musik nur e. sehr bescheidenen Rang ein; K. war mit ganz andern Ideen beschäftigt, wie derselbe Bf. (Z. 124—185) u. d. Bf. Zehentmajer's (VIII, 710 f.; vgl. Anm. zu Z. 123) zeigt. Durch d. Angriff H's. (Anm. zu Z. 1232) auf K's. *margaritae philosophicae,* wobei besonders d. Zahl d. *aspectus* v. H. als willkürlich bezeichnet war, wurde K. mehr auf d. 12. Cap. seines *Prodromus* aufmerksam (Z. 1234), u. sein Streben gieng nun dahin, nachzuweisen, dass nur 7 (resp. 8) Harmonieen in d. Musik möglich seien, folglich auch nicht mehr aspectus (Z. 1247 ff.). Mit dieser vorläufigen Antwort begnügte sich K. nicht. Er verfolgte d. Sache weiter, u. geriet so auf diese Untersuchgn., welche er als d. wahre Fundament seiner Speculationen erkannte. Daher schreibt er an M. d. 29. Aug. (I, 197): *Cosmographiae libellos IV non tractabo, nisi Tychonis editionibus supervixero. Titulus libro* (novo): *De Harmonia mundi. Arrige aures: Εὕρηκα!* Hiemit stimmt, wenn er hier (Z. 1795 ff.) davon wie v. e. ganz neuen u. wichtigen Entdeckg. redet, deren Priorität er sich sichern will. D. soeben angegeben Zusammenhang bestätigt, was K. Z. 1901 ff. schreibt. — Zunächst dachte K. daran, e. eigenes Werkchen nur hierüber zu verfassen, wie aus d. eben citirten Stelle d. Bf. an M. hervorgeht. Etwas später finden wir bereits d. Entschluss (Bf. an H. v. 14. Dec. 99; V. 30), beide Pläne mit einander zu verbinden. Wie e. Vergleich d. v. ihm aufgestellten Planes d. *Cosmographia* (I, 62) mit d. V, 30 angeführten Inhaltsangabe d. Buches, d. er bereits *Harmonice mundi* nennt, lehrt, ist jedoch v. d. für d. *Cosmographia* bestimmten Material nur wenig in d. *Harmonia* übergegangen, so dass d. Letztere wirklich e. neues Werk darstellt. D. zuletzt aufgesetzten Plan hielt K. fast vollkommen ein. In diesem 3. Bf. haben wir also d. erste Idee zur *Harmonice mundi,* seinem zweitwichtigsten Werke, welches d. 3. K'sche Gesetz enthält, u. Z. 1794 gibt K. auch d. Zeitpunkt an, wann d. Idee dieses Werkes zum ersten Mal in ihm auftauchte; es war dies zwischen d. 30. Mai u. 2. Aug. 1599. — Ich muss mich wegen Raummangels bei diesem Abschnitt äusserst kurz fassen, u. kann dies auch, da d. vortrefflichen Noten Fr's. zu d. Bf. an M. v. 29. Aug. (I, 197 ff.) u. zur *Harmonice mundi* (V, 469 ff.) mich dieser Mühe entheben. Ich beschränke mich deshalb auf einzelne Citate u. d. Mittheilg. (nach d. MS. v. Pulkowa) jener Stellen d. Bf. H's. v. 29. Aug. 99, d. Fr. bei d. Abdruck desselben (V, 20) wegen Unkenntniss d. vorliegenden Bf. ausliess.

[1796]) Ende 1598 herrschte in Graz d. Ruhr, ganz 1599 hindurch besorgte man d. Einschleppg. d. Pest, d. in Krain u. Österreich, bes. Wien, arg hauste

(Peinlich, Programm d. Gymn. in Graz 1869. S. 45 f.). K. musste sogar 1598 sich e. Zeit lang aus Graz entfernen (II, 24).

1816) Vgl. V, 212.

1820) Vgl. Bf. an M. v. 29. Aug. (I, 201). D. c-Schlüssel daselbst liegt falsch.

1827) *Prodromus,* c. XX. (I, 173 ff.). Vgl. d. Noten K's. zur 2. Auflage (25 J. später), bes. v. *f*) an (I, 176 f.), u. VIII, 1003. — Hier ist d. Anfang zur Auffindg. d. 3. Gesetzes gemacht, aber, wie K. (Z. 1881) sagt, er hat dasselbe erst *wie e. Spatzen unter d. Hut.*

1835) Über d. Bedeutg. dieser Stellen vgl. bes. d. Einleitg. K's. zum *Prodromus* (I, 109 Mitte), d. Fig. in *Harm. mundi* l. V. c. III. (V, 276), u. d. Titelbild d. 1. Band. d. O. O. — D. citirten Stellen sind c. V. u. c. VIII. d. *Prodromus.*

1843) Vgl. zum Folgenden: *Prodromus*, c. VI. (I, 130) u. c. VII. (I, 131).

1882) Vgl., was K. als Einleitg. zur Enunciation d. 3. Gesetzes (V, 279) sagt. Seine Ahnung hat ihn nicht betrogen, aber viel Arbeit kostete es noch. H's. Antw. musste K. sehr ermuthigen u. zur Fortsetzg. anspornen (V, 20; *Quae de Harmonia mundi* bis: *aliquid veritatis latere*).

1885) Vgl. Bf. an M. v. 29. Aug. (I, 199 f.). Was d. Bezeichng. d. Töne betrifft, so fand ich dieselben so, wie sie hier stehen, im MS.; K. scheint also beide Arten v. Zeichen neben einander gebraucht zu haben je nach d. Correspondenten. E. Probe auf e. Saiteninstrument ergab d. Richtigkeit sämmtlicher Zeichen (Vgl. I, 204, n. 41).

1887) Orlando di Lasso, geb. 1520 zu Mons im Hennegau, gest. zu München 1594, wo er Oberkapellmeister war.

1899) Was K. damit bezeichnen will, ist mir nicht bekannt.

1901) Vgl. Anm. zu Z. 1793.

1912) Vgl. d. Fig. nach Z. 1256.

1918) Im Folg. haben wir d. Beschreibg. d. Versuche, d. K. machte, bis er endlich sagen konnte: εὕρηκα! — Schon in diesem Bf. sind d. 5 Bücher d. *Harmonice mundi* angedeutet: L. I. *De figurarum harmonicarum demonstratione*, Z. 1921—1995. — L. II. *De figurarum harmonicarum congruentia*, Z. 1996—2141. — L. III. *De proportionibus harmonicis*, Z. 1885—1900; 2142—2179. — L. IV. *De configurationibus harmonicis radiorum sideralium in terra*, Z. 2180—2261. — L. V. *De harmonia perfectissima motuum coelestium*, Z. 1798—1884. — Im Bf. an H. v. 14. Dec. 99 (V, 30) ist diese Eintheilg. bereits fixirt. — E. Verzeichniss d. geometrischen termini hat K. selbst (V, 611) aufgestellt.

1987) ⌗ = ✶; steht so im MS.

1989) *ductus per*, vgl. d. Fig. I, 108.

1993) *Deren Nenner e. Primzahl ist.*

2002) Vgl. V, 114.

2099) D. Figuren auf S. 479.

2114) Z. B. d. mit 1, 2, 3 bezeichneten.

2130) *Mit d. Nenner 5.*

2155) V. d. vorher besprochenen.

2179) D. Antw. H's. auf diesen Abschnitt ist V, 20 so abgekürzt, dass ich diese Stelle hier wiedergeben muss: *Quae uero subiungis de septem* λόγοις *musicalibus, octaua, quinta, quarta, duplici tertia, atque duplici sexta, optarem sane, tale quippiam uel geometrice demonstrari, uel saltem sensu et auribus, ut scribis, praecise animaduerti posse.* — [Am Rand, offenbar später eingefügt:] *inter unisonum et octauam seu* διὰ πασῶν *septem praecise interualla musicalia naturaliter sensu et auribus percipi uidentur, et quidem nec plura, nec pauciora; sed non uideo, quid inde colligi queat. — Quare meo quidem iudicio laudabili plane conamine hunc numerum musicalium* λόγων *demonstrare niteris, sed, ut timeo, frustra et incassum. Siquidem id*

ipsum, quod praesupponis, septem omnino, nec plures nec pauciores esse λόγους musicales, idque auribus percipi, apud me plane dubium et incertum est. Si enim inter λόγους musicales recenses octauam seu διὰ πασῶν, seu ex multiplicibus unum, cur non et quadruplum etc.? Et cur non unisonum ex proportione aequalitatis, cum praesertim (si quid hac in re ualeat authoritas, ualebit autem saltem ad id, ut id, quod auribus complurium percipiatur, definire possimus) Ptolemaeus, Macrobius etc. quadruplum seu δὶς διὰ πασῶν inter 5 symphonias principales recenseant; et complures etiam unisonum in eundem ordinem recipiunt. Quin etiam praedicti authores etiam triplam seu διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε inter 5 praecipuas symphonias connumerant. E conuerso, et duplicem tertiam, et duplicem sextam, quas omnes tu septenario numero includis, isti remouent. Quinimo ueteres in uniuersum uidentur utrasque tertias ex numero symphoniarum exclusisse. Id quod uel inde coarguitur, quod Philo Judaeus, Ptolemaeus etc. quartam seu διὰ τεσσάρων primam symphoniam seu harmoniam, et Boëtius eandem quoque minimam consonantiam indigitent. Quodsi auribus tantummodo indulgendum esse censeas, sane uix obtinebis, ut quarta seu διὰ τεσσάρων inter harmonias collocetur, et utrasque sextas utique remouebis, quas componistae uulgo uitare solent, nec nisi certis rationibus admittere. Nec sextae dulciorem consonantiam edere uidentur quam utraeque septimae, seu diapente cum ditono uel semiditono. Tota igitur haec res mihi uidetur lubrica et incerta, atque haec in eum finem scribere uolui, anne forte certius quippiam a te accipere possim. Verissimum enim est id, quod ostendis nonnullos consonantiarum numeros cum angulorum numeris, quos angulos latera figurarum circulo inscriptarum subtendunt, pulcherrime congruere. — K. glaubte schon im folg. Bf. v. 14. Sept. (V, 20 ff.) d. verlangten Beweis liefern, u. H's. Einwürfe lösen zu können.

[2187]) Vgl. d. Anm. zu Z. 218.

[2189]) Z. 2131 ff.

[2210]) Ratio 5., Z. 2091 ff.

[2213]) Nach I, 124 bei Plato.

[2219]) Vgl. Z. 2115.

[2231]) Vgl. Z. 2162 ff.

[2251]) H. liess sich nicht irre machen in seiner Verurtheilg. d. Astrologie, Vgl. V, 20 (Bf. v. 29. Aug., Mitte: *Tametsi uero nondum*). Er versucht, K. v. d. Astrologie ab auf andere Speculationen zu lenken, aber umsonst.

[2262]) Anspielg. auf e. lat. Sprichwort: *Ego tibi de allio* (Knoblauch) *loquor, tu respondes de caepis* (Zwiebeln). K. macht nämlich d. Fragen, d. H. gestellt hatte, jetzt kurz ab, u. hatte bisher v. Dingen gehandelt, um d. er nicht gefragt war.

[2264]) H. dankte für d. Berechng. d. ⊙ Finsterniss a. 38. a. Chr. (Z. 1501 ff.) u. wünschte weitere Aufklärgn.

[2268]) H. hatte im Bf. v. 20. Juli versucht nachzuweisen, dass T. B. grosse u. durchgreifende Ändergn. im Laufe v. ⊙ u. ☽ vorgenommen habe. Da aber K. sich weigert (Z. 2331 ff., 2336 ff., 2356), auf H's. Anfragen einzugehen, kann ich diese Stellen fortlassen.

[2272]) K. bezeichnet d. v. T. 1596 herausgeg. Werk: *Epistolarum astronomicarum liber I.* — E. 2. Band blieb im MS. Vgl. d. Citate im Register d. O. O.

[2280]) K. versichert dies noch 2mal (Z. 2333 ff., 2351 ff.), so dass H. im folg. Bf. schreibt: *Ratione calculi Tychonis mitto epistolas eius astronomicas his literis iunctas.* Durch e. Irrthum erhielt K. statt dessen e. anderes Buch (V, 29, unt.). D. *Epist. astron.* bekam er später v. T. selbst (I, 225, Mitte; 73, oben).

[2281]) D. nun Folgende steht im engsten Zusammenhang mit d. früher (vgl. Anm. zu Z. 47) angegebenen Entdeckg. K's. Ich verweise daher in Betreff der Erklärg. auf d. dort in Aussicht gestellte Abhandlg.

2292) Bf. an H. v. 29. Jan. 99 (I, 413). Vgl. Z. 2306 ff.

2312) Vgl. I, 411, oben.

2330) Vgl. Z. 1162 ff.

2347) E. Erklärg. ist nicht möglich, ohne zu weit auszuholen, was d. Raum verbietet. Ich muss auf d. Abhandlg. verweisen.

2357) Auch dies hatte H. aus d. Beobachtgn. T's. nachzuweisen versucht. K. hatte angefangen zu schreiben (Z. 2359): *pulchre cum diminuta*; zu ergänzen jedenfalls: *diametro congruat*. Dies würde mit d. Z. 34 ff., 791 ff., 833 ff. besprochenen Ansichten T's. stimmen. Es scheint, dass sich K. durch d. Erinnerg. daran, dass er diese Ansicht T's. bekämpft hatte, irre machen liess, so dass er diese Worte ausstrich u. schrieb: *cum aucta diametro pugnet e diametro,* was keinen Sinn gibt, da T. gerade d. Gegentheil behauptete. Auch d. Wortspiel mag K. verführt haben.

2361) Vgl. Anm. zu Z. 1556.

2362) K. hatte im Gegentheil vorher d. lateinische Exemplar, u. erhielt v. H. d. deutsche (Vgl. Anm. zu Z. 1556). Er hat sich also entweder aus Übereilg. verschrieben, oder war ganz zerstreut in Folge d. Angaben H's. über d. astronomischen Neuergn. T's.

Corrigenda.

S. 417, Z. 7 v. u.: ist „kurze" zu streichen.
S. 418, Z. 19 v. o.: 1597 statt: 1797.
S. 419, Z. 19 v. o.: ex eo rerum genere, statt: ex eorum genere.
S. 419, letzte Z.: 1598 statt: 1597.
S. 426, Z. 82: constantius, statt: constatius.
S. 443, In der Figur: ☋ 6.22 und: ☊ 6.22 statt: ☋ 6.22 und: ☊ 6.22.
S. 456, Z. 1133: Brenckerum statt: Birckerum.
S. 494, Z. 12 v. u.: 9. April statt: 19. April. [Ebenso O. O. I, 31: Z. 13 v. u.]
S. 499, Z. 3 v. u.: σπορὰ, statt: σπορά.

37.

O aequivalencích základních druhů pohybu.

Přednášel prof. dr. **A. Seydler** dne 13. listopadu 1885.

V přednášce své, dne 13. března 1885 odbývané, poukázal jsem k tomu, že nejvhodněji můžeme za základní druhy, neboli tvary pohybu považovati: translaci, rotaci, elongaci a symmetrickou dilaci; podotknuv ke konci, že můžeme tyto čtyry tvary po případě nahraditi dvěma: prostou dilací a elongací.*)

Pomíjeje prozatím tento druhý způsob analyse kinematické, na pohled jednodušší, v skutku však složitější, dovolím si především poukázati k jednomu ještě důvodu, který názorněji snad než kterýkoli jiný mluví ve prospěch uvedeného roztřídění. Mění se totiž:

1. translací: místo předmětu v prostoru;
2. rotací: směr čili orientace předmětu v prostoru;
3. elongací: rozměry předmětu;
4. dilací: tvar předmětu.

Pravda, že bychom na místě třetím místo elongace ještě vhodněji klásti mohli expansi, poněvadž se touto pouze rozměry, elongací však také tvar mění.

Zde však vedle důvodů v I. §. 5. uvedených také mechanický výklad I. §. 10. opět více ve prospěch elongace svědčí. Ostatně v následujících úvahách též expansi a rovněž i jednoduché dilaci pozornost věnovati budeme.

Uvážíme-li dále, že můžeme translaci i rotaci považovati za soubor dvou prostých dilací, a podobně souměrnou dilaci za soubor dvou elongací (I. §. 9), poznáváme jednak, že v skutku bychom při rozboru různých pohybů stačili s dilacemi prostými a elongacemi zároveň, však že bychom tím mnohdy týž rozbor zbytečně ztěžovali a jednodušší složitějším nahražovali.

---

*) Nedopatřením vynecháno v oné poznámce slovo jednod. dilace; v předposlední větě oné přednášky má místo: při níž klademe elongaci, státi: při níž klademe elongaci a jednoduchou dilaci. — Dále budiž připomenuto, že bude v následující úvaze zmíněná přednáška znakem I. uváděna.

Po těchto dodatečných poznámkách přikročíme k vlastní úloze přítomné úvahy, totiž k rozboru důležitějších aequivalencí dvou neb více ať posloupných ať současných pohybů podobným způsobem, jak se obyčejně ve spisech o mechanice jednajících rozbírají aequivalence postupných a otáčecích pohybů (v. na př. mé Theoretické mechaniky §. 18—21). Zde však k následující okolnosti poukázati dlužno. Poměrně jednoduché pohyby postupné a otáčecí nevedou k jiným novotvarům vyjma pohyb šroubový, a jest tudíž vhodno vyčerpati všechny případy aequivalence, jichž ostatně při kombinací dvou pohybů — a na ten případ každý jiný lze uvésti — není více než šest. Jinak při kombinaci všech v předešlé mé úvaze vytknutých čtyř (neb dokonce šesti) tvarů pohybu. Zjednali bychom si tím velký počet novotvarů, jež majíce vesměs méně než 12 stupňů volnosti za zvláštní druhy pohybů by se považovati mohly. Leč většina tvarů těch neposkytuje tolik názornosti a ať tak díme průzračnosti, abychom s nimi obšírněji se zanášeti, dokonce snad nové názvy pro ně hledati měli. Z té příčiny nebude zde podán úplný rozbor všech aequivalencí po příkladu kinematiky útvarů noproměnných, nýbrž jen některé zajímavější případy s vyloučením těch, které z náuky právě uvedené již jsou známy. *)

§. 1. *Translace a elongace.*

A. Elongace a translace kolmá k centralné rovině oné elongace jsou aequivalentní jediné elongaci o stejném koefficientu a o centralné rovině rovnoběžné s původní rovinou centralnou. Nová rovina leží v opačném směru translace ve vzdálenosti od roviny původní, určené podílem koefficientů translace a elongace.

Tato věta plyne bezprostředně z I. §. 4.

Je-li směr translace jiný, můžeme odstraniti složku kolmou k centralné rovině elongace způsobem vyloženým; složka rovnoběžná s onou rovinou skládá se s elongací v pohyb, jenž poskytujíc některé analogie s pohybem šroubovým, postrádá přece jednoduchosti a názornosti téhož pohybu.

B. Translace a expanse jsou vždy aequivalentní jediné expansi o stejném koefficientu a o středu umí-

*) Některé aequivalence byly pro lepší porozumění předmětu vyloženy již v prvním mém pojednání; k těm bude zde jen stručně poukázáno.

stěném v opačném směru translace ve vzdálenosti od původního středu, určené podílem koefficientů translace a expanse (I. §. 5).

V tomto případě nečiní směr translace podobného rozdílu jako v případě předcházejícím.

§. 2. *Translace a dilace.*

A. Jednoduchá dilace a translace stejného směru jsou aequivalentní jediné dilaci stejného směru a koefficientu. Centralná rovina výsledné dilace jest rovnoběžná s původní rovinou centralnou, umístěna jsouc ve vzdálenosti, měřené podílem koefficientů translace a dilace, na té straně původní roviny, kde směry translace a dilace jsou opačné (I, §. 7).

B. Souměrná dilace a jakákoli translace kolmá k ose její jsou aequivalentní jediné souměrné dilaci o rovnoběžné ose, rovnoběžných rovinách souměrnosti a stejném koefficientu dilace. Polohu osy nové určíme tímto způsobem. Vyhledejme z rovin symmetrie (I, §. 9), t. j. rovin půlících úhly obou základních rovin pošinutí (I §. 8) tu, ve které se útvar zkracuje. Vyhledejme dále polohu, kterou obdrží osa dilace následkem translace, mající týž směr jako translace daná, však délku zvětšenou v poměru jedné ku koefficientu dilace. Obraz této přímky v oné rovině symmetrie jest osou výsledné dilace.

Ve všech ostatních případech, tedy když jest translace jakkoli nakloněná ku směru dilace jednoduché neb k ose dilace souměrné, lze translaci rozložiti tak, že jedna složka její jest kolmá k onomu směru neb rovnoběžna s osou v případě druhém; obdržíme tudíž opět pohyby složitější, mající jistou obdobu s pohybem šroubovým.

§. 3. *Rotace a elongace.*

A. Soubor rotace a elongace neposkytuje žádného zvlášť jednoduchého pohybu ani tehdy, kdy jest osa rotace kolmá k centralné rovině elongace, ani tehdy kdy jest s ní rovnoběžná. První případ, poměrně jednodušší a dosti názorný, poskytuje opět některé analogie s pohybem šroubovým. Druhý případ jest zajímavý tím, že jest možné vyhledati nekonečné množství aequivalentních kombinací rotace a elongace, jež tudíž přidruženými (vzhledem k danému pohybu výslednému) zváti můžeme. Rovnoběžným pošinutím osy rotace a centralné roviny elongace zjednáváme si totiž dvě translace, které se

vhodnou volbou obou pošinutí vzájemně rušiti mohou. Má-li se to státi, musí se patrně osa rotace pošinovati ve směru rovnoběžném s centralnou rovinou, tak že mezi jinými nastane i ten případ, že osa rotační není pouze rovnoběžnou s rovinou centralnou, nýbrž že se v ní nalezá.

Výsledek ten nejlépe vysvitne rozborem analytickým. Určíme-li pohyb začátku souřadnic, jehož složky nazveme a, b, c, na základě dané elongace a rotace (dle I, §. 3 a §. 6), obdržíme rovnice:

$$
(1)\qquad
\begin{aligned}
a + up\alpha + r(\beta' z_0 - \gamma' y_0) &= 0,\\
b + up\beta + r(\gamma' x_0 - \alpha' z_0) &= 0,\\
c + up\gamma + r(\alpha' y_0 - \beta' x_0) &= 0.
\end{aligned}
$$

Cosinusy směrné osy otáčecí jsou zde na rozdíl od cosinusů směrných normaly roviny centralné označeny čárkami.

Poněvadž jedna z veličin x_0, y_0, z_0 na př. z_0 jest libovolnou, máme zde v případě všeobecném tři rovnice pro tři veličiny p, x_0, y_0 tedy zcela určitou polohu jak centralné roviny tak i osy rotace. (Že koefficienty u a r nelze měniti, leží na bíledni). Nelze tedy danou rotaci a elongaci všeobecně nahraditi jinými, majícími osu a rovinu rovnoběžné s původními.*) Vyskytuje se však výminečný případ, jejž poznáme násobivše ony tři rovnice po řadě na α', β', γ'. Jest totiž součet výsledků:

$$
(2)\qquad (a\alpha' + b\beta' + c\gamma') + up\,(\alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma') = 0.
$$

Rovnice ta určuje všeobecně hodnotu veličiny p; ve zvláštním případě

$$
(3)\qquad \alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0,
$$

v němž rotační osa s rovinou centralnou jest rovnoběžná, zůstává však ona hodnota neurčitou, neboť uvedený součet rovná se pak identicky nule. V případě tom máme k určení veličin p, x_0, y_0 pouze dvě z hořejších tří rovnic, tudíž nekonečné množství hodnot p, k nimž

*) Vůbec nelze danou rotaci a elongaci nahraditi jinými kombinacemi těchto dvou pohybů. Rotace jest všeobecně určena 5, elongace 4 koefficienty. Složený z nich pohyb má 9 stupňů volnosti, t. j. existují mezi 12 koefficienty téhož pohybu tři podmiňující rovnici. Ve volbě rotace a elongace s tímto pohybem aepuivalentní nezbývá tudíž žádný stupeň volnosti, t. j. jen zcela určitá rotace a elongace jest pohybu tomu rovnomocná. Jinak na př. při skládání translace a rotace, mající 3 a 5 stupňů volnosti. Výsledný šroubový pohyb má jen 6 stupňů volnosti, tak že zbývá ve volbě translace a rotace, témuž pohybu aequivalentní, dvojnásob nekonečná rozmanitosť. K těmto poměrům se později ještě vrátíme.

přísluší ku každé určitá skupina hodnot x_0, y_0. Jsou-li α'', β'', γ'' cosinusy směrné kolmice v rovině centralné k ose vedené, obdržíme, násobíme-li jimi po sobě ony tři rovnice a sečteme-li:

$$(4) \qquad (a\alpha'' + b\beta'' + c\gamma'') + r\alpha x_0 + r\beta y_0 + r\gamma z_0 = 0;$$

jest to rovnice roviny rovnoběžné s původní rovinou centralnou, v níž jsou tudíž obsaženy veškeré osy rotací, přidružených k elongacím charakterisovaným soustavou rovnoběžných rovin centralných, ku směru α, β, γ kolmých. Aby ona rovina osy obsahující byla zároveň rovinou centralnou, nutno klásti:

$$(5) \qquad pr + a\alpha'' + b\beta'' + c\gamma'' = 0.$$

a po vyhledání veličiny p určiti x_0, y_0 (a z_0), čímž poloha příslušné osy jest stanovena.

Volíme-li centralnou rovinu v tomto případě za rovinu YZ, rotační osu za osu Z, máme:

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0, \quad \alpha' = 0, \quad \beta' = 0, \quad \gamma' = 1,$$
$$a = 0, \quad b = 0, \quad c = 0,$$

tudíž první dvě rovnice (1) v jednoduchém tvaru:

$$(6) \qquad up - ry_0 = 0, \quad rx_0 = 0,$$

kdežto jest třetí identitou.

Postoupí-li tudíž rovina centralná v kladném směru (X) o jednotku délky, postoupí přidružená osa rotační zůstávajíc v původní rovině centrálné, též v kladném směru (Y) o délku určenou podílem koefficientů elongace a rotace.

Můžeme rozbor vésti poněkud ještě jinou cestou. Volme osu Z rovnoběžnou s osou rotační, procházející bodem x_0, y_0, $z_0 = 0$. Rovnice centralné roviny elongace budiž:

$$(7) \qquad x \cos\varphi + y \sin\varphi - p = 0.$$

Výsledný pohyb jest:

$$(8) \qquad \begin{aligned} \Delta x &= -(up\cos\varphi - ry_0) + x \,.\, u\cos^2\varphi + y(u\cos\varphi\sin\varphi - r) \\ \Delta y &= -(up\sin\varphi + rx_0) + x(u\cos\varphi\sin\varphi + r) + y \,.\, u\sin^2\varphi \\ \Delta z &= 0. \end{aligned}$$

Pohyb ten děje se tak, že jest rovnoběžný k rovině XY a pro všechny na přímkách rovnoběžných s osou Z ležící body stejný. Pohyb takový můžeme zváti buď rovinným, hledíce k tomu, že dostačí vyšetřiti pohyb v jedné rovině, neb cylindrickým, vzhledem k tomu, že opisují přímky k rovinám pohybu kolmé (všeobecně) válce. Nejobecnější rovinný pohyb jest určen rovnicemi:

$$(9)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y \end{aligned}$$

Odkládajíce důležitější některé o pohybu tom úvahy k pozdější době, všimneme sobě zde té okolnosti, že pohyb rovnicemi (8) určený není nejobecnějším rovinným pohybem, nýbrž specialisován podmínkou snadno odvoditelnou:

$$(10)\qquad 4a_{11}a_{22} = (a_{21} + a_{12})^3.$$

Hledajíce tudíž v předloženém případě 6 veličin x_0, y_0, r, p, φ, u, nalezáme pro ně následkem uvedeného vztahu pouze 5 rovnic, tudíž ve volbě přidružených sobě rotací a elongací jeden stupeň volnosti, jevící se v tom, že z veličin x_0, y_0, p jednu můžeme dle libosti voliti.

B. Podobného něco vyskytuje se při skládání rotace a expanse, jen že zde ne co výminečný případ, nýbrž pro všechny směry osy rotační. Nazveme-li souřadnice středu expanse: ξ_0, η_0, ζ_0 a pohyb začátku souřadnic, způsobený kombinací rotace i expanse, opět a, b, c, obdržíme (dle I, §. 5 a §. 6) rovnice:

$$(11)\qquad \begin{aligned} a + u\xi_0 + r(\beta z_0 - \gamma y_0) &= 0, \\ b + u\eta_0 + r(\gamma x_0 - \alpha z_0) &= 0, \\ c + u\zeta_0 + r(\alpha y_0 - \gamma x_0) &= 0, \end{aligned}$$

Rovnice ty jsou jedinými podmínkami, jimž musí vyhověti 5 veličin ξ_0, η_0, ζ_0, x_0, y_0 (volíme-li z_0 dle libosti), tak že nám ve volbě středu expanse a osy rotace zbývají dva stupně volnosti. Rovnice:

$$(12)\qquad u\alpha\xi_0 + u\beta\eta_0 + u\gamma\zeta_0 + (a\alpha + b\gamma + c\gamma) = 0,$$

poučuje nás, že se nalezají středy expanse pro všechny přidružené soustavy expansí a rotací v rovině kolmé na směr osy rotační, kdežto tvoří osy rotační svazek rovnoběžných přímek. Hořejším rovnicím lze patrně vždy vyhověti určitými hodnotami veličin:

$$\xi_0 = x_0, \quad \eta_0 = y_0, \quad \zeta_0 = z_0,$$

t. j. mezi přidruženými soustavami jest též taková expanse a rotace, pro které se střed expanse nalezá na rotační ose. Tuto osu můžeme nazvati centralnou osou všech přidružených soustav. Určení polohy její pro danou rotaci a expansi lze provésti způsobem tak snadným, že se výkladem jeho nezdržíme.

Volíme-li osu centralnou za osu Z, příslušný střed expanse za začátek souřadnic, tedy:

$$\alpha = \beta = 0, \quad \gamma = 1, \quad a = b = c = 0,$$

obdržíme místo předešlých rovnic rovnice zjednodušené

$$(13)\qquad u\xi_0 - ry_0 = 0, \quad u\eta_0 + rx_0 = 0, \quad u\zeta_0 = 0.$$

Třetí rovnice jest výrazem vytknuté již okolnosti, že všechny možné středy expanse vyplňují rovinu kolmou ku směru os rotačních.

První dvě rovnice určují polohu přidružené osy rotační pro danou polohu středu expanse neb naopak. Veďme od daného středu expanse kolmici k ose centralné, otočme ji kolem této o pravý úhel ve směru kladné rotace a prodlužme v poměru koefficientu expanse ku koefficientu rotace; rovnoběžka s centralnou osou vedená koncem této prodloužené přímky jest osou rotace přidružené k dané expansi. Vyplňují-li středy expansí přímku, vyplňují osy přidružených rotací rovinu k ní kolmou; vyplňují-li ony středy kružnici, vytvořují příslušné osy kruhový válec atd.

Zajímavý jest tento výsledek zejmena též tím, že jej lze rozšířiti na libovolný počet rotací a expansí. Nejjednodušším aequivalentním pohybem jest v případě tom soubor jediné rotace a jediné expanse, jejíž střed se nalézá na ose rotační. Buďtež X, Y, Z souřadnice středu výsledné expanse, A, B, Γ cosinusy směrné výsledné osy rotační, U a R koefficienty obou výsledných pohybů; pro tyto veličiny máme pak rovnice:

$$U = \Sigma u, \quad RA = \Sigma r\alpha, \quad RB = \Sigma r\beta, \quad R\Gamma = \Sigma r\gamma,$$

$$(14)\qquad \begin{aligned} UX + R(BZ - \Gamma Y) &= \Sigma[u\xi_0 + r(\beta z_0 - \gamma y_0)], \\ UY + R(\Gamma X - AZ) &= \Sigma[u\eta_0 + r(\gamma x_0 - \alpha z_0)], \\ UZ + R(AY - BX) &= \Sigma[u\zeta \ + r(\alpha y_0 - \beta x_0)]. \end{aligned}$$

§. 4. *Rotace a dilace.*

A. Při vyšetření souboru rotace a symmetrické dilace jen ten případ poskytuje možnost zjednodušení, kdy osy rotace a dilace jsou rovnoběžny. Vyhledáním té přímky, která následkem obou pohybů nedozná žádného pošinutí, můžeme si totiž zjednati soubor rotace a dilace aequivalentní pohybům původně daným, vynikající však společnou osou, kterou můžeme jako v předešlém případě zváti centralnou osou výsledného pohybu.

V případě tom máme tudíž jako v případě předcházejícím nekonečné množství aequivalentních sobě přidružených rotací a dilací, z nichž co zvláště jednoduchý vyniká soubor rotace a dilace o společné ose. Pohyb začátku souřadnic, jehož složky nazveme opět a, b, c, musí pro všechny aequi-

valentní rotace a dilace býti stejný, čímž si (na základě I §. 6 a §. 8) zjednáváme opět tyto rovnice:

$$
(15)\qquad
\begin{aligned}
a + r(\beta z_0 - \gamma y_0) + s(p_2 \alpha_1 + p_1 \alpha_2) &= 0,\\
b + r(\gamma x_0 - \alpha z_0) + s(p_2 \beta_1 + p_1 \beta_2) &= 0,\\
c + r(\alpha y_0 - \beta x_0) + s(p_2 \gamma_1 + p_1 \gamma_2) &= 0.
\end{aligned}
$$

Rovnice ty nejsou však neodvisly, vedouce následkem relací v uvedeném zvláštním případě platných:

$$\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1 = 0, \quad \alpha\alpha_2 + \beta\beta_2 + \gamma\gamma_2 = 0,$$

k identitě:

$$(16)\qquad a\alpha + b\beta + c\gamma = 0.$$

Poněvadž máme tudíž dvě neodvislé podmínky pro čtyry veličiny x_0, y_0, p_1, p_2, zbývají nám pro určení těchto dva stupně volnosti, t. j. všechny přímky svazku paprsků rovnoběžných s osou centralnou mohou býti osami buď rotace neb dilace v soustavě aequivalentních pohybů uvedeného způsobu.

Volíme-li za osu Z centralnou osu, jejíž polohu pro jakoukoli danou soustavu rotace a dilace souměrné snadno určíme, volíme-li dále za roviny ZX a ZY základní roviny dilace, jinými slovy, klademe-li

$$a = b = c = 0, \quad \alpha_1 = \beta_2 = \gamma = 1, \quad \alpha = \beta = \beta_1 = \gamma_1 = \gamma_2 = \alpha_2 = 0,$$

obdržíme pro x_0, y_0, $p_1 = \xi_0$, $p_2 = \eta_0$ zjednodušené rovnice:

$$(17)\qquad s\eta_0 - ry_0 = 0, \quad s\xi_0 + rx_0 = 0.$$

Rovnice ty poučují nás o souvislosti mezi polohami obou os. Je-li nám dána osa rotační, vyhledejme její obraz v oné rovině základní, jejíž pohyb následkem dilace jest opačný pohybu následkem rotace. Tento obraz byl by osou dilace, kdyby byly koefficienty rotace a dilace stejně velky. Ve všeobecném případě proložíme touž přímkou a osou centralnou rovinu, ve které vyhledáme třetí rovnoběžnou přímku, jejíž vzdálenost od osy centrálné jest v poměru koefficientu dilace ku koefficientu rotace větší nežli vzdálenost zmíněného obrazu, přímka ta jest hledanou osou přidružené dilace.

Podobně jako v případu rotace a expanse vidíme, že když osy rotační vyplňují rovinu, osy přidružených dilací též rovinu vytvořují. Roviny ty nejsou však (všeobecně) v pravém úhlu nakloněny, nýbrž ku směrům obou základních rovin souměrny. Je-li jedna rovina rovnoběžnou k jedné z rovin základních, jest i přidružená rovina s ní rovnoběžnou, a v základních rovinách obě přidružené roviny splývají v jedinou. Podobně jest kruhovému válci co souboru os ro-

tačních přidružen válec kruhový co soubor přidružených os dilačních a t. d.

Volíme-li všeobecněji osu Z rovnoběžnou s osou obou daných pohybů, jinak se nevázajíce, obdržíme pro složky pohybu vznikajícího souborem rotace r kolem osy:

$$x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z, \tag{18}$$

a dilace s o rovinách základních:

$$\begin{aligned} x\cos\varphi + y\sin\varphi - p &= 0, \\ -x\sin\varphi + y\cos\varphi - q &= 0, \end{aligned} \tag{19}$$

výrazy:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -(sq\cos\varphi - sp\sin\varphi - ry_0) - xs\sin 2\varphi + y(s\cos 2\varphi - r) \\ \Delta y &= -(sq\sin\varphi + sp\cos\varphi + rx_0) + x(s\cos 2\varphi + r) + zs\sin 2\varphi \\ \Delta z &= 0. \end{aligned} \tag{20}$$

Máme před sebou opět rovinný pohyb tvaru:

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y, \end{aligned} \tag{21}$$

s podmínkou:

$$a_{11} + a_{22} = 0, \tag{22}$$

a zbývá tudíž k určení sedmi veličin x_0, y_0, r, p, q, φ, s, pouze pět rovnic.

Výrazům pro Δx a Δy můžeme dáti tvar:

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + (s - r)\cos\varphi\,(-x\sin\varphi + y\cos\varphi) \\ &\quad - (s + r)\sin\varphi\,(x\cos\varphi + y\sin\varphi) \\ \Delta y &= a_{20} + (s - r)\sin\varphi\,(-x\sin\varphi + y\cos\varphi) \\ &\quad + (s + r)\cos\varphi\,(x\cos\varphi + y\sin\varphi). \end{aligned} \tag{23}$$

Ze tvaru toho patrno, že se může pohyb takto složený považovati za soubor dvou jednoduchých dilací, jichž roviny centralné jsou základními rovinami dilace symmetrické a jichž koefficienty se rovnají součtu a rozdílu koefficientů dané rotace a souměrné dilace. Zde vynikají zvláštní jednoduchostí ty případy, kdy se buď součet neb rozdíl týchž koefficientů rovná nule. Obdržíme tím větu:

Soubor rotace a souměrné dilace o společné ose a stejném co do absolutní hodnoty koefficientu jest aequivalentní jediné jednoduché dilaci o dvojnásobném koefficientu. Centralnou rovinou jest z obou základních rovin souměrné dilace ona, která má následkem rotace a následkem dilace nestejný pohyb, jenž se tudíž ruší; směr výsledné dilace jest kolmý k osám původních pohybů.

Vrátíme-li se k dřívějšímu rozboru, poznáváme, že může býti v případě právě uvedeném osa centrálná položena kdekoli v rovině, jež se stává centralnou rovinou výsledné dilace; že tudíž vlastně o takové centralné ose co jediné charakteristické přímce v témž případě nemůže býti řeči.

Dále poznáváme, že v témž případě přidružené osy původní rotace a souměrné dilace vzhledem k centralné rovině vždy tak jsou položeny, jako předmět a obraz; můžeme tudíž vysloviti větu, která jest v jistém ohledu obrácením věty předešlé, zároveň však jejím rozšířením:

Jednoduchou dilaci lze vždy pojati za výslednici rotace a souměrné dilace o stejných koefficientech, rovnajících se polovině koefficientu původní dilace; osy těchto pohybů jsou ku směru původní dilace kolmé a vzhledem k centralné rovině její položeny tak, jako předmět a obraz, jinak ale zcela libovolny.

B. Podobný rozbor lze provésti vzhledem k souboru rotace a jednoduché dilace. I zde jest se nám obmeziti na ten případ, kdy rotační osa jest rovnoběžna s centralnou rovinou dilace a kolmá na směr její. Patrně bude i zde nekonečné množství přidružených rotací a dilací, jichž osy tvoří svazek rovnoběžných přímek a centrálné roviny svazek rovnoběžných rovin. I zde vyskytuje se mezi jinými ten zvláští případ, že centralná rovina obsahuje osu rotace, kterou tudíž pro ten případ nazveme opět centralnou osou.

Pro veličiny určující přidružené rotace a dilace obdržíme v případě tom:

$$
\begin{aligned}
a + r(\beta_2 z_0 - \gamma_2 y_0) + p_1 \sigma\alpha &= 0, \\
b + r(\gamma_2 x_0 - \alpha_2 z_0) + p_1 \sigma\beta &= 0, \\
c + r(\alpha_2 y_0 - \beta_2 x_0) + p_1 \sigma\gamma &= 0,
\end{aligned} \tag{24}
$$

kteréž rovnice však vedou k identitě:

$$a\alpha_2 + b\beta_2 + c\gamma_2 = 0 \tag{25}$$

a nechávají tudíž při určení tří veličin x_0, y_0, p_1 jeden stupeň volnosti. Zde jsou α, β, γ cosinusy směru dilace, α_2, β_2, γ_2 směrné cosinusy osy rotační; normala centralné roviny má cosinusy α_1, β_1, γ_1. Násobíme-li ony tři rovnice po řadě posledními cosinusy a sečteme-li, obdržíme rovnici roviny, obsahující všechny možné rotační osy:

$$r(x_0\alpha + y_0\beta + z_0\gamma) + (a\alpha_1 + b\beta_1 + c\gamma_1) = 0. \tag{26}$$

Rovina ta jest tudíž kolmá na směr dilace. Pro danou osu rotační, určenou veličinami x_0, y_0, z_0 obdržíme polohu centralné

roviny přidružené dilace rovnicí podobným způsobem odvozenou:

(27) $p_1\sigma + r(\alpha_1 x_0 + \beta_1 y_0 + \gamma_1 z_0) + (a\alpha + b\beta + c\gamma) = 0.$

Má-li se osa rotační nalezati v rovině centralné, musí býti zároveň:

(28) $$-p_1 + \alpha_1 x_0 + \beta_1 y_0 + \gamma_1 z_0 = 0,$$

tudíž:

(29) $$p_1(\sigma + r) + (a\alpha + b\beta + c\gamma) = 0.$$

Volme opět rotační osu za osu Z, za rovinu centralnou rovinu YZ, bude:

$$a = b = c = 0, \quad \alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_1 = 0, \quad \alpha_2 = \beta_2 = 0, \quad \gamma_2 = 1,$$

tudíž i:

$$\alpha = \gamma = 0, \quad \beta = 1,$$

a zjednodušené rovnice pro x_0, y_0, z_0, p_1:

(30) $$y_0 = 0, \quad r x_0 + p_1 \sigma = 0.$$

Rovina obsahující osy rotační jest zde rovinou XZ; volíme-li osu rotační v jisté vzdálenosti od osy centralné ve směru kladném nalezá se přidružená centralná rovina od původní polohy své ve směru záporném vzdálená o délku v poměru koefficientu rotace ku koefficientu dilace zvětšeném. Při určení poměru toho dlužno dbáti též označení obou koefficientů; centralná rovina a osa postupují tudíž ve směru stejném, je-li týž poměr záporný.

Jsou-li oba koefficienty numericky stejny, nalezá se osa rotace stále v rovině centralné, tato pozbývá tudíž všelikého významu. V případě tom lze soubor rotace a jednoduché dilace nahraditi jedinou dilací jednoduchou, jejíž centralnou rovinou jest rovina obsahující všechny osy centralné. O tom poučuje nás jednoduchá úvaha synthetická, aneb analytické výrazy pro složky pohybu bodu x, y, z:

$$\Delta x = -ry, \quad \Delta y = (r + \sigma)x, \quad \Delta z = 0.$$

Pro $r = -\sigma$ jest:

(31) $$\Delta x = \sigma y, \quad \Delta y = 0, \quad \Delta z = 0.$$

Máme tudíž větu:

Soubor jednoduché dilace a rotace, jejíž osa se nalezá v centralné rovině a jejíž koefficient se rovná záporně vzatému koefficientu dilace, můžeme nahraditi souborem jakýchkoli stejných dvou pohybů, jež obdržíme, pošineme-li centralnou rovinu dilace i osu rotace ve směru normaly k této rovině do jakékoli

vzdálenosti. Všechny tyto pohyby jsou aequivalentní jediné dilaci o stejném koefficientu, jejíž centralná rovina jest určena souborem rotačních os týchž pohybů, neb některou z os těch a normalou k původní rovině centralné.

Podobně plynou z:

$$2r = -\sigma,$$

výrazy pro pohyb bodu x, y, z:

$$\Delta x = \tfrac{1}{2}\sigma y, \quad \Delta y = \tfrac{1}{2}\sigma x, \quad \Delta z = 0, \tag{32}$$

tudíž i věta:

Soubor jednoduché dilace a rotace, jejíž osa se nalézá v centralné rovině a jejíž koefficient se rovná polovici záporně vzatého koefficientu dilace, jest aequivalentní symmetrické dilaci o polovičním koefficientu, jejíž základními rovinami jsou centralná rovina původní dilace a rovina k ní kolmá, osou rotační procházející.

Předložený soubor dvou pohybů jest patrně opět pohybem rovinným, pro který obdržíme, píšíce ϱ místo r:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -(p\sigma \cos\psi - \varrho y_0) - x\sigma \sin\varphi \cos\varphi + y(\sigma \cos^2\varphi - \varrho) \\ \Delta y &= -(p\sigma \sin\varphi + \varrho x_0) - x(\sigma \sin^2\varphi - \varrho) + y\sigma \sin\varphi \cos\varphi. \end{aligned} \tag{33}$$

Tento pohyb jest podroben podmínce:

$$a_{11} + a_{22} = 0, \tag{34}$$

jest tudíž téhož druhu jako pohyb dříve (v A.) vyšetřený. Ostatně obdržíme, srovnajíce koefficienty:

$$\varphi = \psi, \quad 2s = \sigma, \quad 2r = 2\varrho - \sigma, \tag{35}$$

což i bezprostředně patrno.

§. 5. *Dvě elongace.*

Jsou-li u_1, u_2 koefficienty obou elongací, a

$$x = p_1, \quad x\alpha + y\beta = p_2,$$

rovnice příslušných rovin centralných, tak že jsme pro jednoduchost volili rovinu YZ, rovnoběžnou s rovinou prvou, a osu Z rovnoběžnou s průsekem rovin obou, v úhlu $arc\ tg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ k sobě nakloněných, obdržíme pro pohyb bodu (x, y, z):

$$\begin{aligned} \Delta x &= -(u_1 p_1 + u_2 p_2 \alpha) + (u_1 + u_2 \alpha^2) x + u_2 \alpha \beta y, \\ \Delta y &= -u_2 p_2 \beta + u_2 \alpha \beta x + u_2 \beta^2 y, \\ \Delta z &= 0. \end{aligned} \tag{36}$$

Z rovnic těchto soudíme:

1. Dvě elongace jsou aequivalentní translaci pouze tehdy, jsou-li příslušné centralné roviny rovnoběžny a koefficienty elongace stejně velky však opačně označeny (v. I, §. 4).

Pro

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0, \quad u_2 = -u_1,$$

obdržíme

$$\Delta x = -u_1(p_1 - p_2), \quad \Delta y = \Delta z = 0. \tag{37}$$

2. Dvě elongace jsou aequivalentní elongaci jediné pouze tehdy, jsou-li příslušné centralné roviny rovnoběžny (v. I, §. 4).

Pro

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0,$$

obdržíme:

$$\Delta x = -(u_1 p_1 + u_2 p_2) + (u_1 + u_2) x, \quad \Delta y = \Delta z = 0. \tag{38}$$

Koefficient u a rovnice centralné roviny výsledné elongace jsou:

$$u = u_1 + u_2, \quad x = \frac{u_1 p_1 + u_2 p_2}{u_1 + u_2}. \tag{39}$$

Poloha výsledné roviny centralné určuje se tudíž dle známého principu momentů. Rozšíření na větší počet elongací o rovnoběžných rovinách centralných jest očividné.

3. Dvě elongace nemohou býti nikdy aequivalentní rotaci.

Poněvadž v hořejších rovnicích:

$$a_{12} = u_2 \alpha \beta, \quad a_{21} = u_2 \alpha \beta,$$

nelze vyhověti nutným pro rotaci podmínkám:

$$a_{11} = 0, \quad a_{12} + a_{21} = 0,$$

jinak nežli hodnotami, v případě prvním uvedenými, t. j. neobdržíme vlastní rotaci, nýbrž jen translaci, tedy degeneraci rotace.

Také tuto větu lze rozšířiti na libovolný počet elongací, t. j. rotaci nelze nikdy nahraditi byť i sebe větším počtem elongací. Jest totiž dle (5) (I, §. 4) na př.:

$$a_{12} = \Sigma u \alpha \beta = a_{21}.$$

4. Rovněž nemohou býti dvě elongace nikdy aequivalentní jednoduché dilaci.

Aby daný pohyb byl dilací, musí býti vyhověno rovnicím (20) v I, §. 7. Místo poslední rovnice této soustavy lépe jest však psáti:

$$(40) \qquad a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0,$$

poněvadž v případě degenerace dilace v translaci rovnice

$$(41) \qquad a_{10}a_{11} + a_{20}a_{12} + a_{30}a_{13} = 0,$$

k jakémusi nedopatření vésti může. Rovnice tu lze v skutku přeměnit pomocí ostatních v následující:

$$a_{10}(a_{11} + a_{22} + a_{33}) = 0,$$

i mohlo by se zdáti, že stačí klásti:

$$a_{10} = 0,$$

aniž by bylo:

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0,$$

což patrně nemožné.

V našem případě mají podmínky (I, §. 7, č. 20) po naznačené změně tvar:

$$(42) \qquad \begin{aligned} &(u_1p_1 + u_2p_2\alpha) : u_2p_2\beta = u_1 + u_2\alpha^2 : u_2\alpha\beta = u_2\alpha\beta : u_2\beta^2 \\ &u_1 + u_2\alpha^2 + u_2\beta^2 = u_1 + u_2 = 0, \end{aligned}$$

a lze jim tudíž vyhověti pouze soustavou hodnot:

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0, \quad u_1 + u_2 = 0,$$

čímž opět vedeni jsme ku translaci.

Vyšetříme-li konečně, za jakých podmínek vyhovují z počátku uvedené výrazy pro Δx, Δy, Δz rovnicím I, §. 9 (25), obdržíme jedinou podmínku:

$$(43) \qquad u_1 + u_2 = 0,$$

tudíž i zajímavou větu, která jest rozšířením věty v I, §. 9 obsažené:

5. Jakékoli dvě elongace o stejných však opačně označených koefficientech jsou aequivalentní jediné dilaci souměrné. Základní roviny této dilace půlí úhel vytvořený centralnými rovinami obou elongací, a koefficient dilace rovná se koefficientu elongace násobenému sinusem téhož úhlu.

O tom přesvědčíme se snadno buď jednoduchou úvahou synthetickou neb cestou analytickou. Předně vidíme, že jest průsek obou centralných rovin osou výsledné dilace. Bod v rovině, jež úhel obou těch rovin půlí, v jednotce vzdálenosti od osy umístěný vzdálen jest

od obou centralných rovin o délku, sinusem poloviny jejich úhlu vyjádřenou. Pošinutí bodu toho následkem obou elongací jest stejné a k půlící rovině stejně nakloněné; výsledné pošinutí rovná se tudíž dvojnásobnému součinu koefficientu elongace na součin sinusu a cosinusu polovičního úhlu obou centralných rovin a jest kolmé na půlící rovinu.

Analyticky zjednáme si dle I, §. 8. (24), píšíce π_1 a π_2 místo p_1 a p_2, soustavu rovnic pro s, α_1, β_1, α_2, β_2, π_1, π_2 (γ_1 a γ_2 rovnají se patrně nule):

$$(44)\qquad \begin{aligned} 2s\alpha_1\alpha_2 &= u_1 + u_2\alpha^2 = u\beta^2, \\ s(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) &= -u\alpha\beta \\ 2s\beta_1\beta_2 &= -u\beta^2, \\ s(\pi_2\alpha_1 + \pi_1\alpha_2) &= u(p_1 - p_2\alpha) \\ s(\pi_2\beta_1 + \pi_1\beta_2) &= -up_2\beta. \end{aligned}$$

Rovnice první a třetí vedou k identitě:

$$(45)\qquad \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 = 0.$$

Nazveme ω úhel obou centralných rovin, φ úhel, jejž tvoří normala první základní roviny výsledné dilace s osou X, tak že jest:

$$\alpha = \cos\omega,\quad \alpha_1 = \cos\varphi,\quad \alpha_2 = -\sin\varphi,$$
$$\beta = \sin\omega,\quad \beta_1 = \sin\varphi,\quad \beta_2 = \cos\varphi.$$

Z rovnic hořejších plyne:

$$(46)\qquad \begin{aligned} s\sin 2\varphi &= -u\sin^2\omega, \\ s\cos 2\varphi &= -u\sin\omega\cos\omega, \end{aligned}$$

tudíž:

$$(47)\qquad 2\varphi = \pi + \omega,\quad s = u\sin\omega.$$

Vyhledání veličin π_1, π_2 z posledních rovnic opomíjíme, jelikož jest patrno, že se protínají centralné roviny elongací a základní roviny výsledné dilace v téže přímce.

Zvláštní případ $\omega = 0$ vede ku translaci, případ $\omega = \frac{\pi}{2}$ probrán jest obšírně v I, §. 9.

Dosavádní rozbor poučil nás, že jen pro případ rovnoběžných rovin centralných neb stejných však opačně označených koefficientů redukce dvou elongací na některý základní pohyb jest možná. Snadno se však přesvědčíme, že jest možná na mnohý způsob aequivalence dvou pohybů se dvěma elongacemi. Minouce různé jiné případy, poukážeme dle analogie s dřívějším (v. §. 4.) pouze k následující větě:

Jest nekonečné množství soustav dvou elongací, co do výsledku aequivalentních. Centralné roviny jejich protínají se vesměs v téže přímce, kterou můžeme zváti opět centralnou osou výsledného pohybu. Mezi všemi skupinami přidružených elongací vyniká ta, jejíž centralné roviny jsou na sobě kolmy.

Soubor dvou elongací jest patrně opět pohybem rovinným, který lze vyjádřiti ve tvaru:

$$(48)\quad \begin{aligned} \Delta x &= -(u_1 p_1 \alpha_1 + u_2 p_2 \alpha_2) + (u_1 \alpha_1^2 + u_2 \alpha_2^2)x + (u_1 \alpha_1 \beta_1 + u_2 \alpha_2 \beta_2)y \\ \Delta y &= -(u_1 p_1 \beta_1 + u_2 p_2 \beta_2) + (u_1 \alpha_1 \beta_1 + u_2 \alpha_2 \beta_2)x + (u_1 \beta_1^2 + u_2 \beta_2^2)y. \end{aligned}$$

Z toho patrno, že zde máme opět, ne nejvšeobecnější pohyb rovinný, nýbrž týž pohyb, podrobený podmínce:

$$(49)\quad a_{12} = a_{21}.$$

K určení osmi neznámých:

$$u_1,\ p_1,\ \alpha_1,\ \beta_1,\quad u_2,\ p_2,\ \alpha_2,\ \beta_2,$$

máme tudíž jen sedm rovnic, totiž vedle rovnic:

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 = 1, \quad \alpha_2^2 + \beta_2^2 = 1$$

ještě pět rovnic srovnáním koefficientů vzniklých:

$$(50)\quad \begin{aligned} u_1 \alpha_1^2 + u_2 \alpha_2^2 &= a_{11} \\ u_1 \alpha_1 \beta_1 + u_2 \alpha_2 \beta_2 &= a_{12} \\ u_1 \beta_1^2 + u_2 \beta_2^2 &= a_{22}, \end{aligned}$$

$$(51)\quad \begin{aligned} u_1 p_1 \alpha_1 + u_2 p_2 \alpha_2 &= -a_{10}, \\ u_1 p_1 \beta_1 + u_2 p_2 \beta_2 &= -a_{20}, \end{aligned}$$

Máme tedy jednoduše nekonečnou rozmanitost možných aequivalentních pohybů (skupin dvou elongací). V následujícím chceme vyjádřiti, kladouce:

$$\alpha_1 = \cos\omega_1, \quad \beta_1 = \sin\omega,$$
$$\alpha_2 = \cos\omega_2, \quad \beta_2 = \sin\omega_2,$$

neznámé u_1, u_2, ω_2 pomocí veličiny ω_1, kterouž dle libosti volíme. Z hořejších rovnic plyne:

$$(52)\quad \begin{aligned} u_1 + u_2 &= a_{11} + a_{22}, \\ u_1 \cos 2\omega_1 + u_2 \cos 2\omega_2 &= a_{11} - a_{22}, \\ u_1 \sin 2\omega_1 + u_2 \sin 2\omega_2 &= 2a_{12}. \end{aligned}$$

Z rovnic těch zjednáme si snadno:

$$(53)\quad tg\,(\omega_2 + \omega_1) = \frac{(a_{11} - a_{22}) - (a_{11} + a_{22}) \cos 2\omega_1}{(a_{11} + a_{22}) \sin 2\omega_1 - 2a_{12}}$$

a dále:

$$(54) \qquad tg(\omega_2 - \omega_1) = \frac{(a_{11}-a_{22})\cos 2\omega_1 + 2a_{12}\sin 2\omega_1 - (a_{11}+a_{22})}{(a_{11}-a_{12})\sin 2\omega_1 - 2a_{12}\cos 2\omega_1}$$

Mají-li býti centralné roviny k sobě kolmy, t. j. $\omega_2 - \omega_1 = 90^0$, musí platiti:

$$tg\, 2\omega_1 = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}.$$

Volme roviny ty za roviny YZ a XZ; pak jest $\omega_1 = 0$, tudíž i $a_{12} = 0$ (předpokládejme zatím $a_{11} \gtrless a_{22}$). Kladouce tudíž $a_{12} = 0$, obdržíme:

$$tg(\omega_2 - \omega_1) = \frac{(a_{11} - a_{22})\cos 2\omega_1 - (a_{11} + a_{22})}{(a_{11} - a_{22})\sin 2\omega_1} = -\frac{a_{11}\, tg^2\omega_1 + a_{22}}{(a_{11} - a_{22})\, tg\, \omega_1}$$

a konečně:

$$(55) \qquad tg\, \omega_2 = -\frac{a_{22}}{a_{11}} \cot \omega_1 = -n \cot \omega_1.$$

Zde musíme rozeznávati kladné a záporné n.

V případě kladného n, t. j. jsou-li obě elongace kladné neb záporné, mění se úhel $\omega_2 - \omega_1$, vycházeje od hodnoty 90^0 (pro $\omega_1 = 0$) tak, že dospívá pro

$$(56) \qquad tg\, \omega_1 = \sqrt{n}, \quad tg\, \omega_2 = -\sqrt{n},$$

maxima (minima), určeného rovnicí:

$$(57) \qquad tg(\omega_2 - \omega_1) = -\frac{2\sqrt{n}}{1 - n}.$$

Při tom nabývají koefficienty elongace stejných hodnot:

$$(58) \qquad u_1 = u_2 = \tfrac{1}{2}(a_{11} + a_{12}).$$

Příslušné roviny centralné jsou k dřívějším (k sobě kolmým) rovinám centralným souměrně umístěny.

Zvláštní případ $n = 1$ neposkytuje žádného maxima; zde mohou býti jakékoli k sobě kolmé roviny v centralné ose se protínající rovinami centralnými, a příslušné koefficienty elongace jsou vždy stejné.

Tento případ jest jakési analogon expanse; všechny body útvaru pošinují se při tomto pohybu na přímkách kolmých k centralné ose o délky měřené součinem vzdálenosti od této osy s koefficientem elongace. Můžeme tudíž zváti pohyb takový, nad jiné kombinace dvou elongací názornější, cylindrickou neb rovinnou expansí.

V případě záporného n, t. j. je-li jedna elongace kladná, druhá záporná, není žádného maxima (minima) pro úhel $\omega_2 - \omega_1$, poněvadž podmínkou jest zde opět:

$$tg\,\omega_1 = \sqrt{n},$$

které však v tomto případě realnými hodnotami vyhověti nelze. Obě centralné roviny pohybují se proti sobě (v opačných směrech) i nastane pro:

$$tg\,\omega_1 = tg\,\omega_2 = \sqrt{-n},$$

mezní případ, v kterém obě roviny splývají v jednu. V případě tom stávají se však oba koefficienty elongace nekonečnými*); musíme tudíž na výsledný pohyb pohlížeti tak, že mohou býti obě roviny centralné v sebe menším úhlu k sobě nakloněny, jen když koefficienty elongace dostatečně velkými učiníme. Splynutí obou rovin značí tudíž mezní případ, k němuž nemůžeme dospěti, nýbrž jen libovolně se přiblížiti. Že zde opět případ $n = -1$ zvláště vyniká, poněvadž jest příslušný pohyb aequivalentní symmetrické dilaci, bylo již dříve vyloženo.

Hledíme-li k tomu, že jest rovinná expanse pohybem velmi názorným, můžeme ji upotřebiti k rozboru jakýchkoli dvou elongací. Obmezíme se na případ kolmých k sobě elongací, poněvadž je otočením soustavy souřadnic kolem osy centralné snadno vyhledati (t. j. $b = 0$ učiniti) lze. Klademe-li nyní:

$$u = \frac{a_{11} + a_{22}}{2}, \quad s = \frac{a_{11} - a_{22}}{2},$$

tedy

$$a_{11} = u + s, \quad a_{22} = u - s,$$

poznáváme, že jest soubor jakýchkoli dvou elongací aequivalentní souboru rovinné expanse a symmetrické dilace o společné ose centralné. Koefficient expanse rovná se polovičnímu součtu, koefficient dilace polovičnímu rozdílu koefficientů obou (k sobě kolmých) elongací.

Viděli jsme, že pohyb rovinný, souboru dvou elongací aequivalentní, stanoven jest blíže podmínkou:

(60) $$a_{12} = a_{21};$$

pohyb takový můžeme vhodně zváti symmetrickým pohybem rovinným. Setkáme se s ním ještě častěji.

Ku konci ještě několik poznámek o souboru elongace a prosto-

---

*) T. j. nekonečnými u porovnání s obyčejnými hodnotami týchž koefficientů které jsou nekonečně malé. Rovnice dávají nám v případě tom pro u_1 a u_2 hodnoty vyjádřené podíly nekonečně malé veličiny (a, c) a nuly:

$$(\cos 2\omega_2 - \cos 2\omega_1).$$

rové expanse. Podobně jako při kombinaci rotace a elongace můžeme uvésti střed expanse do centralné roviny elongace; sestrojíme-li v bodu tom normalu k rovině, můžeme ji považovati za osu rovinné (cylindrické) expanse, jež s elongací součtem koefficientů původní elongace a expanse určenou dává týž výsledný pohyb. Jsou-li zmíněné koefficienty stejné, však znamení opačného, obdržíme v případě tom jedinou cylindrickou expansi jakožto aequivalenci elongace a prostorové expanse.

§. 6. *Elongace a dilace.*

A. Vyšetříme nejprvé spojení elongace s jednoduchým pošinutím. Přehledný tvar pohybu obdržíme patrně opět jen tehdy, když jest směr daného pošinutí kolmý na přímku, v níž se obě centralné roviny protínají. Jinak obdržíme pohyb složitý, jenž maje jakousi analogii s pohybem šroubovým, mnohem méně jest přehledným, již pro větší počet stupňů volnosti (9), jež obsahuje.

Obmezíme-li se na vytknutý případ jednodušší, můžeme voliti osu Z rovnoběžnou s průsekem obou centralných rovin, jichž rovnice nabudou tvaru:

$$(61)\qquad \begin{aligned} &x\cos\varphi + y\sin\varphi - p = 0 \quad \text{(elongace } u\text{)}\\ &x\cos\psi + y\sin\psi - q = 0 \quad \text{(dilace } \sigma\text{)}. \end{aligned}$$

Směr dilace samé určen cosinusy:

$$(62)\qquad \alpha = -\sin\psi,\quad \beta = \cos\psi,\quad \gamma = 0,$$

tak že obdržíme pro pohyb bodu (x, y, z):

$$(63)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= -(pu\cos\varphi - q\sigma\sin\psi) + x(u\cos^2\varphi - \sigma\sin\psi\cos\psi)\\ &\qquad + y(u\cos\varphi\sin\varphi - \sigma\sin^2\psi)\\ \Delta y &= -(pu\sin\varphi + q\sigma\cos\psi) + x(u\cos\varphi\sin\varphi + \sigma\cos^2\psi)\\ &\qquad + y(u\sin^2\varphi + \sigma\cos\psi\sin\psi)\\ \Delta z &= 0. \end{aligned}$$

Na základě těchto rovnic snadno poznáváme, že není vyšetřená kombinace jednoduché dilace s elongací aequivalentní žádnému z hlavních tvarů pohybů; aniž můžeme jako v některých z předcházejících případů aequivalentní skupiny přidružených pohybů elongačních a dilačních rozeznávat. Klademe-li totiž opět:

$$(64)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y,\\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y, \end{aligned}$$

vidíme, že si zjednáme porovnáním koefficientů šest rovnic pro šest neznámých p, q, u, σ, φ, ψ. Zejmena jest:

$$(65)\qquad u = a_{11} + a_{22},\quad \sigma = a_{21} + a_{12}.$$

Pro úhly φ, ψ obdržíme nejprvé:

$$(66)\qquad \begin{aligned} u \sin 2\varphi + \sigma \cos 2\psi &= a_{12} + a_{21}, \\ u \cos 2\varphi - \sigma \sin 2\psi &= a_{11} - a_{22}, \end{aligned}$$

a odtud:

$$(67)\qquad \begin{aligned} &(a_{11}^2 + a_{12}a_{21})\, tg^2\varphi - (a_{11} + a_{22})(a_{12} + a_{21})\, tg\, \varphi + \\ &\qquad (a_{22}^2 + a_{12}a_{21}) = 0, \\ &(a_{21}^2 - a_{11}a_{22})\, tg^2\psi - (a_{11} - a_{22})(a_{12} - a_{21})\, tg\, \psi + \\ &\qquad (a_{12}^2 - a_{11}a_{22}) = 0. \end{aligned}$$

Na základě těchto rovnic zjednáme si dvě hodnoty φ' a φ'' pro φ a dvě hodnoty ψ' a ψ'' pro ψ; ne však čtyry, nýbrž jen dvě řešení, jak z rovnic (β) patrno, tak že k hodnotě φ' přísluší jen jedna hodnota ψ na př. ψ', tudíž ku φ'' zase jen ψ''.

Pozoruhodny jsou též relace:

$$(68)\qquad tg\,(\varphi' + \varphi'') = \frac{a_{12} + a_{21}}{a_{22} - a_{11}}, \quad tg(\psi' + \psi'') = \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{12} + a_{21}},$$

z kterých plyne:

$$(69)\qquad (\varphi' + \varphi'') - (\psi' + \psi'') = \frac{2m + 1}{2}\pi,$$

Máme-li na př.:

$$\Delta x = (2x + y)\varepsilon, \quad \Delta y = (-3x + 7y)\varepsilon,$$

kde znamená ε nekonečně malý koefficient, obdržíme

$$u = 9\varepsilon, \quad \sigma = 4\varepsilon,$$

$$tg\,\varphi' = -9 + \sqrt{35}, \quad tg\,\psi' = \tfrac{1}{5}(10 + \sqrt{35})$$

$$tg\,\varphi'' = -9 - \sqrt{35}, \quad tg\,\psi'' = \tfrac{1}{5}(10 - \sqrt{35}),$$

tudíž okrouhle:

$$\varphi' = 108^0, \quad \psi' = 73^0, \quad \varphi' = 94^0, \quad \psi' = 39^0.$$

Pomocí těchto čísel můžeme si graficky znázorniti předloženou deformaci a její rozklad, dvojím způsobem možný, v elongaci a dilaci.

Zjednavše sobě u, σ, φ, ψ, obdržíme p a q řešením dvou lineárných rovnic.

Pohyb rovnicemi (64) charakterisovaný můžeme vhodně zváti **všeobecným pohybem rovinným**, poněvadž zde koefficienty a_{mn} žádné podmince podrobeny nejsou.

Výsledek našeho rozboru není tudíž zcela záporným, nýbrž vede ku větě:

Všeobecný pohyb rovinný jest aequivalentní souboru určité elongace a určité jednoduché dilace pouze

na dvojí způsob, při čemž zůstává koefficient elongace i dilace stejný, tak že se jen polohy základních rovin různí.

B. Spojení elongace s dilací symmetrickou vede patrně opět jen tehdy k výsledku přehlednému, je-li osa dilace rovnoběžná s centralnou rovinou elongace. Volíme-li opět osu Z za rovnoběžnou s osou dilace, máme před sebou tyto rovnice základních rovin:

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi - p = 0, \quad \text{(elongace } u\text{)}, \tag{70}$$

$$\left.\begin{aligned} x \cos \psi + y \sin \varphi - q &= 0, \\ - x \sin \psi + y \cos \psi - r &= 0, \end{aligned}\right\} \text{(dilace } s\text{)}. \tag{71}$$

Pohyb bodu (x, y, z) určen zde rovnicemi:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -(pu \cos \varphi + qs \cos \psi - rs \sin \psi) \\ &\quad + x(u \cos^2 \varphi - s \sin 2\psi) \\ &\quad + y(u \cos \varphi \sin \varphi + s \cos 2\psi), \\ \Delta y &= -(pu \sin \varphi + qs \sin \psi + rs \cos \psi) \\ &\quad + x(u \cos \varphi \sin \varphi + s \cos 2\psi) \\ &\quad + y(u \sin^2 \varphi + s \sin 2\varphi), \\ \Delta z &= 0. \end{aligned} \tag{72}$$

Klademe-li zase:

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11} x + a_{12} y, \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21} x + a_{22} y, \end{aligned} \tag{73}$$

vidíme předně, že jest zde opět

$$a_{12} = a_{21}, \tag{74}$$

že tedy kombinace elongace a symmetrické dilace neposkytuje všeobecný pohyb rovinný, nýbrž ten zvláštní případ pohybu rovinného, který se nám již objevil co výsledek dvou elongací. Případ ten jest, porovnáme-li jej s předcházejícím, zajímavým proto, poněvadž zde větší stupeň volnosti dilace symmetrické oproti dilaci jednoduché v souboru s elongací má za následek méně všeobecný, t. j. méně stupňů volnosti čítající pohyb. Poněvadž má dilace symmetrická proti jednoduché o stupeň volnosti více a výsledný pohyb o stupeň méně jest patrno, že se v pohyb rovnicemi (73) a podmínkou (74) charakterisovaný elongace a souměrné pošinutí spojují s rozmanitostí dvojnásob nekonečnou. Máme totiž pro sedm veličin:

$$u, \; s, \; \varphi, \; \psi, \; p, \; q, \; r$$

pouze pět rovnic, tak že dvě veličiny dle libosti voliti můžeme.

Úplnou volnost však v té volbě nemáme, neb jest jako dříve:

(75) $$u = a_{11} + a_{22}.$$

Dále obdržíme:

(76) $$u \cos 2\varphi - 2s \sin 2\psi = a_{11} - a_{22},$$
$$u \sin 2\varphi + 2s \cos 2\psi = 2a_{12};$$

jest tudíž případ $s = 0$ vyloučen, vyjma ovšem zvláštní hodnoty a_{11}, a_{12}, a_{22}, podmíněné rovnicí:

$$a_{11}\, a_{22} = a_{12}^2.$$

Položíme-li:

$$s \cos 2\psi = \xi, \quad s \sin 2\psi = \eta,$$

obdržíme po eliminaci neznámé φ:

(77) $$(\xi - a_{12})^2 + \left(\eta - \frac{a_{22} - a_{11}}{2}\right)^2 = \left(\frac{a_{22} + a_{11}}{2}\right)^2.$$

Paprslek vedený ze začátku souřadnic k jakémukoli bodu kružnice (77) určuje délkou svou možnou hodnotu koefficientu dilace s; přímky půlící oba úhly, jež týž paprsek tvoří s osou X, jsou normalami základních rovin téže dilace. Příslušné naklonění centralné roviny elongace poskytují rovnice (76).

Když jsme byli takto stanovili koefficienty elongace a dilace, jakož i naklonění příslušných rovin, volíme absolutní polohu centralné roviny elongace, t. j hodnotu p dle libosti, načež srovnajíce koefficienty a_{10} a a_{20} s příslušnými výrazy v Δx, Δy obsaženými, q a r, t. j. absolutní polohu osy dilace obdržíme. Pro různé, mezi sebou však rovnoběžné polohy centralné roviny elongace vyplňují příslušné osy dilace rovinu, v určitém úhlu k oné rovině centralné nakloněnou.

Obě roviny ty protínají se v přímce, kterou můžeme, anaž obsahuje body při daném pohybu polohu svou neměnící, nazvati c e n t r a l n o u o s o u t é h o ž p o h y b u (73). Její polohu t. j. souřadnice stálé x, y bodů na ní ležících obdržíme, kladouce v (73) Δx a Δy rovny nule.

Mezi směry základních rovin zasluhují povšimnutí ty, kde centralná rovina elongace tvoří se základními rovinami dilace úhly 45° a 135°. Uvedeme-li si na mysl, že můžeme rozložiti (dle I, §. 9.) dilaci s na dvě elongace $+s$ a $-s$, poznáváme konečně, že lze pohyb (73) rozložiti ve dvě elongace k sobě kolmé $u + s$ a $-s$.

Pohyb (73) obsažený ve všeobecném pohybu rovinném co zvláštní případ charakterisovaný rovnicí $a_{12} = a_{21}$ nazvali jsme (§. 5.)

symmetrickým pohybem rovinným, a máme konečně vzhledem k němu větu:

Jest dvojnásob nekonečné množství elongací a přidružených k nim symmetrických dilací, jichž soubor jest aequivalentní symmetrickému pohybu rovinnému. Koefficient elongace jest vždy týž, za centralnou rovinu téhož pohybu lze voliti jakoukoli rovinu k určitému směru rovnoběžnou; po této volbě jest příslušná tilace co do velkosti koefficientu i co do polohy základních rovnic úplně určena.

Případ:

(78) $$a_{11}a_{22} = a_{12}^2 = a_{21}^2$$

dává symmetrický pohyb rovinný aequivalentní jediné elongaci jakožto případ zvláště jednoduchý; případ ten odděluje od sebe obě skupiny:

$$a_{11}a_{22} < a_{12}^2 \quad \text{a} \quad a_{11}a_{22} > a_{12}^2.$$

První skupina (pro kterou začátek souřadnic leží mimo kružnici 77) dává pro úhel 2ψ jakousi hodnotu minimalnou a hodnotu maximalnou, t. j. polohy základních rovin dilace jsou obmezeny na prostor obsažený uvnitř jistého klínu, jehož hranou jest osa Z. Kdybychom tedy, majíce v přítomném případě dva stupně volnosti, začali s volbou dilace, byli bychom i co do velkosti koefficientu i co do naklonění základních rovin vázáni na určité meze. V případech druhé skupiny (ve kterých leží začátek souřadnic uvnitř kružnice 77) se meze ty ohledně naklonění základních rovin nevyskytují, ovšem pak ohledně velkosti koefficientu s. Rozdíly mezi maximalnou a minimalnou hodnotou jeho stávají se však tím menšími, čím menší jest a_{12} a $a_{11} - a_{22}$. Pro případ:

(79) $$a_{12} = 0, \quad a_{11} = a_{22},$$

nastává, jak ostatně bezprostředně ze tvaru výrazu pro Δx, Δy vysvítá, rovnost všech hodnot s a neurčitost hodnot ψ, tudíž konečně cylindrická expanse o koefficientu:

(80) $$\tfrac{1}{2}u = a_{11} = a_{12},$$

Druhý případ stejných hodnot pro s nastane, když se rovná poloměr kružnice (77) nule. Případ ten vede k podmínce:

(81) $$u = 0, \quad a_{11} = -a_{22};$$

pohyb rovnicemi (73) a předcházející podmínkou daný jest tudíž aequivalentní a to jediným, určitým způsobem, symmetrické dilaci, jak ostatně z podmínek (25) v I, §. 8 patrno.

§. 7. *Dvě dilace.*

A. Začneme rozborem dvou dilací jednoduchých, při čemž se opět obmezíme na zvláštní případ, že jsou směry obou dilací kolmy ku společnému průseku jejich centralných rovin.

Rovnice rovin těchto můžeme opět při vhodné volbě soustavy souřadnic psáti:

$$x \cos\varphi + y \sin\varphi - p = 0, \quad x \cos\varphi' + y \sin\varphi' - p' = 0, \tag{82}$$

a máme tudíž rovnice vyjadřující pohyb způsobený oběma dilacemi σ a σ':

$$\begin{aligned} \Delta x &= -(p\sigma \sin\varphi + p'\sigma' \sin\varphi') \\ &\quad + x(\sigma \sin\varphi \cos\varphi + \sigma' \sin\varphi' \cos\varphi') \\ &\quad + y(\sigma \sin^2\varphi + \sigma' \sin^2\varphi'), \\ \Delta y &= -(p\sigma \cos\varphi + p'\sigma' \cos\varphi') \\ &\quad - x(\sigma \cos^2\varphi + \sigma' \cos^2\varphi') \\ &\quad - y(\sigma \sin\varphi \cos\varphi + \sigma' \sin\varphi' \cos\varphi'), \\ \Delta z &= 0. \end{aligned} \tag{83}$$

Považujeme-li veličiny σ, σ', φ, φ', p, p' za neznámé, slouží k určení jejich pouze pět rovnic, klademe-li opět:

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y, \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}x, \end{aligned} \tag{84}$$

s podmínkou:

$$a_{11} + a_{22} = 0. \tag{85}$$

J e s t t u d í ž n e k o n e č n ě m n o h o s k u p i n d v o u d i l a c í j e d n o d u c h ý c h, a e q u i v a l e n t n í c h r o v i n n é m u p o h y b u (84) p o d m í n k o u (85) b l í ž e u r č e n é m u. Jest to týž pohyb, který se nám byl dříve (§. 4) objevil co soubor rotace a dilace.

Rovnicím pro σ, σ' φ, φ' lze dáti tvar:

$$\sigma + \sigma' = a_{12} - a_{21}, \tag{86}$$

$$\begin{aligned} \sigma \cos 2\varphi + \sigma' \cos 2\varphi' &= - a_{12} - a_{21} \\ \sigma \sin 2\varphi + \sigma' \sin 2\varphi' &= 2a_{11}. \end{aligned} \tag{87}$$

Můžeme tudíž jeden koefficient dilace, na př. σ dle libosti voliti; rovnice (86) dává nám hodnotu druhého koefficientu σ', načež nám poskytují rovnice (87), jež podobně jako v §. 6. A. můžeme přeměniti v jiné dvě kvadratické rovnice pro $tg\,\varphi$ a $tg\,\varphi'$, hodnoty těchto veličin a sice dvě k sobě přidružené dvojice. Zjednavše sobě dílem volbou, dílem na základě daných podmínek hodnoty pro σ, σ', φ, φ',

obdržíme pomocí dvou linearných rovnic zcela určité hodnoty pro p a p', t. j. pro polohu průřezu obou centralných rovin.

Do podrobnějšího rozboru nalezeného výsledku se pouštěti nebudeme, přestávajíce na uvedení následujících zvláštních případů:

1. Je-li:

$$\sigma = \sigma', \quad \varphi' = \varphi + 90^0,$$

obdržíme pro koefficienty v (84) mimo rovnici (85) další podmínky:

$$a_{11} = 0, \quad a_{12} + a_{21} = 0, \tag{88}$$

tudíž jakožto pohyb výsledný rotaci.

Zvláštní případ:

$$lim\, \sigma = lim\, \sigma' = 0,$$

tedy i:

$$a_{12} = a_{21} = 0,$$
$$lim\, p\sigma = h, \quad lim\, p'\sigma' = k,$$

znamená translaci:

$$\begin{aligned} \varDelta x &= a_{10} = - h \sin \varphi - k \cos \varphi, \\ \varDelta y &= a_{20} = h \cos \varphi - k \sin \varphi, \end{aligned} \tag{89}$$

kdež lze k a h pro jakékoli φ určiti, t. j. obě nekonečně vzdálené, k sobě kolmé roviny centralné mohou jakkoli býti položeny.

2. Je-li $\sigma + \sigma' = 0$, tedy i

$$a_{12} = a_{21}, \tag{90}$$

obdržíme:

$$\begin{aligned} \sigma (\cos 2\varphi - \cos 2\varphi') &= - 2a_{12}, \\ \sigma (\sin 2\varphi - \sin 2\varphi') &= - 2a_{11}, \end{aligned} \tag{91}$$

aneb, klademe-li

$$\varphi = \psi + \alpha_1, \quad \varphi' = \psi - \alpha,$$

$$\begin{aligned} \sigma \sin 2\psi \sin 2\alpha &= a_{12} \\ \sigma \cos 2\psi \sin 2\alpha &= a_{11}. \end{aligned} \tag{92}$$

Mezi všemi takto charakterisovanými dvojicemi jednoduchých dilací vyniká ona, pro kterou jest $\alpha = 45^0$, maximalnou hodnotou koefficientu

$$\sigma = s = \sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2}; \tag{93}$$

dvojice ta vytvořuje patrně dilaci symmetrickou.

Pro $\alpha = 0$ stává se všeobecně σ nekonečným, máme zde podobný případ jako v §. 5., o němž se tudíž nebudeme šířiti.

Také zde nastane translace a sice pro

$$\varphi' = \varphi,$$

při jakékoli hodnotě σ. Z rovnic:

$$(94)\qquad \begin{aligned}(p-p')\,\sigma\,\sin\varphi &= -a_{10}\\ (p-p')\,\sigma\,\cos\varphi &= a_{20},\end{aligned}$$

určíme φ a $(p-p')\sigma$. (V. I, §. 7.)

B. Dvě symmetrické dilace, jichž osy jsou rovnoběžny a jichž centralné roviny tudíž mohou určeny býti rovnicemi:

$$(95)\qquad \begin{aligned}x\cos\varphi+y\sin\varphi-p&=0, & x\cos\varphi'+y\sin\varphi'-p'&=0,\\ -x\sin\varphi+y\cos\varphi-q&=0, & -x\sin\varphi'+y\cos\varphi'-q'&=0,\end{aligned}$$

poskytují pohyb:

$$(96)\qquad \begin{aligned}\Delta x &= (sp\sin\varphi-sq\cos\varphi+s'p'\sin\varphi'-s'q'\cos\varphi')\\ &\quad -x(s\sin2\varphi+s'\sin2\varphi')\\ &\quad +y(s\cos2\varphi+s'\cos2\varphi'),\\ \Delta y &= (sp\cos\varphi+sq\sin\varphi+s'p'\cos\varphi'+s'q'\sin\varphi')\\ &\quad +x(s\cos2\varphi+s'\cos2\varphi')\\ &\quad +y(s\sin2\varphi+s'\sin2\varphi'),\\ \Delta z &= 0.\end{aligned}$$

Máme tudíž před sebou rovinný pohyb:

$$(97)\qquad \begin{aligned}\Delta x &= a_{10}+a_{11}x+a_{12}y\\ \Delta y &= a_{20}+a_{21}x+a_{22}y,\end{aligned}$$

jehož koefficienty však vyhovují dvěma podmínkám:

$$(98)\qquad a_{11}+a_{22}=0,\quad a_{12}-a_{21}=0.$$

Pro určení osmi veličin: p, q, s, φ, p', q', s', φ' zbývají nám tudíž jen čtyry rovnice, tak že jest nám možná čtverá volba, nebo-li že se vyskytuje čtvernásob nekonečná rozmanitost přidružených sobě dvojic symmetrických dilací, dávajících týž výsledný pohyb (97) rovnicemi (98) blíže podmíněný. Ze všech takto blíže určených pohybů, do jejichž podrobnějšího rozboru se pouštěti nebudeme, vyniká případ ten, kdy jeden koefficient na př. s' nule se rovná, načež i p', q', φ' co neurčité, zároveň bezvýznamné veličiny odpadnou, tak že zbývá jediná symmetrická dilace co výslednice dvou.

Jinými slovy: můžeme určiti veličiny P, Q, S, Φ pomocí rovnic:

$$(99)\qquad \begin{aligned}SP\sin\Phi-SQ\cos\Phi &= sp\sin\varphi-sq\cos\varphi+s'p'\sin\varphi'-s'q'\cos\varphi'\\ SP\cos\Phi+SQ\sin\Phi &= sp\cos\varphi+sq\sin\varphi+s'p'\cos\varphi'-s'q'\sin\varphi'\end{aligned}$$

$$(100)\qquad \begin{aligned}S\sin2\Phi &= s\sin2\varphi+s'\sin2\varphi'\\ S\cos2\Phi &= s\cos2\varphi+s'\cos2\varphi'.\end{aligned}$$

Veličiny ty charakterisují jedinou symmetrickou dilaci S o základních rovinách:

$$(101)\qquad \begin{aligned} x\cos\Phi + y\sin\Phi - P &= 0 \\ -y\sin\Phi + y\cos\Phi - Q &= 0. \end{aligned}$$

Že znamenají rovnice (97) a (98) symmetrickou dilaci, plyne ostatně též z podmínek (25) v I, §. 8. Máme tudíž větu:

Dvě symmetrické dilace o rovnoběžných osách jsou aequivalentní jediné symmetrické dilaci mající osu téhož směru.

Koefficient S výsledné dilace a směr základních rovin Φ obdržíme na základě rovnic (100) pomocí konstrukce rovnoběžníkové. Rozdíl od rovnoběžníku sil jest však ten, že musíme úhel mezi oběma přímkami základními, t. j. přímkami v rovinách základních k ose kolmými zdvojnásobniti na př. tak, že jednu z přímek těch volíme za pevnou, druhou přiměřeně otočíme, načež na ně vneseme délky složkám dilačního pohybu s a s' se rovnající a sestrojíme úhlopříčnu příslušného rovnoběžníku. Délka úhlopříčny rovná se koefficientu výsledné dilace a základní rovina její půlí úhel mezi úhlopříčnou a onou pevnou přímkou.

C. Dvě symmetrické dilace mohou poskytovati také tu zvláštnost, že dvě základní roviny jejich jsou rovnoběžny. Volme osu Z kolmou k těmto rovinám, tak že jsou rovnice základních rovnic tvaru:

$$(102)\qquad \begin{aligned} x\cos\varphi + y\sin\varphi - p &= 0, & x\cos\varphi' + y\sin\varphi' - p' &= 0 \\ z - q &= 0, & z - q' &= 0. \end{aligned}$$

Tím obdržíme pohyb:

$$(103)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= -(sq\cos\varphi + s'q'\cos\varphi') + (s\cos\varphi + s'\cos\varphi')z \\ \Delta y &= -(sq\sin\varphi + s'q'\sin\varphi') + (s\sin\varphi + s'\sin\varphi')z \\ \Delta z &= -(sp + s'p') + (s\cos\varphi + s'\cos\varphi')x + (s\sin\varphi + s\sin\varphi')y \end{aligned}$$

Pohyb ten jest patrně aequivalentní jediné souměrné dilaci S o základních rovinách

$$(104)\qquad \begin{aligned} x\cos\Phi + y\sin\Phi - P &= 0 \\ z - Q &= 0, \end{aligned}$$

t. j. pohybu vyjádřenému rovnicemi:

$$(105)\qquad \begin{aligned} \Delta x &= -SQ\cos\Phi + S\cos\Phi\,.\,z \\ \Delta y &= -SQ\sin\Phi + S\sin\Phi\,.\,z \\ \Delta z &= -SP \qquad + S\cos\Phi\,.\,x + S\sin\Phi\,.\,y \end{aligned}$$

připojíme-li vhodnou translaci. V jednom případě rovná se tato trans-

lace nule: je-li $q' = q$, t. j. splývají-li dvě základné roviny v jednu. Máme pak rovnice:

$$(106)\qquad \begin{aligned} S \cos \Phi &= s \cos \varphi + s' \cos \varphi', \\ S \sin \Phi &= s \sin \varphi + s' \sin \varphi', \\ Q = q, \quad PS &= ps + p's', \end{aligned}$$

jichž význam můžeme podati větou:

Dvě symmetrické dilace mající jednu rovinu základní společnou skládají se v jedinou symmetrickou dilaci, jíž přináleží tatáž rovina co základní. Skládání děje se dle věty rovnoběžníkové tak, že vneseme koefficienty dilací na příslušné osy centralné; úhlopříčna sestrojeného tak rovnoběžníku určuje délkou svou koefficient a směrem osu centralnou výsledné dilace.

Oba případy zde (v B. a C.) rozebrané jsou jaksi dualně proti sobě postaveny. V prvém případě máme (abstrahujeme-li od translačního pohybu s dilací spojeného) společnou centralnou osu a skládání provádíme s rovinami základními v ní se protínajícími ovšem dle zvláštního, od jednoduchého geometrického sčítání odchylného pravidla; v druhém případě máme společnou základní rovinu a skládání provádíme s centralnými osami v ní položenými, tenkráte ovšem dle zákona jednoduchého geometrického sčítání.

Dualismus naznačený vysvitne pěkně, přikročíme-li ku skládání jakýchkoli dvou symmetrických dilací, ačkoli ve všeobecném případě tom jednoduchý výsledek se nevyskytuje. Abstrahujeme-li opět od pohybu postupného, t. j. předpokládáme-li, že se osy centralné protínají, máme 8 veličin, vcházejících v 9 koefficientů, jež jsou podrobeny 4 podmínkám, t. j. prvním čtyrem rovnicím (25) v I. §. 8. Zbývá tudíž pro oněch 8 veličin 5 rovnic, tak že tři dle libosti voliti můžeme, t. j.:

Máme trojnásob nekonečnou rozmanitost dvou symmetrických dilací o protínajících se osách, aequivalentních jedinému pohybu.

Snadno můžeme zaměniti soustavu takových dvou dilací v jinou, ve které jsou centralné osy k sobě kolmy. Buďtež OA, OB osy daných dilací, OC přímka, ve které se dvě základní roviny obou pohybů protínají. Dle návodu C. rozložíme dilaci OA v rovině AOC v OA' mající směr OC a OA'', ku směru tomu kolmou; rovněž rozložíme dilaci OB v rovině AOC v OB', mající směr OC a OB'', ku směru tomu kolmou. Dilace OA', OB' o společné ose OC skládají se

dle pravidla B. v jedinou dilaci OC' o téže ose; dilace OA'', OB'' o společné základní rovině k OC kolmé skládají se dle pravidla C. v jedinou dilaci OC'' o téže základní rovině. Dilace OA, OB jsou tudíž aequivalentní dilacím OC', OC'' o kolmých k sobě osách. První základní rovina dilace OC'' jest kolmá k ose OC', druhá obsahuje osu tu, tvoříc se základními rovinami dilace OC' určité úhly. Rovnají-li se úhly ty 0^0 a 90^0, lze složiti dilace OC' a OC'', tudíž i aequivalentní OA a OB v jedinou dilaci symmetrickou.

D. Zbývá nám konečně soubor jednoduché a symmetrické dilace. Případ snadnějšímu rozboru přístupný nastane, když jest směr jednoduché dilace kolmý na osu dilace symmetrické.

Osu Z volíme opět rovnoběžnou s osou dilace s, jejíž základní roviny tudíž rovnicemi:

$$\text{(108)} \qquad \begin{aligned} x \cos \varphi + y \sin \varphi - p_1 &= 0, \\ - x \sin \varphi + y \cos \varphi - p_2 &= 0, \end{aligned}$$

vyjádřeny jsou. Jednoduché pošinutí σ ve směru α, β, $\gamma = 0$ vztahuje se k centralné rovině:

$$\text{(109)} \qquad x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 - p = 0,$$

kdež zároveň platí:

$$\text{(110)} \qquad \alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 = 0.$$

Obdržíme pohyb definovaný rovnicemi tvaru:

$$\text{(111)} \qquad \begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ \Delta z &= 0. \end{aligned}$$

Pohyb ten jest sice rovnoběžný k pevné rovině, leč v různých vrstvách nestejný, tudíž od rovinného pohybu v §. 3. definovaného podstatně rozdílný. Pohybem rovinným stává se teprvé, je-li $\gamma_1 = 0$, t. j. je-li centralná rovina jednoduchého pošinutí rovnoběžná s osou dané dilace symmetrické. Klademe-li tu:

$$\alpha = \cos \psi, \quad \beta = \sin \psi, \quad \alpha_1 = - \sin \psi, \quad \beta_1 = \cos \psi,$$

obdržíme pohyb rovinný:

$$\text{(112)} \qquad \begin{aligned} \Delta x = & - (p\sigma \cos \psi - p_1 s \sin \varphi + p_2 s \cos \varphi) \\ & - x(\sigma \sin \psi \cos \psi + s \sin 2\varphi) + y(\sigma \cos^2 \psi + s \cos 2\varphi) \\ \Delta y = & - (p\sigma \sin \psi + p_1 s \cos \varphi + p_2 s \sin \varphi) \\ & + x(- \sigma \sin^2 \psi + s \cos 2\varphi + y(\sigma \sin \psi \cos \psi + s \sin 2\varphi). \end{aligned}$$

Pohyb ten jest patrně poután podmínkou:

$$\text{(113)} \qquad a_{11} + a_{2} = 0.$$

Máme zde tudíž pro s e d m veličin

$$p, \psi, \sigma, p_1, p_2, \varphi, c$$

pouze p ě t rovnic, tedy dva stupně volnosti. Zejmena máme pro veličiny ψ, σ, φ, s následující tři rovnice, jež snadno z rovnic srovnáním koefficientů vzniklých obdržíme:

$$\sigma = a_{12} - a_{21}, \tag{114}$$

$$\begin{aligned} (a_{12} - a_{21}) \sin 2\psi + 2s \sin 2\varphi &= -2a_{11}, \\ (a_{12} - a_{21}) \cos 2\psi + 2s \cos 2\varphi &= a_{12} + a_{21}. \end{aligned} \tag{115}$$

Koefficient σ jednoduchého pošinutí jest tudíž vždy týž, kdežto kolisá koefficient s pošinutí symmetrického mezi dvěma krajními hodnotami.

Kladouce totiž:

$$s \cos 2\varphi = \xi, \quad s \sin 2\varphi = \eta,$$

obdržíme:

$$\left(\xi - \frac{a_{12} + a_{21}}{2}\right)^2 + (\eta + a_{11})^2 = \left(\frac{a_{12} - a_{21}}{2}\right)^2. \tag{116}$$

Paprslek vedený od začátku souřadnic k jakémukoli bodu kružnice (116) určuje délkou svou možnou hodnotu koefficientu dilace s; přímky půlící úhly, jež týž paprslek s osou X tvoří, jsou normalami základních rovin téže dilace. Příslušné naklonění centralné roviny elongace poskytují rovnice (115).

Úplná analogie tohoto skládání dilace jednoduché a symmetrické se skládáním elongace a dilace souměrné (v. §. 6 B.) bije do očí, ačkoli oba výsledné pohyby jsou různého rázu, jsouce podrobeny podmínkám nestejným:

$$a_{12} - a_{21} = 0 \quad \text{a} \quad a_{11} + a_{22} = 0. \tag{117}$$

Volíme-li dále absolutní polohu centralné roviny jednoduchého pošinutí, t. j. veličinu p dle libosti, jsou srovnáním koefficientů a_{10} a a_{20} dány hodnoty p_1 a p_2, t. j. absolutní poloha osy pošinutí souměrného. Pro různé, mezi sebou však rovnoběžné polohy centralné roviny jednoduché dilace vyplňují příslušné osy dilace symmetrické rovinu, v určitém úhlu k oné rovině centralné nakloněnou. Obě roviny protínají se v přímce, kterou můžeme, anaž obsahuje body při daném pohybu polohu svou neměnící, nazvati centralnou osou téhož pohybu. Její polohu (souřadnice x, y bodů na ní položených, obdržíme kladouce v (111) Δx a Δy rovny nule.

Mezi různými směry centralné a základních rovin obou daných dilací vyniká jednoduchostí případ ten, kdy jest $\psi = \varphi$, t. j. kdy centralná rovina jednoduchého pošinutí splývá s jednou ze základních rovin pošinutí. Pak můžeme složený pohyb pojati co soubor dvou nestejných k sobě kolmých pošinutí $s + \sigma$ a s.

Máme tudíž podobně jako v §. 6 B. následující větu:

Jest dvojnásob nekonečné množství dilací jednoduchých a přidružených k nim dilací symmetrických, jichž soubor jest aequivalentní pohybu rovinnému, podmínkou (113) blíže určenému. Koefficient dilace symmetrické jest vždy týž, za centralnou rovinu téhož pohybu lze voliti jakoukoli rovinu k určitému směru rovnoběžnou; po této volbě jest příslušná dilace symmetrická co do velkosti koefficientu i co do polohy základních rovin úplně určena.

Také zde jest případ:

$$a_{12}a_{21} = a_{11}^2 = a_{22}^2, \tag{118}$$

proto důležitým, že tu jest pohyb rovinný aequivalentní jediné jednoduché dilaci. Případ ten odděluje od sebe obě skupiny:

$$a_{12}a_{21} < a_{11}^2 \quad \text{a} \quad a_{12}a_{21} < a_{11}^2.$$

Diskussi obou případů lze provésti podobně jako v §. 6 B. Zejmena jsou hodnoty s vesměs stejné a hodnoty ψ neurčité, je-li buď:

$$a_{11} = 0, \quad a_{12} + {}_{21} = 0,$$

což jest případ rotace, aneb je-li

$$a_{12} = a_{21},$$

což jest případ jediné dilace symmetrické.

38.

Příspěvek ku poznání cirripedů českého útvaru křídového.

Podává assistent **Josef Kafka**, předložil prof. dr. Ant. Frič dne 27. listopadu 1885.

S třemi tabulkami.

Osamotnělé destičky z hlavice vilejšů, rozptýlené v našem útvaru křídovém byly již předmětem pozornosti Reussovy, jenž v díle svém [1])

[1]) Dr. Aug. Em. Reuss. Die Versteinerungen der böhmischen Kreideformation. Stuttgart 1845. I. odd. str. 16.—17. II. odd. str. 105.

o zkamenělinách českého útvaru křídového i ve zvláštní práci ještě podal první příspěvky ku seznání tohoto oddílu fossilní zvířeny české.

Pracemi sl. komitétu pro přírodovědecký výzkum Čech, zejmena přičiněním prof. dr. Ant. Friče sneseno zvláště z útvaru křídového velmi mnoho nové látky, jejíž zpracování známosti naše o předvěké zvířeně české v nejednom směru obohatí.

Tak jest tomu i ve skupině drobných korýšů svijonohých, mezi nimiž nalezena řada pro zvířenu naši i pro vědu nových druhů a jichž vědeckého spracování jsem se k vyzvání velectěného svého učitele p. prof. dr. A. Friče ujal.

Časové rozšíření svijonožců (Cirripeda).

Fossilní svijonožci náležejí třem čeledím podřádu skořepatých svijonožců, jež zovou se: 1. Lepadidae (vilejši), 2. Verrucidae Darw. (kuželci) a 3. Balanidae (žaludci).

Vilejši objevují se již v útvarech nejstarších. Prvé stopy jejich objeveny byly skoro současně Barrandem[1]) v českém útvaru silurském (9 druhů rodu Plumulites a 3 druhy záhadnějšího tvaru zvaného Anatifopsis) a H. Woodwardem[2]) ve svrchním silurském vápenci wenlockském v Anglii (Turrilepas). Rod Plumulites souhlasný s rodem Turrilepas, jehož destičky má Barrande za plošky capitula, kdežto Woodward správněji as za šupiny stvolu, nalezen byl později též v severoamerickém spodním siluru i v tamním devonu.[3]) V mořských usazeninách ostatních útvarů starších není známo nijakých zbytků podobných, teprve z triasu popisuje Ch. Moore[4]) tergum druhu Pollicipes Rhaeticus z vrstev u Somersetu v Anglii.

Dr. A. E. Reuss. Ueber fossile Lepadiden. Otisk z XLIX. svazku zpráv cís. akademie věd ve Vídni. 1864.

[1]) J. Barrande. Système silurien du centre de la Bohême. Vol. I.

[2]) H. Woodward. On the discovery of a new Cirripedia in the Wenlock Limestone and Shale of Dudley. Quarterly journal geol. Soc. London. 1865. XXI. P. 485. Pl. XIV. F. 1—6.

[3]) K. A. Zittel. Bemerkungen über einige Lepadiden aus dem lithograph Schiefer und der ober. Kreide. Sitzb. d. math. phys. Classe d. k. bayer. Akad. d. Wissenschaften. 1884. Heft 4. (Clarke J. M. Cirriped crustacean frôm the Devonion. Amer. Journ. of Sciences and arts. 3. Ser. Vol. XXIV. 1884.)

[4]) Ch. Moore. On the cones of The Lower-lias and the Avicula contora Zone. (Poll. Rhaeticus Moor p. 512.) Quart. Journ. 1861. XVII. p. 483. Pl. XVI. F. 30.

Četnější jsou již vilejši v útvaru jurském, kdež zastoupeni jsou dvěma rody, jednodušším tvarem Archaeolepas Zitt.,[1]) kterýž rod stanovil nedávno Zittel, zařadiv do něho tři druhy jurské, dříve u rodu Pollicipes uváděné (P. Redtenbacheri Opp., Pol. Royeri Lor. a P. Quenstedti v. Ammon.) a skutečným rodem Pollicipes (s 1—3 druhy).

Největšího rozšíření dosahují vilejši v útvaru křídovém. Zde objevuje se poprve rod Loricula, jenž má stvol krytý velkými destičkami blíže se tím značně jurskému rodu Archaeolepas, a jehož existence omezuje se na tento útvar. Dále pak přistupuje tu ještě rod Scalpellum, jenž v době křídové měl rozšíření největší spolu s rodem Pollicipes, ještě četněji zastoupeným. Již v útvaru třetihorním není rodu Loricula, počet známých druhů rodu Scalpellum i rodu Pollicipes značně klesá, za to v mladších vrstvách třetihorních objevují se zástupcové rodů Scillalaepas, Lepas a Poecilasma. Třetihorní rody vilejšů trvají také v době recentní; z nich jen Pollicipes, jak se zdá, znenáhla zachází, kdežto Scalpellum, zvláště ale Lepas a Poecilasma teprve nyní svého nejvyššího vývoje dostupují.

Obě druhé čeledi Verrucidae a Balanidae jsou patrně mladší větví skořepatých cirripedů. Nejjednodušší známé tvary, nejstarší to rody Verruca a Chthamalus pocházejí z nejvyšších křídových vrstev v Belgii; tvary tyto tvoří přechod od Lepadidů k pravým Balanidům. Jakkoli jiné rody a druhy Balanidů, ze starších útvarů popsané se neosvědčily, jako na př. Balanus carbonarius Petzh., Tubicinella maxima Morren a rovněž i z Lyme regis v Anglii Zoocapsa dolichorhomphia Seeley, již Woodward za úlomky skořápek Aviculy neb Pectenu prohlásil, myslím, že není vyloučena možnost nálezu tvarů ještě jednodušších a starších. Aspoň v našem útvaru křídovém ve vrstvách korycanských (Cenoman) nalezena, ovšem jediná skořápka, která svou povahou, jak zdá se, náleží nějakému, ještě jednoduššímu tvaru, velice příbuznému k Lepadidům, ale nesoucímu již jisté známky, vlastní skořápkám Balanidů. Nelze ovšem na základě jediného toho, nepatrného nálezu činiti nějakých rozsáhlých konklusí; tolik však pokládám za svou povinnost, abych na okolnost tuto upozornil. Abych naznačil věc blíže a podrob-

---

[1]) K. A. Zittel. Bemerkungen über einige fossile Lepaditen aus dem lithographischen Schiefer und der oberen Kreide.

K. A. Zittel. Handbuch der Palaeontologie I. Band. II. Abth. IV. Lief. (I. Bd. 8. Lief. Arthropoda. p. 536.)

něji, použil jsem proto nového rodového jména, jež ovšem nečiní nároku na bezprostřední platnost.

Pravého rodu Balanus známy jsou první druhy z oligocenu německého a anglického, kdežto podivuhodným způsobem nevykazuje se eocen celého starého světa nikde druhem jediným. Praví Balanidi množí se však velice v miocenu a pliocenu, z kterýchž usazenin hlavně pliocen subapenninský a na Rhoně velice jimi jsou bohaty. V době recentní pak těší se tato čeleď a zejmena rod Balanus rozšíření a rozvoji největšímu. Všechny rody třetihorních žaludců (Verruca, Chthamalus, Pachylasma, Balanus, Acasta, Pyrgoma a Coronula) trvají dosud.

Pokud týče se křídového útvaru našeho, zastoupeni jsou vilejši všemi křídovými rody (Scalpellum, Pollicipes a Loricula), jež v poměrně slušném počtu druhů vystupují ve spodních i ve svrchních vrstvách, jak o tom přehled následující svědčí. (Viz tab. str. 558.)

Dle přehledu toho zřejmo jest, že rod Scalpellum má nejčetnější zástupce své u nás ve vrstvách spodních (korycanských), kdežto z vrstev svrchnějších známy jsou jen ojedinělé exemplary. Za to rod Pollicipes vykazuje se jedním druhem (P. glaber Rss.), jenž nejhojnějším sice jest ve vrstvách korycanských, přichází ale téměř ve všech ostatních vrstvách až do chlomeckých; nebyl sice nalezen ve vrstvách malnických, ale z jeho hojného se vyskytování ve vrstvách těchto mladších i starších lze s jistotou uzavírati, že i tyto vrstvy skrývají někde jeho pozůstatky, kterýchž nalézti se nám dosud nepodařilo.

I ostatní druhy téhož rodu neobmezují se tou měrou na vrstvy spodní jako u rodu předešlého, jsouce rozptýleny též ve vrstvách jizerských a teplických. Některé druhy pak jsou rozšířením svým u nás velice zvláštní. Tak Sc. quadratum Darw. u nás v korycanských vrstvách nalezené, známo jest teprve zase z eocaenu; Poll. fallax, druh to hlavně cizího senonu, přichází u nás i v cenomanu. Není pochyby, že další pilné sbírání této zvířeny mohlo by přinésti ještě mnoho zajímavé látky hlavně co do rozšíření druhů v této práci uvedených. To jest ale za poměrů u nás stávajících hlavně úkolem místních sběratelů, any prostředky výzkumního komitétu nestačují k tomu, aby se odborní sběratelé jistými nalezišti výhradně mohli zabývati po tak dlouhou dobu, jaké jest potřebí, aby každý, často pouhou náhodou odkrytý zjev byl zachován pro vědecké ohledání.

Zvláště zajímavým zjevem této zvířeny v našem útvaru křídovém

	Český útvar křídový — Vrstvy: korycanské	Bělohorské	Malnické	Jizerské	Teplické	Březenské	Chlomecké	Útvary cizozemské: Cenoman	Turon	Senon	Eocaen
***A.* Lepadidae.**											
1. Scalpellum quadratum Darw. . . .	+					+					+
2. „ quadricarinatum Rss.	+										
3. „ Kamajkense n. sp. .	+										
4. „ fossula Darw. . . .	+									+	
5. „ maximum Sow. sp. .	+					+				+	
6. „ augustum Dix. sp. .	+								+?		
7. „ tuberculatum Darw. .	+									+?	
8. „ crassum n. sp. . . .	+										
9. „ nitens n. sp.	+										
10. Pollicipes glaber Röm.	+	+		+	+	+	+	+	+	+	
11. „ Bronnii Röm. . . .	+				+						
12. „ costatus n. sp. . . .	+										
13. „ fallax Darw.	+			+						+	
14. „ cuspidatus n. sp. . .	+										
15. „ Košticensis n. sp. . .					+						
16. „ conicus Rss.	+										
17. „ sp. Reuss.	+										
18. „ unguis Sow. (?) . . .						+					
19. Loricula gigas Frič.		+			+				+	+	
***B.* Balanidae.**											
20. Balanula (?) cretacea n. sp. . .	+										

jest rod Loricula, zastoupený ve vrstvách bělohorských a teplických novým druhem L. gigas Frič.

Dříve již upozornil jsem na zdánlivého zástupce Balanidů z vrstev korycanských, jenž, kdyby se tímto vskutku býti osvědčil, byl by nejstarším členem této čeledi.

1. Lepadidae. Darw. Vilejši.

Vilejši jsou korýši svijonozí s ohebnou, svalnatou stopkou, jež nese capitulum chráněné vápenitými destičkami. Z těch jen scutum opatřeno jest svalem přitahovacím. Rody určují se u tvarů recentních dle počtu destiček a dle organisace zvířete. Oba tyto znaky jsou pro palaeontologa téměř bezvýznamny, neboť destičky přicházejí po většině ve vrstvách rozptýleny a jen několik málo rodů (Plumulites, Archeolepas a Loricula) činí v příčině té řídkou výjimku. Proto také stanovení rodu jest pro palaeontologa úlohou dosti obtížnou. Darwin,[1]) od něhož pochází základní monografie o fossilních cirripedech, snažil se nesnázi té hlavně u rodů Pollicipes a Scalpellum odpomoci stanovením určitých znaků pro některé destičky těchto rodů a volil při tom u rodu Scalpellum carinu č. kýl, u rodu Pollicipes scutum. Při volbě té řídil se okolností, že přicházejí naznačené druhy destiček jmenovaných druhů ve vrstvách nejčastěji. Nelze popříti, že do jisté míry jest tomu tak; též poměry nálezů v našem útvaru křídovém dosti tomu odpovídají. Jest ovšem nutno carinu i scutum u obou rodů porovnávati, neboť jen tak lze dospěti k názoru pravému; ovšem že podaří se to jen při velmi bohatém materialu palaeontologickém.

Na obr. 1. sestaveny jsou cariny a scuta obou rodů.

Carina rodu Scalpellum A. jest klenutější, má patrně oddělenou stříšku *a* [ob. 2. I.) a stěny bočné *b, c,* čehož není u cariny rodu Pollicipes (ob. 1. C.) celkem mírněji vyklenuté.

Scutum rodu Scalpellum *(B)* tvoří čtyrúhelník s patrnými hranami: tergalní (*t*) a lateralní (*l*), kteréž u rodu Pollicipes (*D*) splývají v hranu jednu (*t*), čímž scutum toto nabývá tvaru trojhranného. Otisk svalový (*m*) jest u Scalpellum polokruhovitý asi v polovině scuta, u Pollicipes kruhovitý blíž k vrcholu scuta.

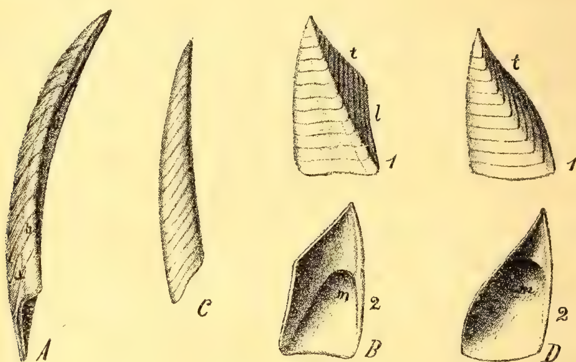
1. Rod. **Scalpellum.** Leach.

Capitulum skládá se z 12—15 destiček, jež srovnány jsou dle systemu na obr. 2. naznačeného a v nichž zastoupeny jsou tyto tvary: Carina č. kýl. (1), subcarina č. kýlek (1), rostrum č. zoban (1), tergum č. štít (2), scutum č. štítek (2) a lateralia č. plošky bočné (4—6). Někdy vyskytuje se též subrostrum č. zobánek (1).

---

[1]) A monograph on the fossil Lepadidae or, pedunculated cirripedes of Great Britain. By Charles Darwin (The Palaeontographical Society). London 1851.

Plošky tyto přicházejí většinou rozptýlené. Nejhojnější jsou cariny, kteréž jsou úzky a dlouhy s vrcholem, obyčejně do vnitř silně stočeným; stříška její (tectum *a*) jest někdy rovna, jindy silně vyklenuta nebo i uprostřed poněkud prohloubena; stěny bočné (*b*, *c*) tvoří s ní obyčejně úhel pravý, někdy i tupý neb ostrý jsouce do vnitř skloněny, čímž spodek cariny nabývá podoby člunkovité; od stříšky i mezi sebou bývají stěny bočné často rýhami neb žebry odděleny, někdy vybíhají za vrcholem v křídélko. Přirůstací čáry tvoří rovnoběžné vrstevnice, které ve středu stříšky tvořívají úhel a po stěnách bočných sbíhají k vrcholi.



Obr. 1. **Cariny a scuta rodů Scalpellum a Pollicipes.**

A Carina od Scalpellum. *C* Carina rodu Pollicipes. *B* Scutnm rodu Scalpellum. *D* Scutum rodu Pollicipes. *1* svrchu, *2* ze spodu, *m* otisk svalový, *t* hrana tergalní, *l* hrana lateralní.

Rodu toho známo jest asi 54 žijících a asi 32 fossilních druhů, z nichž starší objevují se v Gaultu, nejhojnější v křídě, hlavně svrchní (Maestricht, Ciply, Faxae, Schonen, Rügen, Anglicko a Sev. Francie, u nás hlavně ve vrstvách cenomanských) a některé konečně známy jsou i z třetihor.

Naše druhy křídové jsou tyto:

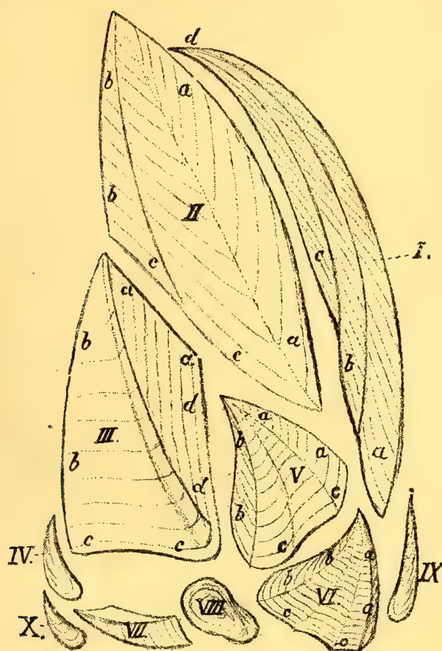
1. *Sc. quadratum Darw.*

T. I. ob. 1. *a*, *b*, *c*, *d*.

Darwin. An monograph on the foss. Lep. str. 22. T. I. f. 3.

C a r i n a z vrstev korycanských z Kamajku, překrásně zachovaná, jest 21 mm. dlouhá, má tectum na dolením konci 4 mm. široké, k vrcholi znenáhla se zužující, ve spodní polovině mělkou střední

rýhou opatřené, ve svrchní části mírně vyklenuté bez rýhy střední. Stěny bočné tvoří se stříškou úhel pravý, jsou úzky a na hraně vnitřní rýhou opatřeny. Vrstevnice tvoří ve střední rýze stříšky úhel skoro pravý, s nimi rovnoběžny jsou jemnější čárky; od vrcholu rozbíhá se několik velmi jemných paprsků. V rýze na spodních hranách



Obr. 2. **Schematický obraz capitula rodu Scalpellum.**
(Dle Darvina.)

I. Carina č. kýl. a tectum (stříška), *b* parietalní č. boční stěna, *c* intraparietalní č. vnitřní stěna boční. *d* umbo č. vrchol. — *II. Tergum č. štít. a* hrana kýlová č. carinalní, *b* hrana svírací č. occludentní, *c* štítková č. scutalní. — *III. Scutum č. štítek. a* hrana štítová č. tergalní, *b* svírací č. occludentní, *c* spodinová č. basalní, *d* lateralní. — *IV. Rostrum č. zoban.* — *V.—VIII. Lateralia č. plošky bočné. V.* svrchní ploška bočná (*a* hrana carinalní, *b* scutalní, *c* basalní). *VI.—VIII.* spodní plošky bočné. *VI.* carino-lateralní (*a* hrana carinalní, *b* scutalní, *c* basalní), *VII.* rostro-lateralní, *VIII.* střední ploška bočná. — *IX. Subcarina č. kýlek* — *X. Subrostrum č. zobánek.*

cariny spočívá jediný, celkem nepatrný rozdíl od kresby Darwinovy, což neopravňuje k rozeznávání nového druhu.

S c u t u m z vrstev březenských v Lánech na Důlku u Pardubic, rovněž krásně zachované, shoduje se zcela s vyobrazením a popisem Darwinovým. Má tvar pravidelný; jest 7 mm. vysoké a při basalní

hraně 4 mm. široké. Hrana lateralní tvoří mírný oblouk ku hraně tergalní se prohýbající, hrana tergalní mírně jest prohnuta a hrana svírací mírně obloukovitá. Od vrcholu k úhlu hrany basalní a lateralní běží dosti ostrá hrana, na níž lámou se vrstevnice rovnoběžné s hranou basalní a sbíhají se obloukovitě ku hraně tergalní; jsou dosti ostře vyznačeny a jemnějšími, rovnoběžnými čarami proloženy. Jen od vrcholu rozbíhá se ku hraně lateralní několik jemných paprsků na příč přes vrstevnice.

Naleziště: Druh tento, známý dosud jen z eocenu, přichází v našem cenomanu ve vrstvách korycanských u Kamajku (carina) i v senonu ve vrstvách březenských v Lánech na Důlku u Pardubic (scutum).

2. *Sc. quadricarinatum. Reuss.*

(Tab, I. obr. 2. *a, b, c.*)

Reuss Verst. d. böhm. Kreidefor. str. 105. T. 42. f. 18. (Poll. quadric.)
Reuss Über fossile Lepadiden str. 24. T. 2. F. 14.
Darwin. A mon. on the foss. Lep. str. 38.

Druh tento předešlému jest značně příbuzen; neméně i se Sc. fossula Darw. a s recentním druhem Sc. rutilum, jest však daleko hojnější. Úlomky carin vyskytují se zvláště četně v Kamajku; Reuss popsal druh ten dle necelé cariny z Novosedlic (Weisskirchlitz). Ostatní plošky nejsou známy.

Carina. Úlomky kýlů (špičky) často se objevující v Kamajku shodují se s popisem Reussovým; tytéž bylo by snadno též poplésti s druhem předešlým; máme-li však před sebou carinu celou, nemůže býti pochybnosti o velké různosti obou druhů, které zvláště nápadně shodují se v tom, že stěny bočné tvoří se stříškou úhel pravý, kterýž znak zvláště snadno svésti může k určení nesprávnému, není-li cariny větší část nebo nejsou-li žebra dobře zachována, dle nichž druh ten jest pojmenován. Domnění Reussovu, že by druh ten byl snad identický se Sc. pygmaeum Bosq. (T. 3. F. 10—17) nelze dáti místa.

Největší kus cariny měří 16 *mm* a jest v části dolení při této délce 5 *mm* široký. Kdežto u špičky jest stříška skoro rovna, jest doleji klenutější, nemá zde střední rýhy jako u druhu předešlého a jest také v části této ohnutější. Od stěny bočné oddělena jest jako tato od vnitřní stěny bočné vysedlým, ne však příliš ostrým žebrem, tak že na průřezu příčném vidíme průřezy čtyr žebérek. Struktura povrchu podobna jest oné druhu předešlého, není však tak jemna

a nemá jemných paprsků podélných. Mimo to vnitřní stěny bočné jsou širší.

Naleziště: V Kamajku častěji. Dle Reusse jednou u Novosedlic.

3. *Sc. Kamajkense* n. sp.

(T. I. obr. 3. *a b*).

Carino-lateralní ploška (ob. 3. *a, b*), jíž ke druhu tomuto čítám, upomíná tvarem svým na podobné plošky, jež vyobrazili Darwin a Marsson[1]) u druhů S. fossula Darw. a S. quadratum Darw., nejvíce však podobá se téže plošce u druhů Sc. gracile u Bosqueta.[2]) Celkový tvar její jest trojhranný se stranami obloukovitými neb nerovnými, jehož vrchol zatočen jest na levo: výška téhož jest 4 *mm*, šířka základny 3·75 *mm*. Po pravé straně však při hraně carinalní jest kolmo připojena úzká, šikmo sříznutá stěna boční a po levé straně rovněž kolmo připojené pod vrcholem rozšířené křidélko. Toto křidélko jest u výše jmenovaných druhů značně širší. Středem plochy svrchní běží vysedlé žebro a struktura povrchu sestává z vrstevnic rovnoběžných s hranou basalní a proložených jemnějšími, s nimi rovnoběžnými rýhami. Při hraně scutální jest malý val. Křídélko jest hladké.

Naleziště: Kamajk.

4. *Sc. fossula* Darw.

(T. I. obr. 4. *a b*).

Darwin A monogr. on the foss. Lepad. str. 24. T. 1. f. 4.

Častěji vyskytují se v Kamajku scuta, obyčejně špatně zachovaná, nezřídka i rozlámaná, jež vesměs náležejí as tomuto druhu, jejž stanovil jsem na lepším jednom exemplaru.

Scutum toto 7 *mm* vysoké a při hraně basalní 5 *mm* široké liší se od jiných hlavně rovnou a silně nakloněnou hranou lateralní, která s poměrně kratší hranou tergalní tvoří úhel tupý. Vrstevnice nejsou tak ostře vyznačeny jako u druhů jiných splývajíce se stejně

---

[1]) Dr. Th. Marsson. Die Cirripeden und Ostracoden der weissen Schreibkreide der Insel Rügen. Mittheil. aus dem naturwiss. Vereine von Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswald. XII. Jahrg.

[2]) J. Bosquet Crustacés du terr. crétacé du Duche de Limbourg. T. II. f. 18. T. III. f. 5. a 6.

silnými, s nimi rovnoběžnými rýhami skořápky. Uhlopříčná hrana mezi vrcholem a úhlem hran lateralní a basalní jest dosti prohnuta a provázena tupější hranou, s níž tvoří poměrně dosti široký, mělký pruh, v němž se vrstevnice ohýbají.

Naleziště: Druh tento známý ze senonu anglického a německého přichází u nás v cenomanu: vrstvy korycanské. Kamajk pořídku.

5. *Sc. maximum* Sow. sp.

(T. I. obr. 5. *A, B, C, D*).

Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 28. T. II. f. 1. 4. 5. a 8.

Druh tento znám jest ze svrchního útvaru křídového v Anglii, Belgii a Německu hlavně jen čtyřmi druhy plošek, jež jsou carina, tergum, scutum a ploška carino-lateralní. Z těch ale zvláště carina a tergum velice se mění, tak že Darwin dle cariny rozeznává tři odrůdy a rovněž i v tvaru plošek tergalních shledává asi tři různé typy.

Také naše carina (t. I. obr. 5. A.) neshoduje se zcela se žádnou odrůdou Darwinovou, jakkoli jest nepochybno, že náleží k tomuto druhu a zvláště že nejvíce blíží se odrůdě Sc. maximum var. sulcatum (Poll. sulcatus Sow., Darwin. A monogr. T. II. f. 3.), s níž srovnává se co do vyklenutí stříšky, polohy a připojení stěn bočných a částečně i co do struktury. Stříška jest však poměrně značně užší, rovněž jako žlábkovitá boční stěna, kdežto vnitřní stěny bočné jsou značně širší a ve dvě partie rozdělené. Označuji proto carinu tuto jako zvláštní odrůdu: Sc. maximum Sow. sp. var. bohemica.

Carina tato pochází z jednotníka starého majíc skořápku velmi silnou a vrstevnice velice vysedlé, jinak pravidelně utvořené. Vrstevnice a dolení části stříšky sbíhají po stěnách bočných pod vrchol, z čehož patrno jest, že přirůstání plošky děje se ukládáním vápna na celou spodní plochu, čímž zároveň vysvětluje se i stálé její sesilování. S vrstevnicemi rovnoběžné rýhy jsou u našeho exempláru jen na stěnách bočných dosti patrny, kdežto na stříšce většinou jsou otřeny.

Tergum (?), jež na T. I. obr. 5. *B* jest naznačeno, dosti těžko lze srovnati s některým tvarem terga u Darwina vyobrazeným. Jest to značně odchylný tvar terga, kteréž vůbec jest v té příčině velmi proměnlivé. Nápadna jest člunkovitá jeho podoba i tvar, podobný nejvíce Darwinově varietě S. maximum. Var. I. (T. II. f. 5). Spodní strana jest špatně zachována, struktura povrchu nejeví rýh ani vr-

stevnic až na několik polootřených proužků. Celkem není pro ustanovení druhu naprosté jistoty.

Carino-lateralní ploška (T. I. obr. 5. *C*) z Kamajku representuje druh Sc. max. v materiálu našem nejdokonaleji. Jest to ploška z pravé strany capitula, kdežto Darwin zobrazil dvě variety z levé strany. Jinak shodují se úplně. Při mírně obloukovité hraně carinalní naléza se nízko vyklenutý, od plochy ostatní skořápky mělkou rýhou oddělený val; basalní hrana jest rovněž mírně obloukovita. Strana scutalní jest šikmo sříznuta a od ní vybíhá a kolem vrcholu plošky rozkládá se úzká plochá obruba, liniemi s okrajem rovnoběžnými ozdobená. Vrstevnice rovnoběžny jsou s hranou basalní a mezi nimi probíhají rovnoběžně rýhy jemnější. Ploška jest velmi hmotna $1^1/_2$ *mm* vysoká; spodní plocha její jest málo prohloubena.

Naleziště: Holice (vrstvy březenské, carina), Kamajk (tergum? a ploška carinolateralní).

6. *Sc. angustum* Dix. sp.

(T. II. obr. 1.)

Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 37. T. I. f. 2.

Carina jest velmi malá a úzká, sotva 9 *mm* dlouhá a 2 *mm* široká, se stříškou ostrou, na níž teprvé při ostřejším zvětšení patrny jsou velmi jemné vrstevnice a vrásky a rovněž jemné paprsky podélné. Plochy bočné, na exemplaru našem necele zachované, tvoří se stříškou úhel tupý shodujíce se s ní co do struktury povrchu, jen vrstevnice a s nimi rovnoběžné vrásky jsou na nich patrnější. Mezi stříškou a plochami bočnými naléza se mělká rýha.

Naleziště: Kamajk.

7. *Sc. tuberculatum* Darw.

(T. I. obr. 7.)

Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 43. T. f. 10.

Druh tento náleží k nejkrásnějším a nejvýznačnějším. Zastoupen jest u nás malými ploškami tergalními, jichž našlo se několik v Kamajku. Jednu větší podává naše vyobrazení.

Tergum toto má tvar nepravidelného čtyrúhelníku, jehož pravá část není na exempláru našem cela. Jest 5 *mm* dlouhé a velice význačné strukturou svého povrchu, která sestává z paprskovitě se roz-

bíhajících, silně vystouplých žeber, čím dále od vrcholu širších a dle vrstevnic uzlovitě stlustlých.

8. *Sc. crassum* n. sp.
(T. I. obr. 6.)

Tergum, jež dosti často v rozmanité velikosti přichází v Kamajku, jest jedinou mně známou ploškou toho druhu. Má tvar trojhranný s hranami více méně skřivenými. Hrana carinalní jest u prostřed prohnuta, hrana scutální jest dosti rovna, hrana svírací mírně obloukovita. Hřbetní čára tvoří mělkou, úzkou rýhu, hadovitě prohnutou, v níž sbíhají se vrstevnice v úhlu značně ostrém splývajíce po jedné straně do hrany carinalní, po druhé straně do hrany svírací dle směru hrany scutální. Od vrcholu běží ku hraně scutální druhá mělká rýha, oddělující silně vyklenutou střední část terga od nižšího postranního proužku.

Tergum toto nápadno jest zvláště svou hmotností; vyobrazený exemplář při délce 18·5 *mm* a největší šířce 6 *mm* jest 1·5 *mm* tlustý. Spodní plocha jest téměř rovna a má při vrcholi a podle části hrany svírací úzkou, vystouplou obrubu.

Naleziště: Kamajk.

9. *Sc. nitens* n. sp.
(T. I. obr. 8. *a b*)

Bosquet vyobrazuje na T. III. obr. 8. a 15., dále na T. IV. obr. 5. a 16. své monografie o cirripedech limbourgských rostra druhů Sc. gracile, pygmaeum, pulchellum a Hagenowianum, z nichž zejmena první dvě velice upomínají na plošku na t. I. obr. 8. vyobrazenou, která dosti často vyskytuje se v Kamajku.

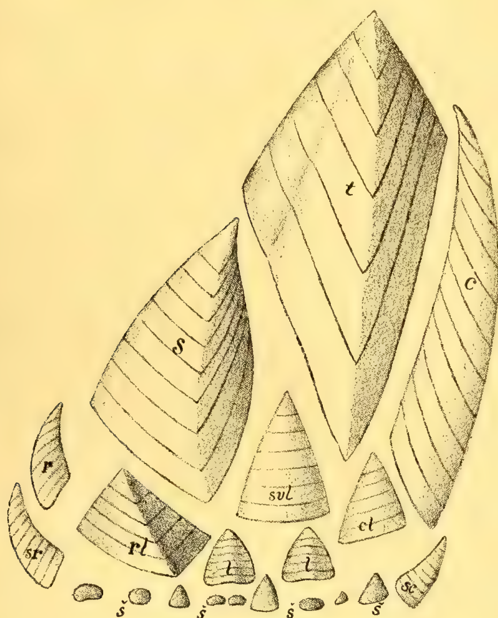
Jest to zobánkovitá, silně vyklenutá ploška, 3—4 *mm* vysoká a při basi skoro stejně asi široká, tak že obraz její tvoří téměř trojúhelník rovnostranný. Vyklenutý hřbítek oddělen jest dvěma jemnými paprsky. Vrstevnice jsou jemné, s basalní hranou rovnoběžné a střídají se s jemnými rýžkami.

Druh tento stojící mezi Sc. gracile a pygmaeum neshoduje se s žádným z obou zcela i dlužno ho novým označiti.

Naleziště: Kamajk.

2. Rod **Pollicipes.**

Capitulum (obr. 3.) skládá se z 18—100 plošek, z nichž zastoupeny jsou: carina (1), tergum (2), scutum (2), rostrum (1), vždy též subrostrum (1), často i subcarina (1) a četné plošky lateralní. Stopka jest vždy šupinkatá. Carina jest obyčejně málo ohnuta, mělka a dosti tupa, její stěny bočné jsou nepatrny a od stříšky nezřetelně odděleny; vrstevnice na hřbetu stříšky ohyb neb úhel tvořící, nesbí-



Obr. 3. Capitulum (schema) rodu Pollicipes.
c carina, *t* tergum, *s* scutum, *r* rostrum, *sr* subrostrum, *svl* svrchní lateralní ploška, *cl* carinolateralní, *rl* rostrolateralní, *l*, *l* lateralia spodní, *š* šupiny, *sc* subcarina (Názvosloví hran jako u Scalpellum).

hají po stěnách bočných ku spičce uchylujíce se obyčejně jen nepatrně od směru, jejž mají na stříšce.

Pro rod zvláště charakteristické jest scutum. Kdežto u rodu Scalpellum (obr. 1. *B*) tvoří spolu hrany tergalní a lateralní úhel, jest zde na místě jich jediná hrana tergolateralní (obr. 1. *D*), buď rovná neb vlnovitě prohnutá, čímž scutum nabývá tvaru trojhranného s ostrou špičkou.

Otisk svalový jest kruhovitý a dobře patrný; při hraně basalní bývá scutum prohloubeno a skořápka jeho tenčí, kdežto špička bývá na spodní ploše rovna, postranní lištnou opatřena a hmotnější.

1. Poll. glaber Röm.

Pol. glaber. Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. I. str. 17. T. V. f. 45—49. T. XIII. f. 86—91. — II. str. 105. T. 42. f. 17.

Pol. glaber. Reuss. Über foss. Lep. str. 28. T. III. f. 7—9.

Pol. glaber. Reuss. Geinitz „Elbthalgebirge" II. str. 203. T. 37. f. 21—27.

Pol. glaber. Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 61. T. 3. f. 10.

Pol. glaber. Frič. Vrstvy bělohorské a malnické str. 137.

Pol. glaber. Roemer. Norddeutsche Kreidegebirge str. 104. T. XVI. f. 11.

Pol. gracilis. Roemer. U Geinitze str. 65. T. XVII. f. 16.—18.

Pol. radiatus Sow. Reuss. Verst. d. b. Kreideform. T. I. str. 17. T. V. f. 42. (scutum).

Mitella glabra. Roemer. Bosquet Crustacés fossiles du terr. crétacé de Limbourg str. 27. II. f. 4—12.

Carina (T. II. 2. *c*) má stříšku, široce se rozbíhající, s tupou hranou hřbetní, od níž se na obě strany sklání mírně klenuté plochy, ohýbající se nepatrně na boku. Struktura povrchu na pohled zcela hladkého jeví při ohledání podrobnějším ostřejší vrstevnice rovnoběžné s basalními hranami a mezi nimi husté jemnější čárky. Základní tvar cariny nemění se valně; za to stářím přibývá jí tloušťky ona stává se poněkud obloukovitější a tupější a tím mizí i napolo neb zcela struktura její povrchu, jenž stává se zcela hladkým aneb opět účinkem jiných vlivů drsným bez struktury původní.

Tergum (T. II. 2. *t*, *t'*, *T*) má tvar nepravidelného čtyrúhelníku, jenž se co do rozměru jednotlivých hran často mění. Rozhodující zůstává význačný tvar rodu Pollicipes a pro druh struktura povrchu, shodující se s onou cariny; také zde mění se dle stáří struktura ta, tak že časem vidíme pouhé vrstevnice, někdy zmizí i ty docela. Pokud týče se tvaru mění se hlavně carinalní hrany; z pravidelnějšího tvaru, na němž hrany tyto bývají as stejně dlouhy, vyvinuje se tvar nepravidelnější, když prodlužuje se hrana dolní na úkor hořenní, která byvši někdy značně zkrácena stává se i mírně obloukovitou a tvar terga toho upomíná pak na druh Pollicipes unguis, k němuž ale nelze terga tato (*T*) připočísti, ano známa jest nám hlavně z Kamajku velká řada různých přechodů. Snad i docela druh Poll. unguis není než předchůdcem druhu Poll. glaber nebo snad jest docela s ním i totožným.

Scutum (T. II. 2. *s*) má tvar nejvýznačnější a nejstálejší; jest také vedle cariny ve sbírkách zjevem nejhojnějším. Ku pravidelnosti tvaru osobitého rodu Pollicipes a vyskytujícímu se ve formě nejčistší u toho druhu, dlužno jen podotknouti, že se strukturou povrchu má se to jako u plošek předešlých. Na čistých a mladších ploškách vidíme tytéž ostřejší, jemnějšími rýhami proložené vrstevnice, jež rovno-

běžny jsouce s hranou basalní ohýbají se na ostré obloukovité hraně spojující vrchol s úhlem strany basalní a tergalní, a sbíhají se pak ku hraně tergalní. Spodní plocha ukazuje (obr. 1.) pravidelný, kruhovitý otisk svalu zatahovacího.

Rostrum (T. II. 2. *r*, *r'*) vyobrazil již také Bosquet (T. II. f. 7.). Na našem exemplaru jest hřbet ostřejší a vrstevnice význačnější; struktura jako u ostatních plošek.

Lateralia. Z těchto předně zmiňuji se o lateralních ploškách, jež mají podobu pravoúhlého trojúhelníku (T. II. 2. *cl*). Tyto vyobrazil též Bosquet (Pl. II. f. 8. a 9.). Týž počítá je ku svrchním lateraliím, patrně uprostřed capitula umístěným. Dle tvaru svého však rozhodně nenáležejí v toto místo, kamž spíše náleží ploška lateralní, již nanalezl a vyobrazil Reuss (Über foss. Lep. T. III. f. 11.) s touto ji srovnávaje. Sám nenalezl jsem této plošky; umístil jsem však vyobrazení její na místě, kam by dle náhledu mého patřila (T. II. 2. *sl*). Porovnáním s recentním druhem Pol. cornucopiae dospěl jsem k náhledu, že výše uvedená ploška jest carinolateralní, na kterémž místě vskutku se podobné nesymetrické plošky vyskytují.

Jiná ploška lateralní jest ploška domněle rostrolateralní (T. II. 2. *rl*, *rl'*), kteráž vyobrazena byla již různými autory. Má tvar čtverhranný, rozdělený uhlopříčnou ve dvě nestejná pole s povrchem podobné struktury jako plošky ostatní.

Ze spodních lateralií přidružuji sem jednu plošku podoby nestejnostranného trojúhelníku, rozděleného vysedlým žebrem, k basalní hraně kolmým ve dvě nestejné části (T. II. 2. *l*). Některé z plošek, jako ony lateralní vůbec a rostrum vyznačují se na spodní ploše obyčejně sříznutými hranami, tergum má při vrcholu malou, polovysedlou obrubu.

Ze všech těchto plošek nebylo u nás dříve nalezeno rostrum, ploška carinolateralní, a spodní lateralní. Naproti tomu nebyla opětně nalezena svrchní lateralní.

Poll. radiatus Sow., jejž popisuje Reuss dle scuta z Hundorfu, jest zcela určitě Poll. glaber.

Naleziště: Nejobyčejnějšími zjevy jsou carina a scutum. Carinu známe jako hojnou z Kamajku, jednotlivě přichází též v Semicích, v Košticích, v Schillingách u Biliny, v Lužici a na Chlomku. Hojněji vyskytuje se scutum, rovněž v Kamajku obyčejné, jednotlivě dosti často v Novosedlicích, Košticích, Hundorfu, Lužici, Kystré. Řidší jest již tergum, v Kamajku sice ještě velmi hojné a v nejrozmanitějších přechodech přicházející, vzácné ale v ostatních vrstvách; známo

jest jen z Hundorfu, z Lán na Důlku, Doleního Bousova (Březenské vrstvy). Ostatní plošky vesměs jsou vzácnější a známy hlavně z Kamajku. Rostrolateralní ploška nalezena též v jizerských vrstvách u Litomyšle. Celkem jest Poll. glaber nejrozšířenějším druhem naším a znám téměř ze všech vrstev křídového útvaru českého.

2. *Poll. Bronnii Roem.*

T. II. ob. 3. *a, b, c.*

Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. str. 16. T. V. fig. 40. 41. T. XII. f. 4.
Bronn. Lethaea. T. XXXIII. fig. 16. str. 720.
Roemer. Verstein. norddeutschen Kreidegebirges str. 103. T. XVI. f. 8.
Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 77. T. IV. f. 10.

Reuss popsal druh ten z naší křídy z Koštic, Kostomlat, z korycanských vrstev u Schillingen u Biliny dle carin, kteréž nalezl jsem úplně souhlasné též v Kamajku.

Tvarem podobají se carinám druhu předešlého, jsou však poněkud užší a povrch jejich pokryt jest jemnými liniemi, tu a tam silnějšími vrstevnicemi oddělenými. Čárky ty však dodávají povrchu vzhledu drsného. Celý zjev carin těchto jest proto tak zvláštní, že nelze si je poplésti s carinami druhu předešlého i dlužno tento druh uznati za správný a samostatný.

Naleziště: Kamajk, Schillingen u Biliny, Kostomlaty, Koštice.

3. *Poll. costatus* n. sp.

(Tab. III. obr. 1.)

Druh tento jest vedle P. glaber zastoupen největším počtem destiček. Známe carinu, tergum, scutum a plošku rostro-laterální vesměs z Kamajku. Tergum ještě dosti blíží se onomu od Sc. arguatum (Darwin. A monogr. T. I. f. 7.), avšak k němu patřící plošky ostatní naprosto jasně řadí všechny tyto destičky k rodu Pollicipes, druhu zcela nového.

Tvar plošek, vyjímaje carinu, jest velice podoben tvaru plošek u Pol. glaber. Hlavní známkou druhu toho jest ostře vyznačená paprskovitá struktura povrchu.

Carina má stříšku mírně vyklenutou bez ostrého hřbetu a strukturu paprskovitou s vrstevnicemi ještě patrnými, méně jsou tytéž patrny na plošce rostrolateralní, ještě méně na tergu a zcela mizí na scutu.

Naleziště: Kamajk. Nejhojnější jsou terga, scuta neb rostro-lateralní plošky a jejich úlomky, kteréž často poukazují na plošky velikosti velmi značné.

4. *Poll. fallax Darw.*

T. III. ob. 2. 3.

Darwin. A monogr. on the foss. Lep. str. 75. T. IV. f. 8.
Reuss. Ueber foss. Lep. str. 26. T. III. f. 1—6.
Bosguet. Notice sur quelques cirripedes recement decouverts dans le terr. crét. du duché de Limbourg. 1857. str. 17. T. II. f. 1—12. T. III. f. 1. 2.

Druh tento náleží k nejrozšířenějším druhům svrchní křídy; ve vrstvách starších dříve nalezen nebyl. U nás nalezeno ve svrchnější křídě t. j. ve vrstvách jizerských (Choceň) více kusů terga a rostrum, kdežto několik plošek (rostrum a lateralia) nalezeny byly v Kamajku.

Rostrum jest široké, tupě vyklenuté a tupě zakončené s jemnou vlnitou strukturou. Shoduje se s vyobrazením a popisem Reussovým.

Subrostrum bezpochyby jest rostru podobná ploška (T. III. ob. 2. *r.*), která však jest užší, shodujíc se s tímto ve vlastnostech ostatních.

Tergum dosti často se u Chocně vyskytující, známo jest nám odtud hlavně jen v úlomcích neb negativech. Jen jeden exemplář byl nalezen celý. Struktura jeho záleží z řídkých, ostře vyznačených vrstevnic. Tvar odchyluje se poněkud od typického tvaru rodu Policipes. Hřbetní hrana plošky jest obloukovitá, zvláště k vrcholi silně se ohybající, který i tvořen jest vydutou hranou carinální a do vnitř vykrojenou hranou svírací.

Svrchní lateralní ploška podobá se co do tvaru oné u druhu P. glaber, jest však poněkud vyklenuta a na hřbetě vysedlým, oblým žebrem opatřena.

Ze spodních lateralních plošek známe dvě. První z nich, mající tvar otupeného trojúhelníku, vyznačena jest rovněž vysedlým žebrem, druhá, menší, tvaru vejčitého, uprostřed vlnovitě prohnutá, podobá se ploškám, jež u tohoto druhu vyobrazil Reuss (T. III. f. 14. 15.).

Naleziště: Kamajk pořídku, Choceň (ssutiny) hojněji.

5. *Poll. cuspidatus n. sp.*

T. II. ob. 5.

Z Kamajku máme jediné scutum velmi pěkně zachované, jež naprosto liší se ode všech známých druhů. Tvarem blíží se nejspíše

ještě druhu Poll. striatus Darw.; má vrchol velmi ostrý, basalní hranu blíže hrany svírací poněkud prohnutou. Z prohybu toho běží k vrcholu mělká rýha, podle níž probíhá ještě několik, sotva zřetelných paprsků. Struktura povrchu záleží z vrstevnic rovnoběžných s hranou basalní a proložených jemnými, s nimi rovnoběžnými čarami.

Naleziště: Kamajk.

6. *Poll. Košticensis n. sp.*

T. II. ob. 4.

Jediné tergum, v hornině vězící a ne celé náleží tomuto druhu. Že přes to dovoluji si tu stanoviti nový druh, má mnohé důvody. Celá povaha této plošky, její rovnost i částečně patrné kontury svědčí rodu Pollicipes, tak že nemožno ji poplésti s podobnými ploškami rodu Scalpellum, které bývají klenutější a ne toho tvaru, jak ho počátky hran naznačují. Ze známých druhů rodu Pollicipes žádný se ploškami takové struktury, jakou má tato nevyznačuje. Struktura ta jest velmi jemně paprskovitá s vrstevnicemi rovněž jemnými, sotva patrnými. Paprsky jsou hustější a ostřejší při hraně svírací a carinalní.

Naleziště: Koštice.

Z Reussových druhů, k nimž nových dokladů nepodařilo se mně nalézti, uvádím tuto ještě Poll. conicus, Poll. sp. a Poll. unguis.

7. *Poll. conicus Reuss.*

Reuss. Verst. d. böhm. Kreidef. str. 17. T. V. f. 13.
— Geognostische Skizzen. II. str. 216.
— Ueber foss. Lep. str. 23. T. 2. f. 13.

Reussovi známa byla jediná carina ze Sauerbrunnbergu u Biliny, tvořící silně ohnutý zobánek se stříškou, silně vyklenutou, bez ostrého hřbetu s povrchem hladkým s velmi jemnými vrstevnicemi. Hlavní rozdíl mezi carinou tohoto druhu a carinou od P. glaber spočívá v tom, že carina od Poll. conicus nemá ostrého hřbetu, čímž blíží se druhům Poll. oolithicus Buckn. a Poll. validus Steenstr.

Naleziště: Sauerbrunnberg u Biliny.

8. *Pollicipes sp.*

T. III. ob. 4.

Reuss. Ueber foss. Lep. str. 23. T. 3. f. 11.

Reuss popsal z Novosedlic ne celé tergum, jehož kopii jsem připojil, kteréž různí se ode všech známých plošek toho druhu.

Neustanovil však z této plošky nijaký druh nový. Ano nenašlo se později žádné plošky s touto totožné neb příbuzné, nezbývá než uvésti k vůli úplnosti věc tuto tak, jak Reuss ji podal.

9. *Poll. unguis Sow.*

Reuss. Verstein. d. böhm. Kreidef. str. 17. T. 5. f. 44.

Z druhu tohoto uvádí Reuss zcela nepatrné a nezřetelně vykreslené scutum (?) z Lužice, dle něhož lze míti druh ten u nás za pochybný.

V Kamajku hojná terga, jež tvarem svým na tento gaultový druh upomínají (T.), náležejí bez odporu ku druhu Poll. glaber, jak dříve již to bylo uvedeno, neboť známy jsou četné formy přechodní.

3. **Rod Loricula** Sow.

Capitulum jest malé, skládá se z 9 plošek: Carina (1), Scutum (2), Tergum (2), Lateralia (4). Stvol, velmi široký, ku spodu se poněkud zužuje a pokryt jest třemi řadami plošek vápenitých, dlouhých a na hraně carinalní a rostrální vždy dvěma řadami šupin. Spodní stranou stvolu bývá Loricula upevněna na skořápkách Ammonitů i zdá se, že na této ploše není vápenitých destiček. Známy jsou celkem čtyry druhy ze střední a svrchní křídy. Z našeho útvaru pochází druh

Loricula gigas Frič.

T. III. ob. 5.

Dr. A. Frič, Bělohorské a malnické vrstvy str. 137.

Obšírnější pojednání o druhu tomto vyjde v monografii prof. dr. Ant. Friče o korýších českého útvaru křidového. Omezuji se zde proto jen na výčet nalezišť a vyobrazení.

Naleziště: Bílá Hora, Peruc, Středokluky, Lány a Koštice.

Balanidae.

Tito korýši svijonozí mají skořápku upevněnou širokým spodkem bez zvláštního stvolu na cizích předmětech a složenou z většího počtu plošek, po straně spolu souvislých a pevně spojených a přikrytou pohyblivým víčkem, jež sestává z plošek tergalních a scutalních, na

nichž upevněny jsou svaly zatahovací. Ve věnci plošek (testa), tvořícím vlastní skořápku, rozeznal Darwin carinu, rostrum a lateralia.

Carina jest ona ploška, u jejíhož vrchole vystupují nožky, rostrum jest jí protilehlé a po obou stranách mezi rostrem a carinou umístěna jsou lateralia. Tvar jejich, jak co do podoby, tak i co do struktury povrchu velmi rozdílný, lze shrnouti aspoň v ten základní typ, že na každé z těchto plošek rozeznati lze střední, obyčejně trojhrannou stěnu (paries) a postranní, někdy symetrická, jindy assymetrická křidélka (alae, radii), která navzájem u sousedních plošek částečně se kryjí. Dalším, pro nás pozoruhodným znakem jest, že plošky testa mají až na nepatrné výjimky (Chthamalus, Elminius) zvláštní vnitřní strukturu.

Plošky tyto nejsou totiž jako plošky víčka nebo plošky Lepadidů složeny z jednotvárné hmoty vápenité, nýbrž sestávají ze dvou lamell, svrchní a spodní, příčnými septy spojených.

Hledě k těmto znakům ustanovil jsem dle následujících známek

rod (?) Balanula.

Majíce po ruce jen jedinou plošku, můžeme rod ten ovšem jen přibližně stanoviti. Ploška ta podobá se co do tvaru značně typickým ploškám testa rodu Balanus. Z křidélek zachována jest jen malá část, tak že nelze plošku blíže označiti; jen z assymetrické polohy zbytku křidélek lze souditi, že by to mohla býti carina.

Podivuhodnou jest však vnitřní struktura. Nenalezl jsem zde ovšem sept podobných, jako vytvořena jsou ve skořápce jiných balanidů, avšak skořápka sestává z vrchní vrstvy, drobně zrnité, skoro homogenní, která silnější jest na hřbetě, velmi tenká ale uvnitř skořápky; vnitřek pak vytvořen jest z mnoha vrstev, sestávajících z podélně uložených, rozmanitě se kroutících, místy těsně spojených, místy opět volně odstávajících, zcela průhledných lamell.

Na T. III. ob. *d*, kde spatřujeme zvětšený okraj skořápky poněkud poškozený, vidíme, jak jednotlivé vrstvy tyto vynikají.

Na T. III. ob. *e* pak naznačena jest část jedné vnitřní vrstvy a na průřezu příčném (ob. *f*) vidíme uložení těchto vrstev, kteréž leží skoro souběžně s plochou vnější. Kontury jednotlivých lamell nejsou na průřezu příčném jasně patrny, jen mezery mezi nimi tvoří na průřezu tom nepravidelné dutiny.

Z těchto známek jest patrno, že máme zde činiti s petrefaktem velice zvláštním, i jest velice nesnadno přesně ustanoviti, kam by náležel. Přidělil jsem ho k Balanidům dle tvaru, jakož i dle struk-

tury vnitřní, kteráž snad jest jakousi obdobou septalní struktury Balanidů, ač nechci tvrditi, že by náhled tento nemohl doznati změny.

Jako druh označuji petrefakt ten jménem:

Balanula (?) cretacea n. sp.

T. III. ob. 6. *a—f.*

Nalezená ploška, z níž ovšem mám nyní jen zbytky, uživ ji k podrobnému prozkoumání, měla tvar trojhranný, rozdělený uprostřed mělkou rýhou a po straně každé rýhou ostřejší, od vrcholu k basi obloukovitě probíhající opatřený. Vrchol jest hmotnější, basis tenčí; při vrcholi znamenáme nezřetelné křidélko, které, jak se zdá, bylo assymetrické. Na spodní, mělce vyhloubené ploše znamenati lze uprostřed poněkud vyvýšený, ne příliš ostrý kýl.

Resumé des böhmischen Textes.

Aus der böhm. Kreideformation waren bisher durch die Arbeiten des Prof. Reuss nur 7 Arten von fossilen Cirripeden bekannt, welche sich unter der neueren Kritik auf 4 anerkannte Species verminderten.

Von den übrigen 3 Arten wurde ein Scutum als Poll. radiatus Sow. fehlerhaft bestimmt und gehört dasselbe zum Poll. glaber Röm., Poll. unguis Sow. ist für die böhm. Kreideformation als zweifelhaft zu bezeichnen und die letzte ist eine nicht näher bestimmbare Art von Pollicipes.

Unter diesen früher bekannten Arten war Scalpellum durch eine Art, Pollicipes durch 6 Species vertreten.

In diesem Beitrage treten noch 8 Arten der Gattung Scalpellum, 4 Arten der Gattung Pollicipes, eine Art von Loricula und das fragliche Genus Balanula (?) mit einer Species hinzu.

Von diesen hier beschriebenen Petrefakten sind 8 neu.

Es folge nun hier ein kurzes kritisches Verzeichniss der beschriebenen Arten.

1. Scalpellum quadratum Darw., bisher nur aus dem Eocaen bekannt, wurde in Böhmen in den Korytzaner Schichten bei Kamajk (Carina) und in den Priesener Schichten bei Lan nächst Pardubitz (Scutum) gefunden.

2. Scalpellum quadricarinatum Rss. wurde als eine gute Species bestätigt und auch bei Kamajk gefunden. Reuss beschrieb diese Art nach einer Carina von Weisskirchlitz.

3. Scalpellum Kamajkense nov. sp. Eine Carino-laterale Platte, welche einer solchen von Sc. gracile Bosq. nahesteht, jedoch mit einem nur schmalen und strukturlosen Flügelchen beschaffen ist. Bei Kamajk nicht selten.

4. Scalpellum fossula Darw. Diese Art, bisher nur aus dem Senon Deutschlands und Englands bekannt, ist bei uns durch einige Scuta vom Kamajk (Cenoman) vertreten.

5. Scalpellum maximum Sow. sp. Die Carinal-Platte von Holic habe ich als eine neue Varietät Sc. maximum var. bohemica bezeichnet. Das Tergum von Kamajk kann seiner Unvollständigkeit wegen nicht mit Sicherheit bestimmt werden. Am nächsten steht es der Darwinischen Varietät Sc. maximum Var. I. (T. III. F. 5.)

Die Carino-Lateral-Platte von Kamajk repraesentirt diese Art in unserem Materiale am besten.

6. Scalpellum angustum Dix sp. Eine Carina von Kamajk.

7. Scalpellum tuberculatum Darw. Die Tergal-Platten kommen bei Kamajk öfters vor.

8. Scalpellum crassum n. sp. Hieher gehören einige massive Tergal-Platten von Kamajk, welche sich als einer neuen Art angehörend erwiesen.

9. Scalpellum nitens n. sp. Bei Kamajk kommen ziemlich häufig schöne, regelmässige Rostral-Platten vor, welche denen von Sc. gracile Bosq. in der Struktur und dem Sc. pygmnaeum und Hagenovianum in der Form nahe stehen.

10. Pollicipes glaber. Röm. Von dieser Art sind uns die meisten Platten bekannt. Für die böhmischen Fundorte sind die Lateralien neu. Interessant ist die regelmässige Erscheinung von Tergal-Formen, welche auf den Poll. unguis mahnen, jedoch durch eine ununterbrochene Reihe von Übergängen mit der typisch. Form des Tergum von Poll. glaber verbunden sind. Fundorte: Kamajk, Weisskirchlitz (Reuss), Semitz, Koschtitz, Schillingen bei Bilin (Reuss), Hundorf, Kystra, Luschitz (Reuss), Bousov, „Lána na Důlku", Chlomek.

11. Pollicipes Bronni Roem. Typische Carinal-Platten wurden in Kamajk gefunden und diese Art als geltend festgestellt. Reuss beschrieb diese Art von Schillingen, Kostenblatt und Koschtitz.

12. Pollicipes costatus n. sp. Carina, Tergum, Scutum und Rostro-Lateral-Platte; alle von Kamajk. In der Form dem Poll. glaber ähnlich, jedoch mit einer scharfrippigen radialen Struktur, mit sehr feinen oder ganz undeutlichen Anwachsstreifen.

13. Pollicipes fallax Darw. Bisher nur aus dem Senon bekannt, kommt bei uns in den Korytzaner- und Iserschichten vor. Vom Tergum sind mehrere Überreste von Chotzen bekannt. Aus demselben Fundort stammen typische Rostralplatten und ein wahrscheinliches Subrostrum. Von Kamajk liegen zwei Lateralien vor.

14. Pollicipes cuspidatus n. sp. Ein Scutum, dem von Poll. striatus Darw. ähnlich, jedoch mit einem scharfen Scheitel und mit dichten, paralellen Anwachsstreifen beschaffen. Fundort: Kamajk.

15. Pollicipes Kośticensis n. sp. Ein unvollständiges Tergum von Koschtitz hatte wahrscheinlich eine schiefrhomboidale Form und zeichnet sich durch eine sehr feine radiale Struktur aus. Dasselbe ist aber keinesfalls mit den ähnlichen Tergalplatten von Poll. striatus oder Sc. arcuatum identisch.

16. Pollicipes conicus Rss. wurde von Reuss nach einer Carina vom Sauerbrunnberg beschrieben.

17. Als Pollicipes sp. bezeichnete Reuss ein unvollständiges Tergum von Weisskirchlitz.

18. Pollicipes unguis Sow. scheint mir nach der Reussischen Beschreibung und Abbildung eines Scutum von Luschitz für die böhmische Kreideformation zweifelhaft zu sein.

19. Loricula gigas Fr. wird eingehender in einer Monographie der Crustaceen der böhm. Kreidef., deren Veröffentlichung durch Dr. A. Frič bevorsteht, beschrieben werden. Dieselbe Publikation bringt auch eine ausführliche Schilderung der hier erwähnten Cirripeden und der böhmischen Ostracoden. Loricula gigas ist uns bekannt vom Weissen Berge, Perutz, Středokluk, Lan und Koschtitz.

20. Balanula (?) cretacea n. sp. Eine vermutliche Balanidenschale, welche durch ihre Form einer Carina der Balanidentesta ähnlich ist und durch eine interessante innere Struktur sich auszeichnet. Die Schale besteht aus einer homogenen kalkigen Deckschichte und aus mehreren inneren Schichten, welche aus durchsichtigen Lamellen zusammengesetzt sind. Zwischen den Lamellen befinden sich unregelmässige Höhlungen, welche besonders auf dem Querschnitte deutlich sind. Obwohl diese Struktur mit der Septal-Struktur der eigentlichen Balaniden nicht identificirt werden kann,

neige ich mich doch zu der Meinung, dass sie eine Urform derselben vorstellt.

Vysvětlení tabulí.

Tab. I.

1. *Scalpellum quadratum.* Darw. *a* Carina z Kamajku $1^1/_2$krát zvětšená, *b* táž se strany, *c* příčný průřez, *d* Scutum z Lán na Důlku, čtyřikráte zvětšené.

2. *Scalpellum quadricarinatum* Rss. *a* Carina necelá z Kamajku, dvakrát zvětšená, *b* táž se strany, *c* příčný průřez.

3. *Scalpellum Kamajkense* n. sp. *a* Carino-lateralní ploška z Kamajku, 6krát zvětšená, *b* táž se strany.

4. *Scalpellum fossula* Darw. *a* Scutum z Kamajku, dvakrát zvětšené se spodu, *b* svrchu.

5. *Scalpellum maximum* Sow. sp. *A* Carina od Sc. max. var. bohemica z Holic, dvakrát zvětšená, *a* se svrchu, *b* se strany, *c* průřez příčný. *B* Tergum (?) z Kamajku, dvakrát zvětšené, *a* se spodu, *b* svrchu. *C* Ploška carino-lateralní z Kamajku, 6krát zvětšená.

6. *Scalpellum crassum* n. sp. Tergum z Kamajku 2krát zvětšené.

7. *Scalpellum tuberculatum* Darw. Tergum z Kamajku 6krát zʌětšené.

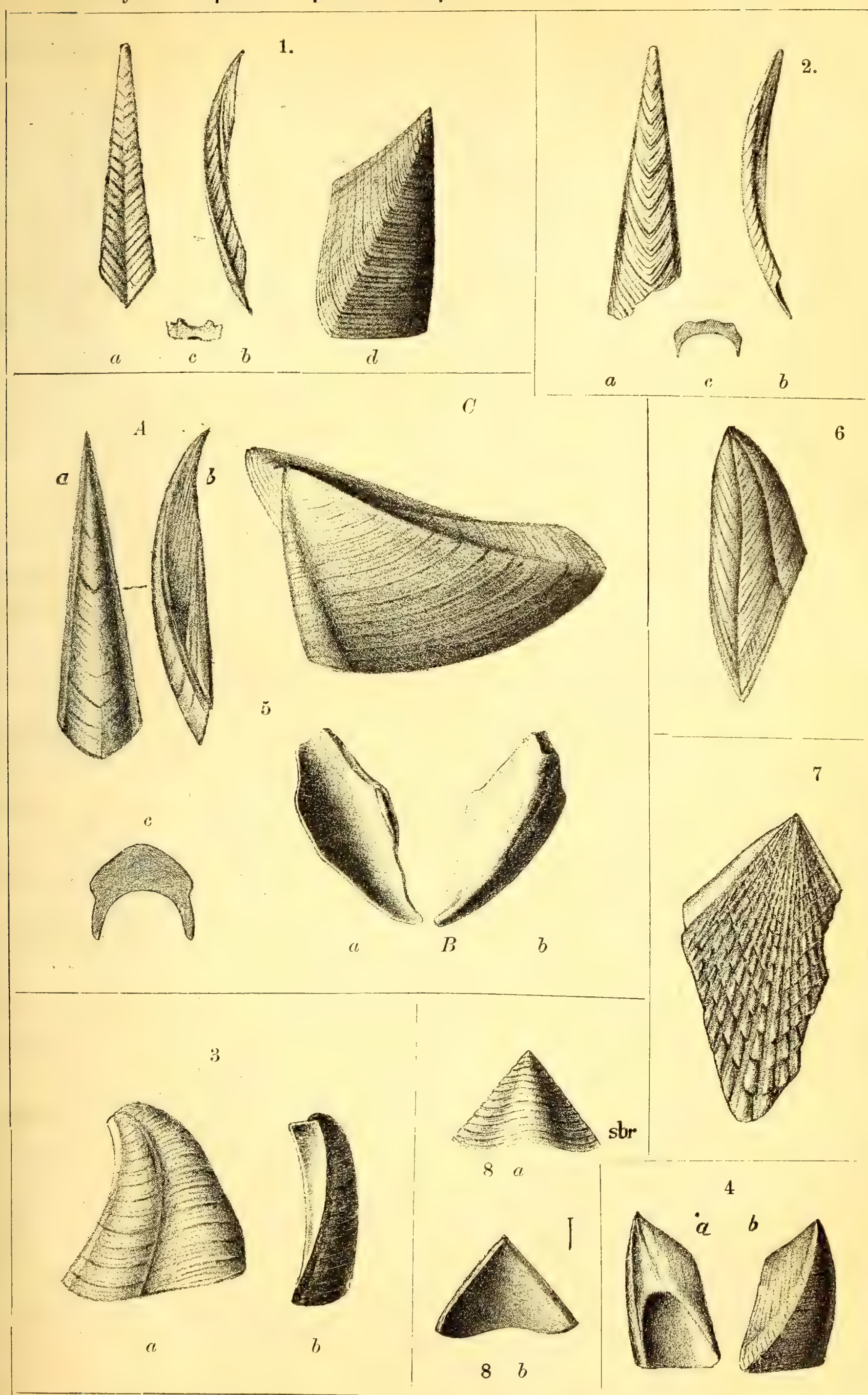
8. *Scalpellum nitens* n. sp. Rostrum z Kamajku 3krát zvětšené, *a* svrchu, *b* se spodu.

Tab. II.

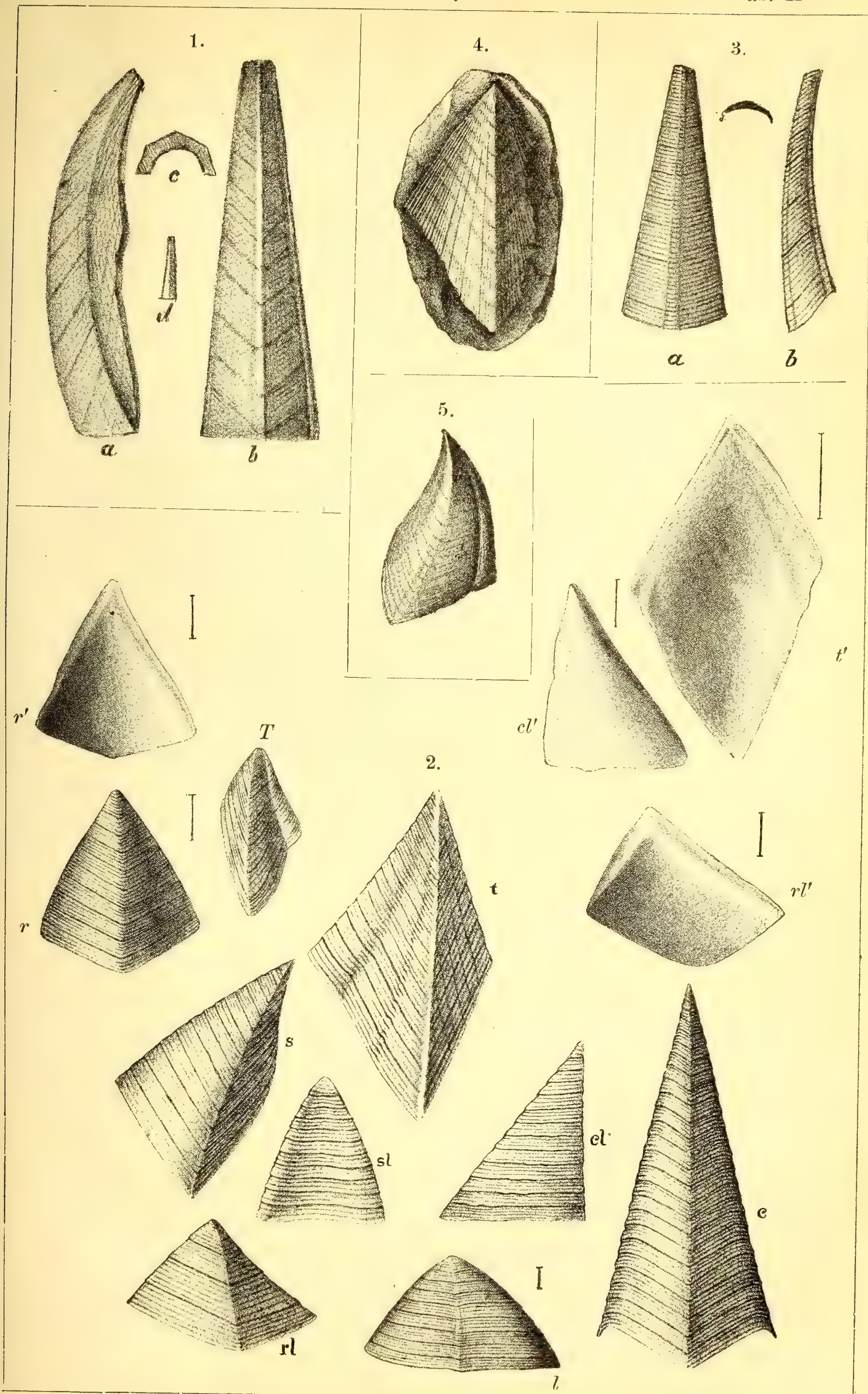
1. *Scalpellum angustum* Dix. sp. Carina z Kamajku, *a* se strany, *b* svrchu, šestkrát zvětšená, *c* příčný průřez, *d* v přirozené velikosti.

2. *Pollicipes glaber* Roem. Z Kamajku. *c* carina, *t* tergum, *s* scutum, *r* rostrum, *sl* ploška svrchní lateralní, *cl* carinolateralní, *rl* rostrolateralní, *l* spodní lateralní; vesměs svrchu a čtyřikrát zvětšené. *t'* tergum, *r'* rostrum, *rl'* ploška rostrolateralní, *cl'* carinolateralní — vesměs se spodu a čtyřikrát zvětšené. *T* Tergum z Kamajku podobné tergu od Poll. unguis.

3. *Pollicipes Bronnii* Roem. Carina z Kamajku čtyřikrát zvětšená, *a* svrchu, *b* se strany, *c* průřez příčný.



Dle přírody kreslil J. Kafka.



Dle přírody kreslil J. Kafka.

4. *Pollicipes Košticensis* n. sp. Ne celé tergum v hornině z Koštic čtyřikrát zvětšené.

5. *Pollicipes cuspidatus* n. sp. Scutum z Kamajku dvakrát zvětšené.

Tab. III.

1. *Pollicipes costatus* n. sp. Z Kamajku. *A* carina dvakrát zvětšená; *a'*, *a* tergum se svrchu a se spodu dvakrát zvětšené; *b* scutum dvakrát zvětšené; *c*, *c'* ploška carinolateralní se svrchu a se spodu dvakrát zvětšená.

2—3. *Pollicipes fallax* Darw. *r* subrostrum, dvakrát zvětšené z Chocně, *t* tergum: *a* kopie dle Darwina, *b* špička negativu z Chocně, *sl* svrchní lateralní ploška čtyřikrát zvětšená z Kamajku, *l* spodní lateralní ploška střední, *l'* ploška carinolateralní.

4. *Pollicipes* sp. Reuss. Tergum z Novosedlic (kopie dle Reusse). (Ueber foss. Lep. T. II. F. 16).

5. *Loricula gigas* Fr.

6. *Balanula* (?) *cretacea* n. sp. *a* Ploška čtyřikrát zvětšená se svrchu, *b* se spodu, *c* se strany, *d* 45krát zvětšený pravý dolní okraj plošky, *e* část jedné vrstvy skořápky 80krát zvětšená, *f* příčný průřez 45krát zvětšený.

Erklärung der Abbildungen.

Taf. I.

1. *Scalpellum quadratum* Darw. *a* Carina vom Kamajk $1^1/_2$ vergrössert, *b* dieselbe von der Seite, *c* Querschnitt derselben, *d* Scutum von „Lany na Důlku" 4mal vergrössert.

2. *Scalpellum quadricarinatum* Rss. *a* Eine unvollständige Carina vom Kamajk zweimal vergrössert, *b* dieselbe von der Seite, *c* Querschnitt derselben.

3. *Scalpellum Kamajkense* n. sp. *A* Eine Carino-Lateral-Platte vom Kamajk 6mal vergrössert, *b* dieselbe von der Seite.

4. *Scalpellum fossula* Darw. Scutum von Kamajk 2mal vergrössert, *a* von unten, *b* von oben.

5. *Scalpellum maximum* Sow. sp. *A* Carina von Sc. max. var. bohemica von Holic 2mal vergrössert, *a* von oben, *b* von der Seite, *c* Querschnitt. *B* Tergum (?) vom Kamajk 2mal vergrössert,

a von unten, *b* von oben. *C* Die Carinolateral-Platte vom Kamajk 6mal vergrössert.

6. *Scalpellum crassum* n. sp. Tergum vom Kamajk zweimal vergrössert.

7. *Scalpellum tuberculatum* Darw. Tergum vom Kamajk 6mal vergrössert.

8. *Scalpellum nitens* n. sp. Rostrum vom Kamajk dreimal vergrössert, *a* von oben, *b* von unten.

Taf. II.

1. *Scalpellum angustum* Dix. sp. Carina vom Kamajk, *a* von der Seite, *b* von oben, 6mal vergrössert, *c* Querschnitt, *d* in natürlicher Grösse.

2. *Pollicipes glaber* Roem. Vom Kamajk. *C* Carina, *t* Tergum, *s* Scutum, *r* Rostrum, *sl* obere Lateral-Platte, *cl* Carinolateral-Platte, *rl* Rostrolaterale-Platte, *l* untere Lateral-Platte, alle von oben 4mal vergrössert. *t'* Tergum, *r'* Rostrum, *rl'* Rostrolateral-Platte, *cl'* Carinolateral-Platte; alle von unten 4mal vergrössert. *T* Tergum vom Kamajk, eine Varietät dem Tergum von Poll. unguis ähnlich.

3. *Pollicipes Bronnii* Roem. Carina vom Kamajk 4mal vergrössert, *a* von oben, *b* von der Seite, *c* Querschnitt.

4. *Pollicipes Košticensis* n. sp. Ein unvollständiges Tergum von Koschtitz 4mal vergrössert.

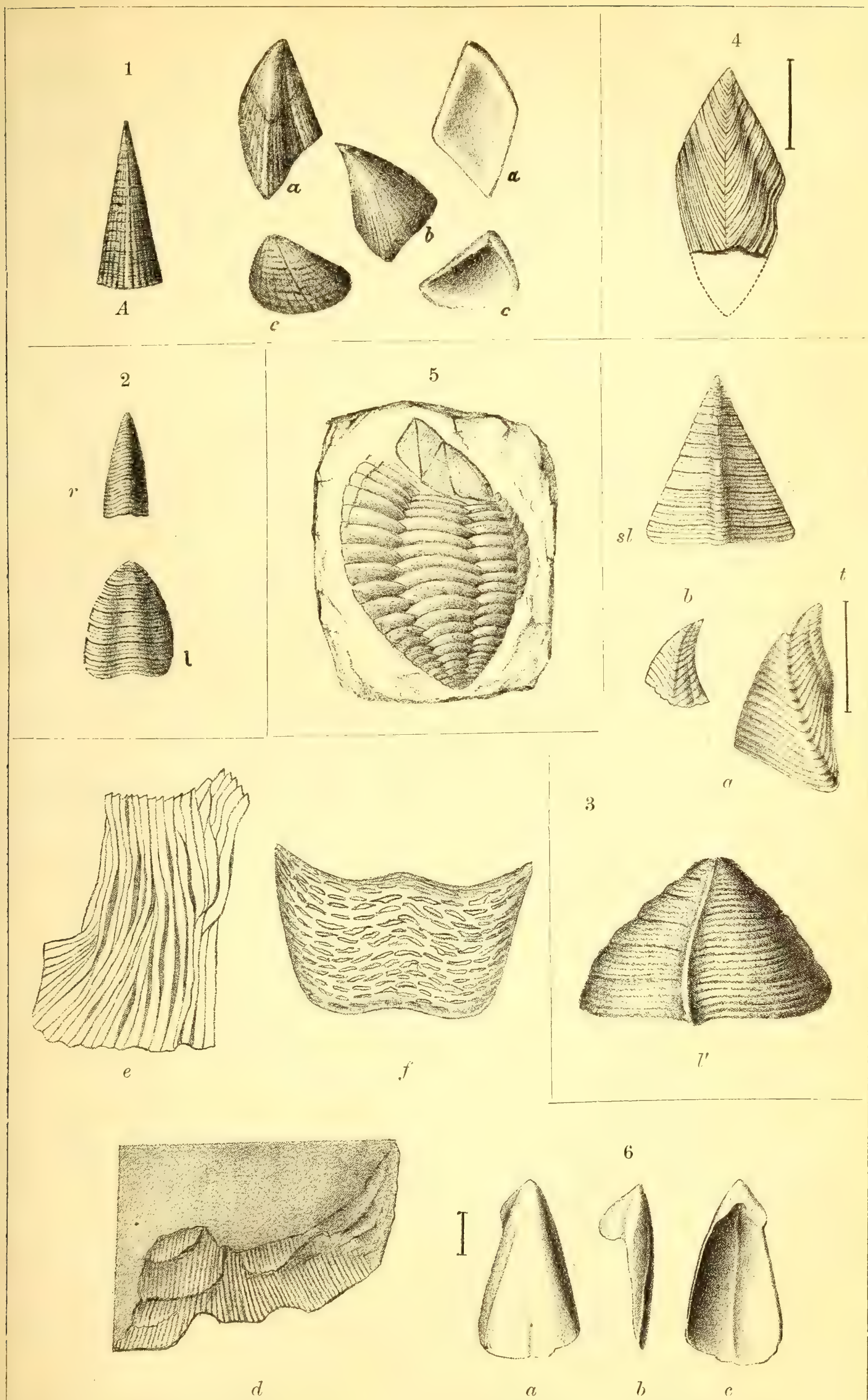
5. *Pollicipes cuspidatus* n. sp. Ein Scutum vom Kamajk 2mal vergrössert.

Taf. III.

1. *Pollicipes costatus* n. sp. Vom Kamajk. *A* Carina zweimal vergrössert; *a, a'* Tergum von oben und von unten 2mal vergrössert, *b* Scutum 2mal vergrössert; *c, c'* eine Carinolateral-Platte von oben und von unten 2mal vergrössert.

2—3. *Pollicipes fallax* Darw. *r* Subrostrum von Chotzen 2mal vergrössert; *t* Tergum: *a*) eine Kopie nach Darwin, *b*) die Spitze eines Negatives von Chotzen; *sl* obere Lateral-Platte von Kamajk 4mal vergrössert; *l* eine mittlere untere Lateral-Platte vom Kamajk 4mal vergrössert; *l'* Carinolateral-Platte vom Kamajk 6mal vergrössert.

4. *Pollicipes* sp. Rss. Tergum kopiert nach Reuss. (Ueber foss. Lep. T. II. F. 16.)



Dle přírody kreslil J. Kafka.

5. *Loricula gigas* Fr.

6. *Balanula* (?) *cretacea* n. sp. *a* Die vermutliche Carina-Schale 4mal vergrössert von oben, *b* von unten, *c* von der Seite, *d* der rechte Basalrand der Schale 45mal vergrössert, *e* eine innere Schichte der Schale 80mal vergrössert, *f* ein Querschnitt durch die Schale in der Nähe des Scheitels 5mal vergrössert.

39.

Studien an Hypostomen böhmischer Trilobiten Nr. III.*)

Vorgetragen von Prof. Dr. **Ottomar Novák** am 27. November 1885.

(Mit einer Tafel Abbildungen.)

Da ich voraussichtlich nicht so bald zu der ausführlichen Bearbeitung meines reichen Materials an Hypostomen böhmischer Trilobiten kommen werde, erlaube ich mir hiemit in grösster Kürze ein neues Resultat meiner Hypostomen-Studien mitzutheilen.

In Barrande's Syst. Silur. de Boh. Vol. I. pag. 477 Pl. 18. Fig. 24—29 sowie auch im Supplemente zu diesem Bande p. 18. Pl. 1. Fig. 16. findet man einen kleinen, untersilurischen Trilobiten, der unter dem Namen Phillipsia parabola Barr. beschrieben und abgebildet ist.

Dieser Trilobit kommt in Böhmen ausschliesslich in der Unterabtheilung *d5***) vor, und ist, obwohl horizontal weit verbreitet, doch überall ziemlich selten.

Es ist nicht ohne Interesse zu erwähnen, dass das Vorkommen dieses Trilobiten späterhin in Schweden und neuerdings in England nachgewiesen wurde.

In Schweden wurde er durch Linnarson***) in zwei übereinander liegenden Horizonten, nämlich in den Trinucleus-Schiefern und in der unteren Abtheilung der Brachiopoden-Schiefer

---

*) Nr. I. ist in den Sitzungsberichten der böhm. Gesell. d. Wissenschaften Jahrgang 1879, Nr. II. daselbst Jahrgang 1884 enthalten.

**) Königshofer Schichten (Králův Dvůr) *D—d5 α* nach Lipold und Krejčí.

***) Vestergötl. Cambr. och Silur. Aflan. p. 72. Pl. 2. Fig. 30—32 (K. Vet. Akad. Handl. 1869).

Westgothlands entdeckt. Die ersteren entsprechen bekanntlich genau unserem tieferen *d5* — Niveau, nämlich den Schiefern von Königshof (Králův Dvůr). Dagegen scheinen die letzteren in Böhmen nicht deutlich entwickelt zu sein. Doch ist J. Marr*) der Meinung, dass der untere Theil der Brachiopoden-Schiefer unseren versteinerungsleeren Quarziten von Kosov**) entsprechen dürfte.

Ferner ist Phill. parabola auch aus Schonen bekannt. Daselbst wurde dieser Trilobit in einem den obersten Etagen des Untersilurs entsprechenden Horizonte vorgefunden, welcher von Tullberg als „Zone mit Staurocephalus clavifrons" bezeichnet wurde.***)

In England ist derselbe Trilobit in der von J. E. Marr†) als „Trinucleus seticornis-Beds" bezeichneten Schichtengruppe der Gegend von Haverfordwest entdeckt worden. Er kommt daselbst ebenso wie in Böhmen gleichzeitig mit Remopleurides radians Barr. und Trinucleus seticornis, einer dem T. Bucklandi Barr. sehr nahe stehenden Form vor. Auch diese Schichtengruppe dürfte dem oben angeführten böhmischen Niveau ziemlich entsprechen.

Jedenfalls ist Phill. parabola eine für das Untersilur Böhmens, Schwedens und England's sehr charakteristische Trilobitenform.

Erwägt man nun, dass die Gattung Phillipsia, einen die Kohlenperiode charakterisirenden Trilobiten repraesentirt, so wäre in der verticalen Vertheilung dieser Gattung eine auffallende Lücke vorhanden, die jedenfalls durch das ganze Obersilur und höchst wahrscheinlich auch durch das Devon angedauert hätte.††)

---

*) On the Cambrian and Silurian Rocks of Scandinavia (Quart. Journ. Geol. Soc. 1882. p. 323.

**) Kosover-Schichten *D—d5β* nach Lipold und Krejčí.

***) Tullberg: Skånes Graptoliter I, p. 17. (Sver. geol. Undersökning 1882.

†) J. E. Marr: Lower palaeoz. Rocks of Haverfordwest. (Q. J. G. S. Aug. 1885).

††) Ich abstrahire hier von den sämmtlichen aus dem Devon unter dem Namen Phillipsia angeführten Trilobiten, da ich dieselben aus eigener Anschauung viel zu wenig kenne.

Die devonische Gattung Dechenella ist, wie Kayser gezeigt hat, eine mit Phillipsia wohl verwandte, sonst aber ziemlich scharf abgegrenzte Trilobitenform. (Vergl. Kayser: Dechenella, eine devonische Gruppe der Gattung Phillipsia in Zeitschr. d. D. G. G. 1880.)

Die erwähnte Lücke in der zeitlichen Verbreitung der Gattung Phillipsia, auf welche Barrande*) zu Gunsten seiner Colonien-Theorie ein besonderes Gewicht legt, führte mich zu einer erneuerten Sichtung des sämmtlichen, mir von dem oben angeführten Barrande'schen Trilobiten zur Verfügung stehenden Materials.

Diese Untersuchungen führten mich zu dem Resultate, dass der von Barrande als Phill. parabola bezeichnete Trilobit mit der Gattung Phillipsia Portlock sehr wenig Gemeinsames hat und dass er höchst wahrscheinlich einer ganz anderen Trilobitengruppe angehört als der der Proetiden. Es wird daher zweckmässig erscheinen, für die fragliche Form einen besonderen Namen aufzustellen, und als solchen möchte ich die Bezeichnung Phillipsinella vorschlagen.

Vergleicht man nun irgend eine der carbonischen Phillipsien z. B. die auf Taf. I. Fig. 4 abgebildete Ph. Eichwaldi mit dem in Fig. 1. dargestellten Trilobiten, erkennt man sofort dass die generischen Merkmale dieser Formen durchaus nicht übereinstimmen.

In der nachstehenden Tabelle sind nun die Unterschiede zwischen den beiden Gattungen übersichtlich zusammengestellt.

Übersicht der Unterscheidungsmerkmale von Phillipsia Portlock **und Phillipsinella** Novák

	Phillipsia (Taf. I. Fig. 4—5.)	Phillipsinella (Taf. I. Fig. 1—3.)
Glabella	mit 3 Paar Seitenfurchen	ohne Seitenfurchen
Thorax	aus 9 Segmenten zusammengesetzt	aus 6 Segmenten
Pygidium	aus zahlreichen (etwa 12 bis 18) Axenringen und Seitenfurchen bestehend	aus bloss 6 Axenringen und etwa 3—4 kaum angedeuteten Rippen bestehend
Hypostoma	birnförmig, länglich, mit gerundetem Hinterrande. Die sämmtlichen Furchen und Loben sehr deutlich entwickelt	trapezoidal, breit, mit geradem Hinterrande. Ohne Furchen und Loben
Schale	granulirt	gestreift

*) Réparition du genre Arethusina p. 11. 1868.

Der schlagendste Unterschied besteht jedenfalls in der Form des Hypostomes. Es ist mir gelungen, dieses wichtige Organ an einigen Exemplaren von Ph. parabola in natürlicher Lage zu beobachten, was durch zweckmässiges Praepariren erzielt wurde.

Im Nachstehenden, will ich mich bloss mit dem Hervorheben der Hauptcharaktere der Hypostome der beiden Gattungen begnügen.

I. Gattung: Phillipsia, Portl.

Taf. I. Fig. 5—7.

Allgemeine Form verkehrt birnförmig, Vorderrand convex, Seitenränder concav mit einem Vorsprunge im letzten Drittel der ganzen Länge. Hinterrand gerundet. Marginalfurche parallel mit den Rändern. Mittelstück durch eine deutliche Mittelfurche in zwei Loben getheilt. Vorderlappen gross, Hinterlappen klein, halbmondförmig. In der Mittelfurche sitzen 2 kleine symmetrisch gelegene, nicht immer deutliche, drüsenartige Anschwellungen. Vorderes Flügelpaar stark entwickelt. Umschlag und hinteres Flügelpaar unbekannt. Schalenoberfläche mit erhabenen Längsstreifen.

Beispiele:

Phillipsia Eichwaldi (Taf. I. Fig. 5) Original in der Sammlung des Mus. of Pract. Geology in London (Cat. Nr. $^{38}/_{40}$) Kohlenkalk Lundin.*)

Phillipsia sp. (Taf. I. Fig. 6—7) Copie nach de Koninck (Descript. des Animaux fossiles, du terr. carbonif. de Belgique Pl. 52. Fig. 9 *a—b***). Kohlenkalk von Visé und Tournay.

Phill. Derbiensis Mart. (Siehe Woodward (Brit. Carbonif. Trilobites Pl. I. Fig. 4 *a—b*.

II. Gattung: Phillipsinella Nov.

(Taf. Fig. I. 2—3.)

Allgemeine Form des Hypostomes trapezförmig. Vorderrand convex, Hinterrand fast gerade, Seitenränder etwas

---

*) Dieses Hypostom habe ich während meines Aufenthaltes in London (1880) gezeichnet und ist dessen Abbildung mit Bewilligung des Herrn Director Etheridge veröffentlicht.

**) Dieses Hypostom ist l. c. pag. 592 als Cyclus Brongniartianus beschrieben. Da es nicht in natürlicher Lage gefunden wurde, so könnte es auch der Untergattung Griffithides angehören.

nach aussen gebogen. Die sämmtlichen Ecken gerundet, die hinteren jedoch etwas mehr abgestumpft als die vorderen. An der Oberfläche keinerlei Furchen und Loben bemerkbar. Von den beiden Flügelpaaren ebenfalls nichts bemerkbar. Hinterrand und Seitenränder etwas nach einwärts gebogen. Die Oberfläche ziemlich flach. Schale eine schwache Querstreifung zeigend (Taf. I. Fig. 3).

Aus den hier hervorgehoben Unterschieden geht hervor: 1. dass die beiden erwähnten Trilobiten zwei verschiedene Gattungen repraesentiren und 2. dass die Gattung Phillipsinella mit der Familie der Proetiden nichts gemeinsames hat.

Bekanntlich pflegt man allgemein die Gattung Phillipsia, und dies wohl mit Recht, in die Gruppe der Proetiden*) zu stellen. Was aber die systematische Stellung der Gattung Phillipsinella betrifft, so glaube ich, dass dieselbe viel eher in der Gruppe der Asaphiden, als in der der Proetiden untergebracht werden könnte. Dafür sprechen einige sehr gewichtige Gründe: 1. Die auffallende Grösse des Kopfes und des Pygidiums im Vergleiche zur Totallänge des Thieres. 2. Die geringe Anzahl der Thoraxsegmente (8 freie Thoraxglieder bei Asaphus, Ogygia, Barrandia, Niobe etc. und 6 bei Phillipsinella). 3. Das gemeinsame Vorkommen dieser Gattung mit mehreren Repraesentanten der Asaphiden-Gruppe. 4. Die bemerkenswerthe Analogie der Gattung Phillipsinella mit der im oberen Untersilur England's vorkommenden und der Gruppe der Asaphiden sehr nahe stehenden Gattung Stygina Salter.**)

Alle diese Gründe namentlich aber der letztangeführte, sprechen dafür, dass die Gattung Phillipsinella einer ausschliesslich untersilurischen Trilobitengruppe angehört und dass sie am natürlichsten in die Gruppe der Asaphiden eingereiht werden könnte.

Zum Schlusse sei mir erlaubt, noch diejenigen böhmischen Trilobiten anzuführen, deren Hypostome seit dem Veröffentlichen meines letzten Verzeichnisses ***) entdeckt wurden. Es sind dies folgende:

*) Das Vorkommen der Gattung Phillipsia im Untersilur hat bereits Zittel in seinem Handbuche I. Band II. Abtheilg. p. 626 in Zweifel gezogen. Ebenso ist (l. c. p. 635) in der Übersicht der zeitlichen Verbreitung der Trilobiten, der fragliche untersilurische Repraesentant dieser Gattung nur mit Vorbehalt in der Colonne der Proetiden angeführt.

**) Vergl. Stygina latifrons Portlock sp. in Salter's British Trilobites. pag. 171. Pl. 18. Fig. 7—10.

***) Stud. an Hypost. Nro. II. 1884 pag. 15—18.

1. *Acidaspis Dufrénoyi* . . . . Barr.
2. *Cheirurus obtusatus* . . . . Cord.
3. *Conocephalites Emmrichi* . . . . . Barr.
4. *Cyphaspis convexa* . . . . Cord.
5. *Dindymene Bohemica* . . . . Barr.
6. *Hydrocephalus carens* . . . . Barr.
7. *Phillipsinella parabola* . . . . . . Barr. sp.

Von diesen 7 hier angeführten Trilobiten, sind 4 Gattungen hervorzuheben, deren Hypostome überhaupt noch nicht bekannt waren. Es sind dies die Genera Cyphaspis, Dindymene, Hydrocephalus und Phillipsinella. Daher wäre von den 45 in Böhmen vorkommenden Trilobitengattungen das Hypostom noch bei 7 derselben nachzuweisen.

Die letzteren sind folgende:

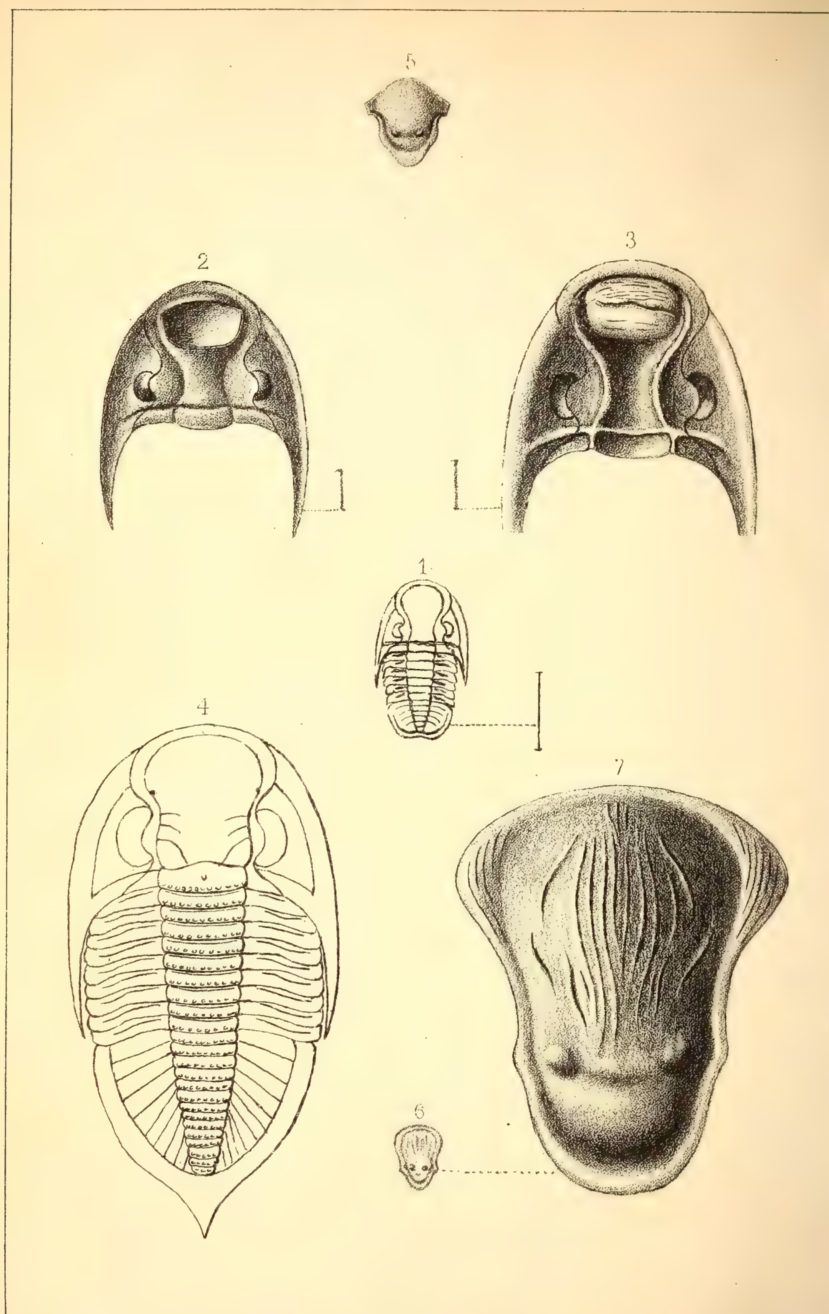
1. *Ellipsocephalus* . . . . Zenk.
2. *Agnostus* . . . . Brongnt.
3. *Aeglina* . . . . Barr.
4. *Arethusina* . . . . Barr.
5. *Bohemilla* . . . . Barr.
6. *Telephus* . . . . Barr.
7. *Triopus* . . . . Barr.

Erwägt man nun, dass ich von Ellipsocephalus, Agnostus, Aeglina und namentlich von Arethusina Hunderte von Exemplaren zu untersuchen Gelegenheit hatte, ohne dass es mir gelungen wäre, ihre Hypostome zu entdecken, so kommt man zu dem Resultate, dass diese Trilobiten wahrscheinlich mit bloss membranösen, aber nicht kalkigen Hypostomen versehen waren, die sich nicht erhalten konnten.

Die beiden Trilobiten Bohemilla und Telephus sind ausserordentlich seltene Erscheinungen. Letzterer ist eine ungenügend charakterisirte, bloss auf einige Bruchstücke gegründete Trilobitenform, die jedenfalls der Gattung Aeglina am nächsten steht.

Die Gattung Triopus ist wahrscheinlich kein Trilobit.

Es ist daher kaum anzunehmen, dass es je gelingen wird, die Hypostome der 7 letztgenannten Gattungen zu entdecken, und sollen uns erst spätere, eingehendere Studien darüber belehren.



O. Novák ad nat delin. et lith. Fig. 2-5.

Jmprim. Farský.

Erklärung der Tafel.

Fig. 1. Phillipsinella parabola Barr. sp. aus Etage D—d5 2mal vergrössert. Copie nach Barrande (Syst. Silur. Boh. Vol. I. Supplt. Pl. 1. Fig. 16).

Fig. 2. Phillipsinella parabola, Kopf. 4mal vergrössert, das Hypostom im Inneren der Glabella zeigend. Ebendaher.

Fig. 3. Phillipsinella parabola, Innenseite des Kopfes mit dem Hypostom in natürlicher Lage. 4mal vergrössert. Ebendaher.

Fig. 4. Phillipsia Eichwaldi, Copie nach Woodward: British Carb. Trilob. Pl. 4. Fig. 15. Aus dem Kohlenkalk Englands.

Fig. 5. Phillipsia Eichwaldi. Hypostom aus dem Kohlenkalk von Lundin (Original in der Sammlung des Mus. of Pract. Geology in London.)

Fig. 6. Phillipsia sp. Hypostom aus dem belgischen Kohlenkalke. Copie nach de Koninck (Descript. des Anim. du Terr. Carbon. de Belgique. Pl. 52. Fig. 9.)

Fig. 7. Id. vergrössert.

40.

Über zwei neue Spongien aus der böhm. Kreideformation.

Vorgetragen von **Philipp Počta** am 27. November 1885.

(Mit einer Tafel.)

In der Zeit nach Veröffentlichung meiner „Beiträge zur Kenntniss der Spongien der böhm. Kreideformation" *) kamen in die Sammlungen des Museums des Königreiches Böhmen theils noch neue, theils bereits in anderen Ländern bekannte Spongienarten hinzu, über welche ich hier in Kürze zu berichten mir erlaube.

Von den letzteren ist es insbesondere ein typisches Exemplar der Plocoscyphia pertusa Gein., das in den Teplitzer-Schichten bei Settenz-Hundorf gefunden wurde. *Geinitz* **) gibt diese Art bekanntlich

*) Abhandlungen der k. böhm. Gesell. d. Wiss. VI. Folge 12 B. und VII. Folge 1. Band.

**) Das Elbethal in Sachsen 1871—78. I. Theil. pag. 26. Taf. 2. Fig, 5 a, b, Taf. 3. Fig. 1 a, b.

aus dem cenomanen Serpulasande des unteren Quaders von Bannewitz und Welschhufa bei Dresden an.

Weiters ist es ein bedeutendes Bruchstück eines Ventriculitenbechers von Sulewitz bei Lobositz (Teplitzer Schichten), welches eine grosse Ähnlichkeit mit der von *Hinde**) beschriebenen und aus dem Upper Chalk von Gravesend, Broadstairs und Kent stammenden Art Ventric. convolutus besitzt. Der schlechte Erhaltungszustand dieses unseren Exemplars lässt aber keine sichere Bestimmung zu.

Als neu wurden zwei Arten anerkannt, die, nachdem sie beide jurassischen Gattungen angehören, neue Belege sind für die Unhaltbarkeit der schroffen Gegenüberstellung der Juraversteinerungen gegen die der Kreide. Es war nämlich seit Jahren die Ansicht verbreitet, dass aus dem Jura, wenn nicht gar keine, so doch äusserst spärliche Gattungen von Petrefakten in die Kreide übergehen, so, dass der Jura in Betreff der Fauna gegen Oben als abgeschlossen angesehen wurde. Diese Hypothese hat sich aber nicht bewährt und die Anzahl der beiden Formationen gemeinsamen Gattungen wächst durch neue Funde immer mehr und mehr.

Es folge hier in Kürze die Beschreibung dieser 2 neuen Arten.

1. **Casearia cretacea** nov. spec.

Fig. 1 bis 4.

Der Schwammkörper ist cylindrisch, durch Einschnürungen in ringförmige, etwas bäuchig angeschwollene Absätze eingetheilt. An dem mir vorliegenden grössten Bruchstücke sehen wir (Fig. 1.) zwei dieser Abschnitte im Zusammenhange mit einander, welche 23 und 26 Mm. in der Höhe messen und somit grössere Dimensionen besitzen als alle bereits bekannten Arten dieser Gattung, die in der Zone der Oppelia tenuilobata (Weisser Jura δ) in Deutschland und der Schweiz ihr Hauptlager hat und in anderen Zonen des weissen Jura nur spärlich auftritt.

Die Magenhöhle unserer Art ist röhrenförmig, weit (etwa 9 bis 12 Mm.), setzt den ganzen Körper durch und kommt auch auf den beiden Bruchstellen des mir vorliegenden Exemplares zum Vorschein (Fig. 2.).

---

*) Catalogue of fossils Sponges in the geological Departement of british Museum 1883 pag. 110. Taf. XXV. Fig. 5, 5a.

Den grössten Unterschied dieses neuen Kreideschwammes von den jurasischen Vertretern der Gattung Casearia bietet jedoch die Verzweigung unserer Art. Am unteren Absatze entspringt nämlich seitlich ein runder Ast von etwa 10 Mm. im Durchmesser, an dessen Bruchfläche auch die etwa 7 Mm. weite Magenhöhle zum Vorschein kommt. Das Skelet besteht aus zwei, gut zu unterscheidenden Schichten.

Auf der Oberfläche ist es aus kurzen und dicken Sechsstrahlern gebildet, die ziemlich regelmässig aneinander gereiht erscheinen. (Fig. 4.)

Die nach Aussen gerichteten Arme sind in dieser Oberflächenschicht theils unentwickelt, theils zu kleinen Höckern verkümmert.

Die Wand des Schwammkörpers besteht aus dünnarmigen, grossen Sechsstrahlern (Fig. 3.), die etwas unregelmässig mit einander sich verbinden und Maschen von recht ungleicher Grösse bilden.

Stellenweise sind die Arme platt ausgebreitet und, meist in der Nähe der undurchbohrten Kreuzungsknoten mit kleinen, spärlichen Stacheln bedeckt.

Die Axenkanäle einzelner Skeletelemente sind sehr fein. Die Wasserkanäle ziehen die Wand senkrecht durch, sind ziemlich spärlich und an beiden Seiten vom Skelet überdeckt.

*Zittel**) gibt noch an, dass an den Einschnürungsstellen die äussere Deckschicht in die Wand eindringt und in Folge dessen convexe Böden bildet, wodurch die einzelnen Segmente von einander geschieden sind. Ich konnte die mir vorliegenden Stücke in dieser Richtung nicht untersuchen, theils weil ich das mit einziger Einschnürung versehene Stück schonen musste, theils da an beiden Exemplaren die Deckschicht an angeschliffener Stelle von dem inneren Skelet ohne Praeparirung mittelst Salzsäure nicht zu unterscheiden war.

Der Erhaltungszustand dieser Art ist im Ganzen ein günstiger. Das Skelet ist wohl erhalten, seine einzelnen Theile meist etwas bräunlich gefärbt und von zahlreichen kleinen Kieselkörnern erfüllt.

V e r w a n d t s c h a f t. Im Ganzen stimmt diese neue Art mit der von *Zittel* gegebenen Diagnosis überein. Die Verzweigung unserer Art, so wie die in keinem so bedeutenden Masse wie bei den jurasischen Spongien unregelmässige Anordnung des Skeletes dürften wohl nur unwesentliche Verschiedenheiten bieten, auf Grund deren die Aufstellung einer neuen Art nicht gerechtfertigt erscheinen würde.

---

*) Studien über fossile Spongien Theil I. Abhandl. d. k. bayer. Akad. d. Wiss. II Kl. XIII. Band pag. 54.

*Quenstedt**) führt sehr viele dieser Formen an, von denen die in vier Äste getheilte Art ein Analogon unserer verzweigten Gestalt darstellt.

Das Skelet ist bei den jurasischen Spongien ziemlich gut in Schichten differenzirt, deren *Quenstedt* sogar 3 angibt.

Fundort. Zwei kleine Bruchstücke, von denen das grössere abgebildet ist, stammen aus den untersten, marinen Cenomanschichten, welche bei der Stadt Kolin a. E. über dem Gneiss in schwachen Lagen zu Tage treten.

2. **Verrucocoelia uvaeformis** nov. spec.

Fig. 5. und 6.

Der Schwammkörper ist ästig, traubenartig, etwa 43 Mm. hoch und 27 breit mit knospenartig um den gemeinsamen Stamm gestellten (14) Individuen.

Die gemeinschaftliche Centralaxe ist ziemlich dick, schwach gebogen und unten in eine unregelmässige, auf der Oberfläche gefurchte und höckerige Spitze auslaufend, welcher Umstand darauf schliessen lässt, dass dieses Exemplar in einer konisch sich zuspitzenden Vertiefung angesessen war. (Fig. 6.)

Einzelne Individuen sind warzig, 5—8 Mm. hoch und 6—8 Mm. unten breit, oben sich zurundend und auf dem Scheitel mit einer kleinen Öffnung versehen, durch welche die bedeutend weitere Magenhöhle mündet, wie man sich darüber auf den abgebrochenen Stellen überzeugen kann.

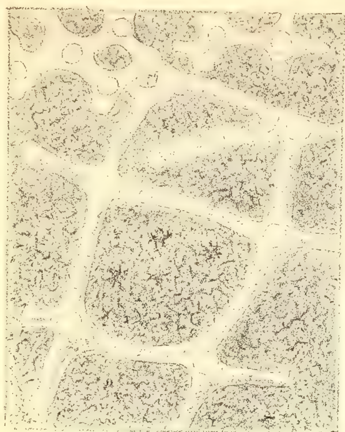
Die Grösse der Individuen vermindert sich der Spitze des Schwammkörpers zu, welcher oben mit einem terminalen Kelche endigt.

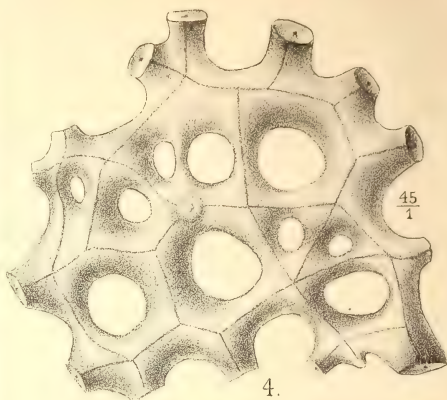
Das Skelet ist nur im Dünnschliffe sichtbar und besteht aus zwei, von einander gut unterscheidbaren Schichten. Auf der Oberfläche befindet sich eine dünne, von sehr kurzarmigen, dicken Skeletelementen gebildete Lage, zu welcher sich das innere, aus langen und sehr dünnarmigen Sechsstrahlern gebaute, nicht sehr unregelmässige Gittergewebe gesellt.

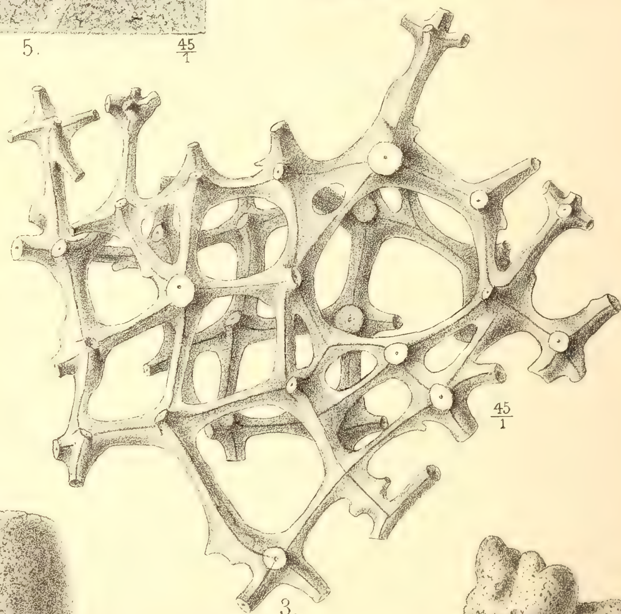
Der Erhaltungszustand des einzigen, mir vorliegenden Exemplares ist kein günstiger. Die Kieselsäure des Skeletes ist in Folge

---

**) Petrefaktenkunde Deutschlands V. Korallen (Schwämme) 1878. pag. 106 et seq. Taf. 120. Fig. 8—24.













Autor ad nat. delin. *Imprim. Farský Prague*

des Fossilisationsproceses gänzlich verschwunden und die noch hie und da vorhandenen Skeletbruchstücke in Kalkspath umgewandelt.

In Folge dessen zeigt der nach Ätzung mittelst Salzsäure hinterbliebene Rückstand nur einen durch thonige Bestandtheile des Kalkspathes hervorgebrachten Schmutz und grosse Anzahl winziger Kieselkörner. Im Dünnschliffe ist aber das Skelet stellenweise gut zu sehen und die einzelnen Bruchstücke der in der dünkleren Gesteinmasse eingebetteten Skeletelemente scheinen hell durch (Fig. 5.)

Nebstdem ist der Körper von unzähligen Kieselkörnern durchdrungen, die auch beim Schleifen Schwierigkeiten verursachen.

Verwandtschaft. Aus der Kreideformation wurden bisher 3 Arten dieser Gattung beschrieben; zunächst ist es die cenomane Polycoelia laevigata *Römer* *), welche von *Zittel* **) hieher gestellt wurde; dann Brachiolites tubulatus *Smith* ***) aus dem Upper Chalk und Verr. vectensis *Hinde* †) aus dem Chalk Marl. Von beiden diesen Formen unterscheidet sich unsere Art schon durch ihre äussere Form und Dimensionen.

Hinde bewies an den englischen Exemplaren, dass diese Gattung auch eine durch ein dickeres und festeres Skelet gebildete Deckschicht besitzt, welche Meinung auch durch die Beschaffenheit unserer neuen Art bestätigt wird.

Er fand nicht nur an Verr. tubulata Sm. deutliche Spuren dieser Deckschicht, sondern auch bei Verr. vectensis zwei gut unterscheidbare Skeletformen, die im Ganzen mit jener, oben beschriebenen Struktur unseres Exemplares übereinstimmen.

Fundort. Diese Art stammt aus den grauen Letten, welche auf einem Felde bei Bezno zu Tage treten und dem Trigoniahorizonte der Iserschichten gleichgestellt werden.

Erklärungen der Abbildungen.

Fig. 1. *Casearia cretacea* Poč. in nat. Grösse.

„ 2. Dasselbe. Horizontaler Durchschnitt um die Dimensionen der Magenhöhle zu zeigen.

---

*) Spongitarien des norddeutschen Kreidegebirges. In Palaeontographica XIII. Band 1864 pag. 31 Taf. XI. Fig. 8.

**) Studien über fossile Spongien I. Abth. pag. 47.

***) On the Ventriculitidae. In Annals and Magazin of Nat. History vol. XX. 1848. Theil I. pag. 366. Taf. V. Fig. 7.

†) Catalogue of fossils Sponges 1883. pag. 98. Taf. XXIV. Fig. 3, 3a.

„ 3. Dasselbe. Das innere Skelet in 45facher Vergrösserung.
„ 4. Dasselbe. Die äussere Deckschicht 45mal vergrössert.
„ 5. *Verrucocoelia uvaeformis* Poč. Dünnschliff in 45facher Vergrösserung.
„ 6. Dasselbe. In natürlicher Grösse.

41.

Neue fossile Arthropoden aus dem Noeggerathienschiefer von Rakonitz.

Von **J. Kušta**, vorgelegt am 27. November 1885.

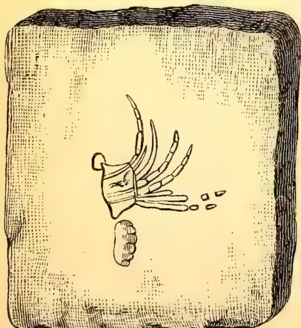
Est ist mir gelungen, die Reihe der fossilen Reste von luftathmenden Arthropoden der Steinkohlenformation von Rakonitz durch neue Funde, die ich abermals in dem sog. Schleifsteinschiefer der unteren Radnitzer Schichten, in dem Bergbaue „Moravia“ bei Rakonitz und zwar in dem ehemaligen Abraume „na Kavanu“ heuer gemacht habe, mit einigen ueuen Arten zu vermehren.

Den Schleifsteinschiefer selbst will ich passender „Noeggerathienschiefer“ nennen, da derselbe zahlreiche Abdrücke von mehreren Noeggerathien- und Rhacopterisarten führt und ausserdem ein ähnlicher Schleifsteinschiefer (mit anderen vegetabilischen Einschlüssen) auch in einem höheren geologischen Niveau, im Liegenden des Lubná-Nýřaner Kohlenflötzes, noch einmal auftritt.

Eolycosa Lorenzi n. g. et n. sp.

Fig. 1. Zweimal vergrössert.

Dieses bloss eine Seitenansicht bietende Fossil gehört einer kleinen, neuen Gliederspinne an. Der Cephalothorax derselben ist länglich, fast rechteckig, das Abdomen elliptisch und kleiner als der Cephalothorax.



Die Länge des ganzen Rumpfes beträgt 7 mm., die grösste Breite (des Kopfbruststückes) 2·5 mm. Das Abdomen ist bloss 3 mm. lang und 1·5 mm. breit.

Das Kopfbruststück zeigt deutliche Querfurchen. Von demselben erscheint de Bauch, wie bei den lebenden echten Araneen, stark abgeschnürt.

Das Abdomen ist 6gliedrig, die Gliederung bloss auf der Bauchseite bemerkbar.

Acht, mehr oder minder deutlich erhaltene, von der einen Seite (Bauchseite) ausgehende Füsse sind verhältnissmässig lang und schwach. Einzelne derselben zeigen bis 6 deutliche Glieder. Die Länge der einzelnen Füsse beträgt bis 6 mm.

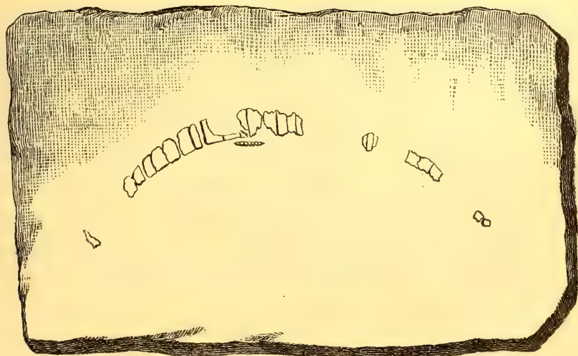
Das vorliegende Fossil besitzt ähnliche Umrisse wie Arthrolycosa antiqua Harger, Amer. Journ. Sc. a. Arts 1879, VII. p. 219 bis 223 und eine entferntere Ähnlichkeit mit Rakovnicia antiqua Kšt., Sitzb. böhm. Ges. Wiss. 1884 p. 400—401, unterscheidet sich jedoch auf den ersten Anblick durch andere Grössenverhältnisse der einzelnen Körpertheile generell von beiden. Übrigens besteht das Abdomen von Arthrolycosa aus 7 Segmenten und die Rakovnicia, welche überdies ein viel längeres Abdomen als Cephalothorax besitzt, scheint mehr als 6 Glieder gehabt zu haben.

Ich bezeichne diese neue Arachnide zu Ehren des Herrn Ernst Lorenz, Director des Steinkohlenbergbaues Hostokrej-Lubná-Moravia mit dem Namen Eolycosa Lorenzi.

Eojulus fragilis n. g. et n. sp.

Fig. 2. Zweimal vergrössert.

Dieser fragmentarisch erhaltene Myriopodenrest besitzt sammt den mehreren Unterbrechungen eine Länge von 33 mm. und die grösste Breite 2 mm. Es sind etwa 23 Segmente erhalten. Einzelne Glieder sind ca. 1 mm. lang.



Das Exemplar ist bogenförmig gekrümmt und die Oberfläche desselben braun gefärbt. Unter der Bauchseite bemerkt man an einer Stelle einen kleinen, etwa 7-gliedrigen Fuss.

Von den bisher bekannten palaeozoischen Myriopoden gibt es nur wenige, welche auf dem Continente gefunden wurden. Es sind dies die drei von Frič aufgestellten Arten aus den Nýřaner und den Kounower Schichten Böhmens, eine von Geinitz aus dem sächsischen Rothliegenden und eine von Goldenberg aus dem Steinkohlenbecken von Saarbrücken beschriebene Art.

Einige eigenthümliche, zum Theile früher sogar zu den Crustaceen zugezählte Arten lieferte England, die Mehrzahl von grossen und interessanten Myriopoden aber wurde in Nord-America entdeckt.

Nach Scudder, Mem. Boston Soc. nat. Hist. III. V. 1885, p. 143—182, Pl. 10—13 und Psyche, Geolog. Hist. Myriopod. a. Arachn. 1885 p. 245—248 gehören mit einer Ausnahme alle die 34 (38?) bekannten palaeozoischen Myriopoden zu der Unterordnung Archipolypoda — „a subordinal type of the spined Myriopoda."

Der Körper der Archipolypoden ist mit sechs, aus verzweigten Stacheln bestehenden Reihen versehen. Zu dieser Gruppe dürften nach Scudder auch die oben erwähnten fossilen Julus-Arten Central-Europa's zu reihen sein.

Die der Archipolypoden-Gruppe charakteristischen Stacheln resp. Narben liessen sich an dem Rakonitzer Exemplare — welches die erste aus dem böhmischen echten Carbon bekannte Myriopode repraesentiert — nicht nachweisen.

Ein Insectenflügel.

Dieses ebenfalls in Moravia aufgefundene, braungefärbte Flügelfragment einer niederen Insectenart (alle fossilen Arachniden von Rakonitz sind mit Ausnahme der Scorpione schwarz oder schwarzbraun) hat eine unvollkommene Erhaltung, da sich das fein membranöse Fossil bis auf kleine Partien in einigen Minuten von dem Schiefergesteine abgelöst hat, bevor ich dasselbe mit Gummilösung fixieren konnte.

Das Exemplar ist 17 mm. lang und bis 10 mm. breit. Eine nähere Vergleichung desselben mit ähnlichen Objecten ist schwer durchführbar. Dasselbe gehört wohl zu der Insectengruppe Neuropteroid Palaeodictyoptera Scudder, Mem. Boston Soc. nat. Hist. 1885 p. 319—351, Pl. 29—32.

Andere Arthropodenreste.

Von Thelyphonus bohemicus habe ich bereits das 4. Exemplar, welches sich durch ein verhältnissmässig starkes Abdomen

auszeichnet, in schöner Erhaltung gefunden. Alle die vier Exemplare weichen in der Grösse von einander ab.

Von Anthracomartus minor kam mir das 2. Exemplar vor, wenigstens steht dasselbe dieser Art sehr nahe. Das neugefundene Individuum zeigt bloss einen Theil von Cephalothorax, wenige Fussfragmente und ein wohlerhaltenes 7-gliedriges, trilobitisches, kreisrundes Abdomen.

Übersicht der fossilen Arthropoden der Steinkohlenformation von Rakonitz.

Nro.	Arten	Zahl der Exempl.
	I. Insecta.	
1	Anthracoblatina Lubnensis Kušta, Sitzungsberichte der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften, 1882 p. 430—437, Taf. I., 1. Aus dem Brandschiefer von Lubná. Im böhm. Museum in Prag aufbewahrt	1
2	Etoblattina bituminosa Kušta, Sitzungsberichte böhm. Ges. Wiss. 1883 p. 211—215. Textfig. Mit dem Brandschiefer von Lubná. In meiner Sammlung	1
3	Blattina ligniperda Kušta dto., dto., dto. Ein kleines Flügelfragment	1
4	Blattina sp. dto., dto., dto., dto.	1
5	Ein Flügel aus der Gruppe Neuropteroid Palaeodictyoptera, diese Verh. Aus dem Noeggerathienschiefer der „Moravia“. Böhm. Museum	1
	II. Myriopoda.	
6	Eojulus fragilis Kušta, diese Verh. Aus dem Noeggerathienschiefer der „Moravia“. Böhm. Mus.	1
	III. Arachnida.	
7	Cyclophthalmus senior Corda, Verh. Gesellsch. vaterl. Mus. Böhm. 1835, 1839. Frič, Archiv Landesdurchforschg. Böhm. II. 1874. Schleifsteinschiefer	

Nro.	Arten	Zahl der Exempl.
	von Chomle und Kralup. Aus dem Noeggerathienschiefer der „Moravia", Kušta, Sitzungsb. böhm. Ges. Wiss. 1884, p. 48—50, 1884, p. 401, Taf. I. 3 in zwei Exemplaren, von denen das grosse im k. k. Hofmuseum in Wien und das junge im böhm. Mus. sich befindet	2
8	Thelyphonus bohemicus Kušta, Sitzgsb. böhm. Ges. Wiss. 1884 p. 186—191, Taf. I. 1884, p. 401 bis 402. Aus dem Noeggerathienschiefer der „Moravia". Im böhm. Museum	4
9	Anthracomartus Krejčii Kušta, Sitzgsb. böhm. Ges. Wiss. 1883, p. 340—345. Taf. I. Scudder, Proceedings Amer. Acad. Arts a. Sc. 1884, p. 17. Aus dem Noeggerathienschiefer „Moravia". Böhm. Museum	1
10	Anthracomartus affinis Kušta, Sitzgsb. böhm. Ges. Wiss. 1884 p. 399—400. Taf. I., 2, dto., dto.	1
11	Anthracomartus minor Kušta, dto., p. 398 bis 399, Taf. I., 1 und 2. Verh., dto., dto.	2
12	Eophrynus n. sp. Kušta, Sitzgsb. 1882, p. 258 bis 261. Aus dem saudigen Noeggerathienschiefer von Petrovic. Böhm. Mus.	1
13	Eine kleine neue Gliederspinne, Kušta, Sitzgsb. b. Ges. Wiss. 1884 p. 403. Noeggerathienschiefer der „Moravia". Im böhm. Mus.	1
14	Eine mit Architarbus (?) verwandte Art, Kušta, Sitzgsb. b. Ges. Wiss. 1884, 403, dto., dto. . . .	1
15	Rakovnicia antiqua Kušta, Sitzgsb. böhm. Ges. W. 1884, p. 400. Taf. I., 3., dto., dto.	1
16	Eolycosa Lorenzi Kušta, diese Verh., dto., dto.	1
	IV. Crustacea.	
17	Eine kleine bisher unbestimmte Crustacee aus dem Brandschiefer von Lubná. Erwähnt in meinem Aufsatze in Zprávy spolku geologického v Praze 1885	1

Die fossilen Arthropoden der Steinkohlenformation von Rakonitz, nämlich die der Radnitzer und der Lubná-Nýřaner Schichten gehören mit einer Ausnahme ausschliesslich den Luftathmern: den Insecten, Myriopoden und namentlich den Arachniden an und stammen grösstentheils aus dem Noeggerathienschiefer der unteren Radnitzer Schichten und zwar aus dem Steinkohlenbergbaue „Moravia" bei Rakonitz 11 Arten in 16 Exemplaren und 1 Art aus derselben Schichte von dem Fundorte Petrovic. „Moravia", speciell der Punkt „na Kavanu" erscheint bis jetzt als der reichste europaeische Fundort von fossilen interessanten Arachniden.

Es sei noch erwähnt, dass der Cyclophthalmus senior neulich von Thorell und Lindström, Kongl. Svenska Vetenskaps-Akad. Handlingar 1885 B. 21, Nr. 9, p. 17 u. 24 in Cyclophthalmus senior Corda, C. Sternbergii (Corda) und C. Kralupensis n. aufgelöst wurde. Demnach scheinen auch die beiden bei Rakonitz aufgefundenen Exemplare von Cyclophthalmus neue Arten zu repräsentieren.

Die höhere Carbonétage bei Rakonitz: die Lubná-Nýřaner Schichten haben 5 Anthropodenarten, darunter 4 Luftathmer, geliefert.

Anmerkung. Endlich sind auch aus den Kounower Schichten der Permformation von Rakonitz — dieser Name ist für die mittelböhmischen geologischen Verhältnisse geeigneter als das „Rothliegende", weil die rothen Schichten bereits mit dem Lubnaer Kohlenflötze anfangen — zwei Arthropoden und zwar die Myriopodenart Julus pictus Frič aus der Kounower „Schwarte" und die an allen Fundorten der „Schwarte" nicht selten vorkommende Crustacee Estheria cyanea Frič schon früher bekannt geworden.

42.

Bestimmung der Anzahl merkwürdiger Gruppen einer allgemeinen Involution n-ter Ordnung k-ter Stufe.

Vorgetragen von **Mathias Lerch** am 27. November 1885.

Im Folgenden will ich einen Satz entwickeln, dessen einige specielle Fälle vom Herrn *Emil Weyr* schon im Jahre 1879*) ange-

*) Über Involutionen n-ten Grades und k-ter Stufe. Sitzungsber. der kais. Akad. der Wiss. in Wien, 17. April 1879. Beiträge zur Curvenlehre, Wien, 1880. (pag. 35.).

geben worden sind. Das eigentliche Resultat habe ich schon im Jahre 1882 gefunden, als ich mich damals mit dieser Weyr'schen Arbeit beschäftigte, jedoch hat mich der Mangel an Strenge der Entwickelung von der Publikation desselben abgehalten. Da ich nicht die Theorie der höheren Involutionen, sondern nur einen Satz derselben zu entwickeln beabsichtige, darf ich wenigstens die erste Hälfte der citirten Weyr'schen Abhandlung als bekannt voraussetzen.

Wir wollen uns auf die sogen. *allgemeinen* Involutionen n-ter Ordnung k-ter Stufe beschränken, d. h. wir wollen gewisse als *singulär* zu bezeichnende, jedoch nicht näher zu charakterisirende Fälle ausschliessen.

Eine allgemeine Involution n-ter Ordnung k-ter Stufe, die wir kurz mit I^k_n andeuten wollen, hat eine endliche Anzahl merkwürdiger Gruppen vom Typus $(r_1, r_2, \dots r_\varrho)$, welche je ein (r_1+1)-faches, (r_2+1)faches, etc. und endlich ein $(r_\varrho+1)$faches Element besitzen, wenn die Bedingungen $r_1+r_2+\dots+r_\varrho = k$, $k+\varrho \leqq n$ erfüllt sind. Diese Anzahl will ich mit $\varphi\,(r_1, r_2, \dots r_\varrho \,|\, n, k)$ bezeichnen, und ihre vollständige Bestimmung ist der Zweck dieser Zeilen.

Man darf offenbar die Zahlen $r_1, r_2, \dots r_\varrho$ in einer nicht abnehmenden Reihe geordnet voraussetzen, sodass $r_1 \geqq 1$, und dabei $r_1 \leqq r_2 \leqq r_3 \leqq \dots \leqq r_\varrho$ ist.

Die merkwürdigen Gruppen vom Typus $(r_1, r_2 \dots r_\varrho)$ werden auf folgende Weise erhalten: Man wählt ein veränderliches Element a_1 mit der Multiplicität r_1, und bestimmt die $\varphi\,(r_2, r_3, \dots r_\varrho \,|\, n-r_1, k-r_1)$ merkwürdigen Gruppen vom Typus $(r_2, r_3, \dots r_\varrho)$ der dem r_1-fachen Elemente a_1 adjungirten Involution $I^{k-r_1}_{n-r_1}$; jede der eben bestimmten Gruppen enthält ausser den mehrfachen insgesammt $r_2+r_3+\dots\dots+r_\varrho+(\varrho-1) = k+\varrho-r_1-1$ einfache Elemente vertretenden Elementen weitere $n-(k+\varrho-1)$ einfache Elemente, die mit ζ bezeichnet werden mögen, indem sie als einander conjugirt aufgefasst werden sollen. Diese Differenz ist nämlich auf Grund der Voraussetzung $n \leqq k+\varrho$ stets von Null verschieden und positiv. Bestimmt man nun das variable Element a_1 so, dass es mit einem der zugehörigen ζ-Elemente zusammenfällt, so bekommt man alle die gesuchten merkwürdigen Gruppen vom Typus $(r_1, r_2, \dots r_\varrho)$.

Um nun die Anzahl der Coincidenzen des a_1 mit einem ζ zu bestimmen, muss man wissen, wie viele ζ einem a_1 entsprechen und

umgekehrt, wie viele a_1 ein und dasselbe ξ hervorrufen. Die erste Anzahl, nämlich die der einem beliebigen a_1 entsprechenden ξ ist nach dem eben gesagten gleich

$$(n-k-\varrho+1)\,.\,\varphi(r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-r_1,\ k-r_1).$$

Die Anzahl der zu einem ξ zugehörigen a_1 bestimmt man auf folgende Weise: Es ist der Definition gemäss a_1 ein r_1-faches Element einer merkwürdigen Gruppe der dem Elemente ξ adjungirten Involution I^{k-1}_{n-1}, u. zw. vom Typus $(r_1-1,\ r_2, \ldots r_\varrho)$, und da jede derselben der Bedingung $r_1 \leqq r_2 \leqq r_3 \ldots \leqq r_\varrho$ zufolge nur ein einziges r_1-faches Element besitzt, so entsprechen jedem ξ immer $\varphi(r_1-1,\ r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$ Elemente a_1, wenn man $r_1 > 1$ voraussetzt. Ist aber $r_1 = 1$, so ist a_1 ein einfaches Element einer merkwürdigen Gruppe vom Typus $(r_2, \ldots r_\varrho)$ der dem Elemente ξ zugehörigen adjungirten Involution I^{k-1}_{n-1}; da jede dieser $\varphi(r_2, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$ Gruppen ausser ξ weiter $n-1-(k-1+\varrho-1) = n-(k+\varrho-1)$ einfache Elemente besitzt, von denen jedes für a_1 genommen werden kann, so gibt es in diesem Falle $(r_1 = 1)$ im Ganzen

$$(n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$$

Elemente a_1, die demselben ξ entsprechen.

Nach dem *Chasle*'schen Correspondenzprincip gibt es nun im Falle $r_1 > 1$

$$(n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2,\ r_3 \ldots r_\varrho \,|\, n-r_1,\ k-r_1) + \\ + \varphi(r_1-1,\ r_2, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$$

und im Falle $r_1 = 1$

$$(n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-r_1,\ k-r_1) + \\ + (n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1) = \\ = 2(n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$$

Coincidenzen eines ξ mit einem a_1, und man hat also

$$\alpha)\ \ \varphi(1, r_2, \ldots r_\varrho \,|\, n, k) = 2(n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2, r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1, k-1)$$

und für $r_1 > 1$

$$\beta)\ \ \varphi(r_1, r_2, \ldots r_\varrho \,|\, n, k) = (n-k-\varrho+1)\,\varphi(r_2, r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-r_1, k-r_1) \\ + \varphi(r_1-1,\ r_2,\ r_3, \ldots r_\varrho \,|\, n-1,\ k-1)$$

Durch wiederholte Anwendung der Reductionsformel $\beta)$ bekommt man

$$\varphi(r_1, r_2, \dots r_\varrho \mid n, k) = \varphi(1, r_2, \dots, r_\varrho \mid n - r_1 + 1, k - r_1 + 1)$$
$$+ (r_1 - 1)(n - k - \varphi + 1)\, \varphi(r_2, \dots r_\varrho \mid n - r_1, k - r_1)$$

und daraus mit Hülfe von α) schliesslich die Reduktionsformel

$$(1) \qquad \varphi(r_1, r_2, \dots, r_\varrho \mid n, k) = (r_1 + 1)(n - k - \varrho + 1)$$
$$\varphi(r_2, \dots r_\varrho \mid n - r_1, k - r_1)$$

Durch wiederholte Anwendung der Formel (1) und durch Benutzung des bekannten Resultates der Herren *C. Le Paige* und *Emil Weyr*, welches in der Formel $\varphi(\mu \mid \nu, \mu) = (\mu + 1)(\nu - \mu)$ besteht, bekommt man das gesuchte Resultat

$$(2) \qquad \varphi(r_1, r_2, \dots r_\varrho \mid n, k) = \varrho! \binom{n-k}{\varrho} \prod_{i=1}^{\varrho} (1 + r_i),$$

in Worten:

„*Jede allgemeine* I_n^k *besitzt*

$$\varrho! \binom{n-k}{\varrho} (1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_\varrho)$$

merkwürdige Gruppen vom Typus$(r_1, r_2, \dots r_\varrho)$“.

Die Bedingung $n \geqq k + \varrho$ wäre überflüssig zu erwähnen, da für den Fall $n < k + \varrho$ diese Anzahl von selbst verschwindet, und also auch hier die Übereinstimmung stattfindet.

Der vom Herrn Emil Weyr gefundene specielle Fall entsteht aus dem unseren allgemeinen durch die Annahme $\varrho = k$, also $r_1 = r_2 = \dots = r_k = 1$, und lautet: „Die allgemeine I_n^k besitzt $2^k \binom{n-k}{k} k!$ Gruppen mit je k „Doppelementen“.

43.

O rozkladu stejnorodého pohybu.

Přednášel prof. dr. **A. Seydler** dne 11. prosince 1885.

§. 1. Pohyb rovinný o sobě.

Ve své přednášce ze dne 13. března t. r. poukázal jsem předně k tomu, kterak nejvšeobecnější pohyb lze považovati co postup nekonečně mnoha nekonečně malých stejnorodých pohybů (deformací),

z čehož důležitost podrobného studia týchž pohybů*) jest patrna; dále ukázal jsem, kterak lze deformace takové rozložiti v řadu jednoduchých pohybů, ať tak díme prvků kinetických, jejichž studium se nám tudíž co první úloha objevila. V druhé přednášce, odbývané dne 13. listopadu t. r., podal jsem přehled nejdůležitějších aequivalencí různých druhů pohybu, kteréžto věty jednak poskytují hlubší názor v povahu rozmanitých kinetických tvarů, jednak připravují půdu pro rozbor všeobecné (stejnorodé) deformace.

Rozbor dosavádní poučil nás o existenci několika základních tvarů pohybu, za jakéž jsme z podstatných důvodů volili translaci, rotaci, elongaci a expansi, dilaci jednoduchou a dilaci symmetrickou. Vyhledavše dále aequivalence různých kombinací těchto pohybů, nalezli jsme některé složitější, vždy však ještě dosti jednoduché tvary pohybů. S nepatrnými výminkami, z nichž nejdůležitější se nám vyskytuje co pohyb šroubový již ve studiu pohybu útvarů neproměnných, náležely tyto nové tvary k velké skupině pohybů rovinných neb cylindrických, při kterých jsou pohyby všech bodů na jistých přímkách položených, stejné, a k těmto přímkám kolmé, tak že stačí vyšetřiti pohyb v kterékoli rovině ku směru týchž přímek kolmé. K téže skupině přináleží však, jak na první pohled patrno, samy uvedené základní tvary pohybu, s vyloučením expanse.

Nebude tudíž zbytečno, vyšetřiti podrobněji nejobecnější pohyb rovinný, čímž se rozboru dřívějšímu (II. = přednáška: O aequivalencích základních druhů pohybu) v mnohých směrech dostane doplnění.

Východištěm mohou nám býti známé rovnice:

$$(1) \qquad \begin{aligned} \Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y, \\ \Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y, \end{aligned}$$

kdež značí Δx, Δy přírůstky souřadnic x, y ke konci vykonaného pohybu, tedy při nekonečně malých hodnotách koefficientů a_{mn} složky dráhy opsané bodem (x, y). Počet koefficientů ukazuje, že má nejobecnější pohyb rovinný o sobě šest stupňů volnosti; v rámci pohybu trojrozměrného (tedy v případě, kdy vhodnější jest proň název pohybu cylindrického) má ovšem osm stupňů volnosti, poněvadž tu

*) Co zde nazývám stejnorodým pohybem, slove obyčejně stejnorodou deformací, aniž se budu posledního výrazu úzkostlivě střežit; užívám však raději slova prvního, obmezuje výraz „deformace" na takový pohyb, při kterém se tvar předmětu mění.

přistupuje dvěma stupni ještě směr rovin, podél nichž se pohyb děje.*)

Tak jak jsou, obsahují rovnice (1) dvě translace a_{10}, a_{20}, dvě elongace a_{11}, a_{22} a dvě jednoduché dilace a_{12}, a_{21} z kterýchž pohybů se tudíž podobně jako všeobecný pohyb prostorový, i všeobecný pohyb rovinný skládá. Položme však:

$$(2)\quad \begin{array}{lll} a_{22}+a_{11}=2u, & a_{22}-a_{11}=2s\sin 2\varphi, & a_{10}=t\cos\tau \\ a_{21}-a_{12}=2r, & a_{21}+a_{12}=2s\cos 2\varphi, & a_{20}=t\sin\tau, \end{array}$$

načež můžeme psáti (1) ve tvaru:

$$(3)\quad \begin{array}{l} \triangle x=t\cos\tau+ux-ry+s(-x\sin 2\varphi+y\cos 2\varphi), \\ \triangle y=t\sin\tau+uy+rx+s(x\cos 2\varphi+y\sin 2\varphi). \end{array}$$

Máme před sebou tudíž:**)

(a) translaci t, která mění místo útvaru co celku v prostoru,
(b) rotaci r, která mění směr útvaru co celku v prostoru,
(c) expansi u, která mění rozměry předmětu,
(d) dilaci souměrnou s, která mění tvar předmětu (v. II., úvod).

Základní roviny, neb lépe (v tomto případě) základní přímky této dilace jsou:

---

*) Na první pohled mohlo by se zdáti, že má rovinný pohyb 9 stupňů volnosti, že totiž přistupuje jeden stupeň vztahující se k orientaci roviny kolem normaly její. Tento stupeň vchází však již v oněch 6 stupňů, jež pohyb v rovině samé má. Okolnost ta stane se ještě jasnější, když později (v násl. §.) shledáme, že 12 koefficientů všeobecného pohybu vyhovuje 4 podmínkám, je-li týž pohyb rovinným.

**) V následujícím schematu vyskytuje se expanse na místo elongace. V dřívějších svých úvahách (zejmena v I. §.) kladl jsem větší váhu na elongaci nežli na expansi jakožto základní tvar pohybu, ačkoli jsem obě připouštěl. Podrobnější studium vedlo mne však k výsledku opačnému (jak již v úvodu ku II. naznačeno): zdá se mi, že sice vzhledem k původnímu analytickému výrazu všeobecného pohybu elongace a jednoduchá dilace na prvém místě se vyskytují co jednoduché složky téhož pohybu, že však při hlubším rozboru — jak právě rovnice (3) ukazují — jejich místo zaujmou rotace, expanse a souměrná dilace a to hlavně z té příčiny, že žádný z těchto pohybů nelze odvoditi z obou ostatních, a že při tom každý representuje zcela zvláštní charakteristickou změnu pohybujícího se tvaru. Poslední znak zejmena se nevyskytuje u vytčených dvou prvních pohybů, které tudíž mají při vší své jednoduchosti ráz pohybů smíšených. Translační pohyb stojí v jistém smyslu oproti všem ostatním, může z každého z nich odvozen býti, aniž naopak k vytvoření jich něčím přispěti může, zasluhuje však pro svou zvláštní jednoduchost název základního tvaru pohybu.

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = 0, \quad - x \sin\varphi + y \cos \varphi = 0.$$

Jak úhel φ tak koefficient s plyne bezprostředně z rovnic (2).

Z rovnic těchto zároveň poznáváme:

1. Podmínka:

$$a_{21} - a_{12} = 0, \tag{4}$$

značí pohyb rovinný bez rotace, jejž můžeme zváti nerotačním (irrotatoire, rotationslos). Jest to týž pohyb, který jsme nazvali (v II. §. 5) pohybem symmetrickým, a který se nám tam vyskytnul co výslednice dvou elongací.

2. Podmínka:

$$a_{22} + a_{11} = 0 \tag{5}$$

značí pohyb rovinný bez expanse čili inexpansivní (inexpansive, expansionslos). Vyskytnul se nám již ve II. §. 4, 6 B, 7 A, D.

3. Dvě podmínky:

$$a_{21} + a_{12} = 0, \; a_{22} - a_{11} = 0 \tag{6}$$

značí pohyb rovinný beze změny tvarů, tedy volíme-li slovo deformace v užším smyslu jakožto změnu tvaru bez jakýchkoli jiných změn, pohyb nedeformační (indeformant, deformationslos). Setkali jsme se s pohybem tím v II. §. 7 B.

Rozumí se, že uvedené podmínky na poloze os souřadnic jsou nezávislé. Zavedeme-li známým způsobem místo soustavy souřadnic (x, y) soustavu taktéž pravoúhlou (ξ, η), nalezneme pro nové složky $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ pohybu z (3) rovnice:

$$\begin{aligned} \Delta\xi &= t \cos \tau' + u\xi - r\eta + s(- \xi \sin 2\varphi' + \eta \cos 2\varphi') \\ \Delta\eta &= t \sin \tau' + u\eta + r\xi + s(\xi \cos 2\varphi' + \eta \sin 2\varphi'), \end{aligned} \tag{7}$$

kdež jest $\varphi' - \varphi$ úhel, o který jest nová soustava souřadnic proti původní otočena; změna translace závisí na volbě nové polohy začátku souřadnic.

Z toho následuje, že nelze podmínky ty při daném pohybu dle libosti zavést neb odstranit; tudíž nemůžeme také žádný z uvedených pohybů (rotace, expanse, dilace) docíliti nějakou kombinací ostatních, neboť expanse i dilace na př. vyhovují podmínce nerotačního pohybu a nemohou tudíž ani spojením svým ku rotaci vésti. Jinak u elongace a dilace jednoduché: první v sobě tají expansi (ovšem rovinnou) a dilaci symmetrickou, druhá rotaci a dilaci symmetrickou (v II. §. 6 B a 4 A), o stejných ovšem koefficientech.

Nerotační pohyb přechází tudíž ve zvláštním případu v elongaci a může vždy dvěma elongacema vyjádřen býti; inexpansivní pohyb přechází v dilaci jednoduchou, a může býti vždy dvěma takovýma dilacema nahražen. Podobné zjednodušení nevyskytuje se pro pohyb nedeformační; můžeme jej však, se zřetelem k jeho složkám, rotaci a expansi, považovati za jakýs pohyb spiralový (závitkovitý) prostorovému pohybu šroubovému namnoze podobný.

V rovině mají: pohyb translační 2, pohyb rotační a expansivní 3, elongace a dilace jednoduchá též 3, pohyb dilační souměrný 4 stupně volnosti.

Dva stejnojmenné pohyby v rovině skládají se opět v pohyb stejnojmenný; skladbou tou nelze tudíž získati nový stupeň volnosti.

Rotace a expanse skládají se v pohyb nedeformační, dvěma podmínkám podrobený, mající tudíž 4 stupně volnosti; rotace a dilace v pohyb inexpansivní, expanse a dilace v pohyb nerotační, jež mají každý 5 stupňů volnosti. Z uvedených čtyr pohybů nelze tudíž (jak ostatně i z dřívějšího rozboru patrno) vybrati dva takové, jichž soubor by byl aequivalentní danému nejvšeobecnějšímu pohybu rovinnému.

Jinak jest, volíme-li zbývající oba základní pohyby: elongaci a jednoduchou dilaci, anyť mají obě též 3 stupně volnosti. Ve II. §. 6 A. byl případ týž podrobně vyšetřen a nalezena věta:

I. Všeobecný pohyb rovinný jest aequivalentní souboru určité elongace a určité jednoduché dilace pouze na dvojí způsob, při čemž se oba koefficienty nemění, tak že se jen polohy základních rovin při obou způsobech různí.

Úvahu tehdejší musíme však ještě doplniti vzhledem k otázce, zda-li nalezené dvě složky všeobecného pohybu rovinného jsou vždy realné. Nalezneme, že tomu vždy tak není; rovnice určují $tg\varphi$ a $tg\psi$ (II. 67), mohou totiž míti kořeny pomyslné. Shledáme, že jsou kořeny obou rovnic realné, stejné neb pomyslné, podle toho, je-li:

$$(a_{11}+a_{22})^2(a_{12}-a_{21})^2 \gtreqless 4(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})^2.$$

Poslední případ nastává zejmena vždy, kdykoli jest:

$$\text{buď } a_{11}+a_{22}=0, \text{ buď } a_{12}-a_{21}=0,$$

t. j. kdykoli jest předložený pohyb inexpansivní neb nerotační.

Naopak nastává první (event. druhý) případ vždy, kdykoli jest:

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0;$$

význam této podmínky bude později objasněn.

Ačkoli tedy vede theorie ku rozkladu všeobecného rovinného pohybu v elongaci a jednoduchou dilaci, jest realný rozklad toho druhu možný jen v některých případech; i jest se nám ohlížeti po rozkladu jiném. Avšak:

a) soubor elongace a rotace dává pohyb obmezený podmínkou (v. II. §. 3. A):

$$(8) \qquad 4a_{11}a_{22} = (a_{12} + a_{21})^2;$$

b) soubor dilace jednoduché a expanse jest podobně (v. II. §. 6. C) pohybem rovinným poutaným podmínkou:

$$(9) \qquad 4a_{12}a_{21} = (a_{11} - a_{22})^2.$$

U ostatních kombinací bije nemožnost docílení všeobecného pohybu rovinného do očí.

Nezbývá tudíž než voliti tři složky všeobecného rovinného pohybu. Obmezíme se zde však na skupinu pohybů: translace, rotace, expanse, symmetrická dilace — tím spíše, jelikož ostatní dva druhy pohybu, elongace a jednoduchá dilace, ve smyslu již naznačeném v sobě tají: jedna expansi a symmetrickou dilaci, druhá rotaci a symmetrickou dilaci. A poněvadž pohyb, chybí-li buď rotace neb expanse neb symmetrická dilace, není všeobecným, vidíme, že jsme nuceni, voliti tyto tři pohyby za složky pohybu všeobecného, vyloučiti tedy translaci, ač-li nechceme míti složky téhož pohybu čtyry.

Ve volbě oněch tří pohybů, majících souhrnem 10 stupňů volnosti, zbývá nám při daném všeobecném pohybu rovinném čtvernásob nekonečná rozmanitost. Nejjednodušší bude ovšem kombinace ta, při které v jedno splývají středy rotace, expanse a dilace. Tím zaujaty dva stupně volnosti; třetí připadá na směr základních přímek dilace, a další tři na koefficienty oněch tří pohybů. Při daném pohybu rovinném, t. j. při daných koefficientech a_{mn}, stanoví se ony koefficienty u, r, s, jakož i úhel φ, určující polohy základních přímek, rovnicemi (2); k nim přistupují dvě rovnice, určující souřadnice x_0, y_0 společného středu pohybu:

$$(10) \qquad \begin{aligned} a_{10} + a_{11}x_0 + a_{12}y_0 &= 0 \\ a_{20} + a_{21}a_0 + a_{22}y_0 &= 0. \end{aligned}$$

(Volíme-li týž střed za začátek souřadnic, zjednoduší se rovnice pohybu rovinnového tak, že složky translace a_{10} a a_{20} zmizejí).

Máme tedy větu:

II. Všeobecný pohyb rovinný jest na jediný způsob aequivalentní souboru rotace expanse a symmetrické dilace o společném středu.

Má-li se však společný střed uvedených tří složek rovinného pohybu nalezati v konečnu, nutno, aby bylo:

$$a_{11}a_{12} - a_{21}a_{12} \gtrless 0.$$

Podmínka:

$$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0 \tag{11}$$

představuje tudíž zvláštní případ ten, kdy střed oněch tří složek pohybu se nalezá v nekonečné vzdálenosti. V případě tom jest vhodnějším rozklad dle první věty, tím spíše, an se tu rozbor zjednoduší.

Nalezneme totiž pro úhly φ a ψ, určující polohu centralné přímky elongace a dilace

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi - p = 0 \text{ (elongace } u\text{)},$$
$$x \cos \psi + y \sin \psi - q = 0 \text{ (dilace } \sigma\text{)},$$

na základě rovnic:

$$u \cos^2 \varphi - \sigma \cos \psi \sin \psi = a_{11}$$
$$u \sin \varphi \cos \varphi - \sigma \sin^2 \psi = a_{12}$$
$$u \sin \varphi \cos \varphi + \sigma \cos^2 \psi = a_{21}$$
$$u \sin^2 \varphi + \sigma \sin \psi \cos \psi = a_{22}$$

a na základě relace (11) jednoduchou rovnici:

$$\sin(2\varphi - 2\psi) = 0,$$

tedy

$$\text{buď } \psi' = \varphi', \text{ neb } \psi' = \varphi'' - 90^0.$$

V prvém případě jest:

$$tg\varphi' = tg\psi' = \frac{a_{12}}{a_{11}} = \frac{a_{22}}{a_{21}}, \tag{12}$$

v druhém případě:

$$tg\varphi'' = - cotg\psi' = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{a_{22}}{a_{12}}. \tag{13}$$

V obou případech jest:

$$u = a_{11} + a_{22}, \ \sigma = a_{21} - a_{12}. \tag{14}$$

Dále jest v prvém případě:

$$pu = \frac{a_{10}a_{11} + a_{20}a_{12}}{\sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2}},$$

$$q\sigma = \frac{a_{10}a_{12} - a_{20}a_{11}}{\sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2}}$$

a případ ten tudíž vždy možný.

V druhém případě nalezneme však:

$$-(pu + q\sigma)a_{11} = a_{10}\sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}$$
$$-(pu + q\sigma)a_{21} = a_{20}\sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}.$$

Těmto rovnicím lze vyhověti pouze, platí-li vedle (11) ještě:

(15) $$a_{11}a_{20} - a_{21}a_{10} = 0, \quad a_{12}a_{20} - a_{21}a_{10} = 0.$$

První rovnice plyne z předchozích relací, druhá z první a z (11), předpokládáme-li, že se žádný koefficient nerovná nule.

Platí-li tři rovnice (11) a (15), můžeme kladouce:

$$\frac{a_{20}}{a_{10}} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{a_{22}}{a_{12}} = m$$

psáti:

$$\triangle x = m\triangle y,$$

a vidíme, že jest pak v případě prvém:

$$p = q = -\frac{a_{10}}{\sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2}},$$

t. j. obě centralné přímky splývají tu v jednu.

Veškerý výsledek lze tudíž zahrnouti v tyto věty:

Pohyb rovinný, určený jedinou podmínkou (11), jest na jediný způsob aequivalentní elongaci a jednoduché dilaci, tak že centralné přímky těchto pohybů jsou rovnoběžny. Přistupují-li vedle podmínky (11) ještě podmínky (15), splývají tyto centr. přímky v jedinou. Pak můžeme však daný pohyb nahraditi též elongací a jednoduchou dilací o kolmých k sobě rovinách centralných, protínajících se v kterémkoli bodu určité přímky. Zvláštní případy, kdy některý koefficient rovná se nule, snadno sobě upravíme dle návodu předcházejícího.

§. 2. *Pohyb rovinný co složka všeobecného pohybu prostorového.*

Bylo již poukázáno k tomu, že má pohyb rovinný neb cylindrický ve všeobecné soustavě kinetických tvarů 8 stupňů volnosti.

Můžeme jej považovati za zvláštní případ, neb i za složku všeobecného pohybu, a zbývá tudíž otázka, jakým podmínkám vyhovují koefficienty a_{nm} všeobecného pohybu:

$$
\begin{aligned}
\triangle x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z, \\
\triangle y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z, \qquad (16) \\
\triangle z &= a_{30} + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z
\end{aligned}
$$

má-li pohyb ten býti obmezen na uvedený zvláštní případ. Nebude zbytečno, když si k řešení předběžné úlohy upravíme půdu všeobecnější úvahou, týkající se transformace daného pohybu na jinou soustavu souřadnic. Budiž dán pohyb:

$$
\begin{aligned}
\triangle \xi &= c_{10} + c_{11}\xi + c_{12}\eta + c_{13}\xi, \\
\triangle \eta &= c_{20} + c_{21}\xi + c_{22}\eta + c_{23}\xi, \qquad (17) \\
\triangle \zeta &= c_{30} + c_{31}\xi + c_{32}\eta + c_{33}\xi.
\end{aligned}
$$

Dále buďtež dány známé vztahy:

$$
\begin{aligned}
x &= \xi\alpha_1 + \eta\alpha_2 + \zeta\alpha_3, \quad & \xi &= x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1 \\
y &= \xi\beta_1 + \eta\beta_2 + \zeta\gamma_3, \quad & \eta &= x\alpha_2 + y\beta_2 + z\gamma_2 \qquad (18) \\
z &= \xi\gamma_1 + \eta\gamma_2 + \zeta\gamma_3, \quad & \zeta &= x\alpha_3 + y\beta_3 + z\gamma_3.
\end{aligned}
$$

Tu shledáme:

$$
\begin{aligned}
\triangle x &= c_{10}\alpha_1 + c_{20}\alpha_2 + c_{30}\alpha_3 \\
&\quad + [c_{mn}\alpha_m\alpha_n]\,x + [c_{mn}\alpha_m\beta_n]\,y + [c_{mn}\alpha_m\gamma_n]\,z \\
\triangle y &= c_{10}\beta_1 + c_{20}\beta_2 + c_{30}\beta_3 \qquad (19) \\
&\quad + [c_{mn}\beta_m\alpha_n]\,x + [c_{mn}\beta_m\beta_n]\,y + [c_{mn}\beta_m\gamma_n]\,z \\
\triangle z &= c_{10}\gamma_1 + c_{20}\beta_2 + c_{30}\gamma_3 \\
&\quad + [c_{mn}\gamma_m\alpha_n]\,x + [c_{mn}\gamma_m\beta_n]\,y + [c_{mn}\gamma_m\gamma_n]\,z.
\end{aligned}
$$

Zde položeno pro krátkost na př.:

$$[c_{mn}\alpha_m\beta_n]$$

místo:

$$
\begin{aligned}
&c_{11}\alpha_1\beta_1 + c_{12}\alpha_1\beta_2 + c_{13}\alpha_1\beta_3 \\
&+ c_{21}\alpha_2\beta_1 + c_{22}\alpha_2\beta_2 + c_{23}\alpha_2\beta_3 \\
&+ c_{31}\alpha_3\beta_1 + c_{32}\alpha_3\beta_2 + c_{33}\alpha_3\beta_3
\end{aligned}
$$

a podobně v ostatních případech. Tyto koefficienty zastupují patrně místo koefficientů a_{11}, a_{12} . . . a_{33} v rovnicích.

Zjednodušení tohoto výsledku pro případ rovinného pohybu záleží v tom, že můžeme 6 koefficientů:

$$c_{30},\ c_{31},\ c_{32},\ c_{33},\ c_{23},\ c_{13}$$

položiti rovny nule. V skupinách tvaru

$$[c_{mn}\alpha_m\beta_n]$$

zbývají pak jen čtyry členy. Srovnáním nových koefficientů ve výrazech pro $\triangle x$, $\triangle y$, $\triangle z$ s koefficienty a_{mn} obdržíme 12 rovnic, kterým musí vyhověti 9 veličin:

$$c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{20}, c_{21}, c_{22}, \alpha_1, \beta_2, \gamma_3.$$

Jedna z těchto veličin (k směru pohybu v rovině se táhnoucí) zůstává však neurčitou, tak že mezi koefficienty a_{mn} musí platiti čtyry vztahy. Vztahy ty zjednáme si následujícím způsobem:

Všeobecně, t. j. bez obmezení se na případ rovinného pohybu, jest:

$$(20)\quad \begin{aligned} a_{23}-a_{32} &= (c_{23}-c_{32})\alpha_1+(c_{31}-c_{13})\alpha_2+(c_{12}-c_{21})\alpha_3 \\ a_{31}-a_{13} &= (c_{23}-c_{32})\beta_1+(c_{31}-c_{13})\beta_2+(c_{12}-c_{21})\beta_3 \\ a_{12}-a_{21} &= (c_{23}-c_{32})\gamma_1+(c_{31}-c_{13})\gamma_2+(c_{12}-c_{21})\gamma_3 \end{aligned}$$

$$(21)\quad \begin{aligned} a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32} &= (c_{22}c_{33}-c_{23}c_{32})\alpha_1^2+(c_{33}c_{11}-c_{31}c_{13})\alpha_2^2 \\ &\quad +(c_{11}c_{22}-c_{12}c_{21})\alpha_3^2 \\ a_{33}a_{11}-a_{31}a_{13} &= (c_{22}c_{33}-c_{23}c_3{}^2)\beta_1^2+\dots \\ a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} &= (c_{22}c_{33}-c_{23}c_{32})\gamma_1^2+\dots \end{aligned}$$

a konečně:

$$(22)\quad \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_{11}c_{12}c_{13} \\ c_{21}c_{22}c_{23} \\ c_{31}c_{32}c_{33} \end{vmatrix}$$

V případě rovinného pohybu zjednoduší se tyto rovnice tím, že se $c_{13}, c_{23}, c_{33}, c_{32}, c_{31}$ rovnají nule. Uvážíme-li dále, že jest:

$$a_{10}\alpha_3+a_{20}\beta_3+a_{30}\gamma_3=0$$

zjednáme si konečně jakožto podmínky, jimž koefficienty a_{mn} pohybu (14) vyhověti musí, má-li týž pohyb býti rovinným, následující čtyry rovnice:

$$(23)\quad a_{10}(a_{23}-a_{32})+a_{20}(a_{31}-a_{13})+a_{30}(a_{12}-a_{21})=0$$

$$(24)\quad \frac{(a_{23}-a_{32})^2}{a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32}}=\frac{(a_{31}-a_{13})^2}{a_{33}a_{11}-a_{31}a_{13}}=\frac{(a_{12}-a_{21})^2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

$$(25)\quad \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}=0.$$

Chceme-li rovinný pohyb, na základě všeobecných rovnic (16) s připojením podmínek (23), (24), (25) daný, blíže určiti, musíme

stanoviti 6 koefficientů c_{mn} a 3 veličiny v cosinusech směrných obsažené. K tomu nám však zbývá, hledíme-li k daným podmínkám, jen 8 neodvislých veličin, můžeme tudíž patrně jednu z hledaných 9 veličin dle libosti voliti.

Cosinusy směrné α_3, β_3, γ_3 osy (ζ), t. j. normaly k rovinám pohybu jsou úplně určeny, plynouce zároveň s hodnotou pro $c_{12} - c_{21}$ z rovnic:

$$
(26) \qquad
\begin{aligned}
(c_{12} - c_{21})\alpha_3 &= a_{23} - a_{31}, \\
(c_{12} - c_{21})\beta_3 &= a_{31} - a_{13}, \\
(c_{12} - c_{21})\gamma_3 &= a_{12} - a_{21}.
\end{aligned}
$$

V rovině pohybu můžeme však směr os, tedy na př. cosinus směrný α_1, dle libosti, ovšem v mezích relacemi mezi všemi cosinusy směrnými stanovených voliti, načež všechny ostatní cosinusy směrné jsou na základě týchž relací určenými. Koefficienty c plynou pak z kterýchkoli linearných rovnic mezi nimi a mezi danými koefficienty a, načež pro kontrolu vedle uvedených již rovnic (26) ještě i této rovnice upotřebiti můžeme:

$$
(27) \qquad
\begin{aligned}
c_{11}c_{22} - c_{21}c_{12} = &(a_{22}a_{33} + a_{33}a_{11} + a_{11}a_{22}) \\
&+ (a_{23}a_{32} + a_{31}a_{13} + a_{12}a_{21}).
\end{aligned}
$$

§. 3. *Prostá deformace.*

Shledali jsme (I. §. 2), že lze rozložiti pohyb stejnorodý ve tři translace, tři rotace, tři elongace a tři symmetrické dilace. Leč jen první dva druhy pohybů lze zahrnouti v jedinou výslednici; u zbývajících tří elongací a tří dilací není to možné. Jde nám nyní o to, kterak bychom nejjednodušším způsobem, t. j. upotřebením co nejmenšího počtu složek (základních pohybů) všeobecný pohyb konstruovati mohli. Nežli k této otázce přikročíme, bude vhodno přeměniti analytické výrazy pro všeobecný pohyb prostorový podobně, jak jsme to byli pro pohyb rovinný provedli v §. 1. rovnicemi (2) a (3), tak aby důležitost expanse více než dosavadním rozborem vynikla. Při tom objeví se zároveň soubor libovolného počtu souměrných dilací co zvláštní pohyb, který můžeme zváti deformací prostou (reine Deformation).

Budiž dán pohyb:

$$
(28) \qquad
\begin{aligned}
\Delta x &= a_{10} + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z, \\
\Delta y &= a_{20} + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z, \\
\Delta z &= a_{30} + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z.
\end{aligned}
$$

Položme (srv. I. §. 2):

$$u = \tfrac{1}{3}(a_{11} + a_{22} + a_{33}),$$
$$v_1 = \tfrac{1}{3}(2a_{11} - a_{22} - a_{33}),$$
$$v_2 = \tfrac{1}{3}(2a_{22} - a_{33} - a_{11}),$$
$$v_3 = \tfrac{1}{3}(2a_{33} - a_{11} - a_{22}),$$
$$r_1 = \tfrac{1}{2}(a_{32} - a_{23}),\quad s_1 = \tfrac{1}{2}(a_{32} + a_{23}),\quad t_1 = a_{10}$$
$$r_2 = \tfrac{1}{2}(a_{13} - a_{31}),\quad s_2 = \tfrac{1}{2}(a_{13} + a_{31}),\quad t_2 = a_{20}$$
$$r_3 = \tfrac{1}{2}(a_{21} - a_{12}),\quad s_3 = \tfrac{1}{2}(a_{21} + a_{12}),\quad t_3 = a_{30}$$

a obdržíme:

$$(29)\qquad \begin{aligned} \triangle x &= t_1 + ux - r_3 y + r_2 z + v_1 x + s_3 y + s_2 z, \\ \triangle y &= t_2 + uy - r_1 z + r_3 x + v_2 y + s_1 z + s_3 x, \\ \triangle z &= t_3 + uz - r_2 x + r_1 y + v_3 z + s_2 x + s_1 y. \end{aligned}$$

Význam koefficientů t, u, r jest patrný; se souborem pohybů, určených koefficienty v, s musíme se však blíže zanášeti, přihlížejíce při tom k té okolnosti, že jest

$$(30)\qquad v_1 + v_2 + v_3 = 0.$$

Krychlový obsah rovnoběžnostěnu, jehož dva protilehlé rohy měly před pohybem souřadnice x, y, z a $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$, jest:

$$\begin{vmatrix} 1 + a_{11}, & a_{12}, & a_{13} \\ a_{21}, & 1 + a_{22}, & a_{23} \\ a_{31}, & a_{33}, & 1 + a_{33} \end{vmatrix} dx\ dy\ dz.$$

Poměr rozdílu jeho od původního obsahu $dx\,dy\,dz$, k témuž obsahu, obmezíme-li se na malé většiny prvního stupně, jest tudíž:

$$a_{11} + a_{22} + a_{33},$$

kterýžto součet slove kubickou dilatací, znamenaje míru pro změnu objemu útvaru. Ve stejnorodém pohybu jest dilatace ta ve všech částích útvaru stejná. Rovnice (30) značí tudíž, že jest pohyb (v_1, v_2, v_3) takový, při kterém nenastává žádná změna objemu, ovšem ale změna tvaru, což patrno z toho, že rozměry jednotlivých přímek útvaru (na př. os X, Y, Z samých se mění. Podobně značí však i pohyb (s_1, s_2, s_3) nikoli změnu objemu, nýbrž jen změnu tvaru, i lze ukázati, že není mezi oběma pohyby rozdílu podstatného, ano že lze jeden v druhý a oba v jediný pohyb téhož rázu převésti. Nazveme oba pohyby ty, jakož i soubor jejich deformací v užším smyslu čili prostou deformaci (v. pozn. na začátku §. 1.), čímž nejlépe účinek jejich, totiž pouhou změnu tvaru naznačíme.

Pohyby *(v)* a *(s)* jsou však jaksi dualně proti sobě postaveny. Prvním pohybem mění se rozměr, nemění však směr os souřadnicových; druhým naopak nemění se rozměr, mění však směr týchž os (vlastně přímek útvaru s pevnými osami v daném okamžiku splývajících).

Lze však i v souboru obou pohybů, tudíž i v souboru libovolného počtu takových pohybů nalezti soustavu tří k sobě kolmých přímek, jež neměníce směr se prodlužují a zkracují tak, že součet příslušných koefficientů se rovná nule; a dále lze nalézti nekonečné množství soustav tří k sobě kolmých přímek, které neměníce rozměry své do jiného směru jsou převedeny.

Body na přímce:

$$x = Ap, \; y = Bp, \; z = Cp \tag{31}$$

položené mají pohyb určený výrazy:

$$\begin{aligned} \triangle x &= (Av_1 + Bs_3 + Cs_2)p = A'p \\ \triangle y &= (As_3 + Bv_2 + Cs_1)p = B'p \\ \triangle z &= (As_2 + Bs_1 + Cv_3)p = C'p \end{aligned} \tag{32}$$

mají-li se body ty pošinovati na původní přímce, musí býti

$$\frac{A'}{A} = \frac{B'}{B} = \frac{C'}{C} = V$$

aneb:

$$\begin{aligned} A(v_1 - V) + Bs_3 + Cs_2 &= 0 \\ As_3 + B(v_2 - V) + Cs_1 &= 0 \\ As_2 + Bs_1 - C(v_3 + V) &= 0. \end{aligned} \tag{33}$$

Z toho plyne:

$$\begin{vmatrix} v_1 - V, & s_3, & s_2 \\ s_3, & v_2 - V, & s_1 \\ s_2, & s_1, & v_3 - V \end{vmatrix} = 0,$$

aneb:

$$\begin{aligned} &V_3 + V(v_2v_3 + v_3v_1 + v_1v_2 - s_1{}^2 - s_2{}^2 - s_3{}^2) \\ &-(v_1v_2v_3 + 2s_1s_2s_3) + (v_1s_1{}^2 + v_2s_2{}^2 + v_3s_3{}^2) = 0. \end{aligned} \tag{34}$$

Nazveme V_1, V_2, V_3 kořeny této rovnice; jim příslušné tři soustavy hodnot A, B, C značí tři směry přímek nedoznávajících žádného odchýlení od původního svého směru. Snadno lze dokázati, že přímky ty jsou k sobě kolmy a že příslušné jim elongace jsou V_1, V_2, V_3, při čemž dlužno na mysli míti, že jest:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0. \tag{35}$$

Roviny k sobě kolmé, přímkami těmi proložené, tím vynikají, že body v nich položené roviny ty neopouštějí.

Volíme-li tyto roviny za roviny souřadnic, můžeme soubor obou deformací (s) a (v) vyjádřiti jednoduchými rovnicemi, připojenou podmínkou (35) blíže určenými:

$$\Delta x = V_1 x, \quad \Delta y = V_2 y, \quad \Delta z = V_3 z, \tag{36}$$

jinými slovy tedy vyjádřiti soubor ten co deformaci prostou (V). Obě deformace (s) a (v) zastupují při pevném začátku souřadnic pět, všeobecně však, poněvadž týž začátek čili střed deformace, t. j. jediný při pohybu takovém pevný bod může kdekoli zvolen býti, osm stupňů volnosti. Transformací v jedinou deformaci (V) se počet ten nezmenšuje; neb směr tří os dává tři stupně, tři veličiny V následkem podmínky (35) dva stupně, a k tomu opět přistupují tři stupně následkem libovolné polohy středu deformace.

Hledejme dále body, mající takový pohyb, při kterém se délka jejich průvodičů nemění, nýbrž jen směr; pro body takové musí býti:

$$x\Delta x + y\Delta y + z\Delta z = 0,$$

nebo-li:

$$\begin{aligned} &v_1 x^2 + v_2 y^2 + v_3 z^2 \\ &+ 2s_1 yz + 2s_2 zx + 2s_3 xy = 0. \end{aligned} \tag{37}$$

Toť rovnice kužele 2. stupně; rovnice (33), jak známo, určují směr tří os téhož kužele. Následkem podmínky:

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

lze nalézti nekonečné množství tří k sobě kolmých přímek, kuželi tomu přináležících. Veďme ku dvěma k sobě kolmým přímkám, cosinusy směrnými α_1, β_1, γ_1 a α_2, β_2, γ_2 určeným a v kuželi (37) položeným, společnou kolmici (α_3, β_3, γ_3), pak jest:

$$\begin{aligned} v_1\alpha_1{}^2 + \ldots + 2s_3\alpha_1\beta_1 &= 0 \\ v_1\alpha_2{}^2 + \ldots + 2s_3\alpha_2\beta_2 &= 0 \\ v_1\alpha_3{}^2 + \ldots + 2s_3\alpha_3\beta_3 &= A. \end{aligned}$$

Sčítajíce obdržíme však:

$$A = v_1 + v_2 + v_3 = 0,$$

t. j. přímka (α_3, β_3, γ_3) leží taktéž v kuželi (37). Vyhledáme-li některou z těchto soustav a volíme-li za soustavu souřadnic, přejde rovnice (37) v:

$$S_1 yz + S_2 zx + S_3 xy = 0, \tag{38}$$

kdež s_1, s_2, s_3 určitým způsobem na veličinách v a s závisejí. Budou pak složky pohybu, původně deformacemi (v) a (s) daného, vyjádřeny rovnicemi:

$$(39)\quad \triangle x = S_3 y + S_2 z,\ \triangle y = S_1 z + S_3 x,\ \triangle z = S_2 x + S_1 y.$$

Z toho patrna jest úplná identita pohybů (v) a (s). Na první pohled mohlo by se zdáti, že pohyb (s) má 9 stupňů volnosti: tři dané polohou středu, tři dané směrem os souřadnic a tři dané veličinami S_1, S_2, S_3, žádné podmínce nepodrobenými. Předcházející rozbor poučuje nás však, že jest jednoduše nekonečné množství v podstatě identických deformací, jež vztahujeme k nekonečně mnohým soustavám tří k sobě kolmých přímek, vyplňujících určitý kužel. Zbývá tedy zase jen 8 stupňů volnosti jako dříve.

Můžeme tudíž říci:

Je-li dán pohyb výrazy tvaru (28) a vyhovují-li koefficienty týchž výrazů podmínkám:

$$(40)\quad \begin{gathered} a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0, \\ a_{23} = a_{32},\ a_{31} = a_{13},\ a_{12} = a_{21}, \end{gathered}$$

značí týž pohyb deformaci prostou, anaž nemění ani směr ani rozměry útvaru v celku, nýbrž jen tvar jeho. Pro tento druh pohybu jest charakteristickým kužel:

$$(41)\quad \begin{aligned} 0 = {} & a_{11}(x-x_0)^2 + a_{22}(y-y_0)^2 + a_{33}(z-z_0)^2 \\ & + 2a_{23}(y-y_0)(z-z_0) + 2a_{31}(z-z_0)(x-x_0) + 2a_{12}(x-x_0)(y-y_0), \end{aligned}$$

jehož vrchol (x_0, y_0, z_0) jest určen rovnicemi:

$$\triangle x = 0,\ \triangle y = 0,\ \triangle z = 0.$$

Přímky kužel vytvořující neprodlužují se, nýbrž jen sklání k původním směrům svým; naproti tomu prodlužují neb zkracují se osy kužele, neměníce směr svůj.

Když jsme si určili osy tohoto deformačního kužele (jak bychom jej zváti mohli) a volili je za osy souřadnic v tom pořádku, aby bylo V_2 vždy téhož označení jako V_3 a

$$\text{buď } V_1 > V_2 \geqq V_3 \text{ buď } V_1 < V_2 \leqq V_3$$

seznáme, že jest $V_1 = s$ elongace té osy, která se nalézá uvnitř kužele a největší i nejmenší otvor kužele 2α a 2β že jest dán rovnicemi:

$$cot\,\alpha = -\frac{V_2}{V_1},\; cot\,\beta = -\frac{V_3}{V_1}$$

odkudž plyne relace:

(42) $$cot\,\alpha + cot\,\beta = 1.$$

Číslo s můžeme považovati za absolutní míru čili koefficient prosté deformace, když jsme si byli znázornili poměry její deformačním kuželem, který jest vrcholem, osami a úhly α, β podmínce (42) podrobenými, celkem sedmi veličinami určen.

Symmetrická dilace dle I. §. 8. (25) nic není, než takováto prostá deformace, zjednodušená připojením dalších dvou podmínek. Kužel deformační mění se ve dvě k sobě kolmé roviny, a z tří koefficientů V_1, V_2, V_3 rovná se jeden nule.

Zároveň patrno, že se skládají dvě a tudíž i libovolný počet symmetrických dilací v prostou deformaci, poněvadž právě podmínky (40), jež každá o sobě zachovává, i ve spojení jejich se neruší, kdežto zmíněné dvě další podmínky všeobecně vzato více se nezachovávají. Totéž platí o skládání prostých deformací vůbec a platí tedy jako pro expanse všeobecná věta:

Deformace prosté v libovolném počtu skládají se opět jen v deformace prosté.

Význam věty té hlavně ten jest, že nemůžeme jakýmkoli množením deformace prosté docíliti celkovou změnu rozměrů (expansi) neb orientace v prostoru (rotaci). Totéž platí o expansi a rotaci, tak že jsme v těchto třech tvarech pohybů odloučili od sebe ty prvky pohybů, které jsou na sobě úplně nezávislé. Elongace a dilace jednoduchá, jakkoli jednoduchými se jeví o sobě, můžeme sice též za základní tvary pohybů považovati; vidíme však patrně, že nemají týž ráz prvků pohybových, jevíce se smíšenými, any v sobě tají (v. §. 1) tu expansi a deformaci, tu rotaci a deformaci. (Ovšem z pozměněného stanoviska mohli bychom je právě proto za vlastní základní tvary neb prvky pohybu považovati; srv. konec I. pojednání po opravě na začátku II. pojednání uvedené).

U deformace prosté vadí poněkud její nepoměrná složitost; rozkladem v tři k sobě kolmé elongace (v) vzájemně se rušící neb ve tři k sobě kolmé souměrné dilace (s), jež ostatně i dvěma nahraditi by bylo lze, dostatečná názornost i zde se dostaví.

§. 4. *Skladba všeobecného pohybu.*

Předchozími úvahami připravili jsme vše k nejvhodnějšímu složení všeobecného pohybu z těch prvků pohybových, jež nám na konec nejpřiměřenějšími k tomu cíli se objevily: z deformace (prosté), expanse, rotace, k nimž dlužno ovšem připojiti ještě translaci, v jistém smyslu proti všem dualně postavenou a při tom každou z nich nahraditelnou. Z poslední příčiny můžeme ovšem — jak jsme při skladbě rovinného pohybu byli učinili — translaci vynechati a některým ze zbývajících tří pohybů nahraditi.

Můžeme však též podržeti v tomto případě translaci, čímž v jistém ohledu docílíme výsledku souměrnějšího. Již ve všeobecném pohybu neproměnného útvaru, ve šroubovém pohybu, obsažena jest složka translační vedle rotační; i mohli bychom proti tomuto pohybu jaksi dualně klásti soubor expanse a deformace prosté o společném středu, který by proti změně polohy útvaru co celku, šroubovým pohybem způsobené, zase změnu rozměrů a tvaru jeho znamenal. Soubor ten liší se od deformace prosté pouze vynecháním první podmiňující rovnice (40), tak že týž soubor má obecně devět stupňů volnosti. Mnohé úvahy deformace prosté se týkající platí též pro tento soubor; zejména máme i zde deformační kužel, jehož přímky pouze směr, jehož osy pouze délku mění. Leč kužel ten může po případě státi se pomyslným; pak ovšem nelze ni jedné přímky nalézti, která by pouze směr svůj měnila. Budeme tudíž vhodněji v souboru takovém (podobně jako v šroubovém pohybu) rozeznávat složku expansivní od složky deformační.

Předně budiž připomenuto, že má translace 3, expanse 4, rotace 5, deformace 8 stupňů volnosti; při skládání na pohyb mající 12 stupňů volnosti bude tudíž všeliká rozmanitost možná. Dlužno však na mysli míti, že dává zde opět (srv. §. 1.);

a) rotace a deformace pohyb ne-expansivní;
b) deformace a expanse pohyb ne-rotační;
c) expanse a rotace pohyb ne-deformační,

tak že na př. nestačí kombinace *a*) neb *b*), byť i zdánlivě ouhrnem 13 neb 12 stupňů volnosti poskytovala.

Pomíjejíce různých kombinací jiných, vytkneme tyto dvě nejdůležitější.

Položíme-li v rovnicích (28) a (29):

$x - x_0$, $y - y_0$, $z - z_0$ místo x, y, z, vidíme:

I. Všeobecný pohyb jest jediným způsobem aequivalentní souboru prosté deformace a expanse o společném středu (x_0, y_0, z_0), jakož i rotace kolem osy středem tím procházející.

Střed pohybu určen jest rovnicemi.

$$a_{10} + a_{11} x_0 + a_{12} y_0 + a_{13} z_0 = 0$$
$$a_{20} + a_{21} x_0 + a_{22} y_0 + a_{23} z_0 = 0$$
$$a_{30} + a_{31} x_0 + a_{32} y_0 + a_{33} z_0 = 0.$$

Koefficient expanse jest:

$$u = \frac{1}{3} (a_{11} + a_{22} + a_{33});$$

rotace jest co do směru osy a amplitudy rotační určena složkami:

$$r_1 = \frac{1}{2} (a_{32} - a_{23}), \quad r_2 = \frac{1}{2} (a_{13} - a_{31}), \quad r_3 = \frac{1}{2} (a_{21} - a_{12});$$

deformace konečně koefficienty:

$$v_1 = \frac{1}{3} (2a_{11} - a_{22} - a_{33}), \quad s_1 = \frac{1}{2} (a_{32} + a_{23}),$$

$$v_2 = \frac{1}{3} (2a_{22} - a_{33} - a_{11}), \quad s_2 = \frac{1}{2} (a_{13} + a_{31}),$$

$$v_3 = \frac{1}{3} (2a_{33} - a_{11} - a_{12}), \quad s_3 = \frac{1}{2} (a_{21} + a_{12}),$$

Koefficienty ty určují po návodu §. 3. polohu a tvar deformačního kužele, jakož i velkost koefficientu deformace; osy deformační a osa rotační mají směry úplně nezávislé. Translační složka se nevyskytuje, může však vždy zavedena býti, volíme-li jiný střed pohybu, neb nenecháme-li osu rotační procházeti společným středem expanse a deformace, atd.

I jest patrno, že podstatné části expanse, deformace a rotace, t. j. koefficienty pohybů těch, dále tvar a orientace deformačního kužele a směr rotační osy jinak než způsobem uvedeným určeny býti nemohou, ačkoli poloha středů obou prvních pohybů a poloha osy rotační všelijak měněna býti může.

V případě:

$$(44) \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

ustupuje střed pohybu do nekonečna; i odporučuje se takový rozbor, při kterém by podobná obtíž nenastala.

Z té příčiny jest vhodno podržeti též translaci co složku všeobecného pohybu. Věta I. modifikuje se pak takto:

II. Všeobecný pohyb jest nekonečně rozmanitým způsobem aequivalentní souboru prosté deformace, expanse a rotace o společném středu a ose středem tím procházející, ve spojení s určitou translací celku.

Můžeme totiž z koefficientů a_{10}, a_{20}, a_{30} libovolnou část oddělit co translaci, zbytek určuje polohu středu pohybu (x_0, y_0, z_0). Volíme-li translaci ve směru osy rotační, klademe-li tedy:

$$t_1 = qr_1,\ t_2 = qr_2,\ t_3 = qr_3,$$

můžeme z výrazů pro x_0, y_0, z_0 eliminovati q, čímž obdržíme rovnice přímky, na které se střed expanse a deformace nalezá.

Můžeme tudíž větu hořejší modifikovati takto:

Všeobecný pohyb jest aequivalentní souboru deformace, expanse a pohybu šroubového; osa pohybu šroubového prochází společným středem expanse a deformace, a týž střed nalézá se na pevné přímce v poloze, určené translační složkou pohybu. Přímka ta prochází ovšem středem pohybu veškerého, pro který translační složka pohybu mizí. V případě (44) leží přímka ta úplně v nekonečnu. V případě tom můžeme však klásti:

$$t_1 = a_{10},\ t_2 = a_{20},\ t_3 = a_{30};$$

rovnice:

$$\begin{aligned} a_{11}x_0 + a_{12}y_0 + a_{13}z_0 &= 0 \\ a_{21}x_0 + a_{22}y_0 + a_{23}z_0 &= 0 \\ a_{31}x_0 + a_{32}y_0 + a_{33}z_0 &= 0 \end{aligned} \tag{45}$$

znamenají přímku, na které můžeme kdekoli voliti společný střed expanse a deformace, kterým zároveň prochází osa rotace. Výslednou rotaci můžeme s translací spojiti v pohyb šroubový. Obdržíme tak větu následující:

III. Jsou-li koefficienty daného pohybu všeobecného podrobeny podmínce (44), můžeme nalézti pevnou rovinu a v ní svazek rovnoběžných paprsků, z nichž každý může býti osou téhož pohybu šroubového, tvořícího jednu složku daného pohybu. Druhou složku tvoří

soubor expanse a deformace prosté, jehož střed a kužel deformační pevnou polohu k ose pohybu šroubového zachovává, tak že při přechodu od jedné osy k druhé týž střed určitou, se zmíněnou pevnou rovinou rovnoběžnou přímku opisuje.

Z toho následuje, že všechny body ležící na téže se zmíněnou právě přímkou rovnoběžné přímce týž pohyb mají, že tedy dostačí, známe-li pohyb bodů v některé ku směru oné přímky kolmé rovině. To vysvítá také z následující úvahy.

Buďtež α, β, γ cosinusy směrné oné přímky; pak jest:

$$\frac{x_0}{\alpha}=\frac{y_0}{\beta}=\frac{z_0}{\gamma}.$$

Souřadnice bodů na přímce s ní rovnoběžné položených můžeme tudíž psáti takto:

$$x=x'+px_0,\ y=y'+py_0,\ z=z'+pz_0$$

Z toho jde vzhledem k rovnicím (45):

$$\Delta x=\Delta x',\ \Delta y=\Delta y',\ \Delta z=\Delta z',$$

což mělo dokázáno býti.

Pohyb rovinný jest zvláštním případem tohoto pohybu majícího 11 stupňů volnosti; všeobecně jest pohyb bodů všelijak nakloněn k rovinám naznačeným, v případě pohybu rovinného jest v nich položen.

Konečně budiž připomenuto, že mohou dva pohyby rovinné (vlastně cylindrické), obsahujíce v sobě všechny neodvislé prvky kinetické, a majíce ouhrnem 16 stupňů volnosti, čtvernásob rozmanitým způsobem v pohyb všeobecný se skládati. Koefficienty každého rovinného pohybu o sobě vyhovují podminkám (23), (24), (25); i jest patrno, že součty příslušných koefficientů, tvořící koefficienty výsledného pohybu, všeobecně žádné z oněch podmínek vyhověti nemohou, tak že skutečně zbývají zmíněné čtyry stupně volnosti.

Leč obmezuji se na tento pokyn, bych rozpravu svou příliš nerozšířil. Připomínám jen ještě, že uvedené dvě věty (I. a II.) mají pro všeobecný pohyb týž význam a dosah, jako věta o šroubovém pohybu pro pohyb útvarů nepromĕnných, kteráž věta ostatně co zvláštní případ ve větě II. jest obsažena. Zdá se, že aequivalence dvou rotací s pohybem šroubovým odpovídá větě (zde ke konci naznačené) o aequivalenci dvou rovinných pohybů s pohybem všeobecným.

Předmětem dalších úvah musí býti, v jakém poměru tento kinematický rozbor všeobecného pohybu jest k mechanické theorii deformací.

44.

O strunovcích (Gordiidae) okolí Pražského, s poznámkami o jich morfologii.

Vykládá **Fr. Vejdovský.** Předloženo dne 11. prosince 1885.

Na konci tohoto pojednání podaný přehled literatury dosvědčuje, že tak podivným červům, jako jsou strunovci, věnována zvláštní pozornost přírodozpytcův jak v dobách starších, tak a to především za našich dnů, kdy hlavně pokusy činěny k vysvětlení v ohledě morfologickém mnohých, odchylných zjevů jich anatomie. Avšak zprávy novějších auktorů ve značné míře si odporují, což, myslím, příčinu svou má v methodě, dle které se zkoumání dála. Jest jisté, že povaha pletiv strunovcův jest pro pozorování nade vše nepříznivá, v jiném stavu pak nelze vůbec průběh a uspořádání, nadtož histologickou stavbu orgánův sledovati. A že pletiva strunovců jen nesnadno barviva přijímají, zůstalo mnohé nejasným, dle čehož souditi by bylo lze o povaze a příbuzenských poměrech této skupiny zvířecí. Tedy povrchné, vnější zjevy organisace byly asi příčinou, že Gordii bez dalších okolků za obyčejné hlísty oblé (Nemathelminthes) se považovali a dosud považují.

Četné tudíž odpory, s nimiž jsem se při výkladech svých na universitě v literatuře setkal, donutily mne, abych sám z vlastního názoru obdivuhodný organismus strunovců poznal, a přesná fakta svým posluchačům sdělil. Především jednalo se o pravou povahu orgánu, již v starších dobách za břišní pásmo nervové uznaném, kterýžto výklad však v nejnovější době v pochybnost brán. Tak *Claus**) ve svém nejnovějším vydání malé zoologie vyslovuje domněnku, že to snad pružná osa tělní, řka: „Sehr mächtig erscheint der einer Medianlinie entsprechende sogenannte Bauchstrang von Gordius, dem vielleicht die Bedeutung eines elastischen Stabes zukommt“. Platí i v tomto případě pravidlo, že staré zakořenělé názory dlouho i po

---

*) Lehrbuch der Zoologie. Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage 1885 pag. 287.

přesně zjištěných faktech se ve vědě udržují; jednou přijaté dogma, že strunovci jsou hlísti škrkavkovití, pravého pásma břišního postrádající, trvá v učebnicích zoologických až podnes, ač víckráte již vytknuta různost Gordiidů od pravých nematodů.

Neměl jsem z prvu v úmyslu výsledky svých namnoze starších již pozorování uveřejniti, ježto jsem předsevzal zkoumání jen ve příčině vlastního poučení; podrobnější však studium ukázalo, že mnohé co jsem vyšetřil, jest nedokonale známé a mnohé úplně pro vědu nové, tak že po zralém uvážení neváhám nejdůležitější fakta pozorování svých a theoretické náhledy z těchto plynoucí odborníkům sděliti, projevuje současně své vřelé přání, aby některý z mladších zoologů fauně českých gordiidů plnou svou pozornost věnoval; jest to pole bohaté na rovněž tak nová, jako zajímavá a důležitá fakta pro všeobecnou biologii.

I.

Dle mých zkušeností máme toliko jedinou práci, pojednávající o přicházení strunovců v Čechách. Vysoce zasloužilý náš přírodozpytec *Jan Svatopluk Presl* popisuje v „Kroku" (díl III. 1836. p. 160. 1 tab.) jistého strunovce, jenž dle vyobrazení přídy těla souhlasí s Gordius aquaticus. Jinak ale, že nebyla starší literatura *Preslovi* známa, pokládal tento auktor červa onoho za rod nový, označiv jej jménem Dicranurus coleoptratorum a česky „vidlořep". Poněvadž zpráva *Preslova* o tomto strunovci asi méně známou jest i domácím přírodozpytcům, neváhám hlavní rysy její doslovně zde podati. Zníť takto: Pan Fritz, posluchač lékařství dne 19. června 1833 polapil brouka temína kovního (Harpalus aeneus) a nemálo se podivil, vida z něho do vody uvrženého hlístu vylézati. Pan Fritz byl tak dobrý a okázal mi řečené zvíře a žádal, abych vyzkoumal, jaký to rod. Prohlédnuv všecky spisy o hlístách brzy jsem se dovtípil, že rozděluje se ode všech dosavad známých, pročež mi hlistu daroval a já děkujíc mu veřejně, pospíchám krajanům milým o tom zprávu dáti.

Navrhuji jméno vidlořep (Dicranurus). Známky toho nového pokolení jsou tyto: Tělo niťovité, všudy stejně tlusté, pružné, oblé, nevroubkované, na předním konci tupounké, zakulacené s maličkou bradavičkou (ústím) ukončené, zadní konec rozštípený na 2 částky tupé, stejné.

Pokolení to ovšem podobá se všem první řád hlíst dělajícím pokolením, rozděluje se ale ode všech nadpopsaných koncem zadním

vidličkovitým. Též přibližuje se k hlísti, kterou *David Craigie* v větvích průdušničných a měchýřích pličných pliskavice (Delphinus Phocaena) nalezl a popsal.“ .... „Náš vidlořep, kterému příjmení dáme broučí (Dicranurus celeoptratorum), jest z délí asi 6 palců, z tloušťí třetiny čárky, nahnědlý, prosvitavý. Dnes dne 18. července ještě čile se ve vodě pohyboval. Oba konce ocasové vidličky jsou stejné co do délky a tlouštky na koncích zakulacené, odstálé, ostrý kout u vzniku spolu dělající.“

Jinak jsou v populárních časopisech českých tu a tam roztroušené zprávy, jednající o nahodilém objevení strunovců; obyčejně každá forma, bez předcházejícího podrobného určení jménem „Gordius aquaticus“ se označuje. Avšak možno tvrditi, že dosud s jistotou jen *Presl* měl před sebou tento druh; mně aspoň nezdařilo se jej, ač po celé Evropě a prý i v Americe přichází, u nás nalézti, ač při svých exkursích zoologických vždy pečlivě jsem pátral po strunovcích.

Znám strunovce nejlépe z okolí Prahy, kde shledal jsem celkem 2 druhy ve větším množství exemplářů. Na těchto založil jsem svá pozorování a podporoval je zkoumáním třetího druhu, jejž jsem nalezl v jediném exempláři ve sbírkách české vysoké školy technické v Praze, o němž ale nelze tvrditi s určitostí, že v Čechách nalezen byl, ježto získán koupí z obchodu přírodnického pro řečené sbírky.

Druh ten nemohu stotožňovati se žádnou dosud popsanou formou, i budu jej označovati tudíž jménem *Gordius sp.* ♂, pokud se nezjistí u větším množství exemplářů obou pohlaví.

Z prvé zmíněných dvou druhů jest rovněž jeden pro vědu nový, i označím jej jménem *Gordius Preslii.* Jest to druh v okolí pražském vždy ve větším množství přicházející a znám jej ze 2 nalezišť, totiž z lučních stojatých vod u Bráníku, kde jsem jej sbíral r. 1883 v 17 exemplářích a také r. 1885 obdržel odtud v 7 exemplářích.

Vedle toho propůjčeno mi bylo z přátelské strany 67 exemplářů téhož druhu, jež pocházely z údolí Nuselského u Prahy a napočítal jsem tu 40 samečků a 27 samiček.

Dle dosavadních zkušeností mých jest však ve vodách středních Čech nejrozšířenějším *Gordius tolosanus Duj* (G. subbifurcus Sieb.) V dřívějších letech (1876 a 1878) nalezl jsem jej u Kouřími ve 3 a u Kutné Hory ve 2 exemplářích. Tohoto roku shledán ještě na 2 nalezištích; u Bechlína (Roudnice) našel jsem 2 samečky a jednu samičku v srpnu. Značnější však počet toho druhu objeven v červnu při exkursi s universitními posluchači do okolí Běchovic. Tu v mělké strouze, jíž odvádí se přebytečná voda z tamního rybníku, v čisté

průsvitné vodě sebráno v kratičké době a beze všeho namahání 16 exemplářů, z nichž bylo 11 samečků a pouze 5 samiček. Červi ti v zajetí se velmi dobře chovali v nádobě skleněné a samičky již třetího dne kladly skupiny vajíček na kořání a stonky voďanky.

Gordius tolosanus zdá se býti v Evropě vůbec nejrozšířenějším a všudy u větším množství přicházejícím. Dle *Villota (82)* poprvé pozorován druh ten *Charvetem* (27) r. 1834, kterýžto poslední auktor popsal jej pod jménem Dragoneau de Risset, jménem to, jež prý nelze zavésti ve vědu, ač by mělo prioritu. *Dujardin (38)* označil jej r. 1842 jménem nynějším a *Siebold (47)* r. 1847 pod jménem G. subbifurcus. Všickni němečtí zoologové, již zabývali se naším druhem jako *Meissner, Diesing*, *Schneider* a *Grenacher* uvádějí jej tímto posledním jménem, i nyní, když *Villot* (l. c.) správně poukázal na první označení; „probablement en raison de son origin allemand“ dodává *Villot*

Pokud se formy v Čechách nalezené liší od oněch, jež hlavně *Schneider* (75) *a Villot (82)* líčí, jichž pozorování snad některým nedopatřením podléhají, vytknu ve výkladu dálším; připomínám však již s předu, že vyobrazení *Villotovo* zevní structury cuticuly tohoto druhu zdá se mi býti aspoň velice schematickým. Pro geografické rozšíření G. tolosanus zdá se mi býti zmínky hodným, že ten druh bezpochyby v celé střední Evropě (Čechy a Německo), dále ve Francii a Italii (*D. Rosa*) se objevuje.

Hlavní, zevní znaky ostatních 2 druhů jsou tyto:

Gordius sp.

♂ přes 24 cm. délky, 1 mm. v průměru, hnědý, tvrdý, neprůsvitný. Přída těla zaokrouhlená, nezúžená, s předním úsekem bělavým. Svrchní cuticula průsvitná, hladká, spodní tvoří více méně stejné kosočtverce, jichž úhly řídí se dle křížení vláken cuticuly spodní. Velmi spoře vystupují, buď v středu, buď mimo střed, neb i na rozhraní kosočtverců pory kožní, ohražené eliptickými jasnými dvůrky. Vidlice samčí velmi značně rozeklaná, otvůrek pohlavní obdán velmi sporými tupými, lesklými hrbolky, roztroušenými i na obou větvích vidlice. Delší štětinovité přívěsky zevní cuticuly, jež zvláštní délky u *G. tolosanus* dosahují a i u *G. Preslii* snadno jsou k dokázání, scházejí u *Gordius sp.* vůbec.

Poznámka. Charakteristické kosočtvercování vláknité cuticuly jest dosud známo jen u druhu Villotem popsaného pod jménem *Gordius aeneus*, jenž ve více exemplářích v museu Pařížském se nalézá a z Cumany (Venezuela) pochází. Než nehledě ani ku tak rozličným

nalezištím, jako jest ono našeho druhu a formy Villotem popsané, nesouhlasí ani vyobrazení řečeného autora s ostrými kosočtverci, jaké jsou vyznačné pro formu v zool. kabinetu vysoké školy technické v Praze se nalézající.

*Gordius Preslii**) *n. sp.*

Charakteristický to druh v mnohých příčinách. Lalůčkovitě zúžená přída těla, jaká jemu jest vlastní, dosud u žádné formy vytknuta nebyla. Lalok ten jest průsvitný, bílý, hned za ním následuje naduřené tělo temně zahnědlé. Ostatní tělo jest bělavé až bílé, pouze u ♀ okolí otvůrku pohlavního opět temnohnědé. Co do struktury cuticuly není rozdílu mezi ♂ a ♀; u obou nalézáme šupinovité ztluštění zevní cuticuly velmi hustě na těle přítomné, stejně se tvářící. Samečkové jen nepatrně na přídě těla se liší od ♀, majíce kratší lalůček a i tělem něco tenčím se honosíce, než onyno.

Zadek těla ♀ stejnoměrně zakončuje, netvoří nijaké zaokrouhleniny jako u ♀ G. tolosanus. Vidlice samičí jest velmi nezřetelna, jednak, že větve její jsou velmi kratičké, jednak, že těsně k sobě se přikládajíce, téměř paralellně podle sebe běží. Otvůrek ♂ leží v značnější vzdálenosti od vidlice i objat jest kratičkými špičatými papilami, jež u větším množství na spodní ploše obou větví vidlice jsou rozsázené. V nějaké vzdálenosti nad otvorem ♂ počínají 2 řady dalších štětin, křivolakých a nezřetelně rozvětvených, poměrně krátkých, aspoň daleko kratších, než u G. tolosanus, a uchylují se obloukovitě k oběma stranám podél otvůrku pohlavního.

Žádná z dosud popsaných specií ohledně výše vytčeného lalůčku předního, dále ohledně vidlice ♂ a rozdělení štětin na ní nesouhlasí nikterak s *G. Preslii*; ovšem ale z vyobrazení *Villotových* možno souditi, že struktura cuticuly svrchní jistých druhů exotických upomíná na onu druhu českého.

II.

Vylíčiv hlavní zevní charaktery forem mnou pozorovaných, přikročím k popisu jich organisace, abych dle ní pokusil se projeviti své odůvodněné náhledy o fylogenetickém poměru Gordiaceí k jiným skupinám červů. I rozdělím práci svou tak, že vylíčím nejprve pozorování svá o jednotlivých orgánech a při každé stati vysvětlím

---

*) Označuji druh ten jménem zasloužilého *Jana Sv. Presla,* jakožto prvého pozorovatele strunovců v Čechách.

rozdíly mezi svými a jiných auktorů výsledky. Pojednám: o 1. cuticule, 2. hypodermis, 3. svalové vrstvě, 4. dutině tělesné, 5. nervové soustavě, 6. výživném ústroji, 7. výměsném apparátu a 8. o pohlavních orgánech.

1. *Cuticula.* U všech tří druhů vystupuje zřetelně produkt podkožky, cuticula, ve 2 vrstvách: *a*) jakožto svrchní a *b*) spodní cuticula č. subcuticula.

a) Svrchní cuticula jest teničká, homogení blána, nevrstevnatá u *Gordius sp.* úplně hladká, u ostatních dvou druhů ozdobně šupinkovitá. Kdežto šupiny cuticulární u Gord. Preslii jsou u obou pohlaví stejné i co do tvaru i co do velikosti, těsně k sobě se řadíce, tož touto strukturou jen ♀ Gordius tolosanus se honosí, kdežto ♂ vedle malých šupinkovitých políček má ještě veliké, temnohnědé rozety, mezi prvými roztroušené. Tyto rozety povstaly zajisté splynutím menších políček, jakž také ukazuje i vývoj jich. Shledáváme totiž jednotlivé rozetky neúplné, ježto šupiny k sobě se pozvolna přikládají. Celý povrch svrchní cuticuly jest proniklý malými pory a též poset nezřetelnými štětinkami, jež teprvé při velmi silných zvětšeních jeví se jako produkty cuticuly. Nalézají se vždy v mezerách mezi jednotlivými štítky. Taktéž i pory tutéž mají polohu a ovšem zřetelnější jsou v centru rozetek.

Ústí těchto porů jest objato v nejbližším svém okolí lesklým dvůrkem okrouhlým, načež na obvodu prostírají se paprsky rozety. Příčné řezy mimo to ukazují, že ústí kanálku jest prohloubené.

b) Spodní cuticula jest velmi silná vrstva, skládající se z pružných vláken, jež ve dvou směrech probíhajíce, pod úhlem 36° se kříží. Vlákna nejspodnější, k hypodermis se přikládající, přiléhají těsněji k sobě, než střední a svrchní a také zdá se, jako by jen kruhovitě kolem těla se táhla. Na praeparátech rozcupovaných zůstává vždy tato spodní vrstva vláken na hypordemis vězeti. Kanálky, jež hypodermis se zevnějším svalem spojují, prostupují ovšem také spodní cuticulu, jeví se na spodní cuticule velmi charakteristicky, ježto pronikajíce v úhlech křižících se vláken pružných, působí na rozstoupení se těchto i jeví se při pohledu s povrchu jako křížky, jichž ramena mají týž směr, jako křižující se vlákna. V centru jich leží kanálek. Velmi hustě přicházejí tyto kanálky u G. Preslii, jsouce ovšem daleko útlejší, než kanálky u G. tolosanus, jež zase jsou v průměru širší.

Na spodní cuticule Gordius sp. vidíme čtverečkování výše zmíněné; povstaloť rovněž z vlákenek, jež ale jsouce silnější, lámou ostřeji světlo a vystupují tak zřetelně nad vlákna sousední. Kanálky

prostupujíce cuticulu, nalézají se u většině případů v bodu křížení se silnějších vláken a jsou na svrchní cuticule objaty ostře lámajícími dvůrky.

2. *Hypodermis.* Vrstva cuticulu vylučující či podkožka není na celém těle stejné tlouštky a struktury. Jak známo, již starším auktorům, jest v celé střední části redukována na teničkou vrstvu zrnité protoplasmy, v níž roztroušena jsou jádra silně sploštilá, jež zvláště na příčných řezech ♀ Gordius tolosanus vystupují. Přída a zadek těla jsou však tvořeny z pravé buněčné hypodermis, po způsobu jednovrstevného epithelu, v němž na barvených praeparátech pěkná jádra vystupují. Jak u samečků tak u samiček Gord. tolosanus a Preslii mění se tlouštka hypodermis, vystupujíc hlavně na břišní straně jakožto vysoký cilindrický epithel, skládající se z tenkých, vláknitých buněk s pěknými vřetenkovitými jádry. Z této ztloustlé hypodermis tvoří se také pásmo nervové.

Kdežto štětinovité výrůstky podél pohlavního otvoru samečků jsou bezpochyby jen produkty svrchní cuticuly, anoť nelze spojení jich s hypodermis dokázati, tož tvoří se přímo s hypodermis jiné kratší papilovité štětinky, jež na vnitřní straně samečka vidlice jako lesklá tělíska vystupují. Příčnými řezy snadno se dokáže, že tyto papily jsou ve spojení úzkými kanálky s hypodermis a že mladší, tvořící se papily neleží na svrchní cuticule, nýbrž uvnitř cuticuly spodní, blíže cuticuly, a že ponenáhlu vystupují na povrch.

Villot (*82*) popírá přítomnost buněčné hypodermis u Gordiů vůbec, avšak již *Bütschli* (*83*) tutéž správně pozoroval, kdežto *Linstow* (*81*) za hypordemis vykládá peritoneální epithel. Co se týče rozeznávání vrstev cuticuly tohoto posledního auktora, tu poukazuji na přiměřené vyvrácení jeho zpráv *Villotem* (*80*).

3. *Svalová vrstva.* Jest známo již ze starších prací, že pouze vrstva podélných svalů jest pro strunovce charakteristickou, kdežto okružní úplně schází. Též známo jest, že tato vrstva přetržena jest pouze v břišní střední čáře, již prostupuje po celé délce svaz pásma nervového. Připojuji v tomto ohledě ještě, že i hřbetní čára se dá u samečků v zadní části těla nad chámovody dokázati, jevíc se jakožto mělká rýha mezi pravou a levou polovinou svalů. V přídě těla, tam kde spojuje se pásmo břišní s gangliem nadjícnovým, scházejí svaly vůbec, tak jako ve vidlici samčí na straně břišní. Protož tlouštka svalů není všudy stejná, hlavně u samiček jest téměř o polovinu nižší, než u samečků. Struktura svalů jest také poněkud známa, anoť vytknuto, že to jsou roury silně se stran stlačené, na obvodu

z jemných fibrill tvořené. Žádnému však z dosavadních auktorů nepodařilo se objeviti jádra vláken svalových; ty však se jeví zřetelně jen na dobře barvených praeparátech. Podélné řezy ukazují, že jádra tato jsou velmi silně do délky protažena, paralelně po straně vláken svalových běžící a zdá se, že dosahují téže délky, jako vlákno samo. Rozvětvení vláken svalových, dříve již pozorované, Villotem však popírané, jest charakteristické hlavně pro Gordius tolosanus, kdežto Gordius sp. a Gordius Preslii mají pásy svalové nerozvětvené.

4. *Dutina tělesná.* Nejprvé ovšem nutno položiti otázku, zda-li mají strunovci jakési dutiny tělesné? Všickni dosavadní auktoři pojednávají jen o „pojné hmotě" neb o „parenchymu", jež veškeré orgány objímá a nitro těla vyplňuje. To také shledáme u největší části exemplářů, jež za obyčejných poměrů volného žití strunovců pozorujeme. Avšak to nejsou nikterak poměry původní, neboť tak zvaný parenchym tělní vznikl zajisté později a jeví se jakožto výtvar druhotný. Pravou dutinu tělesnou dokázal jsem snadno následující cestou:

Samičky Gordius tolosanus pěstované v zajetí položí veškerá vajíčka ve vacích vaječných se nalézající. Ještě potom dále chované a zkoumané na řezech příčných ukazují velmi podivuhodné změny vnitřní organisace. Vaky vaječně zmizí úplně, rovněž jako není ani stopy po nějakém parenchymu tělním či pojném tělese. Na místě tohoto objeví se obsáhlá pravá dutina tělesná (coelom) a v ní uložené: pásmo nervové, zažívací roura a pravé vaječníky na mesenteriu párovitém upevněné. Vrstva svalová vyložena uvnitř pěkným jednovrstevným epithelem, jenž snadno se odlupuje a tvoří záhyby do dutiny tělesní sahající.

Tato dutina tělesná rozdělena jest párovitým mesenteriem ve 3 prostory, 1 střední a 2 postranní. Střední prostora obsahuje ve spodní polovině pásmo nervové a těsně nad tímto zažívací rouru. Výše rozvětvuje se každé mesenterium ve 2 lamelly, z nichž vnitřní splývají k utvoření lichého mesenteria, postranní pak dále k hřbetní straně běží, stýkajíce se tu s vrstvou svalovou.

Na rozhraní, kde rozpolťují se mesenteria, upevněny jsou vaječníky, kdežto vnitřní skulinovité prostory, tvořené lichým a párovitým mesenteriem, představují vejcovody.

Tedy máme zde pravou dutinu tělesnou, jež při dospělých a produkty pohlavní obsahujících červech vyplněna jest veskrze t. zv. buněčným pletivem čili parenchymem. Tento vznikl zajisté jen rozmnožením se buněk z blány vniterní č. peritonaea povstalých.

Peritonaeum aspoň vždy dá se jakožto zvláštní epithelovitá blána dokázati a v ní i konstatovati přímo se dělící jádra.

Zvláště u samečků jsou to skutečně kolosální buňky kubické neb cylindrické, jež na stěnu svalů se přikládají, kdežto u samiček jsou silně sploštilé. Tento peritonealní epithel uzavírá v sobě pletivo buněčné, jež známo, jak již řečeno, pod jménem parenchymu. Modifikace tohoto jsou velmi rozličné v jednotlivých končinách těla a pojednám o nich na jiném místě. Důležité však jest, že elementy tohoto „parenchymu“ tvoří veškeré blány, objímající v těle produkty pohlavní, tudíž vaky vaječné a chámové. Z toho pletiva vzniká také mesenterium, více méně mohutné a veskrze epitheliální blány tvořící

Tyto znamenité a pro organogenii nad míru důležité změny mesoblastových elementů, za jaké musíme rozhodně uznati peritonealní blánu a její produkty, zůstaly všem mým předchůdcům úplně neznámé.

Peritonaeum Gordiů ukazuje ale také nadevše jasně, že to blána samostatná, v nijakých bližších stycích vzájemnosti s vrstvou svalovou nestojící, jak bludně v posledním čase vykládáno.

T. zv. parenchym však také jeví se úplně homologickým s lymfatickými č. bludnými buňkami, jež v dutině tělesné annulátův splývají. Jako zde v době tvoření se žláz pohlavních jsou tyto buňky stráveny, tak i u strunovců shledáváme, že když objeví se pravé žlázy pohlavní — v našem případě vaječníky — zmizí úplně „parenchym“. Ovšem ale nepřemění se jeho buňky v žlázy pohlavní, nýbrž tyto jsou orgány samostatné.

Jest tedy parenchym tělesný orgánem výživným.

5. *Nervová soustava.* Gordriidi mají pravé pásmo břišní i zauzlinu mozkovou párovitou. Tato ovšem splynuvši s přední částí pásma břišního, pozbyla své samostatnosti a jeví se jako pokračování pásma břišního. Toto souvisí těsně s hypodermis pomocí svazu nervového, úzké to lamelly, jež prochází vrstvou svalovou a v dutině tělesní naduřuje v pravou míchu břišní. Skladba této poslední jest jako ona annulatů, na spod někdy nezřetelně vytvořená vrstva buněk nervových, nahoře převládající vrstva vláken. Podélné řezy ukazují, že buňky nervové vnikají do vrstvy vláknité a zde v jemné fibrilly se rozvětvujíce, tvoří ozdobné sítivo, jako u annulatů. Zauzlina přední skládá se z poloviny svrchní a spodní; tato převládá co do objemu; středem táhne se zakrsalý jícen.

Svrchní polovina mozková, vysílající k epiblastu 2 silné větve nervové, sestává z jediné, nezřetelné vrstvy buněčné a zřetelnější

vrstvy vláken příčných, jež ku stranám spojují se se spodní polovinou mozkovou. Rozpoltění pásma břišního v zadní části samečků a přítomnost gangliovitého nádoru u obou pohlaví jest známa již z dřívějších prací.

Příčné řezy vidlicí samčí ukazují, že nervové pásmo z epiblastu povstalo; i jest to v nejzazší části značně ztloustlá hypodermis, na níž není ani stopy pásma břišního; teprvé na řezu následujícím lze konstatovati slabounký hrbolek na hypodermis, který čím dále ku předu, tím více naduřuje, až i v stonek se prodlužuje.

Zvláštní, od parenchymových elementů různící se obal pásma břišního, jak Villot chce, neexistuje.

Smyslové orgány jsou výše jmenované drobounké štětinky na celém povrchu těla roztroušené a pak papilovité štětiny na vnitřním okraji vidlice samčí. Ovšem nejsou tyto smyslové orgány opatřovány zvláštními nervy, nýbrž souvisejí přímo s hypodermis. Avšak toto jest pomocí svazku nervového v stálém styku s vlastním pásmem břišním a tudíž stále pod vlivem tohoto se nalézá. Hypodermis samu můžeme tedy jakožto pokračování pásma nervového považovati, a *Villot* dříve skutečně nepoznávaje pravou povahu podkožky, vykládal ji za nervovou součást, její jádra pak za orgány smyslové.

6. *Zažívací ústrojí.* Jest hádka dosud, zda existuje otvůrek ústní čili nic. Pravím, že ano i ne; příjde na druh, který se pozoruje. Tak u G. tolosanus jsou ústa zalepena zvláštním chitinovým plátkem, kdežto u G. Preslii skutečně byť i neznačný jest otvůrek, vedoucí do zakrsalého jícnu. Tento poslední jest kratičký, v nejpřednější své části z homogení cuticuly, dále na zad v konečné zauzliny mozkové z pěkného epithelu bez vrstev svalových se skládající.

Za zauzlinou mozkovou následuje zúžená a lumina postrádající část zažívací roury, s nezřetelnými a sporými jádry, patrně to zakrsalý oesophagus. Týž čím dále na zad se rozšiřuje a přechází pak v pravé střevo (lépe střevní žaludek), se zřetelnou světlostí a dle druhů z pěkného neb méně zřetelného epithelu sestávající. Vrstva svalová vůbec schází. V přídě těla objato jest střevo epithelem parenchymovým, jenž nad ním tvoří jakés mesenterium. Čím dále na zad, tím více vystupuje jasný prostor kolem střeva, kterýž pak v středních částech těla a v končině před vývody pohlavními u obou pohlaví tvoří značnou dutinu, naplněnou vždy zrnitým obsahem. U G. tolosanus mimo to objevuje se kolem této zrnité hmoty vodojasná tekutina; orgán tento vyložíme jakožto *kanál exkreční*, paralelně se zažívací rourou až na konec těla běžící. Jakým spůsobem tento ústroj

na venek ústí, nepodařilo se mi vyšetřiti. Avšak nastává otázka, jaké jest vyústění střeva na venek? A tu ukazují řezy příčné a podélné, že konečná část střeva samečků přemění se v samčí vývod, do něhož ústí chámovody i představuje tedy skutečnou kloaku. U samiček probíhá zažívací roura s počátku těsně ve vidlici mesenteriové, pak níže, až těsně nad nervovým pásmem běží, a to v celém středním a zadním těle.

Tam kde počíná receptaculum, ohýbá se střevo k hřbetní straně a probíhá zde nad žlaznatou částí vývodu samičího, jejž zovu atriem. Pozorování této části těla z profilu ukazuje, že zažívací roura neústí do atria, nýbrž nad ním až na konec těla, k otvůrku pohlavnímu se táhne. Nepodařilo se mi však vyšetřiti, zda-li na venek ústí čili nic. Atrium, dosud od *Grenachera* jako receptaculum vykládané, nepředstavuje tudíž kloaku, jak *Villot* soudí.

Ježto jsme již exkreční apparát blíže označili, zbývá nám zmíniti se ještě o zvláštním užším kanálku, jenž toliko u samiček se vyskytá. Jest to neveliký prostor, který se na příčných řezech objevuje a sice v střední čáře hřbetní strany, nad rozhraní mesenterialní lamellou mezi oběma vejcovody, ovšem v přední části této nesnadno souditi o povaze tohoto kanálu, jakožto orgánu výměšného, neboť sporé buňky na straně jeho se vyskytující, neposkytují dosti záruky, že by zde bylo lze hledati jakousi funkci výměšnou. Než čím dále na zad, tím více zrnek temně se barvících objevuje se v tomto kanálu, což hlavně zřetelně vyskytuje se v končině tělní, kde receptaculem probíhá. I jest to hlavně nad vejcovody oblý kanál, naplněný hmotou, jež povahou svou na buničky krevné ukazují. Tak jeví se onen kanál i v místech kde zažívací roura ku hřbetní straně stoupá; avšak nesnadno říci, a mně se také nepodařilo vyšetřiti, jaký jest dálší průběh a zakončení tohoto zajisté degenerovaného orgánu, jenž bezpochyby v mladších stádiích gordiů zvláštní úkol hraje.

Dosavádní auktoři neznali nijakého exkrečního orgánu — nehledě ovšem, že jeden z nich rouru zažívací tak vykládal — ušel jim docela onen prostor kolem zažívací roury, jakož i kanálek na hřbetní straně u samiček.

7. *Pohlavní orgány.* Poznali jsme již při líčení dutiny tělesné polohu vaječníků na příčných řezech v střední části těla. Na přídě těla, kde jsou vaječníky nejmladší a vajíčka ve vývoji méně pokročilá, jest mesenterium x-ovité a v bodě, kde se obě mesenteria setkávají, jsou upevněny vaječníky. Při pohledu plošném jeví se však vaječníky ne jako párovité splynutí žlázy, nýbrž jako po segmentech za sebou

následující, solidní laločnatá tělesa, párovitě po obou stranách mesenteria upevněná. Každý vaječník skládá se ze zrnité, intensivně se barvící hmoty, v níž hustě jsou uložená jádra nepravidelně contourovaná a ostře světlo lámající. V předních párech vaječníkových nelze znamenati vajíčka se tvořící. To teprvé následuje dále ku středu těla; i vidno, že vystupují na vaječnících hroznovitě skupená mladá, homogení, průsvitnou blanou opatřená vajíčka. Vlastní však pochody vývoje, pro temné zbarvení se žloutku, nelze na příčných řezech sledovati. Za živa nepozoroval jsem vůbec vývoj vajíček, jenž však dle toho, co vidím na praeparátech barevných, musí poskytovati mnohých zajímavostí.

Tedy vaječníky pravé jsou na mesenteriích upevněné žlázy a z nich vajíčka se tvořící spadají do dutiny tělesní, kdež obdají se zvláštní blanou z produktů peritonea povstalou. Tak shledáme daleko největší část pohlavně dospělých volně žijících samiček, že po obou stranách mesenterií prostírají se po celé délce těla vaky, obdané zevně blanou buněčnou, č. „parenchymem“ a naplněné drobounkými vajíčky. To jsou vaky vaječné, kdež zajisté vajíčka k úplné zralosti dospívají. Vajíčka taková, nedospělá, jsou po skupinách seřaděna v jakémsi homogením obalu a dozralá vstupují do vlastních vejcovodů, jichž polohu jsme výše, mezi oběma vaječníky, resp. mezi oběma vaky vaječnými určili. V zadní části těla převládají objemem svým vejcovody, naplněné zralými vajíčky nad vaky vaječnými, táhnoucí se těsně nad receptaculum, kdežto v přední části těla bývají vejcovody z pravidla prázdné. Jakým spůsobem pak vajíčka do vejcovodů vnikají, nepodařilo se mi vysvětliti; jisté však jest, že v zadní části těla běží vaječné vaky podél vejcovodův; rozdíl mezi vejcovody a vaky vaječnými spočívá jednak v bláně je obdávající, jednak v obsahu. Vejcovody jsou totiž obdány homogení, temně se barvící blanou a obsahují vajíčka isolovaná, kdežto zevní obal vaků vaječných jsou buňky dutiny tělesné, č. t. zv. parenchym. Vajíčka pak tvoří skupiny blanou obdané.

Žádný z předešlých auktorů nepoznal vlastní tvar, polohu a rozdělení vaječníků. Tímto jménem označují jen vaky vaječné a zadní jich odstavec vykládají jakožto vejcovody.

Konečná část pravých vejcovodů zúžuje se a se hřbetní strany stoupá k břišní asi tam, kde již zažívací roura vystoupí ku straně hřbetní. Homogení část vejcovodů jest láhvicovitě zúžená, z pěkných, byť i malinkých epitheliatních buněk složená a vniká do žlaznatých a svalnatých výstupků atria současně s vývody receptacula.

Receptaculum seminis, po prvé byť i ne úplně *Grenacherem* pozorované, *Villotem* však úplně nepoznaném jest vak velmi silně prodloužený a naduřelý, z homogení, pružné blány tvořený, táhnoucí se pod vejcovody a dále ku předu mezi oběma vaky vaječnými. Jest silně nabitý chámy. V přední části zatlačuje zažívací rouru ku straně, později docela na břišní plochu podle nervového pásma a ústí dvěma tenkostěnými chodbičkami současně s vejcovody do atria.

Orgán, jejž tímto jménem označuji, vykládán jest od Villota za kloaku, avšak výše jsem naznačil, proč nelze tak přijímati. Atrium jest zajisté ústrojím, kde oplozují se vajíčka z vejcovodů vycházející spermatozoy, jež z receptacula přicházejí. Víme-li, že vajíčka položená vždy po skupinách, v tvrdém obalu, na vodních rostlinách neb kamenech se nalézají, tož nezbývá než vyložiti, že tento zevní obal z výmětků jistých žláz původ svůj míti musí. A skutečně jest atrium vyložené velikými klkovitými žlázami, jejichž skladba histologická nad míru obtížná jest k vysvětlení. Teprvé delším ponecháním řezů v barvivu objeví se, že každý klk představuje soubor buněk žlaznatých, jež podél centrálního kanálku jsou sestavené a představují tudíž stavbu žláz tak zv. tubulosních. Z těchto zajisté žláz vzniká onen tvrdý obal vajíček strunovců.

Zevně jest obdáno atrium bezpochyby svalnatými elementy, aspoň nesnadno lze vysvětliti jasnější vrstvu kolem atria, v níž uložena jsou četná, živě se barvící jádra.

Podařilo-li se mi objeviti vaječníky strunovců, tož nemohu tak tvrditi o varlatech; ta bezpochyby velmi záhy, snad již v larvách se vyvíjejí, a později, ve volně žijících stádiích rozpadnou se v spermatozoa, jež rovněž jako vajíčka, ve dvou vacích podél mesenteria se prostírají a tudíž zase vaky chámové tvoří. Každý vak táhne se od přídy až téměř ku kloace, vysílaje kratičký vývod — chámovod — jenž přímo do kloaky ústí. Kloaka sama jest vak láhvicovitě naduřelý a k břišní straně se zúžující. Hypodermis a cuticula opětují se i zde i není pochybnosti, že kloaka sama jen ve vchlípení epiblastu svůj původ má. Dosud popírá se u strunovců přítomnost jakési pyje, čili obdobných orgánů bodcům Nematodů; — já také skutečně nenalezl jsem u G. Preslii ničeho, co by vlastní pyji odpovídalo; avšak na příčném řezu u G. tolosanus, vedeném přímo otvorem kloaky, nalezám orgán chitinovitý, trubicovitý, — zkrátka pravou pyji, jakožto duplicaturu cuticuly zevní.

Při snoubení může se část kloaky vychlípiti ovrubujíc tak celý otvor pohlavní a zabraňujíc tak rozptýlení chámů. I jest to bursa copulatrix.

Theoretické úvahy o příbuznosti a systematickém postavení strunovců.

Zevnější znaky Gordiidů byly příčinou, že většina starších auktorů čítala je k hlístům oblým a sice jakožto čeleď Nematodů. Ale i později zařadil *Schneider* strunovce k nematodům a bezpochyby po příkladu tohoto spisovatele nalézáme v dnešních rukovětích zoologie gordiidy mezi hlísty škrkavkovitými. Avšak již *Siebold* pokládal strunovce jakožto stejně oprávněnou a škrkavkám rovnou skupinu hlistů oblých, stanoviv řád Gordiacea, ku kterým ovšem ještě i Mermis připojil; *Grenacher* pak, který lépe poznal organisaci strunovců než jeho předchůdci, vytýká, že tito červi téměř ve všem se liší od Nematodův. A rovněž tak *Villot* stanoví zcela nový řád Gordiaceí v čelo ovšem neurčité třídy „Helminthů".

V zevnějším tvaru těla, t. j. v nečlenitém, oblém a vláknitém vaku tělním a jeho cuticule jeví strunovci značnou podobu s Nematody, od nichž však v ostatních poměrech organisace tak rozdílní jsou, že po zralém uvážení nutno je nejen z řádu Nematodů, nýbrž vůbec z třídy oblých hlístův vyloučiti a postaviti je v nejbližší příbuzenství s červy členitými. Významnou jest pro tento výklad přítomnost pravé dutiny tělesné a mesenterií, dále vysoce organisovaná soustava nervová a posléze článkovité rozdělení žláz pohlavních.

Ohledně dutiny životní jsme dokázali, že t. zv. buněčné pletivo za jistých dob i ve volně žijícím stádiu může zmizeti a že pak vystoupí pěkným epithelem vyložená dutina životní. Řečený epithel odpovídá t. zv. peritonaeu annulátů. Zažívací roura postrádá sice obalu svalového, takže v ohledě tomto upomíná na zažívací ústrojí nematodů. Tento zjev vykládáme však z fakta, že strunovci ve volném stadiu svého žití vůbec žádné potravy nepřijímají, kdežto o povaze mladších stádií nejsme s dostatek poučeni. Mesenteria jsou pro pravé Annulaty velmi charakteristická a objevují se také u Gordiidů v typickém tvaru, ony povstávají, zrovna tak jako u annulatů, differencováním vniterného epithelu dutiny tělesné, dělíce tuto poslední v pravou a levou polovinu. Členité rozdělení žláz pohlavních, jak jsme je u ovárií poznali, jest pro Gordie velmi význanmé i možno je uvésti jen na ony poměry, jaké nejlépe známe u annulatů. Ovarie ty povstaly, jak experimentem zjištěno, teprvé po jistých fysiologických procesech. Neustálým dělením elementů epithelu břišního vzniká t. zv. buněčné pletivo, jež vyplní veškeré mezery dutiny tělesné. To však dále musí býti resorbováno a jeho plasma, zvláště modifikovaná zužitkuje se k pro-

dukci žláz pohlavních; neb za doby, kdy tyto se objeví, zmizí úplně pletivo buněčné. Elementy tohoto pletiva odpovídají t. zv. mizním (lymfatickým) buňkám annulatů a hrají u těchto posledních důležitou ovšem až dosud ne úplně vyzkoumanou úlohu. Z dosavadních pozorování jde však na jevo, že buňky mizní před nastoupením pohlavní dospělosti, aspoň před objevením se varlat a vaječníků, byť i ne úplně zmizely, tož značně, ba až na nejmenší míru se zredukují, kdežto mezi tím žlázy pohlavní vystoupí.

Ústřední soustava nervová gordiidů upomíná jen na onu, jakou známe u pravých annulatů. Odchylné poměry, jak jsme nalezli v předním peripharyngeovém gangliu, nelze nikterak vysvětliti z nervového kruhu Nematodů, ovšem ale z přední části nervové soustavy annulatů. Následkem redukce pharyngu, zakrní i zauzlina mozková, zvětší se však jícnové kommisury a přední část pásma břišního, čímž povstane ono mohutné peripharyngeové ganglion. Pásmo břišní neodchyluje se nijak od onoho annulatů, mezi nimiž známe četné zástupce, jichž pásmo nervové postrádá segmentových zauzlin, jako u gordiidů. I v histologickém ohledě jsou tytéž souhlasné poměry obou skupin; ba i vývojepisně dokázali jsme, že pásmo strunovců tak se tvoří z dvou polovin epiblastových ztluštěnin, jako u annulatů.

Jiné podstatné znaky příbuznosti mezi oběma skupinami vyložím v definitivním pojednání, neboť i v obalu tělesném, zažívacím ústrojí i jinak v histologické struktuře nalezáme souhlasnou stavbu u Gordiidů i annulatů. Pozdější podrobnější zkoumání embryologická ukáží zajisté, že zde veskrze máme spíše co činiti s homologiemi než analogiemi, z kteréžto příčiny nutno vymaniti strunovce z třídy oblých hlístů a postaviti je k annulatům jako zvláštní řád, pro nějž navrhuji jméno „Nematomorpha“.

Doslov. Po odevzdání této práce do tisku dostalo se mi laskavostí prof. Dědečka 2 exemplařů zvláštního, dosud neurčeného druhu strunovce, z nichž jeden samičku a druhý samečka představuje. U samičky nalézám totéž typické, článkovité rozdělení z vaječníků, jako u G. Tolosanus, i soudím z toho, že bude pravidlo to pro všecky Gordiidy platné.

K usnadnění práce našich mladších zoologův, kteří by se chtěli blíže zabývati aspoň s faunou tuzemských strunovců, podávám seznam veškerých spisů, jež o Gordiaceích byly uveřejněny, řídě se dle *Meissnera* a *Villota*, pokud se týče nejstarších a starších publikací.

1) 1560. *C. Gesner,* Nomenclator aquatilium animalium; de animalibus in dulc. aquis; de insectis. „Vermis aquaticus", „Vitulus aquaticus", „Amphisbaena aquatica", „Trichias".

2) 1602. *Ul. Aldrovandi,* de animalibus insectis libri septem, lib. VII. Cap. X., p. 720. Tab. DCCLXV. „Srovnává strunovce s uzlem gordickým."

3) 1651. *Alb. Magnus,* de Animalibus. Lugdun; liber XXVI. „Seta" (Alb. Magnus žil 1193—1280).

4) ? rukopis v Krakově: *Thomas Cantipratensis*, De natura rerum, lib. IX. p. 538. (Žák A. Magna.)

5) 1672. *Lister,* Extract of a letter concerning animated Hors-hairs. (Philos. Transactions. vol. VII., no. 3., p. 4064—4066).

6) 1734. *Frisch,* De lumbricis in locustis. (Misc., Berolin., t. IV. p. 393—394).

7) 1752. *Hill,* Hist. of animals, p. 14.

8) 1755. *Klein*, Tentamen herpetologiae, p. 68.

9) 1760. *Plancus,* De conchis minus notis liber. Edit. altera Romae, appendix secunda. Cap. XXII. p. 111.

10) 1766. *C. Linné,* Systema naturae. Edit. XII. T. I., P. II. p. 1075.

11) 1773. *O. F. Müller,* Verm. terrestr. et fluviat. historia Vol. I. 2. p. 30.

12) 1780. *O. Fabricius,* Fauna Groenlandica. p. 266.

13) 1787. *Goeze*, Naturgeschichte der Eingeweidewürmer, p. 123.

14) 1788. *Al. Bacounin*, Mémoire sur les Gordius d'eau douce des environs de Turin. (Mém. Acad. reg. d. science. Turin. Mém. prés., p. 23—42, pl. XII. fig. 1—10).

15) 1788. *Linné*, Syst. Naturae, edit. Gmelini, T. I. p. VI. p. 3082.

16) 1800. *Zeder*, Erster Nachtrag zur Naturg. der Eingeweidewürmer, von J. A. E. Goeze, mit Zusätzen und Anmerkungen p. 7.

17) 1807. *Meissner,* Note sur quelques habit. observées chez des espéces du genre Gordius (Nouv. Bull. d. sc. Soc. philom. T. I. p. 25—26).

18) 1809. *Rudolphi,* Entozoorum hist. naturalis. Vol. II. T. I. p. 12.

19) 1816. *A. Lamarck,* Hist. nat. d. anim. s. vertèbres. t. III. p. 670. (II. édit. 1840, t. III. p. 670).

20) 1817. *G. Cuvier,* Le Régne anim. distr. d'après son organisation. t. II. p. 532. (II. édit. 1829. t. III. p. 217).

21) 1820. *Matthey,* Observat. sur le Dragonneau vivant dans la sauterelle verte. (Bibl. univ. dec. 1820. — Journ. de physique, de chimie, d'hist. nat. et des arts. p. M. H. M. Ducrotay de Blainville, t. XCI. juill. 1820. p. 476—477).

22) 1824. *Auduin*, Dictionnaire classique d'hist. nat. (dle Dujardina).

23) 1825. *Pellieux,* Observ. sur le Dragonneau d'eau douce (Soc. roy. Scien. d'Orléans. — Ann. sc. nat. I. sér. t. VI.

24) 1828. *L. Dufour,* Notice sur la Filaria forficulae, éspèce de ver trouvé dans l'abdomen du perce-oreille (Ann. Sc. nat. I. sér. t. XIII. p. 66—68. pl. IX. c. — Observ. sur une nouv. espéce de vers du genre Filaria (Ibidem t. XIV. p. 222—225).

25) 1830. *H. D. Blainville,* Dict. des sciences naturelles.

26) 1832. *Lyonet,* Anat. de différentes espèces d'insectes. (Mém. du Mus. d'hist. nat. t. XX. p. 30—33. pl. III. fig. 15. 6. article).

27) 1834. *Alex. Charvet,* Observat. sur deux espèces du genre Dragoneau qui habite dans quelques eaux curantes des envir. de Grenoble (Nouv. Ann. d. Muséum. t. III. p. 37).

28) 1835. *P. Gervais*, Sur l'identité spécifique du Gordius aquaticus avec une Filaire du Blaps mortisaga. (Ann. Soc. entomolog. France. 1835. Divers. p. 70).

29) 1835. *Kirtland*, Gordius aquaticus dans une sauterelle. (Soc. osmoléen d'Oxford.) L'. Institut, IV. no. 160. p. 172—173 (1836).

30) 1836. *Jan Svatopluk Presl*, Vidlořep (Dicranurus) nové pokolení hlist. Krok, díl III. p. 160.

30[bis]) 1836 *L. Dufour*, Rech. sur quelques Entozoaires et larves parasites des Insectes orthoptères et hyménoptères (Compt. rend. 1836. — Ann. Sc. nat. zool. II. sér. t. VII. p. 7. 1837).

31) 1836. *G. Johnston,* Illustr. in Brit. Zoology. Gordius aquaticus (Magaz. nat. hist. 1836. art. VI. p. 355—357. fig. 52).

32) 1836. *Elie de Beaumont*, L'Institut. no. 139. p. 3.

33) 1836. *Rob. Templeton,* A catalogue of the Species of Annulose Animals, and of Rayedones fauna in Ireland. (Mag. nat. hist. 1836. art. IV. p. 241—243).

34) 1837. *C. Th. v. Siebold,* Helminthologische Beitraege (Arch. f. Naturg. Jahrg. 3. Bd. 2.)

35) 1837. *Hope,* Mém. sur les Filaires qui attaquent l'homme et les insectes (Assoc. britt. p. l'avanc. d. scien. Compt. rend. 1837., L'Instit. no. 246, p. 302. 1838.)
36) 1838. *C. Th. v. Siebold,* Helminthologische Beitraege (Arch. f. Naturg. Jahrg. 4. p. 302).
37) 1842. *Berthold,* Ueber den Bau des Wasserkalbes. (Abhandl. d. Kön. Gesellsch. Wisssensch. Göttingen. Bd. I. p. 18.
38) 1842. *Dujardin*, Mém. s. l. struct. anatom. d. Gordius et d'un autre helmithe, le Mermis etc. (Ann. Scienc. nat. Zoolog. 2. sér. t. XVIII p. 142.)
39) 1842. *C. Th. v. Siebold*, Ueber die Fadenwürmer der Insecten (Stettiner entomol. Zeitung, Jahrg. 3. p. 146.)
40) 1843. *C. Th. v. Siebold,* Ueber die Fadenwürmer der Insecten; Nachtrag (Ibidem. Jahrg. 4. p. 79.)
41) 1843. *B. Crivelli*, Storia del genere Gordius e di un nuovo elminto Autoplectus protognostus etc. (Mém. Inst. Lomb. v. II. p. 3—24).
42) 1845. *Dujardin*, Hist. nat. d. Helminthes. p. 246. (Suite à Buffon).
43) 1845. *Siebold und Stannius*, Lehrbuch d. vergl. Anatomie.
44) 1846. *Alex. Charvet*, Note sur une espèce non décrite du genre Dragonneau (Bull. Soc. Stat. de l'Isère I. sér., t. IV. p. 75—82., avec figures).
45) 1847. *Fr. Chr. H. Creplin*, Chordodes parasitus, ein Schmarotzerwurm aus einer Heuschrecke. (Froriep's Notizen. 3. Reihe. Bd. 3. No. 55. p. 161—165).
46) 1846. *Cl. Gay*, Historia physica y politica de Chili. Zoologie. t. III. p. 109.
47) 1847. *C. Th. v. Siebold*, Ueber die Fadenwürmer der Insekten. Nachtrag (Stett. Entom. Zeitung 9. p. 291).
48) 1849. *E. Blanchard,* Recherches sur l'organis. des Vers. (Ann. scienc. nat., Zoolog. 3. sér., t. XII. p. 5).
49) 1849. *E. Grube*, Ueber einige Anguillulen und die Entwicklung von Gordius aquaticus (Archiv f. Naturgeschichte. t. XXIX. p. 358. pl. VII. fig. 1—10).
50) 1849. *Max Geminger,* Gordius in Insekten (Stettiner Entomol. Zeitung, Jahrg. 10. p. 63—64).
51) 1850. *Jos. Leidy,* Notes on Developement of the Gordius aquaticus. (Proceed. of the Academy of nat. scienc. in Philadelphia. Vol. V. p. 98—100).
52) 1850. *C. Th. v. Siebold,* Ueber die Fadenwürmer der Insecten. Nachtrag III. (Stett. Entom. Zeit. Jahrg. 11. p. 329).

53) 1851. *C. M. Diesing,* Systema Helminthum v. II p. 83.
54) 1851. *J. Leidy,* Proceed. of the Acad. nat. Scienc. Philadelphia, p. 262—263, et 275.
55) 1851. *Ch. Girard,* Historical Sketch of Gordiacee (Ibidem. vol. V. p. 279—284).
56) 1851. *Fr. Or. Scortegagna*, Analisi delle memorio intitolato: Storia del genere Gordius e di un nuovo elminto Autoplectus protognostus, ditto volgarmente Gringo o Filo dai contadi Lombardi (Nuov. Annal. scienz. nat. di Bologna. 3. sér. t. III. p. 150—151).
57) 1851. *G. B. Crivelli*, Riposto al analisi, etc. (Ibidem, t. IV. p. 73—76).
58) 1853. *S. N. Sanford*, On some points in the history of Gordius (Proceed. Acad. nat. scienc. Philadelphia, 1853 et 1856 p. 250).
59) 1853. *J. Leidy*, A Flora and Fauna within living animals (Smithsonian Contributions, V.)
59bis) 1853. *F. Leydig,* Zoologische Notizen. 2. Helminthologisches (Z. f. w. Z. Bd. IV. p. 285—287. Taf. XIV. fig. 7—8).
60) 1853. *W. Baird*, Description of some new species of Entozoa from the collect. of the British Museum (Proceed. zool. Soc. London pl. XXX—XXXI).
61) 1854. *C. Th. v. Siebold,* Ueber die Fadenwürmer der Insekten, Nachtrag IV. (Stett. Entomol. Zeit. Jahrg. 15. p. 103).
62) 1855. *C. Th. v. Siebold,* Ueber die Band- und Blasenwürmer nebst einer Eintheilung über die Entstehung der Eingeweidewürmer (Ann. Sc. nat. zool. 4. sér. t. IV. p. 53—59).
63) 1855. *K. Moebius*, Chordodes pilosus, ein Wurm aus der Familie der Gordiaceen (Z. f. w. Z. Bd. VI. p. 427—431. XVII. fig. 1—8).
64) 1856. *J. Leidy,* Proceed. Acad. nat. sc. Philadelphia v. VIII.
65) 1856. *G. Meissner,* Beitraege zur Anatomie und Physiologie der Gordiaceen (Z. f. w. Z. Bd. VII. p. 47—137. Taf. III—VIII.
66) 1856. *C. Th. v. Siebold,* Zusatz, ibidem, p. 142—144.
67) 1857. *V. Kollar*, Ueber Gordius und Mermis (Verhandl. zool. bot. Gesellsch. Wien. Bd. VII. p. 141).
68) 1857. *Jos. Leidy*, Proceed. Acad. nat. Scienc. Philadelphia.
69) 1858. *C. Th. v. Siebold*, Ueber Fadenwürmer der Insecten. Nachtrag V. (Stett. Entom. Zeit. Jahrg. 19. p. 326—344).
70) 1858. *Legrand,* Sur le Gordius ditiscorum (Ann. Soc. entom. France, 3. sér. t. VI. Bulletin, p. 185—187).

71) 1858. *J. Leidy*, Proceed. Acad. nat. Scienc. Philadelphia.
72) 1859. *G. Pouchet*, Hétérogénie ou traité de la génération spontanée, p. 584.
73) 1860. *K. M. Diesing*, Revision der Nematoden (Sitzungsber. kais. Akad. Wissensch. Wien, t. XLII. p. 599—605).
74) 1864. *Alex. Laboulbène*. Note sur un helminthe parasite du genre Mermis sorti du corps d'un Orthoptère à la Nouvelle-Calédonie (Ann. Soc. entomol. France 4. sér. p. 678).
75) 1866. *A. Schneider*, Monographie der Nematoden.
76) 1868. *H. Grenacher*, Zur Anatomie der Gattung Gordius. (Z. f. w. Zool. t. XVIII. p. 322—344. fig. 22—24).
77) 1869. *H. Grenacher*, Ueber die Muskelelemente von Gordius (Ibidem Tom. XIX. p. 287—288. Taf. 24. fig. 4).
77bis) 1869. *A. Schneider*, Noch ein Wort über die Muskeln der Nematoden (Z. w. Z. 284—287).
78) 1872. *A. Villot*, Sur la forme embryonnaire des Dragonneaux (Compt. rend. Acad. Sc., 5. août. 1872).
79) 1872. *A. Villot*, Sur la forme larvaire des Dragonneaux (Compt. rend. Acad. Scienc. séance 2. déc. 1872).
80) 1873. *A. Villot*, Nouvelles espèces des Dragonneaux du Muséum d'hist. nat. de Paris (Bull. soc. de Statistique de l'Isére).
81) 1873. *A. Villot*, Sur l'organisation des Dragonneaux (Ibidem).
82) 1874. *A. Villot*, Monographie des Dragonneaux (Archives Zool. expérim. et générale. t. III. p. 39—73. pl. I. II., pag. 181—238, pl. VI—IX.)
83) 1873. *O. Bütschli*, giebt es Holomyiarier? (Z. f. w. Z. p. 405. Taf. XXII. I.)
84) 1874. *O. Bütschli*, Beitraege zur Kenntniss des Nervensystems der Nematoden (Archiv für mikroskop. Anatomie p. 88).
85) 1876. *Bütschli*, Untersuchungen über freilebende Nematoden und die Gattung Chaetonotus. (Zeitsch. f. w. Zool. p. 397 bis 398).
86) 1877. *O. v. Linstow*, Helminthologica (Arch. f. Naturg. p. 4—5. Taf. I. fig. 6.)
87) 1878. *O. v. Linstow*, Compendium der Helminthologie.
88) 1880. *J. Leidy*, On Gordius, Ann. Mag. nat. hist. 5. Vol. 3. 457—458.
89) 1880. *A. Villot*, Sur l'organis. et le Developement des Gordiens. Compt. rend. acad. Scienc. T. 90. p. 1567—1171. Ibidem.
90) 1881. *A. Villot*, Nouv. rech. sur. l'organis. et de develop. des Gordiens. Ann. Scienc. nat. ser. 6. T. 11. 2 pls.

91) 1881. *Fiori e Rosa*, Un caso di Parasitismo die Gordius adulto nell' uomo. R. acad. di Medicina.

91[bis]) 1881. *D. Rosa*, Nota intorno ad una nuova spec. del genere Gordius (Gord. de Filippi) proveniente da Tiflis. (Atti R. Acad. Sc. Torino. Vol. 16. 572—574.)

92) 1882. *D. Rosa*, Nota intorno al Gordius Villoti n. sp. e al G. tolosanus. 1 tab. Ibidem. Vol. 17. p. 333—342.

45.

Přehled českých Tubificidů.

(Zpráva předběžná.)

Podává **Antonín Štolc**. Předloženo dne 11. prosince 1885.

Zabývaje se již drahnou dobu studiem českých oligochaetův, obral jsem sobě za předmět svých pozorování zejména důležitou skupinu *Tubificidův*.

Byly to pak obzvláště základní dílo*) velectěného učitele mého a práce *Eisenova*,**) jež vedly mne k tomu, abych na základě anatomických a systematických údajův tuto uvedených pokusil se v obšírnějším anatomickém i systematickém zpracování domácích *Tubificidův*. Ve příčině zoogeografické tak bohatá vlasť naše poskytla mi i tentokráte materialu přehojného, tak že mohl jsem seznam našich domácích *Tubificidův* nejen doplniti formami totožnými neb příbuznými, jež *Eisen* ze Švédska a Ameriky severní byl popsal, nýbrž i poštěstilo se mi nalézti některé karakteristické formy nové, dosud v literatuře zoologické nepopsané.

Maje po ruce dostatečného materialu, podrobil jsem veškeré domácí specie důkladnému rozboru anatomickému a i tu došel jsem výsledku často překvapujícího a pro srovnávací morphologii našich oligochaetův na mnoze dosti důležitého. Hodlaje však výsledky svého pozorování složiti v obšírnější monografii této čeledi, nemíním tuto pouštěti se do obšírnějších rozborův anatomických. Z téže příčiny obmezuji se také v tomto přehledu na systematické vytčení jednotlivých rodův a specií i připojuji spolu krátké diagnosy, jež jen tehdy

---

*) *F. Vejdovský*, System und Morphologie der Oligochaeten, 1884.

**) *G. Eisen*, Preliminary report on genera and species of Tubificidae. Bihang till K. Svenska Vet. Akad. Handlingar, 1879.

rozšířiti za nutno uznávám, kde o formy málo známé neb nové se jedná.

Pokud nalezišť se dotýče, tu připojuji ku jednotlivým druhům pouze naleziště nová, ze kterých dotýčný červ posud znám nebyl. Na konec jest mi připomenouti, že z příčin, jež jinde*) vyložiti jsem se pokusil, odhodlal jsem se rozděliti celou čeleď na dvě podčeledi. Ovšem nemohl jsem tuto bráti zřetele na podčeleď třetí *(Telmatodrilini)* jejíž zástupce dosud u nás nalezen nebyl.

Tubificidae Vejd.

Oligochaeti normálně článkovaní, se štětinami ve čtyřech řadách; štětiny dorsalní vlasovité, rozeklané, neb hřebínkovité, štětiny ventrální toliko rozeklané. — Zřetelně vyvinutá soustava nervová nevykazuje žádných specialních orgánův smyslových vyjma rod jediný (Bothrioneuron, nov. gen.) — Pharynx končí v segmentu třetím neb čtvrtém, oesophagus v segmentu osmém. — Soustava cevní skládá se z cevy dorsalní a ventrální, k nimž přistupuje řada kliček postranních, z nichž některé v segmentech předních naduřují a pulsují (tak zv. srdce). Vedle hlavních cev existuje u většiny rodův *(Tubificini)* zvláštní system střevní ze cevy supraintestinalní a subintestinalní, jakož i ze sítě cévní se skládající.

Organy exkreční scházejíce v některých segmentech na přídě tělní, uloženy jsou párovitě ve všech segmentech ostatních i opatřeny jsou mohutným odstavcem žláznatým, k němuž na mnoze i zvláštní odstavec ampulovitý se přidružuje. — Ze žláz pohlavních umístěny jsou varlata v 9. segmentu trupovém, vaječníky pak v segmentu 10. Zásobárny chámu (rec. sem.) vycházejí na venek v segmentu 9., chámovody pak v segmentu 10. Párovité vejcovody majíce podobu nedokonalých vířících nálevek umístěny jsou v dissepimentu segmentu desátého i ústí na venek na rozhranní segmentu desátého a jedenáctého.

---

1. Subfam. **Ilyodrilini.**

Tubificidi se štětinami pohlavními. Chámovod bez pyjového organu copulačního a žlázy tmelové. Netvoří spermatophorův. Vývoj vajíček děje se dle typu u Naidomorph panujícího.

---

*) Vorläufiger Bericht über Ilyodrilus coccineus Vejd., Zool. Anzeiger, 1885.

1. Genus. Ilyodrilus Eisen.

1. Species *Ilyodrilus coccineus* Vejd.

Syn.: Tubifex coccineus Vejd., 1874.
Ilyodrilus fragilis Eisen?, 1879.
Tubifex rivulorum var. coccineus Vejd., 1884.

Popis. *Štětiny dorsalní* vlasovité a rozeklané; tyto na předních regmentech opatřeny jsou jemnou membranou mezi oběma zoubky sozestřenou. *Uzlina mozková* do šířky protáhlá, na předním okraji mírně vypuklá s malým processem uprostřed, na zadním pak dvěma laloky vnějšími a dvěma vnitřními, menšími opatřena; z nervův peripherických vybíhají dva páry z okraje předního a jeden pár z okraje zadního.

Vedle hlavní *soustavy cevní* vyvinut karakteristicky zejmena system integumentalní, velice složitý a system střevní, jemuž však zvláštní cevy supraintestinalní a subintestinalní scházejí. — Odstavec žláznatý *orgánův exkrečních* upomíná velice na postseptální část exkrečního orgánu u *Enchytraeidův* i umístěn jest hned za dissepimentem dotýčného segmentu; odstavec ampulovitý schází.

Poznámka. Karakteristický tento oligochaet, jenž již před lety p. prof. *Vejdovským* byl pozorován, žije v čisté vodě říční. Nalezen byl nověji ode mne ve vysýchajícím rameni vltavském v Troji a ve Vltavě na Štvanici. Veliké a úhledné cocony své upevňuje na kořeny vodních rostlin a jiné předměty vodní, kterýmžto způsobem na *Lumbriculidy* (zejména Rhynchelmis) upomínaje, význačně od ostatních Tubificidův se odchyluje.

2. Subfam. **Tubificini.**

Tubificidi bez štětin pohlavních. Chámovod s pyjí a žlazou tmelovou. Spermotophory se vytvořují. Vývoj vajíček děje se dle typu u vyšších oligochaetův panujícího.

2. Genus Tubifex Lamarck.

Diagnosa. Štětiny dorsalní vlasovité a rozeklané; tyto střídají se často s nedokonale hřebínkovitými. *Uzlina mozková* poněkud do šíře protáhlá se předním okrajem mělce prohnutým, s laloky postranními menšími a s okrajem zadním značně vykrojeným, s laloky mohutnými, tupě ukončenými; z hlavních větví nervových vybíhá jeden pár z okraje předního ku předu a druhý z laloků postranních do zadu.

Vedle obou hlavních cev přítomna jest u Tubifexa ceva *supraintestinalní**) jež od cevy dorsalní na počátku žaludku střevního se oddělivši, po oesophagu až k pharyngu probíhá a v segmentu osmém oběma pulsujícím cevám postranním (tak zv. srdci) vznik dává a dále pak ceva *subintestinalní* na spodu žaludku střevního probíhající a velmi složitě s cevou ventrální se spojující. Velmi složitě, avšak pravidelně probíhající organy exkreční opatřeny jsou mohutným odstavcem žláznatým daleko za předním dissepimentem dotýčného segmentu umístěným, jakož i význačným odstavcem ampulovitým.**) Penis struktury velmi složité***) není chitinovitým.

2. Species *Tubifex rivulorum Lam.*

(Viz Vejdovský, System etc., pag. 46., tab. VIII—X.)

3. Genus Psammoryctes Vejd.

Diagnosa. Štětiny dorsalní vlasovité, hřebínkovité a rozeklané.

Uzlina mozková do délky protáhlá, na předu mělce prohnutá, s postranními laloky menšími, v zadu hluboce vyříznnta, s oběma mohutnými konickými laloky zadními; oba páry větví nervových probíhají v témže směru jako u Tubifexa. *Cevní soustava a organy exkreční* jsou téže stavby jako u Tubifexa. Tmelová žláza chámovodu neústí však do atria, nýbrž do zvláštní vesiculy před atriem v chámovod vetknuté. Penis tvaru široce kuželovitého, na konci uťatého jest jen částečně chitinovitým.

Otvory vejcovodu na rozhraní segmentův 10. a 11. umístěné patrny jsou toliko u červův úplně dospělých, zejména ku položení

---

*) Přítomností této cevy, jakož i spojením jejím s oběma postranními cevami pulsujícími dokázána veliká příbuznosť cevního apparatu Tubificidův s oním u některých vyšších oligochaetů zejména *Urochaety* a *Pontodrila* — Viz *Perrier*, Etudes sur l'organisation des Lombriciens terrestres, Archives de Zool. exp. et. gén. 1874 et 1881,

**) Domněnka *Nasseho* (Beiträge zur Anatomie der Tubificiden, Bonn 1882) a spolu i *Kückenthala* (Über die lymphoiden Zellen der Anneliden, Jen. Zeitschr. für Naturwiss. Bd. 18. et 19.), jakoby organy exkreční souvisely žláznatým svým obalem peritonealním se cevou ventralní (což hlavní jest oporou (!) theorie o lymphoidních buňkách dotýčného autora), jest naprosto mylná a mohla jedině následkem jednostranného pozorování vzniknouti.

***) Vejdovský, System etc., pag. 142, tab. IX.

vajíček se připravujících. Vývodní chodba receptacula opatřena před ústím svým zajímavým organem samičím copulačním.*)

3. Species *Psammoryctes barbatus Vejd.*
(Viz Vejdovský, System etc., pag. 46—47., tab. VIII—X.)

Poznámka. Překrásný tento červ, jenž za obydlí své pouze čisté vody vyhledává, znám byl u nás toliko z jediného naleziště (potok Kouřímský). Během mých pozorování poštěstilo se mi však dosud na dalších třech místech jej zjistiti: v rybnících u Hrdlořez a Běchovic a pak na Štvanici ve Vltavě, kde exemplary zvláště průzračné nalézti se dají. Cocony jeho jsou poněkud barvy hnědé, ostatně však téhož tvaru jako u Tubifexa.

4. Genus Spirosperma Eisen.

Diagnosa. Štětiny dorsalní vlasovité a hřebínkovité; štětiny ventralní pouze rozeklané. — Uzlina mozková do šířky protáhlá, opatřena na přídě karakteristickým processem značně širokým, avšak nízkým; laloky menší postranní, jakož i zadní tupě ukončené, podobně pak oba páry hlavních větví nervových vytvořeny dle téhož plánu jako u Tubifexa. Soustava cevní a organy exkreční zcela dle normalního typu vytvořeny. — Atrium chámovodu přijímajíc velikou žlázu tmelovou upomíná tvarem svým i mohutnou vrstvou svalovou na tentýž organ *Limnodrilidův*, na kteréž ostatně i ukazuje zcela chitinovitý penis, tvaru krátce válcovitého.

Mohutné schránky chámové, úhledným epithelem žlaznatým vyložené a nad obyčej dlouhým svalnatým vývodem opatřené, chovají ve nitru svém spermatophory pro rod tento velmi karakteristické: pravidlem nalézá se v každém receptaculu toliko jediný spermotophor, avšak vzhledem ku spermatophorům jiných rodův jest délky obrovské; v přední polovici své jest krkovitě zúžený, vnější pak vrstva jeho neukládá se rovnoběžně na vrstvu vnitřní, nýbrž jest kolem této šroubovitě otočena.

4. Species *Spirosperma ferox* Eisen 1879.

Syn.: Nais papillosa Kessler?, 1868.
Saenuris velutina Grube? 1878.

---

*) Jest to nepárovitý svalnatý váček, chovající jednu neb dvé vychlípitelných štětin; přední konce těchto štětin přeměněn ve žlábek, do něhož sekret svůj vypouští jeden neb dva páry hruškovitých žláz.

Poznámka. Celé tělo tohoto červa, vyjma lalok čelní a ústní, pokryto jest jemně zrnitým humusem, jenž sekretem pokožky (která tuto na pouhou matrix se vtroušenými jádry jest redukována) pevně ku tělu lne a na množství hrbolkův papillám podobných se rozděluje. Vedle těchto nepravých papill nalézají se na těle červa skutečné, veliké papilly citové, v pravidelných kruzích na každém segmentu trupovém seřaděné. Poněvadž pak lalok čelní pomocí zvláštního apparatu, ze tří párů svalových sestávajícího do vnitř těla vchlípiti se dá, nabývá tím dotyčný červ, jenž jinak barvou krásně pleťovou se honosí, tvaru velmi neobvyklého a podivného.

Eisen popisuje formu tuto ze Švédska (řeka Motala a jezero Ifö), zdá se však, že již *Kessler*) a Grube***), první v jezeře Oněžském, druhý v jezeře Ženevském tuto formu nalezli. Dle svědectví p. prof. Vejdovskébo objevena Spirosperma drem. Wierzejskim i v jezerech tatranských.

U nás podařilo se mi nalézti tuto památnou formu v květnu roku tohoto ve vysýchajícím korytu Vltavském na Štvanici. Od této doby sledoval jsem červa po celé léto, až dne 23. července poštěstilo se mi uloviti několik exemplářův pohlavně dospělých, krásným sametově bílým opaskem vyznačených. Specifický název „ferox", patrně zevnějšku těla toliko svědčící, nijak neodpovídá velice líným pohybům tohoto červa; po celý čas žije v písku říčném zahrabán a při nejmenším dotknutí v kusy se láme.

5. Genus L o p h o ch a e t a nov. gen.

Diagnosa. Štětiny dorsalní vlasovité a nedokonale hřebínkovité; *štětiny ventralní* pouze rozeklané.

Vlasovité štětiny dorsalní jsou pro nový rod tvaru velmi karakteristického: jsou na obvodu dvojřadě zubaté, zoubky však značně do osin dlouhých protaženy, čímž celá štětina za případného zvětšení podoby chvostu nabývá.

Mozek značně na následující rod Limnodrilus upomínající jest značně do délky protažen; přední okraj nese úzký, avšak velmi dlouhý lalok, zadní jest hluboce vyříznut; postranní laloky téměř degenerují, zadní jsou mohutné, konické; přední pár hlavních větví nervových

---

*) *Kessler K.*, Матеріалы для познанія онехскаго озера etc. St. Petersburg 1868.

**) Untersuch. über die phys. Beschaffenheit der Flora und Fauna der Schweizer Seen. — 56. Jahrb. der Schles. Gesel. f. vat. Cultur 1878.

jest na dvé rozštípen a podobně pár zadní. — *Soustava cevní a organy exkreční* tvořeny dle normalního typu Tubificidův. Atrium chámovodu jest podobno témuž u rodu Tubifex, jest však na vnitřním konci svém bobulovitě rozšířeno a se žlazou tmelovou spojeno. Penis jest na polo chitinovitým, tvaru krátce kuželovitého.

5. Species *Lophochaeta ignota* nov. sp.

Poznámka. Tato nová forma význačna jest také svým nítkovým tvarem a délkou mezi Tubificidy skutečně obrovskou (10—20 cm.!) Žije ve vodě říční a potoční, na dně písčitém i bahnitém. Znám ji dosud z Troje, ze Štvanice a z potoků u Hrdlořez a Běchovic; přítel pak můj, Emil Sekera nalezl ji v okolí Hlinska. — Poprvé upozorněn jsem byl na tuto formu panem prof. *Vejdovským,* jenž již před lety v okolí Marianských lázní byl ji nalezl, avšak z nedostatku příznivého materialu blíže nepopsal.

Pohlavně dospívá tento červ velmi zdlouhavě a teprve v červenci roku tohoto mohl jsem některé pohlavně dospělé exemplary zkoumání svému podrobiti.

6. Genus Limnodrilus Claparède.

Diagnosa. Štětiny dorsalní i ventralní pouze rozeklané. *Uzlina mozková* velmi karakteristická: jest do délky protáhlá, přední okraj mírně prohnutý, uprostřed s mohutným nervem, jenž t. zv. ganglion praecerebralní innervuje; zadní okraj široce vykrojený; laloky postranní jsou degenerovány, laloky zadní polokulovité, mohutné. Přední pár hlavních větví nervových dvojitý, zadní pár na 2—3 páry větví vedlejších rozštípen.

Soustava cevní a organy exkreční dle normálního typu vytvořeny. — Z cevy supraintestinalní vychází místo jediného páru cev postranních, pulsujících dvé párův v segmentu 7. a 8. Atrium chámovodu značně do délky protažené a mohutnou vrstvou svalovou obdané, přijímá velikou žlázu lepivou. Penis jest vždy chitinovitým, tvaru válcoviteho.

6. *Limnodrilus Udekemianus* Clap.

(Viz Vejdovský, System etc. pag. 47., tab. VIII—XI.)

7. Species *Limnodrilus Hoffmeisteri* Clap.

(Viz Vejdovský, System etc. pag. 47—48., tab. VIII. a XI.)

8. Species *Limnodrilus Claparedianus.*

(Viz Vejdovský, System etc. pag. 48., tab. VIII. a XI.)

Poznámka. Individua tohoto červa značnou velikostí mezi ostatními Tubificidy vynikajícího, jež ve vodě říční (Vltava na Štvanici a v Troji) porůznu lze nalézti vyznačují se značnou průsvitností pokožky.

Uzlina mozková podobna jest téže u obou druhův předcházejících; taktéž ganglion praecerebralní velmi dobře dá se při ní zjistiti. Spermatophory u exemplářův pohlavně dospělých velmi zřídka lze nalézti; jsou velmi krátké, na zad poněkud rozšířené a šikmě uťaté.

7. Genus Bothrioneuron nov. gen.

Diagnosa. Štětiny dorsalní i ventralní pouze rozeklané. Uzlina mozková tvaru velmi primitivního; jest do délky protáhlá s předním okrajem téměř rovným, se zadním hluboce vyříznutým; laloky postranní velmi nepatrné, laloky zadní mohutné, konické. Z hlavních větví nervových přítomen pouze pár přední, velice zkrácený. — *Soustava cevní* tvořena dle typu normálního; jinak tím, že z cevy supraintestinalní dvé párův pulsujících cev postranních (t. zv. srdcí) v cevu ventralní se ubírá, upomíná na rod Limnodrilus. — *Organy exkreční* pro tento rod taktéž karakteristické: postrádají odstavce ampulovitého a žlaznatá část jejich umístěna hned za předním dissepimentem segmentu dotyčného. Penis není chitinovitým, nýbrž žláznatým.

9. Species *Bothrioneuron Vejdovskýanum* nov. sp.

Poznámka. Tato nová forma jest nade vše karakteristická přítomností zvláštního organu smyslového; tentýž má podobu jamky vířivé a umístěn jest na laloku čelním. Morphologický význam tohoto organu vzhledem ku praecerebralnímu gangliu Limnodrilidův jakož i ku podobným orgánům jiných Oligochaetův a Polychaetův jest velmi zajímavým, i hodlám ve zvláštním pojednání naň poukázati.

Poprvé nalezl jsem tohoto zajímavého červa ve vysýchajícím rameni vltavském v Troji a později také ve Vltavě na Štvanici.

46.

Beiträge zur wissenschaftlichen Behandlung der orthogonalen Axonometrie.

Von Prof. **Karl Pelz** in Graz, vorgel. von Prof. Kořistka am 11. December 1885.

(*Mit 1 Tafel.*)

Im Anschlusse an meine in den Sitzungsberichten der k. Akademie der Wissenschaften unter dem Titel „Zur wissenschaftlichen Behandlung der orthogonalen Axonometrie" publicirten drei Mittheilungen,*) erlaube ich mir im Nachfolgenden die insbesondere in der ersten Mittheilung aufgestellten Principien zur weiteren Anwendung zu bringen, und dieselben namentlich mit Rücksicht auf einige die Kugel betreffenden Probleme in der orthogonal-axonometrischen Projectionsmethode zu verwerthen.

1. Der verdienstvolle französische Geometer Herr E. Lebon gibt im XII. Bande des „Bulletin de la Société mathématique de France" eine einfache „Construction der Tangente in einem Anfangspunkte des durch einen hohlen Cylinder oder Kegel von der zweiten Ordnung auf sich selbst geworfenen Schattens" an, zu welcher er mit Hilfe des nachfolgenden leicht zu verificirenden Satzes gelangt: „Wenn zwei Flächen der zweiten Ordnung einer dritten eingeschrieben sind, so schneiden sie sich nach zwei ebenen Curven, deren Ebenen durch den Schnitt der Ebenen der Berührungscurven gehen und letzteren harmonisch conjugirt sind."

Die von Herrn Lebon gegebene Construction lässt noch eine kleine Vereinfachung zu.

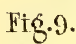
Denn schneidet der durch den Scheitel s des Kegels gehende Lichtstrahl L (siehe Fig. 1.) die Ebene des schattenwerfenden Randes C in c und sind p, q die Berührungspunkte der von c an C gelegten Tangenten, so erhalten wir (infolge des cit. Satzes) die Tangenten der Schlagschattencurve in diesen Punkten, indem wir $sd = sc$ auftragen, und die in Rede stehenden Punkte mit d verbinden.

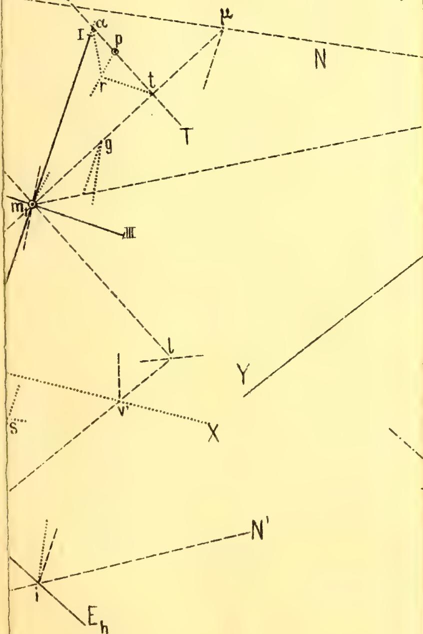
Die Schlagschattencurve S in das Innere des Kegels ist die schiefe Projection von C für L als Projectionsstrahl. Es liegt daher

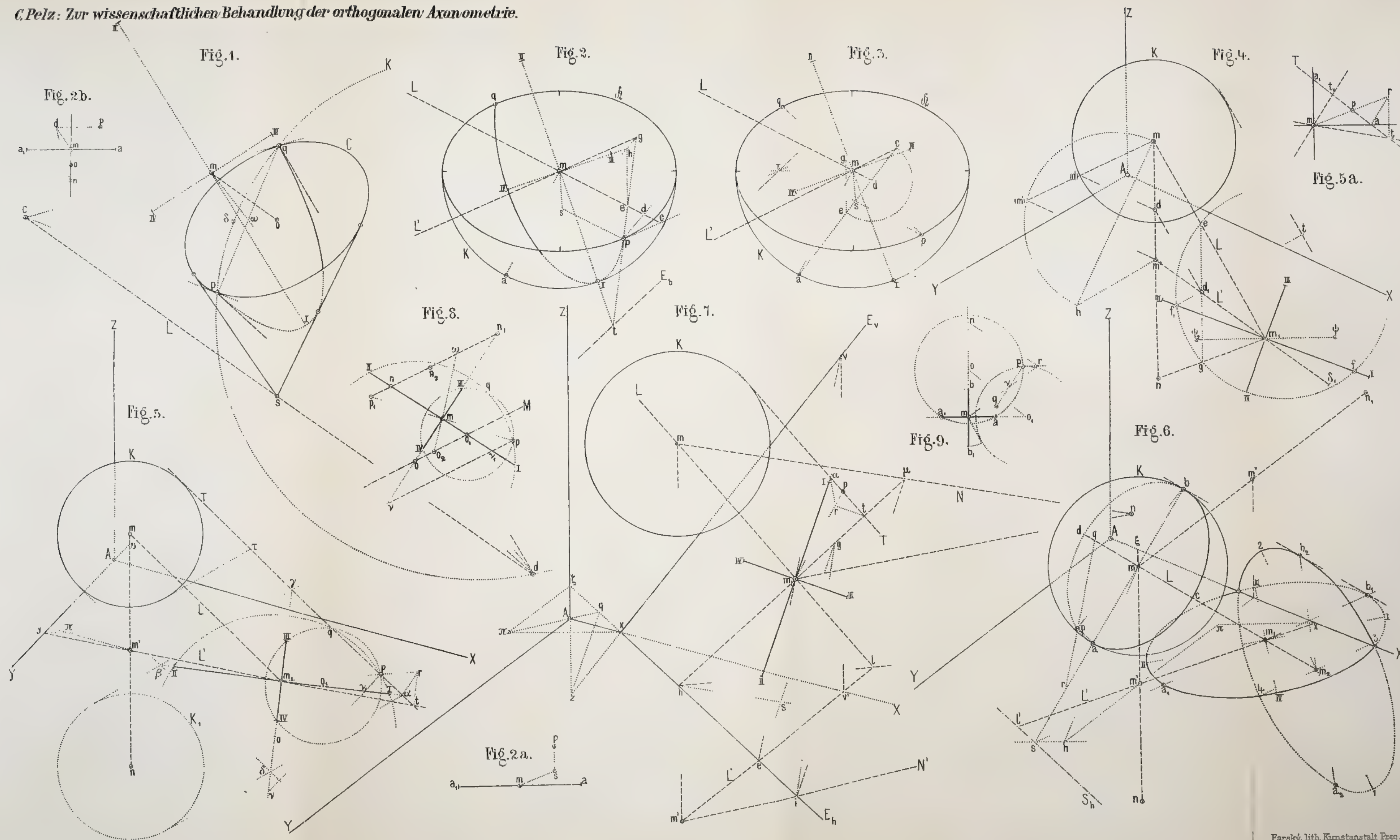
*) Siehe Sitzb. der k. Akademie der Wissenschaften Band LXXXI, LXXXVII. und XC.

Fig. 3.









Farský, lith. Kunstanstalt Prag.

der Mittelpunkt m von S auf dem durch das Centrum o von C parallel zu L gezogenen Strahle und wird im Schnittpunkte desselben mit jener Geraden erhalten, die d mit dem Halbirungspunkte ω der Sehne pq verbindet.

Durch die bisher gewonnenen Daten ist die Curve S vollkommen bestimmt, und es können nun die Axen ihrer Projection in bekannter Weise wie folgt ermittelt werden.

Wir legen durch dpq den Kreis K und bestimmen zu den drei Punkten den vierten harmonischen dem d zugeordneten Punkt δ; dann halbiren die gesuchten Axen die Winkel $dm\delta$ und $(180^0—dm\delta)$.*)

Für die Bestimmung der Axenlängen, mit Zuhilfenahme des Punktes p und seiner Tangente, werden wir im Nachfolgenden eine zweckmässige Construction mitzutheilen Gelegenheit finden.

2. Das im vorangehenden Artikel zur Construction der Tangenten p, q des in das Innere eines Kegels geworfenen Schlagschattens S, führende Theorem, wollen wir nun in analoger Weise für die Tangentenbestimmung der Schlagschattencurve S in das Innere einer, in Fig. 2 axonometrisch dargestellten Halbkugel, in jenen beiden Punkten p, q verwerthen, welche auf dem schattenwerfenden grössten Kreise $\mathfrak{K}$ liegen. Hierauf gestützt wollen wir ferner die Axen der axonometrischen Projection der Curve S ermitteln.

Die Punkte p, q sind bekanntlich Berührungspunkte der parallel zu L' an $\mathfrak{K}$ gelegten Tangenten, wenn L' die orth. Projection des Lichtstrahls L auf der Ebene des Kreises $\mathfrak{K}$ vorstellt.

Wird im Punkte p die Tangente an $\mathfrak{K}$ als auch an die Selbstschattengrenze der Kugel gelegt, und werden diese Tangenten mit einer parallel zu L gezogenen Geraden in c, d respt. geschnitten, so haben wir blos $de = dc$ zu machen, um in pe die gesuchte Tangente zu erhalten. Denn es bilden pc, pd, pe und der Lichtstrahl des Punktes p vier harmonische Strahlen, wobei pc conjugirt ist pe.

Die Tangente pd kann, da von der Projection der Selbstschattengrenze der Kugel die grosse Axe aa_1 (diese steht auf der axon. Projection des Lichtstrahls senkrecht) und ein Punkt p direct gegeben sind, unter anderen nachfolgend construirt werden.

α) Fällen wir (siehe Fig. 2. *a)* ps senkrecht auf aa_1 und ziehen ms parallel zu a_1p, so ist sa parallel zur Tangente des Punktes p.

---

*) Siehe z. B. den Bericht über meinen, in der Sitzung der math. naturw. Classe am 9. Febr. 1872 in der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften gehaltenen Vortrag: „Über die Bestimmung der Axen von Centralprojectionen des Kreises".

β) Wird md (siehe Fig. 2*b)* parallel zu ap, ferner pd parallel zu aa_1 gezogen und dn normal auf a_1p gefällt, so ist n ein Punkt der Ellipsenormale des Punktes p.

γ) Ist o (siehe Fig. 2*b)* der Mittelpunkt des Dreiecks aa_1p, so ist $mo = on$, wodurch wieder die Normale und somit auch die Tangente des Punktes p bestimmt ist.

Da die Schlagschattencurve S im Raume ein grösster Kreis der Kugel ist, so kann die grosse Axe der elliptischen Projection desselben nun leicht ermittelt werden. Es ist dies die Bildtrace der Ebene des Kreises S, falls die Bildebene durch den Mittelpunkt m der Kugel gehend angenommen wird. Die gesuchte Axe I II ist also die Verbindungsgerade des Punktes m mit dem Punkte t, in welchem die Tangente pe die Bildebene schneidet.

Wir legen durch die Gerade pe die grundrissprojicirende Ebene E. Ihre Grundrissspur pc schneidet die Bildebene in dem, auf der grossen Axe der axon. Projection des Kreises $\mathfrak{K}$ liegenden Punkte τ, durch welchen die Bildtrace E_b der Ebene E normal auf die Projektion von mp zu fällen ist. E_b schneidet pe im Punkte t. Für den letztgenannten Punkt ergeben sich überdiess — da E_b die Polare der axon. Projection des Punktes p bezüglich des Contourkreises K ist — noch andere Constructionen. Wir brauchen z. B. blos in der Projektion zu p und den beiden Schnittpunkten, die ep mit K hervorbringt, den vierten harmonischen dem p zugeordneten Punkt zu bestimmen, um t zu erhalten.

3. Zur Bestimmung der Axen der axon. Projektion der Curve S (siehe Fig. 2) führt auch die nachfolgende Betrachtung.

Die kleine Axe des elliptischen Bildes von S fällt mit der Projection der Normale N zusammen, die wir im Punkte m auf die Ebene des Kreises S errichten. Diese Normale liegt in der grundrissprojicirenden Ebene LL' des Lichtstrahls L, und wird auf der durch m parallel zu der gefundenen Tangente pe gezogenen Geraden im Raume senkrecht stehen. Betrachten wir pe als axon. Projection einer in der erwähnten Ebene LL' liegenden Geraden, so bildet diese mit L, L' im Raume ein Dreieck meg, dessen Höhenschnitt h in der Projection direct gezeichnet werden kann. Die vom Punkte g zu fällende Höhe ist parallel zur Tangente pd der Selbstschattengrenze der Kugel, während die Senkrechte eh, von e auf mg, auf der Grundrissebene senkrecht steht.

Die Gerade mh gibt uns die Projection der zuvor erwähnten Normale N, und somit die kleine Axe der elliptischen Projektion der Schlagschattencurve S.

Diese Construction lässt sich noch insofern abkürzen, als die Verzeichnung der Tangenten *pd, pe* nicht erforderlich ist.

Wir haben unter α) im Art 2. gesagt, dass die Gerade *sa* (siehe Fig. 2*a*) zur Ellipsentangente des Punktes *p* parallel ist. Dies wird sofort klar, wenn man die Ellipse aa_1p als orth. Projection eines über aa_1 als Durchmesser beschriebenen Kreises betrachtet.

Denken wir uns den zweiten Endpunkt des Durchmessers *mp* mit *q* bezeichnet, so wird *aq* parallel sein zu a_1p, und folglich auch zu *ms*. Man erhält also die Richtung der Tangente *pd* der Selbstschattengrenze (siehe Fig. 2), indem man *ps* normal auf *ma* fällt, *ms* parallel zu *aq* zieht, und *a* mit *s* verbindet.

Haben nun die Punkte *a*, *p*, *s* (siehe Fig. 3) dieselbe Bedeutung wie in Fig. 2., und schneidet *as* die Geraden *L*, *L'* in den Punkten *d, c* respt., so ist, falls $de = dc$ aufgetragen wird, *em* parallel zur Tangente der Curve *S* im Punkte *p*. Für den Beweis genügt es nochmals hervorzuheben, dass in Fig. 2. *pd* parallel ist zu *as*, und *p*{*cdes* vier harmonische Strahlen bilden, wobei *pc*, *pe* conjugirt sind. Wird das Dreieck *cem* in der grundrissprojicirenden Ebene *LL'* des Lichtstrahls *L* liegend gedacht, so kann sein Höhenschnitt *g* in der Projection direct gezeichnet werden, da *g* der Schnittpunkt der grundrissprojicirenden Geraden *eg* mit dem Lichtstrahle *L* ist. Die dritte Höhe *cg* steht auf *em* im Raume senkrecht, und ihre Projection ist daher parallel zur kleinen Axe *III IV* der axon. Projection der Schattencurve *S*.

Wenn man aus *p* mit der Länge *m1* die kleine Axe in *i* schneidet, und die Gerade *pi* bis zum Schnittpunkte *k* mit der grossen Axe *I II* verlängert, so ist $pk = mIII = mIV$.

4. Für die orthogonale Projection des Schlagschattens, den eine Kugel, unter Voraussetzung paralleler Lichtstrahlen, auf einer beliebigen Ebene des Raumes hervorbringt, gilt eine interessante Relation, die wir, da dieselbe insbesondere bei orthogonalaxonometrischen Darstellungen vortheilhaft verwerthet werden kann, nun aufsuchen und begründen wollen.

Es sei (siehe Fig. 4) *AX*, *AY*, *AZ* die orthogonale Projection des Axensystems, und durch *m*, *m'* der Mittelpunkt einer Kugel *K* gegeben; man soll die axon. Projection des Schlagschattens Σ, den die gegebene Kugel für den Lichtstrahl *L*, *L'* auf die Grundrissebene wirft, und zwar durch Angabe der Axen bestimmen.

Denken wir uns zu diesem Zwecke die Kugel mit Ebenen geschnitten, die zur Grundrissebene parallel sind, und (für den Lichtstrahl L) die Schlagschatten der so erhaltenen Kreise auf der genannten Coordinatenebene construirt, so werden die Brennpunkte der *axonometrischen* Projectionen dieser Schlagschatten auf einer mit der axon. Projection von Σ coaxialen und confocalen Ellipse liegen, von welcher zwei conjugirte Diameter $d_1\delta_1$, $\psi\psi_1$ leicht ermittelt werden können. Es ist $d_1\delta_1$ die axon. Projection des Schlagschattens des auf der Grundrissebene senkrecht stehenden Durchmessers $d\delta$ der Kugel, während $\psi\psi_1$ die Brennpunkte der axon. Projection des Schlagschattens des zur Grundrissebene parallelen grössten Kreises der Kugel bezeichnen.*) Um die Endpunkte d,δ des zur Z Axe parallelen Durchmessers der Kugel zu erhalten, legen wir durch denselben eine zum Seitenriss parallele Ebene und bestimmen ihre Trace mh auf der durch m gehenden Bildebene. Diese wird auf der Projection der X Axe senkrecht stehen, und im Punkte h (wobei $m'h$ parallel zu Y gezogen wurde) die Grundrissebene schneiden. Nach der Umlegung des rechtwinkligen Dreiecks $mm'h$ in die Bildebene gelangt m' nach (m') und $(m')m$ schneidet K in (d). Hiedurch sind d,δ und folglich auch d_1, δ_1 bestimmt.

Sehr einfach erfolgt nun die Bestimmung der Punkte $\psi\psi_1$; denn da die Excentricität der axon. Projection eines in der Grundrissebene liegenden oder zu derselben parallelen Kreises dem nach der Z Axe verkürzten Radius dieses Kreises bekanntlich gleich ist, so haben wir blos im Bilde $m_1\psi = m_1\psi_1 = md$ zu machen, um die Brennpunkte $\psi\psi_1$ zu erhalten. Für unseren Zweck erscheint es geboten bei der Axenbestimmung der durch die conjugirten Diameter $d_1\delta_1$, $\psi\psi_1$ gegebenen Ellipse die bekannte Chasles'sche Construction anzuwenden.**)

Wir fällen von d_1 die Senkrechte auf $\psi\psi_1$ und tragen $d_1e = d_1g = m_1\psi$ auf; dann halbiren die verlangten Axen den Winkel em_1g und $(180^0 - em_1g)$. Da jedoch zuvor $m_1\psi = md$ gemacht wurde, so muss:

---

*) Betreffs des Beweises erlaube ich mir auf die Abhandlung: „Über eine allgemeine Bestimmungsart der Brennpunkte von Contouren der Flächen zweiten Grades". Sitzb. der k. Akademie der Wissenschaften. Band LXXV. Jahrg. 1877 zu verweisen. Im vorliegenden Falle wurden blos die reellen zur Grundrissebene parallelen Schnitte der Kugel ins Auge gefasst.

**) Siehe Chasles „Geschichte der Geometrie", deutsche Übersetzung von L. A. Sohnke pag. 382.

α) das Viereck mdd_1e ein Parallelogramm sein, daher e auf L liegen, und

β) die Gerade mm' von m_1g in n derart geschnitten werden, dass $mm' = m'n$ ist.

Die gesuchten Axen halbiren also den Winkel mm_1n und (180^0 — $-mm_1n$). Demzufolge gestaltet sich die Bestimmung der senkrechten Axen der axon. Projection der Schlagschattengrenze der Kugel äusserst einfach, und es war die in Fig. 4 zu diesem Zwecke durchgeführte Construction zum grössten Theil überflüssig; wohl aber zum Beweise eines wichtigen Satzes erforderlich, den wir, da die ganze Betrachtung selbstredend für jede beliebige Ebene des Raumes gilt, allgemein folgendermassen aussprechen können:

Die Axen der axonometrischen Projection des Schlagschattens, den eine Kugel, bei Parallelbeleuchtung, auf einer beliebigen Ebene des Raumes hervorbringt, werden erhalten, indem man das Spiegelbild n des Kugelmittelpunktes m mit Bezug auf die Ebene bestimmt, und im Bilde die Winkel mm_1n und ($180^0 - mm_1n$) halbirt.

Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass hier, wie in Fig. 4, m_1 den Schlagschatten des Kugelmittelpunktes m auf der gegebenen Ebene bezeichnet.

Wie bereits bemerkt wurde, ist die in Fig. 4 durch die conjugirten Durchmesser $d_1\delta_1$, $\psi\psi_1$ bestimmte Ellipse mit der axonometrischen Projection der Schlagschattengrenze Σ der Kugel auch confocal. Es liegen daher die Brennpunkte f, f_1 der genannten axon. Projection der Schlagschattengrenze Σ auf einem Kreise, den wir durch die Punkte e,g derart legen, dass sein Mittelpunkt auf einer der construirten Axen liegt, während er die andere reell schneidet. Fällen wir schliesslich von f_1 die Normale auf die Tangente, die parallel zu L an K in der Projection gelegt wird, so liegt ihr Fusspunkt t auf einem über der grossen Axe *I II* der axon. Projection der Schlagschattencurve der Kugel beschriebenen Kreise.

Im Nachfolgenden werden wir zeigen, wie auch die Axenlängen der Ellipse *I II III IV* ohne vorhergehende Bestimmung der Punkte $d_1\delta_1\psi\psi_1$ ermittelt werden können.

5. Der im vorangehenden Artikel bewiesene, zur directen Construction der Axen der axon. Projection der Schlagschattencurve Σ, die eine Kugel bei Parallel-Beleuchtung auf einer beliebigen Ebene des Raumes hervorbringt, führende Satz, kann in der nachfolgenden Weise etwas einfacher begründet werden.

Es sei (siehe Fig. 5) XYZ das Axenkreux und durch m, m' der Mittelpunkt einer Kugel K gegeben; man construire die Axen der axon. Projection der Schlagschattencurve Σ, welche die Kugel für den Lichtstrahl L, L' auf der Coordinatenebene XY erzeugt.

Wir construiren das Spiegelbild n des Kugelmittelpunktes m mit Bezug auf die Grundrissebene, und betrachten n als Mittelpunkt einer Kugel K_1, deren Radius gleich ist jenem der gegebenen Kugel K. Wird nun n mit dem Schlagschatten m_1 des Punktes m verbunden, so wird die Schlagschattencurve, welche die Kugel K_1 für den Lichtstrahl nm_1 auf der Grundrissebene hervorbringt, identisch sein mit Σ. Denn Σ ist die gemeinschaftliche Basis jener beiden Cylinder, die parallel zu mm_1, nm_1 den Kugeln K, K_1 respt. umgeschrieben sind. Wir erhalten daher sofort vier Tangenten der axonometrischen Projection von Σ, indem wir im Bilde parallel zu mm_1, nm_1 die Tangenten an die Contouren der Kugeln K, K_1 beziehungsweise legen. Das durch diese vier Tangenten bestimmte Parallelogramm $\alpha\beta\gamma\delta$ — dessen Diagonalen einem allgemein bekannten Satze zufolge conjugirte Diameter der axon. Projection von Σ sein müssen — ist, da die Abstände seiner Gegenseiten gleich sind, ein Rhombus; demnach sind seine Diagonalen $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ die Axen der axon. Projection der Ellipse Σ, und da dieselben die Rhombuswinkel halbiren, so halbirt auch $\alpha\beta$ den Winkel mm_1n und $\gamma\delta$ seinen Nebenwinkel.

Zur Ermittelung der Lage der Axen der axon. Projection von Σ genügt die Bestimmung des Punktes n, während zur Construction der Axenlängen der erwähnten Projection von Σ die Verzeichnung blos einer von den vier Tangenten erforderlich erscheint.

Es ist hier nämlich zu berücksichtigen, dass im Raume die Grundrissprojection L' des Lichtstrahls L die Hauptaxe der Ellipse Σ ist. Im Bilde erhalten wir also die Richtung des zu L' conjugirten Durchmessers, indem wir die axon. Projection irgend einer auf L' senkrecht stehenden Geraden der Grundrissebene zeichnen. Zu diesem Zwecke betrachten wir $m'yv$ als ein in der Grundrissebene liegendes Dreieck. Die axon. Projection des Höhenschnittes π dieses Dreiecks kann direct gezeichnet werden; es ist $y\pi$ senkrecht auf $m'v$, und $m'\pi$ parallel zu X. Der zu L' conjugirte Durchmesser ist daher parallel zu $v\pi$. Von der axon. Projection der Ellipse Σ kennen wir nun zwei Paare von conjugirten Diametern (darunter die Axen) und eine Tangente T, deren Berührungspunkt p wir jetzt ermitteln wollen.

Wir ziehen αr parallel zu $v\pi$ und tr senkrecht auf $m_1\alpha$; der gesuchte Berührungspunkt liegt auf der Geraden $m_1 r$.

Um dies zu begründen, betrachten wir (siehe Fig. 5*a*) die durch die Lage der Axen ma, ma_1 und eines Paares conjugirter Durchmesser mt, mt_1 nebst der Tangente T bestimmte Ellipse als orthogonale Projection eines Kreises. Dann ist der Punkt r, wobei tr normal auf ma und ar parallel zu mt_1 gezogen wurde, die Projection des Höhenschnittes des Dreiecks mat und es geht mr — da im Raume senkrecht stehend auf T — durch den verlangten Berührungspunkt p.

Allgemeiner geht aus der Ähnlichkeit der Dreiecke pra, pmt_1 und prt, pma_1 hervor, dass

$$pa \cdot pa_1 = pt \cdot pt_1$$

ist, daher p der Centralpunkt jener Punktinvolution, die durch die Involution conjugirter Durchmesser auf T erzeugt wird, sein muss.

Werden (siehe Fig. 5) aus den Halbirungspunkten o, o_1 der Strecken $m_1\nu$, $m_1\nu_1$, welche die Ellipsennormale auf den Axen abschneidet, die den Punkt p enthaltenden Kreise beschrieben, so gehen dieselben durch die Scheitel *I II* der grossen und durch jene *III IV* der kleinen Axe respt.*).

Legen wir in Fig. 5 an K eine zu nm_1 parallele Tangente, die T in τ schneidet, so liefert $m\tau$ die Richtung der einen Axe der axon. Projection der Schlagschattencurve. Auch dieser Umstand kann bei der Construction der Axen vortheilhaft verwerthet werden.

6. Einfacher noch als wir im vorangehenden Artikel gesehen haben, gestaltet sich die Bestimmung der Schlagschattencurve Σ, die für parallele Lichtstrahlen eine Kugel K mit dem Mittelpunkte m (siehe Fig. 6) auf einer Coordinatenebene hervorbringt, wenn die Construction in Verbindung mit jener der Selbstschattengrenze der Fläche erfolgt.

Die Ebene S des grössten Kreises, welcher die Selbstschattengrenze der Kugel bildet, steht bekanntlich senkrecht auf dem Lichtstrahl L. Ihre Bildspur S_b fällt also, falls die Bildebene durch m gehend angenommen wird, mit der grossen Axe ab der axon. Projection der Selbstschattengrenze zusammen, und schneidet die Grundrissebene im Punkte s. Dieser liegt auf der Grundrissspur hs der Bildebene, und wir erhalten einen Punkt h der genannten Spur, indem

*) Siehe „Zur wissenschaftlichen Behandlung der orthogonalen Axonometrie“. Art. 4. der ersten und Art. 1. der dritten Mittheilung. Sitzb. der k. Akader Wissenschaften. Jahrg. 1880 und 1884.

wir mh normal auf die Projection der X Axe und $m'h$ parallel zur Y Axe ziehen.

Die Grundrissspur S_h von S geht durch s, und ist parallel zur Höhe $\xi\pi$ des in der Grundrissebene liegenden Dreieck $m'x\xi$, dessen Höhenschnitt π in bekannter Weise in der Projection direct gezeichnet wurde.

Die Schnittlinie $l'm$ der grundrissprojicirenden Ebene des Lichtstrahls L mit der Ebene S, steht im Raume auf S_h senkrecht.

Wenn wir daher ap parallel zu S_h und bp parallel zu $l'm$ ziehen, so wird p ein Punkt der axon. Projection $abcd$ der Selbstschattengrenze der Kugel sein.

Wird die Lage der kleinen Axe der Ellipse abp mit einem aus p mit dem Radius ma beschriebenen Kreise in q geschnitten, und pq bis zum Schnittpunkte r mit ab verlängert, so ist pr gleich der kleinen Halbaxe der erwähnten Ellipse.

Die Verbindungsgerade des Schlagschattens m_1 des Kugelmittelpunktes m mit s liefert den Schlagschatten der Geraden ab, wodurch auch die Punkte a_1, b_1, und ihre Tangenten sofort bestimmt sind.

Da nun gezeigt wurde, dass die Axen *I II*, *III IV* der axon. Projection der Schlagschattencurve Σ der Kugel den Winkel mm_1n und dessen Nebenwinkel halbiren — wobei n das Spiegelbild des Kugelmittelpunktes m mit Bezug auf die Grundrissebene bezeichnet — so ist hiemit die Ellipse *I II III IV* vollkommen fixirt, und hinsichtlich der Bestimmuug ihrer Axenlängen, angesichts der in Fig. 5 für denselben Fall gelieferten Construction, jede weitere Bemerkung überflüssig.

Fragt man nach den Axen *1 2*, *3 4* der axon. Projection der Schlagschattencurve, die von der Kugel auf die Aufrissebene geworfen wird, so ist in diesem Falle das Spiegelbild n_1 des Kugelmittelpunktes m bezüglich der genannten Coordinatenebene zu ermitteln, daher $m''n_1 = m''m$ zu machen und im Bilde der Winkel mm_2n_1 als auch sein Nebenwinkel zu halbiren. Dass hier m_2 den Schatten des Kugelmittelpunktes auf der Aufrissebene, also den Schnittpunkt des Lichtstrahls L mit der eben genannten Coordinatenebene bezeichnet, ist evident.

Wird m_2 mit dem Punkte verbunden, in welchem a_1b_1 die X Axe schneidet, so liegen auf dieser Geraden die Schlagschatten a_2, b_2 der Punkte a, b, wodurch — da auch die Tangenten der Punkte a_2, b_2 gegeben sind — die Ellipse *1 2 3 4* vollständig bestimmt erscheint,

und auch ihre Scheitelermittlung jede weitere Erläuterung unnöthig macht.

7. Die Construction der Axen der axon. Projection der Schlagschattencurve, die eine Kugel, unter Voraussetzung paralleler Beleuchtung, auf einer beliebigen Ebene E des Raumes hervorbringt, weicht, wie bereits bemerkt wurde, von jener, die sich für eine Coordinatenebene ergab, nicht im Geringsten ab. Die Retrogradation von diesem allgemeineren Falle auf den bereits behandelten speciellen, wird durch den Übergang bewerkstelligt, den wir von dem gegebenen Axensystem auf ein neues vollziehen, in welchem E zur Coordinatenebene geworden ist.

Wählen wir die Grundrissspur E_h der Ebene E (siehe Fig. 7) zu einer Axe Y_1 des neuen Axensystems, so kann die Richtung der axon. Projection der zweiten in E liegenden Coordinatenaxe X_1 leicht ermittelt werden. Wir verlängern E_h bis die Projection der Z Axe in ζ geschnitten wird, und betrachten das in der Grundrissebene liegende Dreieck $Ax\zeta$. Die axon. Projection des Höhenschnittes π dieses Dreiecks kann direct gezeichnet werden. Es ist $x\pi$ normal auf $A\zeta$ und $\zeta\pi$ parallel zu Y. Die Höhe $A\pi$ schneidet E_h im Punkte q, dessen Verbindungsgerade mit dem Schnittpunkte z von Z und E, eine auf E_h senkrecht stehende Gerade der Ebene E liefert. Da nun der Punkt q selbst als Anfangspunkt des neuen Systems gewählt werden kann, qz also die zweite in E liegende Coordinatenaxe X_1 vorstellt, und die Projection der auf der Ebene E normalen Axe Z_1 auf der Bildtrace E_h dieser Ebene senkrecht steht, so ist das neue Axenkreuz dargestellt.

Vom Kugelmittelpunkte m fällen wir die Normale N auf E und construiren ihren Fusspunkt μ. In der Projection ist N parallel zu Z_1 und N' parallel zu $A\pi$ zu ziehen. Die Schnittlinie $i\mu$ der grundrissprojicirenden Ebene Q der Geraden N ist parallel zu qz und schneidet N in μ. Ebenso erhalten wir den Schnittpunkt m_1 des durch m gehenden Lichtstrahls L mit der Ebene E, indem wir die Schnittlinie ev der grundrissprojicirenden Ebene R von L mit E bestimmen. Wird das Spiegelbild n des Kugelmittelpunktes m bezüglich der Ebene E construirt, daher $\mu n = \mu m$ gemacht und in der Projection der Winkel mm_1n so wie auch dessen Nebenwinkel halbirt, so sind diese Halbirungsgeraden die Axen der axon. Projection der Schlagschattencurve Σ der Kugel.

Die Gerade $m_1\mu$ ist die orth. Projection des Lichtstrahls L auf der Ebene E, daher im Raume der Lage nach die Hauptaxe der

Ellipse Σ. Die Richtung des zu $m_1\mu$ conjugirten Durchmessers der axon. Projection der erwähnten Ellipse wird also erhalten, indem wir die axon. Projection einer auf $m_1\mu$ senkrecht stehenden Geraden der Ebene E zeichnen. Ziehen wir zu diesem Zwecke ig parallel zur Bildtrace der Ebene E, so bildet diese Gerade mit $m_1\mu$ und E_h ein Dreieck ghi, dessen Höhenschnitt s in der axon. Projection direct angegeben werden kann. Es ist gs parallel zu X_1 und hs normal auf gi. Die Gerade is gibt die Richtung des zu $m\mu$ conjugirten Diameters an. Zur völligen Bestimmung der axon. Projection von Σ ist noch ein Bestimmungsstück z. B. eine Tangente T erforderlich, welche wir erhalten, indem wir parallel zur axon. Projection des Lichtstrahls eine Tangente an den Contourkreis der Kugel K legen. Die weitere Construction ist identisch mit jener in Fig. 5. Wir ziehen ar parallel zu is und tr normal auf $m_1\alpha$; dann geht $m_1 r$ durch den Berührungspunkt p der Tangente etc.

Hinsichtlich der Fig. 7. ist noch beiläufig zu bemerken, dass die ort. Projection $m_1\mu$ des Lichtstrahls L auf der Ebene E auch direct als Schnittlinie der genannten Ebene mit der Ebene der beiden Geraden L, N hätte ermittelt werden können. Es muss also insbesondere der im Verlaufe der Construction benützte Punkt h auf der Grundrissspur der Ebene LN d. h. auf der Verbindungslinie der Grundrissdurchstosspunkte l, λ der Geraden L, N respt. liegen.

Schlussbemerkungen.

a) Im Art. 5 haben wir eine Construction der Scheitel einer Ellipse kennen gelernt, von welcher die Axen und eine Normale sammt ihrem Fusspunkte p gegeben waren. Diese Construction ist ebenso einfach als nützlich und spielt, insbesondere was die Bestimmung der Scheitel der grossen Axe anlangt, in der orthogonal-axonometrischen Projectionslehre eine wichtige Rolle. Dies habe ich in meinen in der Einleitung citirten auf die wissenschaftliche Behandlung der orthogonalen Axonometrie Bezug habenden drei Mittheilungen dargethan, wo man die in Rede stehende Construction in der ersten Mittheilung mit Hilfe der Theorie der Kegelschnitte bewiesen findet. Einen durch räumliche Betrachtungen gewonnenen, somit mehr im Sinne der orthogonal-axonometrischen Projectionsmethode gehaltenen, sehr einfachen Beweis derselben Construction, hat Herr J. A. Snijders, Professor an der polytechnischen Schule in Delft, geliefert. Man findet diesen Beweis, dessen Kenntniss ich einer Correspondenz mit Herrn P. H. Schoute, Professor an der Universität in Gröningen, verdanke, in der dritten Mittheilung reproducirt.

Die Construction gilt selbstverständlich auch für die Hyperbel und geht, wie ich schon anderweitig zu bemerken Gelegenheit hatte,*) auch als Corollarium aus der bekannten von Joachimsthal angegebenen Construction hervor, mit Hilfe welcher die von einem beliebigen Punkte einer Normale eines Centralkegelschnittes die noch übrigen drei möglichen Normalen auf die Curve gefällt werden können**).

Es seien (siehe Fig. 8) p, p_1 zwei diametral gegenüber liegende Punkte der Ellipse *I II III IV* mit dem Mittelpunkte m. Die Normalen N, N_1 dieser Punkte schneiden die Axen der Ellipse in den Punkten $\nu_1 \nu$, $n n_1$ beziehungsweise. Nehmen wir auf der Normale des Punktes p_1 einen beliebigen Punkt n_2 an, so liegen bekanntlich die Fusspunkte der drei übrigen durch n_2 gehenden Normalen der Ellipse auf einem Kreise, welcher durch p hindurchgeht. Der Mittelpunkt o_2 dieses Kreises kann — wie ich in der cit. Abhandlung „Zum Normalenproblem der Kegelschnitte" gezeigt habe — unter anderen auch gefunden werden, indem man $n_1 \omega = n n_2$ macht und die Strecke ωm über m hinaus um ihre halbe Länge verlängert; daher $m o_2 = {}^1/_2 m \omega$ aufträgt. Hieraus folgt, dass wenn n_2 die Normale N_1 des Punktes p_1 durchlauft, der Mittelpunkt o_2 des zugehörigen Kreises eine Gerade M beschreibt, welche den Abstand des Mittelpunktes m von der Normale N des Punktes p halbirt.

Da hier den Punkten n n_1 von N_1 insbesondere die Schnittpunkte o o_1 von M mit den Axen der Ellipse, als Mittelpunkte der, in der erläuterten Weise zugehörigen Kreise entsprechen, so ist mit Rücksicht auf den Umstand, dass für einen jeden auf einer Axe des Kegelschnittes liegenden Punkt, zwei von den vier durch ihn gehenden Normalen mit dieser Axe zusammenfallen, die Richtigkeit obiger Behauptung, dass sich unsere Construction auch als Consequenz des Joachimsthal'schen Satzes ergibt, vollinhaltlich bewiesen.

b) In Fig. 5. steht die Centrallinie $o o_1$ der beiden, zur Bestimmung der Scheitel der Ellipse *I II III IV* verwendeten Kreise, auf der Tangente T senkrecht; da dieselbe parallel ist zur Ellipsennormale des Punktes p. Hieraus folgt, dass T die gemeinschaftliche Secante der beiden Kreise o, o_1 ist, und dass der zweite Schnittpunkt

---

*) Siehe „Zum Normalenproblem der Kegelschnitte" LXXXV. Band der Sitzb. der k. Akademie der Wissenschaften. Jahrg. 1882.

**) Siehe Joachimsthal's schöne Abhandlung: „Über die Normalen der Ellipse und des Ellipsoides", Crelle's „Journal für reine und angewandte Mathematik", 26. Bd.

q dieser Kreise mit dem Fusspunkte der vom m_1 auf T gefällten Normale zusammenfällt.

Hieraus geht die Lösung der nachfolgenden Aufgabe hervor.

Es sind (siehe Fig. 5) die Axe *III IV* und die Tangente T eines Kegelschnittes gegeben; man bestimme die Scheitel *I II* der anderen Axe und den Berührungspunkt p auf T.

Wir fällen von m_1 die Normale $m_1 q$ auf T und bestimmen den Mittelpunkt o_1 des Dreiecks *III IV* q. Wird die von o_1 auf T gefällte Senkrechte bis zum Schnittpunkte o mit *III IV* verlängert, so liegen die Punkte *I II* p auf dem um o mit dem Radius oq beschriebenen Kreise.

Wenn von einem Kegelschnitte (siehe Fig. 9) die Axen (der Lage nach) und zwei Punkte p, q gegeben sind, so wird die Frage nach den Axenlängen des Kegelschnittes durch die in Fig. 5. zur Bestimmung der Scheitel der Ellipse *I II III IV* angewendete Construction beantwortet, sobald wir in einem der gegebenen Punkte z. B. in p die Normale construiren.

In Fig. 2 *b* haben wir eine solche Construction schon gegeben, die sich mit Bezug auf die Ellipse mit Hilfe der Principien der orthogonalen Axonometrie begründen lässt. Denn, betrachten wir (siehe Fig. 2 *b*) die Geraden md, mn und die durch m zu $a_1 p$ gezogene Parallele als orthogonale Projection eines rechtwinkligen Axensystems — daher die Ellipse als axonometrische Projection eines in der Grundrissebene liegenden Kreises — so ist die Gerade pn die Bildtrace der grundrissprojicirenden Ebene des Kreishalbmessers mp, und da diese Ebene auf der Kreistangente des Punktes p senkrecht steht, muss ihre Trace pn mit der gesuchten Ellipsennormale zusammenfallen.

Allgemein wird der Beweis geführt, wenn wir hervorheben, dass der Pol π der Geraden pd, bezüglich des gegebenen Kegelschnittes mit dem Punkte n die auf der Axe mn liegenden Brennpunkte harmonisch trennt; die Tangente des Punktes p geht durch π, folglich muss n auf der gesuchten Normale liegen.

Auch in Fig. 9 ist ein conjugirtes Durchmesserpaar direct gegeben; da qp die Richtung desjenigen Dnrchmessers angibt, dessen conjugirter m mit dem Halbirungspunkte v der Strecke pq verbindet. Wird also die durch p parallel zu der einen Axe gezogene Gerade von mv in r geschnitten, und die von r auf pq gefällte Normale bis zum Schnittpunkte n mit der anderen Axe verlängert, so ist n ein Punkt der Kegelschnittsnormale des Punktes p. Der aus dem Halbi-

rungspunkte o der Strecke mn, mit dem Radius op beschriebene Kreis geht durch die Scheitel aa_1 der einen Axe; während die Scheitel bb_1 der zweiten Axe mit Hilfe eines, p ebenfalls enthaltenden Kreises erhalten werden, dessen Mittelpunkt o_1 als Schnittpunkt der durch o parallel zu pn gezogenen Geraden mit der Axe aa_1 sich ergibt.

In derselben Weise können auch die Axenlängen eines Kegelschnittes bestimmt werden, von welchem die Lage der Axen und zwei Tangenten gegeben sind, und es lassen sich diese Constructionen auch dann anwenden, wenn statt der Axen conjugirte Durchmesser gegeben sind. Da hier bloss der Durchgang durch eine Affinität nothwendig erscheint, bei welcher den conjugirten Diametern senkrechte Axen entsprechen, um eine Lösung dieser Fälle durch die behandelten zu erlangen.

Da dies auf unendlich viele Arten geschehen kann, so kann man durch zweckmässige Annahme der Affinitätsaxe und Richtung zu recht einfachen Lösungen gelangen.



INHALT. OBSAH.

Verzeichniss der im Jahre 1885 abgehaltenen Vorträge . . . . S. IV.
Seznam přednášek roku 1885 konaných . . . . str. V

1. *Čelakovský L.* Dr., Resultate der botanischen Durchforschung Böhmens im Jahre 1884 3
2. *Fritsch A.* Dr., Über die Auffindnng eines Menschenschädels im diluvialen Lehm von Střebichovic bei Schlan 47
3. *Kafka J.*, Kritisches Verzeichnis der Ostracoden der böhmischen Kreideformation 51
4. *Štolba F.*, Die Anwendbarkeit des dehnbaren Nickels in den chemischen Laboratorien 57
5. *Ježek Ot.*, Über die Auflösung eines Functionalgleichungssystemes . . . 63
6. *Erben B.*, Analyse některých českých mineralův 68
7. *Čelakovský L.* Dr., Über einige verkannte orientalische Carthamus-Arten 77
8. *Vaněček J. S. & M. N.*, O křivkách čtvrtého řádu se třemi dvojnými body (Pokračování: č. XVIII. XIX.) 96
9. *Sitenský Fr.*, Výsledky botanického rozboru některých českých vrstev rašelinných 117
— Die wichtigsten Resultate der botanischen Untersuchung einiger böhmischen Torfmoorschichten (Résumé des voranstehenden böhm. Textes 119
10. *Krejčí J.* Dr., Über gleichkantige Polyëder vom Krystallographischen Standpunkte 120
11. *Seydler A.* Dr., O základních druzích pohybu 139
12. *Šolín J.*, Über die Construction der Axen einer Kegelfläche zweiten Grades 164
13. *Lerch M.*, Příspěvky k theorii řad nekonečných 174
14. *Vaněček J. S. & M. N.*, Nové vytvořování svazku kuželoseček 180
15. *Štolba Fr.*, Analyse eines Vitriolwassers aus einem Prager Brunnen . . 193
16. *Zykán L.*, A) O výhodném čistění zinku. B) O chemickém rozboru několika druhů prodejného zinku 195
17. *Vaněček J. S. & M. N.*, O vytvořování křivek (č. XX.—XXV. 202
— O křivkách čtvrtého řádu se třemi a s jedním dvojným bodem a o křivce dvojných bodů (č. XXVI—XXVIII.) 223
18. *Novák Ot.*, Remarques sur le genre Aristozoe Barrande (Avec 1 pl.) . 239
19. *Palacký J.* Dr., Über Wallace's thiergeographische Zonen vom ornithologischen Standpunkte 243
20. *Stoklasa J.*, Geochemické studie 248

21. *Bayer Fr.* Dr., O korakoidech ptáků (S 2 tab.) 254
— Über die Coracoiden der Vögel. Résumé des böhmischen Textes 265
22. *Seydler A.* Dr., O problemu tří a čtyr těles 269
23. *Vejdovský F.*, Aeolosoma variegatum Vejd. Příspěvek ku poznání nejnižších Annulatův. (S 1 tab.) 275
24. *Pelíšek M.*, O místě os pohybův šroubových, jimiž lze délku *ab* do libovolné polohy $a_1 b_1$ v prostoru převésti. (S 1 tab.) 291
25. *Petr Fr.*, Spongilla fragilis (Leidy) v Čechách. (S 1 tab.) 298
— Résumé des (voranstehenden) böhm. Textes 307
26. *Štolc A.*, Dero digitata O. F. Müller. Anatomická a histologická studie (S 2 tab.) 310
— Résumé de ce travail 335
27. *Sitenský Fr.*, O některých nových pozorováních, jak jeví se škody krupobitím na obilí způsobené 341
28. *Novák Ot.*, Nouveau Crustacé Phyllocaride de l'étage F—f_2, en Bohême (Avec 1 pl.) 343
29. *Štolba Fr.*, Über die Zusammensetzung des Vitriolsteines und Colcothars 347
— Zum Aufschliessen der Silicate mittelst der Alkalicarbonate 350
30. *Lerch V.*, Jedna věta z nauky o funkcích 351
31. *Zahálka Č.*, Geologie výšiny Rohatecké u Roudnice n. L. (S 2 tab.) . . 353
32. *Machovec Fr.*, O středech křivosti parabolí a hyperbolí vyšších stupňů . 386
33. *Palacký J.* Dr., O rozšíření kapradí na světě 389
34. *Lerch M.*, Remarques sur quelques points de la théorie élémentaire des fonctions 400
35. — Expression analytique du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers 414
36. *Anschütz C.*, Drei noch unbekannte Briefe des Astronomen Joh. Kepler an Herwart von Hohenburg, 1599 417
37. *Seydler A.*, O aequivalencích základních druhů pohybu 524
38. *Kafka J.*, Příspěvek ku poznání cirripedů českého útvaru křídového (Se 3 tab.) 554
— Resumé des (voranstehenden) böhmischen Textes 575
39. *Novák Ott.* Dr., Studien an Hypostomen böhmischer Trilobiten Nr. III. (Mit 1 Taf.) 581
40. *Počta Ph.*, Über zwei neue Spongien aus der böhm. Kreideformation. (Mit 1 Taf.) 587
41. *Kušta J.*, Neue fossile Arthropoden aus dem Noeggerathienschiefer von Rakonitz 592
42. *Lerch M.*, Bestimmung der Anzahl merkwürdiger Gruppen einer allgemeinen Involution n-ter Ordnung k-ter Stufe 597
43. *Seydler A.*, O rozkladu stejnorodého pohybu 600
44. *Vejdovský Fr.*, O strunovcích (Gordiidae) okolí Pražského s poznámkami o jich morfologii 620
45. *Štolc A.*, Přehled českých Tubificidů 640
46. *Pelz K.*, Beiträge zur wissenschaftlichen Behandlung der orthogonalen Axonometrie. (Mit 1 Taf.) 648



Sitzungsberichte

der königl. böhmischen

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

1885.

Zprávy o zasedání

královské

ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.

TŘÍDA MATHEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.



SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01304 4573